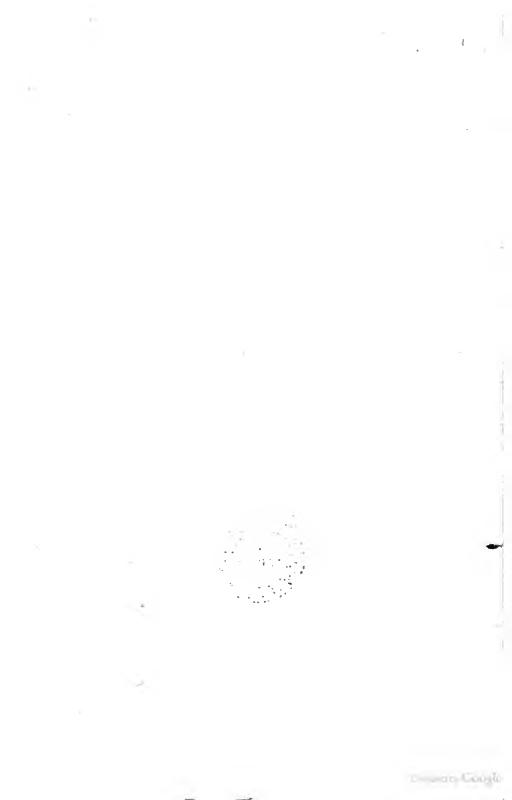




PROBLÈMES

D'ASTRONOMIE NAUTIQUE

ET

DE NAVIGATION.

TEXTE.



DE L'IMPRIMERIE DE Vᵉ J.-B. LEFOURNIER.

PROBLÊMES
D'ASTRONOMIE NAUTIQUE
ET
DE NAVIGATION,
PRÉCÉDÉS
DE LA DESCRIPTION ET DE L'USAGE DES INSTRUMENS,
ET SUIVIS
D'UN RECUEIL DE TABLES NÉCESSAIRES A LA RÉSOLUTION DE CES PROBLÊMES ;

PAR C. GUÉPRATTE,

Docteur ès sciences, Chevalier de l'Ordre de la Légion d'Honneur, Directeur de l'Observatoire de la Marine au Port de Brest, Correspondant du Bureau des Longitudes, et Associé de l'Académie des sciences de Nancy.

TROISIÈME ÉDITION.

TOME PREMIER.

TEXTE.




A BREST,
Chez Vᵉ J.-B. LEFOURNIER, Éditeur, Imp.-Libraire pour la Marine, Rue Royale, N.° 86.

1839.

AVERTISSEMENT.

L'ACCUEIL favorable fait aux premières éditions de cet ouvrage, ne m'a point fait illusion sur ses défauts ; je me suis attaché à les faire disparaître de celle-ci et à l'augmenter de plusieurs méthodes qui m'ont paru de nature à le mettre en rapport avec l'extension donnée de nos jours aux voyages scientifiques.

Les méthodes d'observation et de calcul reposent en grande partie sur les bonnes pratiques introduites par les savants les plus distingués, MM. De Borda, Delambre, De Rossel, etc. ; c'est en les prenant pour guides dans mes travaux et mes leçons à l'Observatoire, que je suis parvenu à obtenir quelque succès.

Exposer les préceptes les plus exacts, diminuer la longueur des calculs et donner l'éveil sur des observations utiles, voilà le but que je me suis proposé ; je ne me flatterai pas de l'avoir atteint, parce que les difficultés en sont nombreuses, mais je serai satisfait, si, dans le plan assez étendu que je me suis tracé, il m'est arrivé d'épargner des efforts décourageants et inutiles à ceux qui commencent à se livrer à l'astronomie nautique.

CORRECTIONS ET ADDITIONS.

Page 60, ligne 3 (en remontant), *au lieu de* l'abjectif, *lisez* l'objectif.

65, ligne 15 (en remontant), *au lieu de* en chine, *lisez* en Chine.

76, ligne 18 (en remontant), *au lieu de* M. Tauboulic, *lisez* M. Touboulic.

89, ligne 29, *au lieu de* 25^h, *lisez* 24^h.

90, ligne 2 (en remontant), *au lieu de* marches diurne, *lisez* marches diurnes.

91, colonne N° 4, *au lieu de* $5^h\ 4^m\ 39^s,96$, *lisez* $5^h\ 4^m\ 29^s,96$.

100, ligne 1, *au lieu de* à midi moyen, *lisez* à midi vrai.

110, ligne 25, *au lieu de* lorque, *lisez* lorsque.

113, Depuis l'année 1838 Æ moyenne du ⊙ se trouve donnée dans la Connaissance des Temps, sous la dénomination équivalente de *Temps sidéral*.

116, ligne 12 (en remontant), *au lieu de* Tacle, *lisez* Table.

ligne 20 (en remontant), *au lieu de* le 9 à Paris, *lisez* le 10 à Paris.

117, ligne 17 (en remontant), *au lieu de* $8^s,61$, *lisez* $10^s,61$.

118, ligne 9, *au lieu de* $15^h\ 53^m\ 58^s,83$, *lisez* $15^h\ 50^m\ 58^s,50$.

119, ligne 4 (en remontant), *au lieu de* xl, *lisez* zl.

122, ligne 14, *au lieu de* de l'astre mm', *lisez* en m'.

ligne 23, *au lieu de* l'angle $h'Am$, *lisez* l'angle $m'Am$.

ligne 32, ajoutez ce qui suit:

Dans laquelle STH désigne la hauteur vraie ou H,

$m'Ah'$	la hauteur observée,
hAh'	la dépression,
$m'Am$	la réfraction,
Amp	la parallaxe,
mTS	le demi-diamètre,

d'où il suit que cette équation est équivalente à

H = la haut. obs. − la dépress. − la réfract. + la parall. + le demi-diamètre.

126, ligne 14, *au lieu de* + 0 0 11.1, *lisez* 0 0 12.1.

15, *au lieu de* 18 58 24.8, *lisez* 18 18 25.8.

129, ligne 28, *au lieu de* logarithmes de ces, *lisez* logarithmes cosinus de ces

144, ligne 16 (en remontant), *au lieu de* le 22 Novembre, *lisez* le 21 Novembre.

ligne 6 (en remontant), *au lieu de* pour $15^h\ 56^m\ 45^s$, *lisez* pour $15^h\ 36^m\ 45^s$.

149, ligne 7 (en remontant, *au lieu de* leur différence, *lisez* leur demi-différence.

151, ligne 10, *au lieu de* 39° 56′, *lisez* 39° 54′, et continuez le calcul avec cette correction, vous trouverez déclin. de l'éguille 28° 39′.

161, ligne 6, *au lieu de* $19^h\ 23^m\ 51^s$, *lisez* $19^h\ 33^m\ 51^s$.

165, ligne 13, *au lieu de* − 0 53, *lisez* − 0 1 53.

166, ligne 11 (en remontant), *au lieu de* $4^h\ 36^m\ 30^s,5$, *lisez* $4^h\ 26^m\ 30^s,5$.

167, ligne 20 (en remontant), *au lieu de* le 22 Décembre, *lisez* le 12 Décembre.

168, ligne 5, *au lieu de* 159° 59′ 22″, *lisez* 159° 59′ 12″, et continuez le calcul avec cette correction, vous trouverez pour l'état absolu *avance* ou + $1^h\ 12^m\ 39^s,3$.

171, ligne 13, *au lieu de* se sont, *lisez* ce sont.

ligne 13 (en remontant), *au lieu de* 6 52 0, *lisez* 6 53 0.

ligne 11 (en remontant), *au lieu de* 6 48 38, *lisez* 6 49 38.

Page 181, ligne 2, *au lieu de* pour plusieurs, *lisez* par plusieurs.
182, ligne 4 (en remontant), *au lieu de* prenez-en, *lisez* prenez.
191, ligne 20, *au lieu de* Table CVIII, *lisez* Table XCVIII.
198, ligne 9 (en remontant), *au lieu de* 1 1 2.2, *lisez* 0 0 2.2.
199, ligne 20, *au lieu de* arc $B < 90°$, *lisez* arc C.
211, ligne 15 (en remontant), *au lieu de* 22 53 4, *lisez* 12 53 4.
217, ligne 13, *au lieu de* 3.208960, *lisez* 3.209097, et continuez le calcul, vous trouverez 44 55 37 au lieu de 44 55 40.
224, ligne 25, *au lieu de* 55° 48′ 16″, *lisez* 56° 48′ 16″.
226, ligne 17 (en remontant), *au lieu de* demi-différence, *lisez* demi-distance.
236, ligne 2, *au lieu de* 18° 43′ 0″, *lisez* 10° 43′ 0″.
241, ligne 17, *au lieu de* 0.028951, *lisez* 0.028991.
245, ligne 11, *au lieu de* − 513159, *lisez* + 513159.
247, ligne 11, *au lieu de* 6.729, *lisez* − 6.729.
ligne 24, *au lieu de* 4.589 *lisez* − 4.589.
251, ligne 16 (en remontant), *au lieu de* 1.033504, *lisez* 1.023504.
325, ligne 5 (en remontant), *au lieu de* soit C de 52416, *lisez* soit c de 52416.
326, ligne 13, *au lieu de* hauteur 556688 mèt., *lisez* hauteur 556662.
327, ligne 11, *au lieu de* calcul du côté C, *lisez* calcul du coté c.
381, ligne 8 (en remontant), *au lieu de* (41), *lisez* (40).
437, ligne 4 (en remontant), *au lieu de* 201264″,806247, *lisez* 206264″,806247.

TABLE DES MATIÈRES.

Des Instruments à réflexion.

Des Problêmes.

Table des matières.

FAUTES *essentielles à corriger avant de se servir des Tables.*

Page 7. Pour l'argument inférieur qui se trouve avoir des signes contraires à ceux dont il doit être affectés, *lisez* :

+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	−	−	−	−	−	−	
10.	9.	8.	7.1	6.1	5.2	4.3	3.4	2.4	1.4	0.8	0.2	1.	1.9	2.7	3.5	4.3	5.1	etc.

8. Table VIII, colonne centigrade, *pour* { 12.50, 11.75, 10.00, 8.25, 7.50, 6.75, 5.00, 3.25 } *lisez* { 12.50, 11.25, 10.00, 8.75, 7.50, 6.25, 5.00, 3.75 }

11. Table XX colonne 61', dernière ligne, *pour* 10.0 *lisez* 11.1.

24. Argument, *pour* 0° Soleil, *lisez* 1° Soleil.

24. *pour* 0° Lune 30" 33" 36" 39" 42" 45" 48" 51" 54" 57"
lisez 0 3 6 9 12 15 18 21 24 27

26. Colonne 0°, *pour* 56' 0" *lisez* 36 0.

57. Colonne 14° et latitude 44° *pour* 9 0 *lisez* 5 0.

80. Colonne juin et jour 1 *pour* 2° B 6'.0 *lisez* 22 B 6.0.

84. Colonne 50s dernière ligne, *pour* 65842 *lisez* 69842.

106. Table XLV colonne corr. *pour* 0','010 *lisez* 0',010.
XLVI *pour* arg. par. *lisez* arg. par. − réfr. ☾
XLVII colonne ★ et 10° 0' haut. *pour* 8.936 *lisez* 0.936.

157. Colonne 48° et argument 37, *pour* 27.597 *lisez* 27.497.

269. Argument inférieur, *pour* cotangentes *lisez* cotangentes.

276. Argument inférieur à droite, *pour* $\left\{\frac{\text{sinus } 169^\circ}{\text{cosinus } 79^\circ}\right.$ *lisez* $\left\{\frac{\text{cosinus } 169^\circ}{\text{sinus } 79^\circ}\right.$

284. Argument inférieur à droite, *pour* $\left\{\frac{\text{cosinus } 84^\circ}{\text{sinus } 174^\circ}\right.$ *lisez* $\left\{\frac{\text{cosinus } 165^\circ}{\text{sinus } 75^\circ}\right.$

285. Argument supérieur *pour* $\left\{\frac{\text{cotangentes } 14^\circ \text{ tangentes}}{\text{tangente } 104 \text{ cotangentes}}\right.$ *lisez* $\left\{\frac{\text{tangentes } 14^\circ \text{ cotangentes}}{\text{cotangentes } 104 \text{ tangentes}}\right.$

301. Argument supérieur à droite, *pour* $\left\{\frac{\text{tangentes}}{\text{cotangentes}}\right.$ *lisez* $\left\{\frac{\text{cotangentes}}{\text{tangentes}}\right.$

301. Argument inférieur à droite, *pour* $\left\{\frac{\text{tangentes}}{\text{cotangentes}}\right.$ *lisez* $\left\{\frac{\text{cotangentes}}{\text{tangentes}}\right.$

314. *Pour* log. cosinus 29° 30' 9°939607 *lisez* 9.939607

332. Argument inférieur *pour* $\left\{\frac{\text{cosinus } 141^\circ \text{ sinus } 141^\circ}{\text{sinus } 51^\circ \text{ cosinus } 51^\circ}\right.$ *lisez* $\left\{\frac{\text{sinus } 141^\circ \text{ cosinus } 141^\circ}{\text{cosinus } 51^\circ \text{ sinus } 51^\circ}\right.$

Page 333. *Pour* log. cotangente 38° 30' 10.999395 *lisez* 10.099395

340. Argument inférieur *pour* $\left\{\frac{\text{cosinus } 137^\circ \text{ sinus } 137^\circ}{\text{sinus } 47^\circ \text{ cosinus } 47^\circ}\right.$ *lisez* $\left\{\frac{\text{sinus } 137^\circ \text{ cosinus } 137^\circ}{\text{cosinus } 47^\circ \text{ sinus } 47^\circ}\right.$

368. Colonne 41° et 32 *pour* 10z *lisez* 102.

369. Colonne 44° et 52 *pour* 276 *lisez* 176.

373. Colonne sin.-ver. 56° et 56' *pour* 01454385 *lisez* 0.454385.

373. Titre de la dernière colonne, *pour* sin.-ver. *lisez* susin.-V.

462. Dernière ligne, *pour* 4 60 colonne B. *lisez* 3 60

PROBLÊMES

D'ASTRONOMIE NAUTIQUE

ET DE NAVIGATION, etc.

Des Instrumens à Réflexion.

Dès que les navigateurs sentirent le besoin de chercher à lire leur route dans le ciel, les instrumens employés à observer les astres furent d'abord à suspension; puis vinrent l'Astrolabe, l'Arbalestrille, ensuite le Quart de Nonante ou Quartier de Davis, et enfin les instrumens de réflexion, l'Octant, le Sextant et le Cercle, qui devaient opérer une révolution dans l'art d'observer à la mer, et qui sont parvenus (on construisait encore des Quarts de Nonante en 1782) à faire oublier tous ceux qui les ont précédés. Ces instrumens étaient peut-être les seuls qui, par leur nature, pouvaient convenir à un observatoire en quelque sorte ambulant et sans cesse agité, puisqu'ils jouissent de cette propriété précieuse, de représenter à la fois les deux objets dont on cherche la distance angulaire; de les réunir l'un à l'autre comme s'ils ne faisaient qu'un même corps, et cela malgré tous les mouvemens du bâtiment et de l'observateur.

L'invention de l'*Octant* date déjà de plus d'un siècle; il paraît que la première idée est de Newton, mais ce fut Hadley, vice-président de la société royale de Londres qui, le 13 Mai 1731, présenta cet instrument et sa théorie à cette société. Les essais qui furent faits en mer, l'année suivante (sous la direction du plus grand astronome de l'Angleterre, Bradley), réussirent complètement, et l'adoption de cette nouvelle manière d'observer changea la face de l'astronomie nautique usuelle. C'est Bury, chef d'escadre, qui a été le premier à introduire les instrumens de réflexion dans la marine française: il en expliqua la composition et les usages, avec beaucoup de soin et de clarté, dans un traité qu'il fit paraître en 1751. Ces instrumens étaient alors peu répandus dans la marine anglaise et inconnus dans la nôtre.

Le *Sextant* suivit immédiatement l'Octant, mais ce n'est qu'en 1777 que Borda fit exécuter son *Cercle de réflexion*. L'usage de cet instrument est aujourd'hui trop général parmi les marins éclairés, et son utilité est trop grande pour ne pas faire connaître sur le champ le principe sur lequel il repose. Ce principe, si utile en astronomie, consiste dans la répétition des observations des angles, dont les résultats, placés les uns à la suite des autres sur le contour d'un limbe circulaire, détruisent dans leur résultat moyen les erreurs des divisions, inévitables dans un petit instrument. Le célèbre astronome *Tobie Mayer* avait déjà eu cette idée; il avait même publié à Londres, en 1767, la description d'un cercle répétiteur à réflexion, qui avait la propriété d'atténuer les erreurs des observations par leur multiplicité; mais il avait l'inconvénient d'introduire entre chacune d'elles, une observation d'un autre genre, dont le peu de précision rendait ce premier avantage à peu près illusoire. Borda, par une de ces idées simples qui n'appartiennent qu'au génie, a sçu faire disparaître cette observation accessoire, et dès lors son instrument a eu tous les avantages de celui de Mayer, sans aucun de ses inconvéniens; Borda, dans toutes ses inventions, fait reconnaître le physicien géomètre qui sait allier habilement le calcul à l'expérience, et atteindre par les procédés les plus simples, la dernière précision; aussi ce n'est qu'avec une circonspection bien réfléchie et des motifs bien démontrés que l'on peut chercher à perfectionner ce qu'il a fait.

La construction des instrumens à réflexion repose sur un principe unique, qui est fourni par l'expérience, et duquel se déduisent avec facilité tous les phénomènes de la catoptrique, que, *le rayon incident et le rayon réfléchi sont l'un et l'autre contenus dan...*

un même plan perpendiculaire à la surface réfléchissante, et forment des angles égaux avec la normale au point d'incidence, c'est-à-dire que si un rayon de lumière *DC* (*fig.* 1) tombe sur la surface *AB* d'un miroir plan, et qu'on élève au point d'incidence *C* la ligne *CF* perpendiculaire au miroir : si ensuite on suppose que, par cette ligne et le rayon incident *DC*, on fasse passer un plan, le rayon *DC* se réflechit de l'autre côté, suivant une ligne *CE* menée dans ce plan et située, par rapport au miroir et par rapport à la perpendiculaire *FC*, de la même manière qu'est situé le rayon *DC*; par conséquent, l'angle de réflexion *FCE* est égal à l'angle d'incidence *FCD*, et l'angle *DCE* des rayons incident et réfléchi est le supplément du double de l'inclinaison du rayon incident avec la surface du miroir *AB*.

Il suit de ce principe, que si d'un point lumineux *D*, on abaisse la perpendiculaire *DG* au miroir plan *AB*, et qu'on la prolonge jusqu'en *d*, de manière que *Gd* soit égal à *GD* : si maintenant un rayon quelconque *DC* tombe sur le miroir, il est évident que, pour trouver la position du rayon réfléchi, il suffit de tirer de *d* en *C* la droite *dCE*; car l'égalité des triangles *DGC*, *dGC*, donne l'angle *DCG* égal à l'angle *dCG*. Mais *dCG* est opposé par le sommet à l'angle ECB ; par conséquent, les angles *DCG* et *ECB* sont aussi égaux; c'est-à-dire que *CE* est le réfléchi de *DC*: donc, tous les rayons venant de *D* sont réfléchis par le miroir, de manière à passer tous par le point *d* ; d'où il résulte que si les rayons réfléchis viennent à l'œil d'un observateur, ils pénétreront l'organe de la vision, comme s'ils partaient de *d* et que les objets sont toujours représentés dans la profondeur de ce miroir, et paraissent situés derrière sa surface, à une distance égale à celle à laquelle ils sont réellement placés en avant. Pour déterminer le lieu où les différens points visibles d'un objet doivent être représentés, on abaisse de chacun d'eux, des perpendiculaires sur la surface réelle ou prolongée du miroir ; et ces lignes, ayant chacune même longueur des deux côtés du plan réfléchissant, se terminent, d'une part à l'objet, et de l'autre à l'image, lesquels doivent, par conséquent, avoir une meme situation et des dimensions égales.

Lorsque la position d'un œil en avant d'un miroir plan est donnée, toutes les droites qui, menées des différentes parties de l'image à l'ouverture de la pupille, rencontrent la surface réfléchissante, indiquent les rayons au moyen desquels on aperçoit les parties d'où elles semblent provenir.

Ces principes, conséquences immédiates de l'égalité des angles d'incidence et de réflexion, fournissent les données nécessaires à la solution de tous les problèmes que l'on peut proposer sur les miroirs plans, soit que l'on en considère un isolément, ou que l'on en réunisse plusieurs pour obtenir des résultats plus ou moins compliqués ; il faut seulement remarquer que, dans les circonstances relatives à cette dernière supposition, les images formées dans la profondeur de l'un des miroirs se comportent, à l'égard des autres miroirs, absolument comme le ferait un objet placé de la même manière.

Supposons un autre miroir *A'B'*, qui fasse avec le premier un angle *BCB'*, ou, ce qui revient au même, qu'on fasse tourner le miroir *AB* autour du point *C*, jusqu'à ce qu'il vienne dans la position *A'B'*. Il est clair que, par le mouvement angulaire du miroir, la droite *CF* ne cessant pas d'être perpendiculaire à *AB*, suivra son mouvement et deviendra *CF'*, et l'on aura *FCF'* égal à *BCB'*; le rayon *CE* ne sera plus le réfléchi de l'incident *DC*, mais de *SC* venant du point *S*; les angles *SCA'* et *ECB'* seront égaux, et l'angle *SCD* formé par les rayons incidens, sera égal au double du mouvement angulaire du miroir. En effet, *DCE* est égal à 180° moins 2*ECB*, ou, ce qui revient au même, est égal à 180° moins 2*ECB'* et moins 2*B'CB* : d'un autre côté, *SCE* est égal à 180° moins 2*ECB'* ; par conséquent, *SCE* moins *DCE* est égal à 2*B'CB*, ou *SCD* est égal à 2*B'CB*. D'où il suit que, si du point *C* comme centre, on décrit un arc *BB'*, l'arc *BB'* qui mesure le mouvement angulaire *B'CB*, doit indiquer la moitié de la grandeur de l'angle *SCD*.

Ainsi, pour mesurer la distance angulaire du point *D* au point *S*, ou d'un point quelconque de la ligne *CD* à un point de *CS*, il s'agit de s'assurer que *CE*, après avoir été le réfléchi de l'incident *CD*, est devenu, par le mouvement donné au miroir *AB*, celui du rayon incident *SC*, ou réciproquement ; alors le double de la quantité angulaire dont le miroir aura tourné, sera la distance cherchée. On y est parvenu en imaginant de regarder un des points directement, et l'autre par la réflexion de deux miroirs, en

sorte que l'on aperçoit les deux points en même temps : pour cet effet, on place sur un des points de *CE* (*fig.* 2) un second miroir *FG* à moitié étamé, perpendiculaire, ainsi que le premier, au même plan; le rayon réfléchi *CE* de l'incident *DC* rencontrant le miroir *FG*, éprouve une seconde réflexion pour se diriger selon *EO*, en faisant l'angle *CEF* égal à *OEF*, tandis que la partie transparente laisse passer les images directes qui viennent suivant *EO*.

Le second miroir *FG* restant fixe, si un œil est placé sur un des points de *EO*, il est évident que le miroir *AB* devenant *A'B'*, il verra les secondes images réfléchies des points *D*, *S*, et que le mouvement angulaire du miroir *AB* sera égal à la moitié de l'angle *DCS* formé par les rayons partant des points *D* et *S*.

(On peut remarquer que, par ce mouvement, l'image du point *D* descendra dans le miroir *FG*; car *CE* ne peut plus être le réfléchi de l'un des rayons incidens partant du point *D* : de sorte que l'œil placé en *O*, ne pourra voir une image de ce point, qu'autant que le premier incident *DB'* rencontrera le miroir *A'B'* dans la partie *CB'*, pour que son réfléchi rencontre le miroir *FG* dans la partie *EG*; car c'est alors que le second réfléchi *GG* pourra passer par le point *O*, et faire voir l'image du point *D* en *D''*, toujours au-dessous de la première image *D'*.)

De-là il résulte la méthode suivante de mesurer la distance angulaire des objets, avec le point *D'* vu directement du point *O*, à travers la partie transparente du miroir *FG*. On fait coïncider une seconde image de ce point dans ce miroir, en suivant le chemin *DCEO*; ensuite, par le moyen d'une alidade *CBI*, on mesure le mouvement angulaire *BCB'* qu'il est nécessaire de donner au miroir *AB*, pour que la seconde image d'un autre point *S* coïncide avec le point *D'* : le double de ce mouvement sera précisément égal à l'angle *SCD'*.

Les instrumens à réflexion donnent cet angle : le miroir *AB* est porté par une alidade *CI*, dont le mouvement angulaire est égal à celui du miroir, pour indiquer sur un arc circulaire *IK* la grandeur de ce mouvement, et par conséquent la distance *SCD'*.

Lorsque les points *D* et *S* sont à une distance suffisante (par exemple, deux astres), la perpendiculaire *Cx* ainsi que l'angle *CD'E* sont nuls, et le rayon *D'C* peut être regardé comme étant parallèle au visuel *D'EO*, ainsi qu'à son parallèle *DC*. Dans ce cas, l'angle *D'CE* est égal à *CEO*, et par conséquent *ECB* est aussi égal à *FEC* : ce qui fait voir que les miroirs sont parallèles, lorsqu'on fait coïncider le point *D'* avec son image; l'inclinaison qu'on leur donne ensuite, est égal à la moitié de l'angle observé.

DU SEXTANT.

Le sextant (*fig.* 3) est un secteur de cercle, construit de manière à réunir la solidité à la légèreté; la partie circulaire *IL*, sur laquelle sont tracées les divisions, se nomme *limbe*. Le limbe est divisé en demi-degrés que l'on compte pour des degrés; chacun de ces degrés est le plus souvent divisé en trois parties égales, de 20 minutes chacune. Les minutes et les fractions de minute se comptent à l'aide d'un *vernier EF* placé à l'extrémité de l'*alidade CD*. Les degrés sont notés de la droite vers la gauche, de 10 en 10, depuis 0 degré jusqu'à 120 degrés.

Alidade.

On nomme *alidade* une règle *CD* mobile autour d'un axe de métal fixé au centre du secteur : le centre du mouvement angulaire de l'alidade doit coïncider exactement avec le centre du limbe, sans quoi une légère excentricité produirait des erreurs d'autant plus grandes que le rayon de l'instrument serait plus petit; elle doit être toujours garnie d'une règle de champ dans le sens de sa longueur, pour l'empêcher de se courber. L'extrémité inférieure de l'alidade a une ouverture quadrangulaire, dont deux des cotés sont parallèles à l'arc gradué; l'un d'eux est taillé en biseau concentrique à cet arc. Au dessous de cette extrémité est un ressort qui, sans empêcher l'alidade de se mouvoir, tient constamment le biseau appliqué au limbe : il y a aussi une vis de pression pour fixer l'alidade dans un endroit déterminé. On ajoute aux instrumens construits avec soin, une autre vis appelée *vis de rappel* G; elle est placée à l'extrémité de l'alidade, du côté de l'ouverture

quadrangulaire : son usage est de faire mouvoir l'alidade lentement et avec uniformité, après l'avoir arretée avec la vis de pression.

Vernier.

Lorsque le limbe de l'instrument n'est divisé qu'en parties égales, d'un tiers de degré, par exemple, on ne peut obtenir, à l'aide de cette division seule, que le nombre exact de tiers de degré conteun dans un angle observé, et n'avoir le plus souvent sa mesure qu'à moins d'une fraction incertaine d'une des parties du limbe, ou d'un tiers de degré près. Pour déterminer ce qu'il faut ajouter au plus grand nombre de degrés et de tiers contenus dans l'angle observé, pour compléter sa mesure, on se sert d'un procédé très-ingénieux, inventé par *Pierre Vernier*, et qui depuis l'époque de sa publication, en 1631, a reçu des améliorations qui ne dépendaient pas de l'auteur de les lui donner, parce qu'elles sont une conséquence toute naturelle des inventions plus modernes.

Ce procédé, connu avec raison sous le nom de *Vernier*, consiste à prendre sur le limbe de l'instrument un certain nombre de divisions qui y sont inscrites, et un arc concentrique de meme grandeur, sur le biseau de l'alidade. L'arc du biseau est ordinairement divisé en un nombre de parties égales, plus grand d'une unité que le nombre des divisions tracées sur l'arc égal du limbe ; c'est-a-dire que

si l'arc du limbe contient m parties égales,

l'arc correspondant du vernier en contiendra $m+1$;

ces dernières sont numérotées dans le même sens que les degrés du limbe, et l'on appelle *ligne de foi* le rayon mené du centre de l'instrument au point zéro du vernier, parce que c'est lui qui détermine exactement les angles mesurés par l'instrument.

Cela posé, comme les parties égales du vernier sont plus petites que celles du limbe, il est évident que si l'on place la ligne de foi de manière à coïncider avec la division o, ou toute autre division D du limbe, on remarquera un intervalle entre les traits qui terminent la première division du vernier et celle du limbe qui suit immédiatement le point D où la ligne de foi a été placée.

La valeur angulaire de cet intervalle, ou ce qui est de même, la différence entre une des parties du vernier et une des parties du limbe, s'évalue avec facilité; car si nous représentons par L la valeur numérique de chaque division du limbe, et par V celle du vernier,

nous aurons $mL=(m+1)V$.

d'où il résulte $V=\dfrac{m}{m+1}L$

et pour la différence cherchée $L-V=L-\dfrac{m}{m+1}L=\dfrac{L}{m+1}$.

C'est-à-dire que *la différence entre la division V du vernier et la plus petite division L du limbe, est égale au quotient de la valeur angulaire L, par le nombre total m + 1 des divisions du vernier.*

Faisons voir maintenant que ce sera toujours, à moins de ce quotient près, que l'alidade munie de ce vernier, donnera la mesure d'un angle observé.

En effet, quand la ligne de foi correspondra avec une des divisions du limbe, il arrivera que

la	1e	division du vernier sera moins avancée que la	1e	division du limbe de	$\frac{1}{m+1}L$
	2e		2e		$\frac{2}{m+1}L$
	3e		3e		$\frac{3}{m+1}L$
	...		...		....
	me		me		$\frac{m}{m+1}L$
	$(m+1)$e		$(m+1)$e		$\frac{m+1}{m+1}L$

que la dernière $m+1$ du vernier coïncidera avec la m^e du limbe, à partir de la position D occupée par l'origine du vernier. D'où il résulte que si l'on fait avancer la ligne de foi suivant l'ordre des divisions de limbe, et de manière à ce que toutes les divisions du vernier coïncidassent les unes après les autres avec celles du limbe; la ligne de foi se trouvera placée entre la division D et la suivante, de sorte que si c'est

la 1e; ou la 2e; la 3e. . . . . ou la m^e qui coïncide

alors la ligne de foi sera plus avancée que le point D

de $\frac{1}{m+1}L$; ou $\frac{2}{m+1}L$; ou $\frac{3}{m+1}L$ . . . . ou $\frac{m}{m+1}L$

C'est-à-dire que le *numéro* d'ordre de la division du vernier, qui coïncide avec une division du limbe, indique toujours le nombre de $\frac{1}{m+1}L$ dont le vernier a avancé depuis que son zéro coïncidait avec la division D, ou ce qui est de même, depuis que ses extrémités coïncidaient avec deux divisions du limbe.

De-là résulte la solution du problème suivant:

Connaissant la valeur angulaire des plus petites divisions du limbe, ainsi que le degré d'approximation donné par le vernier, déterminer le nombre de degrés et de parties du degré de l'arc qui mesure une distance angulaire observée.

1.° Si la ligne de foi correspond à une division du limbe, l'angle observé aura pour mesure, l'arc compris entre le zéro et la division qui répond au zéro du vernier.

2.° Si la ligne de foi tombe entre deux divisions consécutives du limbe, dans ce cas, la mesure cherchée sera la somme de deux arcs, dont le premier est l'arc du limbe compris entre son zéro et la division qui précède immédiatement la ligne de foi, le second est le petit arc compris entre cette division et le zéro du vernier. Pour l'obtenir, c'est de chercher quelle est la division du vernier qui répond exactement à une division du limbe, ou dont la coïncidence en diffère le moins, le numéro du rang de cette division donnera la valeur de ce petit arc.

Nous allons donner diverses valeurs numériques de la formule $L-V=\frac{L}{m+1}$ pour des valeurs différentes de L et de $m+1$.

	$m+1 =$	$L-V =$
Pour $L = 1^\circ$	3	20'
	4	15'
	5	12'
	6	10'
	10	6'
	12	5'
	15	4'
	20	3'
	30	2'
	40	1'
Pour $L = 30'$	3	10'
	5	6'
	6	5'
	10	3'
	15	2'
	30	1'
	60	30''
Pour $L = 20'$	4	5'
	5	4'
	10	2'
	20	1'
	40	30''
	60	20''
Pour $L = 15'$	3	5'
	5	3'
	15	1'
	30	30''
	45	20''
	60	15''
	75	12''

	$m+1 =$	$L-V =$
Pour $L = 12'$	3	4'
	4	3'
	6	2'
	12	1'
	24	30''
	36	20''
	48	15''
	60	12''.
Pour $L = 10'$	5	2'
	10	1'
	20	30''
	30	20''
	40	15''
	60	10''
Pour $L = 6'$	3	2'
	6	1'
	12	30''
	18	20''
	24	15''
	30	12''
	36	10''
	40	6'
Pour $L = 5'$	5	1'
	10	30''
	15	20''
	20	15''
	25	12''
	30	10''
	50	6''
	60	5''

Dans les instrumens à réflexion, les plus petites divisions L du limbe sont le plus souvent d'un tiers de degré ou de 20′; cependant on en rencontre aussi de 15′ et même de 12′.

Lorsque L est de 20′, le tableau précédent fait voir que pour obtenir, à l'aide du vernier, la mesure de l'angle observé à moins de 1′ près, le nombre $m+1$ des parties du vernier doit être de 20, et qu'alors sa longueur ne cumprenant que m ou 19 parties du limbe, elle embrassera un arc de $20' \times 19 = 6° 20'$.

Que si le degré d'approximation est à moins de 30″, le nombre $m+1$ est de 40, le nombre m de 39 et l'arc embrassé par la longueur du vernier de $20' \times 39 = 13°$.

Lorsque L est de 15′, pour obtenir les minutes, le nombre $m+1$ est de 15, le nombre m de 14 et la longueur du vernier de $15' \times 14 = 3° 30'$.

Si le degré d'approximation est de 30″, le nombre $m+1$ est de 30, le nombre m de 29 et la longueur du vernier de $15' \times 29 = 7° 15'$.

Pour avoir la mesure à 20″ près, le nombre $m+1$ est de 45, m de 44 et la longueur du vernier de $15' \times 44 = 11°$.

Pour obtenir la mesure à 15″ près, le nombre $m+1$ est de 60, m de 59 et la longueur du vernier de $15' \times 59 = 14° 45'$.

Quelle que soit la valeur de L, il sera toujours facile, d'après ce qui précède, de trouver les relations qui existent entre le vernier et le limbe de l'instrument.

Le vernier que nous venons de décrire, est dit du genre *direct*, parce que ses divisions se comptent dans le même sens que les degrés du limbe. Celui qui est du genre *rétrograde*, dont les divisions se comptent en sens contraire des degrés du limbe, est fondé sur la même idée : comme il est encore employé quelquefois, nous dirons seulement que la différence consiste en ce que $m-1$ exprime alors le nombre des parties du vernier, sa forme est représentée par la formule $mL=(m-1)V$ et son degré d'approximation par $V-L=\frac{L}{m-1}$.

En général, comme *le vernier* est une petite règle, droite ou circulaire, mobile sur une division déjà faite et divisée elle-même autrement que la division principale, son procédé s'applique aussi à l'évaluation des subdivisions des parties égales de la ligne droite.

Remarque. Depuis quelques années la plupart des observateurs se sont laissés séduire par une plus grande finesse dans les traits de la division et par l'emploi de verniers donnant non seulement la demi-minute, mais souvent son tiers, son quart, son cinquième et même quelquefois son sixième; nous pensons qu'ils se sont exagérés les avantages qui pouvaient en résulter, et qu'avec une expérience bien réfléchie ils auraient remarqué que cette exécution des instrumens, au lieu d'être une amélioration, pouvait être une imperfection. L'astronome marin, situé dans un observatoire mobile et en plein air, devant observer de nuit comme de jour, ne doit exiger de son instrument que ce qui peut en faciliter l'usage fréquent; sa position ne lui permet pas ce luxe de finesse, mais seulement de l'exactitude et de la pureté dans les traits, qu'ils soient marqués de manière, qu'avec le secours de la loupe simple ou composée, qui fait partie de son instrument, et dont le grossissement ne peut s'élever qu'à 4 ou 5 fois, la lecture soit prompte, facile et débarrassée de toute indécision pénible et fatigante, qui, plusieurs fois, a fait renoncer à des observations faites de nuit.

Dans les instrumens de réflexion, comme les degrés ne sont réellement que des demi-degrés, il nous semble qu'en général le vernier ne doit pas aller au-delà de la demi-minute, et que vu la petitesse du rayon des cercles (à peine 135 millimètres ou 5 pouces), il serait peut-être convenable que pour eux on se contenta de la minute, ce qui n'empêcherait pas d'obtenir la mesure des angles observés à moins de la moitié de ces degrés d'approximation. En fait de lecture, l'observateur n'aurait plus à vaincre que la difficulté d'éclairer favorablement les divisions de son instrument.

Nous terminerons ce sujet par le tableau de l'étendue qu'occupent les petits arcs donnés par les verniers, pour des rayons de 270 millimètres (environ 10 pouces), et 135 millimètres (ou 5 pouces).

Rayon de 270 millimètres ou de 10 pouces.					Rayon de 135 millimètres ou de 5 pouces.			
			m.m.	lig.			m.m.	lig.
Arc de 1′	0″		0.039	0.0174	Arc de 1′	0″	0.020	0.0087
0	30		0.020	0.0087	0	30	0.010	0.0043
0	20		0.013	0.0058	0	20	0.007	0.0029
0	15		0.010	0.0043	0	15	0.005	0.0022
0	12		0.008	0.0035	0	12	0.004	0.0017
0	10		0.007	0.0029	0	10	0.003	0.0014

Loupe.

Afin de pouvoir lire aisément le vernier, on se sert d'un verre à deux faces convexes, que l'on nomme *loupe* ou *lentille*, à travers de laquelle on examine celle des divisions du vernier qui coïncide le mieux avec une des divisions du limbe ; dans son usage on ne doit point se servir en même temps des deux yeux, parce qu'ils ne reçoivent l'un et l'autre que des rayons qui ont passés par les bords du verre, et qui, par conséquent sont affectés de causes d'aberrations qui donneraient des apparences de coïncidence ; il faut qu'il n'y ait qu'un seul œil qui se serve de la loupe et observer que la vision n'est jamais plus distincte que lorsque les rayons qui pénètrent dans l'œil sont perpendiculaires à la surface du limbe et passent par le centre du verre, que ce verre soit bien axé, c'est-à-dire que les centres de courbure de ces deux surfaces doivent être placés sur une ligne droite passant par son centre de figure. Pour rendre les traits de la division plus distincts, on est quelquefois obligé d'éclairer la partie du limbe où l'on doit lire, par un reflet de lumière provenant d'un morceau de papier que l'on expose au-dessus du limbe, dans une situation convenable ; celà est surtout indispensable lorsque les divisions sont tracées sur l'argent, parce que l'on obtient de cette manière un blanc mat qui ne fatigue point la vue.

Lorsque la loupe tient à l'alidade, il convient qu'elle soit disposée de manière à ce que, parcourant la longueur du vernier, son centre de figure décrive dans ce mouvement un arc dont le rayon soit égal à celui de la circonférence graduée.

Si la loupe ne tient pas à l'alidade, il faut toujours que la partie de sa monture qui embrasse la lentille soit d'une plus grande épaisseur que celle du verre, afin que dans aucuns cas les centres ne puissent se dépolir par le frottement ; c'est à quoi les artistes ne font pas toujours assez attention, aussi voit-on que la plupart des surfaces de leurs loupes sont déjà rayées et dépolies en sortant de leurs ateliers.

Miroirs.

Au centre du secteur, perpendiculairement au plan de l'instrument et à-peu-près dans la direction de la ligne de foi, est placé un miroir plan A, appelé *grand miroir*, fixé à l'alidade et mobile avec elle autour du centre. Ce miroir, qui est ordinairement de glace, ne doit avoir que trois points de commun avec le plan contre lequel il s'appuie ; il se fixe à l'alidade de plusieurs manières, mais toutes consistent à mettre son plan perpendiculaire au plan de l'instrument et à lui conserver cette position. Son usage est de recevoir les rayons du soleil ou de tout autre objet, pour les réfléchir sur le petit miroir.

Sur le côté ou rayon X, à trois ou quatre pouces du centre, est placé un autre miroir plan B, plus petit que le premier, et pour cette raison appelé *petit miroir*, dont une moitié est étamée, savoir, celle qui est la plus proche du plan de l'instrument ; l'autre moitié reste transparente. La monture de ce miroir est construite de manière à mettre son plan perpendiculaire au plan de l'instrument ; il a en outre un levier placé derrière l'instrument, qui sert à le faire tourner autour d'un axe perpendiculaire au plan du secteur. Ce miroir reçoit les rayons réfléchis par le grand miroir et les réfléchit ensuite à l'œil de l'observateur.

Ces deux miroirs doivent être perpendiculaires au plan de l'instrument, car ce n'est que dans ce cas que leur intersection est perpendiculaire au plan de l'angle BCB' (*fig.* 2) qui mesure la distance angulaire observée.

Pinnule et Lunette.

Sur l'autre rayon *Y*, on place une pinnule ou une lunette *HK*, de manière que son axe réponde au milieu de la ligne qui, dans le petit miroir, sépare la partie étamée de celle qui est transparente.

La pinnule est ordinairement une plaque de cuivre percée de deux trous, dont l'un est exactement à même distance du plan de l'instrument que la ligne de séparation des deux parties du petit miroir ; l'autre en est plus éloigné et répond au milieu de la partie transparente.

Le trou inférieur est celui dont on fait le plus communément usage ; l'autre ne sert que lorsque l'objet que l'on observe est assez brillant pour être vu par la réflexion de la partie transparente du miroir.

L'usage de la lunette doit être préféré à celui de la pinnule, parce qu'avec la lunette le rayon visuel est mieux assujetti au plan de l'instrument, et que les objets sont en général plus sensibles et mieux terminés.

Dans les sextans construits avec soin, le collet *MN* qui porte la lunette, a deux vis diamétralement opposées, à l'aide desquelles on peut rendre l'axe de la lunette parallèle au plan de l'instrument : quelquefois la pinnule est adaptée à un tuyau de cuivre qui sert à diriger les rayons visuels. Le support de la lunette ou du tuyau à pinnule, peut se rapprocher ou s'éloigner du plan de l'instrument.

Verres colorés.

Entre le grand et le petit miroir on place, sur le côté du sextant, trois ou quatre verres colorés *R*, enchâssés dans des cadres de cuivre et montés de manière à pouvoir les tourner et les interposer entre les deux miroirs ou les retirer. L'usage des verres colorés est d'affaiblir les rayons lumineux de l'astre qui sont réfléchis à l'œil de l'observateur : on en place aussi en *P*, derrière la partie transparente du petit miroir, et à l'oculaire de la lunette ou de la pinnule.

L'œil étant le plus délicat de nos organes, est aussi celui qui s'altère le plus promptement ; l'on ne saurait mettre trop d'attention à éviter tout ce qui peut le fatiguer ou émousser sa sensibilité : une lumière trop vive, une clarté trop faible lui sont également nuisibles, et un passage trop brusque de l'une à l'autre de ces conditions peut, s'il est fréquemment répété, altérer sensiblement la vue. Dans les observations il faut donc éviter d'employer des verres trop faiblement colorés pour modérer l'activité d'une vive lumière, comme aussi il faut éviter la contention à laquelle, pour distinguer les objets, on se trouve forcé par des verres d'une trop grande opacité ; d'où il résulte, qu'il serait nécessaire d'augmenter le nombre des verres colorés qui accompagnent ordinairement les instrumens à réflexion, afin de pouvoir choisir, à chaque observation, ceux qui conviennent le mieux à la vue de l'observateur ; on fera attention de ne jamais interposer entre le grand et le petit miroir, sur la direction des rayons réfléchis, qu'un seul verre coloré ; pour en interposer deux il faudrait non-seulement que ces verres soient parfaits, mais encore qu'ils soient montés de manière à ce que les quatre surfaces soient parallèles, conditions qui ne sont jamais remplies.

Vérifier si le grand miroir est perpendiculaire au plan de l'instrument.

Pour vérifier si le grand miroir est perpendiculaire au plan de l'instrument, on placera deux pièces en cuivre de mêmes dimensions, nommées *viseurs* (*fig.* 4), dont la hauteur est à-peu-près égale à la moitié de celle du grand miroir sur deux points *I* et *L* du limbe *IL* (*fig.* 3) ; alors le plan de leurs surfaces supérieures étant par construction parallèle au plan de leurs bases, le sera aussi au plan du limbe : il suffit donc de s'assurer si le miroir est perpendiculaire au premier plan, pour savoir s'il est perpendiculaire au second.

Cela posé, nous observerons que toutes les fois qu'un miroir plan sera perpendiculaire à un plan, tous les points de celui-ci y seront représentés, pour un œil situé dans ce plan, par une ligne droite, intersection des deux plans ; de sorte que si l'œil

occupe une position O dans ce plan, de manière qu'il puisse voir directement et en même temps le sommet du viseur qui est en I, ainsi que l'image de celui qui est en L réfléchie par le miroir A : si les surfaces supérieures des deux viseurs paraissent etre le prolongement l'une de l'autre, le miroir est perpendiculaire au plan du limbe ; car si les images directe et réfléchie de ces deux surfaces formaient un ressaut, cela viendrait nécessairement de l'inclinaison du miroir A à l'égard du plan de l'instrument : il faudrait le redresser à l'aide des vis de la monture, en observant que si l'image réfléchie paraît plus élevée que l'image directe, le grand miroir penche en avant ; et que si l'image réfléchie paraît plus basse, ce sera une preuve que ce miroir penche en arrière. En plaçant les viseurs sur de nouveaux points du limbe et en changeant la position du miroir, on s'assurera que l'alidade tourne d'une manière convenable et que le miroir conserve sa perpendicularité.

[1.° Pour la vérification, il faut que l'œil soit placé dans le plan même des surfaces des viseurs ; car soient les deux viseurs I, L, l'œil O (*fig.* 5, 6, 7) dans le plan des surfaces des viseurs : l'œil verra directement le viseur I par la ligne OI, et celui L par un rayon réfléchi OE qui fera un angle égal à celui d'incidence LE, et si l'on partage cet angle OEL en deux angles egaux, la ligne de partage sera perpendiculaire au miroir AB.

Si donc les deux viseurs paraissent dans la même ligne (*fig.* 5), c'est-à-dire, si les deux rayons incident et réfléchi sont dans le même plan que le rayon visuel OI, ce plan, qui est celui des surfaces des deux viseurs, sera perpendiculaire au miroir AB.

Dans le cas contraire, c'est-à-dire, si les deux viseurs font un ressaut (*fig.* 6, 7), le miroir qui est perpendiculaire à la ligne qui divise en deux l'angle OEL, sera oblique au plan des surfaces des viseurs, et l'angle obtus sera du côté du viseur qui paraît le moins élevé ; ce qui est évident d'après les *fig.* 6, 7.

2.° Si l'œil n'était pas dans le plan des surfaces supérieures des viseurs, pour conclure que le miroir est perpendiculaire à ce plan, lorsque les viseurs paraissent à coté l'un de l'autre, il faut supposer que la surface du miroir coupe à egale distance l'intervalle de l'un des viseurs à l'autre, c'est-à-dire (*fig.* 8) que $LD = ID$.

En effet, l'œil voit directement le viseur I par le rayon visuel IO, et le viseur L par le rayon réfléchi EO du rayon incident LE ; et puisque les deux viseurs paraissent à coté l'un de l'autre, le point E (ou sa projection) est le point où le miroir est rencontré par le rayon IO, ce qui donne alors l'angle $OEA = DEI = DEL$; et puisque $DI = DL$, les triangles DEI, DEL sont égaux comme ayant les deux côtés DE, DI du premier, égaux aux deux côtés DE, DL du second, de plus, l'angle DEI opposé à DI, est égal à l'angle DEL opposé à DL et qu'en meme temps les angles EID, ELD sont de meme espèce, puisque le miroir est situé entre les viseurs I, L : donc l'angle $EDI = EDL = 90°$, et par conséquent le miroir est perpendiculaire à la surface supérieure des viseurs.

Dans le cas où les deux viseurs font un ressaut (en supposant toujours que la surface du miroir coupe à égale distance l'intervalle de l'un des viseurs à l'autre), le miroir est oblique et l'angle obtus se trouve du côté du viseur qui paraît le moins élevé.

En effet, supposons (*fig.* 9, 10) que les viseurs paraissent l'un au point E, l'autre au point F, je mène la ligne LE. Il est facile de voir que l'angle LED (*fig.* 9) $> IED$; car $LED > LFE > OFA$, or $OFA > OEA > IED$: donc *à fortiori* $LED > IED$.

L'angle LED (*fig.* 10) $< IED$; car $LED < LFD < OFA$, or $OFA < OEA < IED$: donc *à fortiori* $LED < IED$; et comme $ID = DL$, le plus grand côté sera adjacent au plus petit angle. Ainsi (*fig.* 9) $IE > EL$ et (*fig.* 10) $IE < EL$. Si donc du point E comme centre, et d'un rayon égal au plus petit coté, on imagine un cercle, il coupera la ligne IL entre les points I et L au point X, et la perpendiculaire EH abaissée du centre E qui coupe cette corde plus petite que IL, en deux parties égales, tombera nécessairement entre le pied D du miroir et le plus petit côté ; l'angle aigu que fait ce miroir sera donc de ce côte, et comme ce côté est celui où le viseur paraît le plus élevé, l'angle obtus du miroir sera du côté du viseur qui paraît le moins élevé.

Ce n'est qu'en supposant que l'œil est dans le plan des surfaces supérieures des viseurs, ou que l'œil n'étant pas dans ce plan, le pied du miroir coupe cette surface

à égale distance des deux viseurs : ce n'est, dis-je, que dans ces deux hypothèses que l'on peut conclure de la coïncidence des deux viseurs la perpendicularité du miroir ; car, dans le cas où le pied du miroir ne coupe pas la surface des viseurs à égale distance, les deux viseurs ne peuvent coïncider lorsque le miroir est perpendiculaire, mais seulement lorsque l'œil O (*fig.* 11) sera placé de manière que l'angle $OEA = LED = IED$, ce qui ne peut avoir lieu lorsque AB est perpendiculaire sur IL ; car alors les deux triangles IED, LED deviendraient égaux et donneraient $ID = LD$, ce qui est contre l'hypothèse.

Pour connaître lorsque ce cas arrive,

Soit $IE = x$; $LE = y$; l'angle $IED = z$; $IDE = d$; $ID = a$; $LD = b$; on aura $a : b :: x : y$; $a : x :: \sin z : \sin d$; $a : a + b :: \sin (180° - z - d) : \sin 2z$; d'où l'on tirera $x = \frac{ay}{b} = \frac{a \sin d}{\sin z}$; $y = \frac{b \sin d}{\sin z}$, et de-là y, ou $\frac{b \sin d}{\sin z} : a + b :: \sin (180° - z - d) : \sin 2z$;

ou, enfin, l'équation finale $\frac{b \sin d \sin 2z}{\sin z} = (a + b) . \sin (180° - z - d)$, qui pourra faire connaître la valeur de z, et de-là celle de x ou d'y.]

Cette vérification peut aussi se faire d'une autre manière, mais moins exacte que la précédente. Mettez l'alidade vers le milieu du limbe, appliquez l'œil vers une des extrémités du miroir de manière que l'on puisse voir une partie du limbe par réflexion et une autre partie directement : si les deux parties forment une courbe uniforme, le grand miroir sera perpendiculaire au plan de l'instrument ; dans le cas contraire, il faudrait, à l'aide des vis de la monture, lui donner la position perpendiculaire, en observant ce qui a été dit plus haut, que si l'image réfléchie du limbe paraît plus élevée, le grand miroir penche en avant, et que si au contraire elle paraît plus basse, ce sera une preuve que ce miroir penche en arrière.

Vérifier si le petit miroir est perpendiculaire au plan de l'instrument.

Pour vérifier si le petit miroir est perpendiculaire au plan de l'instrument, on fait usage de la propriété suivante des instrumens à réflexion, qu'en visant à un objet, s'il est vu directement à travers la partie transparente et par réflexion, il doit conserver sous les deux aspects un état de continuité que nulle inclinaison de l'instrument ne peut troubler.

Placez la lunette de manière que son champ soit divisé en deux parties égales par la ligne qui sépare la partie transparente de celle qui ne l'est pas ; ensuite, tenant l'instrument dans un plan vertical, dirigez la lunette sur un objet terrestre bien distinct, et faites mouvoir l'alidade jusqu'à ce que l'image réfléchie de cet objet vienne passer sur l'image directe. Si durant ce mouvement les deux images se couvrent parfaitement un seul instant, et que donnant ensuite une autre position à l'instrument, les deux images remplissent encore la même condition, c'est un signe certain que les surfaces des deux miroirs sont disposées de la même manière par rapport au plan de l'instrument ; mais comme le grand miroir est déjà perpendiculaire, on peut en conclure que le petit miroir doit l'être aussi. Si l'image réfléchie ne se confond pas avec l'image directe, il faudra, par le moyen des vis de sa monture, le rappeler à la position qu'il doit avoir, en faisant attention que si l'image réfléchie déborde à droite, le petit miroir penche en avant, et que si l'image déborde à gauche, ce miroir penche en arrière. (On suppose que cette vérification se fait avec une lunette qui renverse.)

On peut encore faire cette vérification par le moyen de l'horizon de la mer, en se servant de la lunette ou du tuyau à pinnule : dans ce cas, après avoir donné à l'instrument une position verticale, visez à l'horizon de la mer à travers la partie transparente du petit miroir ; ensuite faites mouvoir l'alidade jusqu'à ce que l'image réfléchie par le grand miroir vue dans la partie étamée du petit, vienne se placer à côté de l'image directe et s'ajuste en ligne droite avec elle. Si en inclinant l'instrument à droite ou à gauche, de manière à lui donner une position presque horizontale, les deux images de l'horizon paraissent encore se confondre, les deux miroirs sont parallèles et le petit est perpendiculaire au plan de l'instrument ; mais si elles se séparent, on rectifiera la position du

petit miroir jusqu'à ce qu'en balançant l'instrument les deux images ne paraissent plus se séparer. On remarquera que, si en inclinant l'instrument, le limbe tourné vers le bas, l'image réfléchie paraît au-dessous de l'image directe, le petit miroir penche en arrière, et que si l'image réfléchie paraît au-dessus, ce miroir penche en avant (en se servant de la lunette; ce serait le contraire avec la pinnule.)

Du plan dans lequel les observations doivent être faites.

L'instrument ne donnera la mesure des angles observés, qu'autant que le rayon visuel dans le contact des images directe et réfléchie sera parallèle au plan de l'instrument; pour y parvenir, on donne à l'axe de la lunette ou du tuyau cette position, puis on observe le contact sur la ligne parallèle au plan de l'instrument qui partage le champ de la lunette en deux parties égales.

Pour rendre l'axe de la lunette parallèle au plan de l'instrument, deux fils parallèles sont placés au foyer de l'oculaire et à égale distance de l'axe, après les avoir disposés parallèlement au plan de l'instrument en faisant tourner le tube contenant l'oculaire, on choisira deux objets dont la distance angulaire soit au moins de 110° (la plus grande convient le mieux): en mer, on se servira du soleil et de la lune. En faisant mouvoir l'alidade, on en fera coïncider les bords les plus voisins sur le fil le plus proche du plan de l'instrument; puis, sans toucher à l'alidade, on altérera la position de l'instrument, de manière à amener le point de contact des deux bords sur le fil le plus éloigné du plan de l'instrument. Si les deux bords coïncident aussi bien qu'ils le faisaient sur le premier fil, l'axe de la lunette est parallèle au plan de l'instrument; mais si le contact n'a plus lieu, ou si l'un des bords passe sur l'autre, l'axe de la lunette n'est pas parallèle au plan de l'instrument: on rectifiera sa position au moyen des vis diamétralement opposées de l'anneau du support de la lunette, en observant que, si un bord passe sur l'autre au fil le plus éloigné du plan du sextant, c'est l'objectif de la lunette qui s'éloigne le plus du plan du sextant; mais que, si ces mêmes bords ne coïncident plus, l'objectif approche le plus vers le plan du sextant. On répétera ces observations jusqu'à ce qu'elles donnent le meme résultat aux deux fils parallèles, et alors l'axe de la lunette sera placé parallèlement au plan de l'instrument.

Déterminer l'angle que l'intervalle des fils occupe dans le champ de la lunette.

Quoiqu'il soit facile de contracter l'habitude d'obtenir le contact sur la ligne imaginaire qui tient le milieu entre les deux fils, il peut arriver que ce contact ait été observé plus proche de l'un des fils que de l'autre; pour estimer l'erreur qui peut en résulter, il est nécessaire de connaître leur distance angulaire: on y parviendra en tournant le porte-oculaire jusqu'à ce que les fils paraissent sensiblement perpendiculaires au plan de l'instrument; puis, en tenant le sextant verticalement, on fera mouvoir l'alidade jusqu'à ce que les image directe et réfléchie de l'horizon de la mer, ou d'un objet horizontal éloigné au moins de 25 pieds, coïncident exactement. Cela fait, vous lirez sur le limbe l'arc marqué par l'alidade; faites ensuite mouvoir l'alidade de manière que l'image réfléchie soit sur un fil et que l'image directe se confonde avec l'autre fil, l'arc parcouru par l'alidade indiquera la distance angulaire demandée.

Connaissant la distance angulaire des deux fils, nous sommes en état d'estimer l'erreur qu'on commet dans une observation en prenant le contact par un rayon visuel qui ne suit pas parallèle au plan de l'instrument; pour cela il faut remarquer le point du champ de la lunette où le contact a eu lieu, et, en évaluant sa distance au fil le plus proche, on aura la quantité dont le rayon visuel aura dévié: alors à l'aide de la Table IV, on se procurera la correction qu'il faut faire à l'angle observé.

Si, par exemple, dans un angle observé de 110°, le point de contact des deux images a été aperçu à une distance du fil le plus proche égale au sixième de la distance des deux fils, et que cette distance des fils ait été trouvée de 3° ou 180′, il en résultera que le contact aura été pris à 30′ d'un des fils et à 150′ de l'autre; et comme il aurait dû être pris au milieu du champ de la lunette, c'est-à-dire à 90′ de chaque fil, on en conclura que la déviation est de 60′: la Table IV donnera 1′ 30″ pour 110° de distance et 60′ de déviation, qu'il faudra retrancher de l'angle observé.

Nous remarquerons qu'il est au moins aussi difficile d'estimer la quantité de déviation à l'instant du contact, que de chercher à l'obtenir sur la ligne imaginaire dont nous avons parlé : aussi répeterons-nous qu'il faut tâcher de s'accoutumer à toujours observer le contact sur cette ligne.

Lorsque le sextant n'a pas sa lunette montée de manière à placer son axe parallèle au plan de l'instrument, on peut déterminer la déviation par le moyen suivant : placer deux viseurs sur le plan de l'instrument et bornoyer par les surfaces supérieures pour déterminer le point où il répond, viser ensuite à la verticale de ce point avec la lunette pour obtenir le point de cette verticale qui répond à égale distance des deux fils, alors la distance mesurée de ces deux points donnera la déviation au moyen de laquelle on construira une Table.

La Table IV a été construite par les principes suivans : soit H (*fig.* 5) l'œil de l'observateur; HAB un plan parallèle au plan de l'instrument, passant par l'axe de la lunette; C et D les deux points dont on mesure la distance angulaire; CD leur distance exprimée par $2d$; AB l'angle marqué par l'instrument représenté par $2D$; G le pole de $AHB = AB$; GCA, GDB les cercles passant par les deux points et le pôle G; $AC - BD$ la déviation exprimée par A, elle est la même pour les deux points; car, à l'instant du contact, les rayons partant des points D et C, ont, par rapport au plan de l'instrument, la même position.

Abaissons l'arc GF perpendiculaire sur le milieu de DC, cet arc partagera l'angle DGC et sa mesure AB en deux parties égales. Cela posé, dans le triangle sphérique rectangle AFC, l'on a

$$1 : \sin GC \text{ ou } \cos AC :: \sin FGC \text{ ou } \sin AE : \sin FC$$

ou $$1 : \cos A :: \sin D : \sin d.$$

Cette proportion fait déjà connaître que, tant que A ne sera pas nul, sin d sera plus petit que sin D, c'est-à-dire que la distance observée est toujours plus petite que l'angle mesuré par l'instrument.

$$\text{Soit } 2y = 2D - 2d, \text{ on aura } d = D - y,$$

$$\text{et } \sin d = \sin (D - y) = \sin D \cos y - \sin y \cos D = \sin D - y \cos D;$$

car y étant une quantité très-petite, $\cos y = 1$ et $\sin y = y$, substituant on aura

$$1 : \cos A :: \sin D : \sin D - y \cos D$$

$$\text{d'où l'on tire } 1 : 1 - \cos A :: \sin D : y \cos D$$

$$\text{ou } 1 : 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} A :: \text{tang } D : y$$

$$\text{ou } y = \tfrac{1}{2} A^2 \times \text{tang } D, \text{ et enfin } 2y = \sin 1'' A^2 \text{ tang } D$$

c'est-à-dire *que la correction soustractive à faire à la distance mesurée, est égale au produit du sinus de 1″ multiplié par le quarré de la déviation et par la tangente de la moitié de l'angle marqué par l'instrument.*

Exemple. On a observé la distance angulaire de deux objets, avec une déviation de 60′, l'angle marqué par l'instrument est de 110°, on demande la correction soustractive qu'il faut lui faire pour avoir la distance vraie.

	Log. sin 1″	4,685575
Déviation 60′ ou 3600″	2 Log. 3600	7,112606
Demi-angle marqué par l'instrument 55°	Log. tang	10,154773
Correction cherchée 89″,733 ou 1′ 30″	Log.	1,952954

Cette correction est la même que celle qui a été donnée par la Table IV.

Rectification de l'instrument.

On appelle rectification de l'instrument, la distance entre le point du limbe auquel répond le o du vernier lorsque les miroirs sont parallèles et le point o de la graduation. Il suit de-là qu'elle peut être nulle, additive ou soustractive : elle est nulle ou zéro

lorsque le o du vernier coïncide avec celui du limbe, quand les miroirs sont parallèles; elle est additive ou précédée du signe + si le o du vernier tombe à droite du o du limbe, et soustractive ou précédée du signe − lorsqu'il se trouve à gauche.

Pour la déterminer, on placera les fils de la lunette ou du tuyau à pinnule, perpendiculairement au plan de l'instrument; ensuite, après avoir disposé l'un ou l'autre de manière à ce que la ligne qui sépare la partie étamée du petit miroir de celle qui ne l'est pas, corresponde au milieu de son ouverture, on regardera l'horizon dans la partie transparente du petit miroir, et on fera mouvoir l'alidade avec la vis de rappel jusqu'à ce que l'image réfléchie coïncide avec l'image directe: le point du limbe auquel répondra le o du vernier, sera celui d'où l'on doit commencer à compter les angles observés, en sorte que la distance de ce point au point de o du limbe donnera l'erreur dont la mesure des angles est affectée. Supposons que le point de o du vernier corresponde au point de o du limbe, l'erreur sera nulle: si le o avait été à 4' à droite du o du limbe, ces 4' devraient être ajoutées à tous les angles observés; enfin, si le o du vernier avait répondu à 4' à gauche du o du limbe, il aurait fallu les retrancher des mêmes angles.

La difficulté de juger le point où les deux images de l'horizon coïncident parfaitement, fait que la rectification ne peut s'obtenir à moins d'un quart, d'un tiers ou d'une demi-minute. Pour en approcher davantage, on répétera plusieurs fois la même opération, et l'on prendra pour rectification de l'instrument, la somme de toutes les rectifications que l'on aura trouvées, divisée par le nombre d'observations. Dans cette répétition, on aura soin, avant la première observation, de faire paraître l'image réfléchie de l'horizon au-dessus de l'image directe, et de tourner ensuite la vis de rappel pour les faire coïncider; à la seconde observation, de faire paraître l'image réfléchie au-dessous de l'image directe, alors on sera obligé de faire tourner la vis de rappel en sens contraire pour ramener ces deux images en contact. L'expérience a fait voir que la moyenne arithmétique entre ces deux rectifications n'était affectée que d'une erreur égale à la moitié de la différence des erreurs de l'une et de l'autre.

On peut aussi trouver la rectification de l'instrument de la manière suivante: on placera devant l'oculaire de la lunette, un verre coloré pour affaiblir la lumière du soleil provenant des images directe et réfléchie, ou bien dans le cas où l'instrument ne serait pas disposé pour ce placement, on fera usage de deux de ces verres, qui seront placés, l'un derrière la partie transparente du petit miroir pour l'image directe et l'autre entre le grand et le petit miroir pour l'image réfléchie; ensuite, tenant l'instrument verticalement, on fera d'abord coïncider un des bords de l'image réfléchie avec le bord le plus proche de l'image directe, celle-ci étant placée au-dessous de la première, et l'on comptera sur le limbe le nombre de degrés et de minutes marqué par l'alidade: cela fait, en regardant une seconde fois le soleil, on fera mouvoir l'alidade de manière à faire passer l'image réfléchie au-dessous, et l'on mettra les deux autres bords en contact. On prendra, comme à la première observation, le nombre de degrés et de minutes marqué par l'alidade. Si les deux arcs comptés sur l'instrument à la fin de chaque observation sont égaux, on en conclura que la rectification est nulle. Si l'arc qui a été compté à droite du point de o est le plus grand, l'alidade se trouvait à droite de ce point lorsque les deux miroirs étaient parallèles; alors la moitié de la différence des deux arcs est la quantité qu'il faut ajouter à tous les angles observés. Dans le cas où l'arc compté à gauche du point de o est le plus grand, la moitié de la différence des mêmes arcs est la quantité qu'il faut retrancher de tous les angles observés.

On enseigne quelquefois à déterminer de nuit la rectification, au moyen de l'image directe et de l'image réfléchie de la lune ou d'une étoile de première grandeur: cette méthode est vicieuse, elle ne peut même pas être employée à vérifier la perpendicularité du petit miroir.

Examen des Miroirs.

Les miroirs employés dans les instrumens à réflexion, ne sont point ordinairement des plans métalliques polis, parce que leurs surfaces réfléchissantes s'oxident et se ternissent facilement à la mer, quel que soit l'alliage avec lequel ces miroirs dits de platine ont été formés; c'est pourquoi on préfère généralement des miroirs de glace, parce qu'ils sont d'un poli plus beau et surtout plus durable.

La perfection des miroirs est une des qualités essentielles d'un bon instrument, s'ils sont de glace, il faut que les deux surfaces soient bien planes et ensuite qu'elles soient exactement parallèles. Ces miroirs donnent deux images du même objet, l'une réfléchie par la première surface est faible, l'autre réflechie par la seconde est plus vive, parce que l'intensité de la réflexion sur la surface postérieure a été augmentée par le *tain;* cette seconde image, qui est la seule dont on fasse usage dans les observations, n'est donc pas formée par une simple réflexion, mais par une réflexion à la surface étamée, précédée et suivie d'une réfraction à l'entrée et à la sortie de la surface antérieure. Malgré ces deux réfractions, les angles que les rayons incident et réflechi feraient avec la première surface en entrant et en sortant, seraient égaux, si les deux surfaces du miroir étaient parallèles, mais si elles ne le sont pas, quelque petite que soit leur inclinaison, il peut en résulter, dans les observations, une erreur plus grande que cette inclinaison.

Pour s'assurer que les surfaces sont parallèles, placez le miroir avant d'être étamé, ou après en avoir enlevé le tain, dans un châssis parfaitement arrêté devant l'objectif d'une lunette fixée sur un pied immobile, et qui ait deux fils perpendiculaires entre eux au foyer de ses oculaires; visez à une mire eloignée, et faites répondre un de ses points à la croisée des fils de la lunette. Cela posé, si en faisant tourner le miroir dans son châssis, on observe que dans ce mouvement la mire ne change point de place à l'égard des fils, on peut en conclure que les surfaces sont parallèles; si la mire éprouvait une déviation, les deux surfaces ne seraient pas parallèles, cependant on pourrait encore se servir d'un pareil morceau de glace pour en faire un miroir, pourvu que, placé sur l'instrument, l'intersection des surfaces soit parallèle au plan du sextant, il n'en résulterait aucune erreur dans la mesure des angles.

Quoique cette méthode de vérifier les miroirs soit une des plus exactes, s'il arrive qu'on ne puisse l'employer, on pourra y suppléer de diverses manières. Par exemple, on choisira un objet terrestre: distinct et éloigné: si son image reflèchie très-obliquement par le miroir, paraît simple et bien terminée, c'est une preuve que les deux surfaces (lorsqu'elles sont parallèles) est double de l'épaisseur de la glace, en négligeant les réfractions entre les surfaces qui diminuent encore la distance entre ces images. Si l'objet est assez éloigné pour que cette distance sous-tende un angle moindre qu'une minute, angle qui par conséquent est invisible, les deux images paraîtront confondues, et par conséquent n'en feront qu'une. Mais si les bords de l'image réfléchie paraissent séparés, c'est-à-dire, si l'on voit deux images, les surfaces sont inclinées l'une vers l'autre. Cette vérification se fera plus exactement si l'on y emploie une lunette qui grossisse 15 ou 20 fois.

On peut aussi observer l'image réfléchie du soleil ou de la lune, sous un angle très-aigu, avec l'instrument tout monté: si cette image est unique et bien terminée, le miroir a ses surfaces parallèles. Ou bien, après avoir mesuré un angle de près de 120° démonter le grand miroir, et le retourner dans sa boîte, de manière que le côté qui était le plus près du plan de l'instrument en soit le plus éloigné; alors, si, après avoir rectifié de nouveau l'instrument, on observe la mesure du même angle, et qu'on la trouve de la même quantité, ce sera une preuve que les deux surfaces du miroir sont parallèles. Dans cette vérification il faudra toujours obtenir le contact à égale distance des deux fils de la lunette, et ne se servir que de la partie transparente du petit miroir pour que la réflexion par ce miroir ne se fasse que sur la surface antérieure; en faisant usage de sa partie étamée, on pourrait introduire une nouvelle erreur provenant de l'imperfection de ce miroir, qui, en se réunissant avec celle du grand miroir, rendrait la détermination incertaine et par conséquent la vérification inutile. Dans le cas où le résultat de la seconde observation ne serait pas le même, le miroir sera prismatique, et la demi-somme des deux arcs marqués par l'instrument sera la vraie mesure de l'angle; par conséquent la moitié de leur différence sera l'erreur résultante du défaut de parallélisme qui devrait être ajoutée à l'angle observé dans la première position du miroir, si l'angle mesuré dans la seconde position avait été plus grand: cette erreur devrait être retranchée, si l'angle mesuré dans la seconde position avait été le plus petit. On observera que cette erreur diminue avec la grandeur de l'angle, et que, si l'on répète cette vérification sur des angles différens, on parviendra à former une table de la correction qui convient à chacun d'eux, tant que le grand miroir ne sera pas changé.

Pour vérifier si les surfaces sont planes, on peut se servir de deux objets dont la distance angulaire soit au moins de 90°, en mettant l'image réfléchie de l'un d'eux en

contact avec l'image directe de l'autre, vue à travers la partie transparente du petit miroir, sur la ligne qui sépare la partie étamée de celle qui ne l'est pas, ou sur la ligne imaginaire qui tient le milieu entre les deux fils de la lunette : si, en faisant parcourir cette ligne à ces deux images, le contact cesse d'avoir lieu, on peut en conclure que les miroirs sont fautifs ; on observera seulement qu'une légère séparation dans la direction perpendiculaire au plan de l'instrument n'est d'aucune conséquence.

Parallélisme des surfaces des verres colorés.

Les verres colorés doivent avoir leurs surfaces planes et parallèles ; pour s'en assurer on observera la distance angulaire de l'un des bords du soleil, lorsqu'il est près du méridien, à un objet fixe situé à l'horizon dans le voisinage du vertical de l'astre ; ou bien, si la hauteur méridienne n'est pas trop grande, on l'observera à l'horizon artificiel, ayant obtenu le contact des images et fixé l'alidade, si l'on retourne le verre coloré et que ce changement de position ne change rien au premier contact, les deux surfaces du verre coloré sont parallèles. On peut aussi viser au soleil à travers la partie transparente du petit miroir, et faire coïncider un des bords de l'image directe avec un des bords de l'image réfléchie, sur la ligne imaginaire qui tient le milieu entre les deux fils de la lunette : si, après avoir retourné le verre coloré, les deux mêmes bords se touchent encore, ce verre coloré aura ses surfaces parallèles. Dans le cas où le contact n'aurait plus lieu après le retournement, c'est que les rayons réfléchis qui vont du grand miroir au petit ne seront point parallèles avant et après la réfraction produite par le verre coloré, qui est alors prismatique ; mais si l'intersection des surfaces de ce verre est parallèle au plan de l'instrument, ce défaut de parallélisme dans les rayons ne produira aucune erreur dans l'angle observé, car la réfraction de ce verre se fera alors dans un plan perpendiculaire à celui de l'instrument ; pour parvenir à rendre cette intersection parallèle, il faudra, qu'après avoir fait tourner ce verre dans sa sertissure de manière à connaître quelles sont les deux positions dans lesquelles le bord de l'image refléchie s'éloigne le plus de l'un et de l'autre côté du point de l'image directe avec lequel il avait été mis en contact, on arrête ou fixe ensuite ce verre dans une position moyenne entre ces deux là.

On les éprouve encore de la même manière que les morceaux de glace qui servent à construire les miroirs, en les plaçant devant l'objectif d'une lunette, et l'on n'admet que ceux dont l'interposition n'altère point l'image du soleil.

Nous remarquerons que l'imperfection des verres colorés ne produit aucune erreur, lorsqu'ils sont placés entre l'œil et la lunette ou la pinnule ; par conséquent, il faudra leur donner cette position toutes les fois que les observations le permettront, comme il arrive lorsqu'on se sert d'un horizon artificiel : c'est pour jouir de cet avantage que l'on ajuste à l'oculaire une pièce circulaire qui contient des verres colorés tournant sur un axe.

L'examen des miroirs et des verres colorés exige de l'expérience de la part de l'observateur, pour être bien fait, afin de ne pas prendre pour un défaut ce qui est seulement occasionné par un vice dans la manière d'observer.

Examen des divisions du vernier et du limbe.

Les vérifications précédentes, quoiqu'ayant donné de bons résultats, ne sont pas suffisantes pour qu'on puisse se servir d'un instrument avec sécurité, et conclure que le nombre de degrés marqué par l'alidade mesure exactement la distance angulaire observée ; il faut encore que le vernier et le limbe soient bien divisés en parties égales, et que l'intervalle entre deux divisions consécutives ait une grandeur dépendante de celle du rayon du limbe.

Le vernier et le limbe seront divisés uniformément, l'un par rapport à l'autre, si, en faisant mouvoir l'alidade de division en division, depuis l'une des extrémités du limbe jusqu'à l'autre, les divisions du vernier s'éloignent avec uniformité des divisions du limbe, et que deux divisions du premier ne coïncident jamais avec deux divisions du second, excepté des divisions extremes (*).

(*) Je suppose que le vernier ne comprend qu'un nombre exact de divisions du limbe. Depuis quelque temps des Artistes ont ajouté aux deux extrémités du vernier, des divisions excédentes ; je crois que cette innovation n'es pas heureuse, car l'expérience a prouve plusieurs fois que ses avantages ne compensaient point ses inconvéniens.

Ensuite il faut vérifier si les divisions du limbe sont bien de la grandeur dont elles doivent être par rapport à celle du rayon; pour y parvenir, on pourra prendre autour de soi plusieurs objets éloignés, très-distiucts et à-peu-près dans le même plan, formant ensemble la circonférence entière.

On mesurera ensuite la distance angulaire du premier au second, du second au troisième, du troisième au quatrième, et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'on soit revenu au premier ou que l'on ait fait le tour de l'horizon; ou ajoutera toutes ces distances. Si la somme est égale à 360°, les parties du limbe ont la grandeur qu'elles doivent avoir; elles seraient trop petites si la somme surpassait 360°, et trop grandes si cette somme différait de 360°. Pour obtenir un résultat décisif, on répétera cette observation plusieurs fois; la somme des résultats, divisée par leur nombre, donnera un résultat moyen sur lequel on ponrra compter.

Par exemple, supposons que le nombre des objets soit six, *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*;

Qne la première fois,

La distance de *A* à *B* soil de	55°	25'	30"
B à *C*	61	38	40
C à *D*	62	45	20
D à *E*	58	28	45
E à *F*	59	35	40
F à *A*	62	17	45
	360	11	40
	360	12	0
	720	23	40
Résultat moyen,	360	11	50

Que la seconde fois,

La distance de *A* à *B* soil de	55°	25'	30"
B à *C*	61	38	30
C à *D*	62	45	0
D à *E*	58	29	0
E à *F*	59	36	0
F à *A*	62	18	0
	360	12	0

La somme 360° 11′ 50″ fait connaître qne le limbe marque trop, et qu'en comptant chacune de ses parties pour un degré, c'est leur donner une valeur trop grande de 11′ 50″ ou 710″, sur 360°, c'est-à-dire environ 2″ pour chaque degré; par conséquent, toutes les fois que l'on aura mesuré un angle, il faudra en retrancher autant de fois 2″ qu'il contient de degrés. Les objets *A*, *B*, *C*, etc., peuvent être des jalons placés verticalement et à égale distance de l'observateur.

Les divisions du limbe peuvent être aussi vérifiées en plaçant deux jalons verticalement à nne grande distance, de manière que les distances du centre du grand miroir à l'axe de chacun des jalons soient à-peu-près égales à celle des jalons: cela posé, mesurez plusieurs fois la distance angulaire de ces jalons, la somme des mesures divisée par leur nombre donnera la distance moyenne observée; puis, par la résolutiou du triangle dont les côtés sont les distances du centre du grand miroir aux jalons et des jalons entre eux, calculez leur distance angulaire, la différence entre la distance moyenne observée et la distance calculée sera l'erreur de l'arc du limbe qui a été employé: en supposant qu'elle est distribuée uniformément, on en déduira celle du degré en la divisant par leur nombre.

On peut enfin faire cette vérification de la manière suivante: Mesurez un angle avec un instrument dont on soit sûr, un cercle à réflexion, par exemple; puis assurez-vous si l'instrument à vérifier donne les mêmes résultats, alors vous en conclurez qu'il est bien divisé; dans le cas contraire, vous formerez une table de ses erreurs.

De la maniere d'observer les hauteurs des astres.

Avant d'observer la hauteur d'un astre, c'est-à-dire sa plus courte distance angulaire à l'horizon, on s'assurera si les miroirs sont bien placés, si chacun d'eux est ferme daus sa monture et si toutes les vis agissent sans être forcées; on aura soin de ne point fatiguer ses yeux par une attention trop forte ou trop longue, et de les laisser reposer avaut que de faire une observation délicate, de ne pas fixer long-temps la lune et surtout de ne jamais recevoir dans l'œil la lumière du soleil, à moins qu'elle ne soit suffisamment affaiblie par un verre coloré. Comme une position commode contribue à faire de bonnes observations, on cherchera à l'obtenir; ensuite, en plaçant

l'œil précisément contre l'oculaire de la lunette, on évitera que celle-ci ne fasse un effort sur le globe et ne nuise à la vision. Pour faciliter l'observation du contact, surtout lorsque la position de l'observateur est gènante, on pourrait adapter à l'oculaire une espèce de chapeau qui permettrait d'appuyer la lunette sur l'orbite de l'œil, et donnerait plus de stabilité à l'instrument.

La rectification de l'instrument étant la plus importante de toutes les vérifications, on ne commencera jamais les observations qu'après l'avoir déterminé ou vérifié; cependant, s'il arrivait qu'on ne pût le faire avant d'observer, il faudrait s'en occuper immédiatement après

Hauteur du soleil.

Cela posé, on procédera à l'observation de la hauteur, de la manière suivante: Pour le soleil, on placera un verre coloré entre le grand et le petit miroir, et l'on donnera à la lunette ou à la pinnule la hauteur convenable pour que l'image directe et l'image réfléchie soient de la même force; puis, tenant le plan de l'instrument dans le plan du vertical de l'astre (ce dont on s'assurera en remarquant si l'ombre du rayon sur lequel repose le petit miroir, tombe sur celui de la lunette, ou ce qui revient au meme, si le soleil n'éclaire aucune des parties comprises entre ces deux rayons et situees dans l'épaisseur de l'instrument), on visera a l'horizon à travers la partie transparente *AE* du petit miroir *AC* (*fig.* 12); alors on verra la ligne droite *HN* qui représentera l'image directe de l'horizon. Ensuite on fera avancer l'alidade jusqu'à ce que l'horizon et l'image réfléchie de l'astre soient près l'un de l'autre; cette image sera placée de la meme manière que l'image directe, c'est-à-dire que le bord inférieur de l'image réfléchie sera le bord inférieur du soleil, et que le bord supérieur de l'image sera le bord supérieur du soleil (*fig.* 13). On peut aussi amener l'image réfléchie de l'astre à l'horizon, en plaçant l'alidade sur le o du limbe; ensuite, en visant au soleil à travers la partie transparente du petit miroir, et sans perdre de vue l'image réfléchie, on fera avancer l'alidade de manière à la voir, ainsi que l'horizon, dans le champ de la lunette ou de la pinnule. On placera, avant que de viser directement au soleil, un verre coloré derrière la partie transparente du petit miroir, que l'on otera dès que l'on aura séparé l'image réfléchie de l'image directe. Si l'on savait quelle est à-peu-près la hauteur, on placerait l'alidade sur cette hauteur approchée; alors, en tenant le sextant dans le plan du vertical et visant à l'horizon, on verrait en meme temps, dans le champ de la lunette, l'horizon et l'image réfléchie de l'astre. Comme la hauteur approchée peut differer de la vraie de 3° ou 4°, s'il arrive que l'image réfléchie ne paraisse pas d'abord, pour la faire paraître, il suffira, en visant toujours à l'horizon, de donner à l'alidade un léger mouvement qui la fasse alternativement avancer et rétrograder. Dès que l'on voit l'image et l'horizon à une petite distance l'un de l'autre, il faut serrer la vis de pression de l'alidade et faire coïncider l'un des bords avec l'horizon, en tournant convenablement la vis de rappel (*fig.* 14). Afin de s'assurer que ce bord est en contact avec l'horizon à l'intersection du vertical de l'astre, ce qui est indispensable pour la bonté de l'observation, il faudra balancer l'instrument à droite et à gauche, sur l'axe optique, de manière que l'image réfléchie du bord observé décrive un arc qui ne touche l'horizon qu'en un seul point; alors l'arc marqué par l'instrument sera la hauteur. Communément on observe la hauteur du bord inférieur: alors, si l'on se sert d'une pinnule ou d'une lunette qui ne renverse point les objets, on placera l'image réfléchie au dessus de l'horizon; ou bien, si l'on se sert d'une lunette qui renverse, on placera l'image au-dessous et hors de l'horizon (*fig.* 13); tandis que, pour observer le bord supérieur, il faut que cette image soit plongée dans l'horizon (*fig.* 15). [*]

Lorque l'image réfléchie de l'astre est brillante, on la reçoit sur la partie transparente du petit miroir, et la pinnule, ou la lunette, est élevée de manière à ce que l'axe optique réponde au milieu de cette partie: dans ce cas, l'observation du contact se fait avec facilité. Mais si l'image réfléchie est peu eclairée, comme cela arrive par un temps brumeux ou couvert, on est obligé de la recevoir sur la partie étamée du petit

[*] Les figures dans lesquelles les lettres sont accentuées, représentent les observations faites avec la lunette qui renverse.

miroir : alors le centre de l'image doit être placé le plus près possible de la ligne qui sépare la partie transparente de la partie étamée ; sans quoi l'on aurait de la peine à juger si le contact s'obtient, dans la partie étamée, sur le prolongement de la ligne qui termine l'horizon. Pour cette circonstance, on se sert du trou inférieur de la pinnule, ou l'on fait ensorte que l'axe optique rencontre le petit miroir sur cette ligne.

L'observation de la hauteur se fera avec plus d'exactitude, si l'astre monte, en faisant couper l'horizon par le bord inférieur de l'image, et en attendant que ce bord soit en contact avec l'horizon ; ou, si l'astre descend, en plaçant le bord inférieur à une petite distance de l'horizon, et en attendant l'instant où il est en contact : pour le bord supérieur, on observera d'une manière analogue ; dans tous les cas il faudra faire en sorte de n'attendre qu'un petit nombre de secondes.

Pour avoir l'instant du contact, l'observateur prévient par un signe celui qui est chargé de prendre sur une bonne montre l'heure, la minute et la seconde correspondantes, ou, ce qui vaut mieux, fait compter à haute voix les secondes, pour indiquer celle qui correspondait à l'instant du contact. Si l'observateur était seul pour observer la hauteur et déterminer cet instant, il pourrait s'y prendre de la manière suivante : il comptera à cet instant zéro, une, deux, etc., jusqu'à ce qu'il soit arrivé à la montre ; alors, retranchant ce qu'il a compté de secondes depuis l'instant du contact, il aura l'heure cherchée.

Hauteurs correspondantes du soleil.

Pour prendre des hauteurs correspondantes, il faut le concours de deux personnes : l'une prend la hauteur de l'astre avec le sextant, tandis que l'autre marque le temps de la montre. Celle qui est à la montre, doit compter à haute voix ; celle qui observe, suivra le mouvement de l'astre en hauteur, et nommera la seconde de temps à laquelle elle observe que le bord inferieur du soleil paraît raser bien exactement l'horizon. On écrira d'abord le nombre des secondes que marquait la montre à l'instant de ce contact ; ensuite le nombre des minutes de temps de la montre à cet instant, et puis l'heure ; enfin, on écrira le degré et la minute à côté de l'heure marquée par la montre à l'instant de cette hauteur.

Le matin, lorsqu'on veut prendre les hauteurs du soleil, il faut faire mouvoir l'alidade jusqu'à ce que l'image du soleil soit en partie plongée dans l'horizon. On fixera l'alidade de manière que la ligne de foi corresponde parfaitement à une des divisions du limbe ; ensuite on attendra que le soleil en s'élevant parvienne à l'horizon : l'instant où le bord inférieur du soleil ne fera que toucher l'horizon, sera celui qu'il faut saisir pour avoir la hauteur du soleil. Il faut aussi connaître à cet instant l'heure marquée par la montre : on l'obtiendra comme on l'a indiqué ci-dessus.

L'après-midi on remettra la ligne de foi sur la même division sur laquelle elle était fixée le matin, et l'on attendra que le bord inférieur du soleil vienne raser l'horizon. On comptera, de même que le matin, les secondes à la montre, et l'on écrira à côté de l'observation du matin, la seconde, la minute et l'heure que marquait la montre à l'instant de ce contact.

On n'aura point de correction à faire pour la dépression ; mais si la hauteur de l'œil avait changé, on serait obligé de tenir compte de la différence.

On ne peut se dispenser de répéter cette opération huit à dix fois le matin et autant le soir, afin que le milieu pris entre tous les résultats donne le plus exactement possible l'instant du midi, qui est le but qu'on se propose en observant des hauteurs correspondantes : il est inutile de prévenir que, le soir, pour remettre l'alidade dans les memes positions qu'elle avait avant midi, il faut commencer dans un ordre inverse, comme cela est évident.

On peut remarquer que, si les hauteurs correspondantes étaient prises à terre à un horizon artificiel, elles en seraient plus exactes, et qu'il n'est pas nécessaire que l'instrument soit bien divisé ; il suffit que l'on observe aux memes divisions, le matin et le soir : l'instrument n'exige aucune vérification.

Cette méthode de déterminer le temps par des hauteurs correspondantes, est en elle-même susceptible d'une très-grande précision, car elle est indépendante de la bonté

et de la vérification de l'instrument, vérification toujours très-délicate, souvent très-longue, et quelquefois très pénible; d'un autre côté cette méthode n'exige aucune connaissance exacte des élémens de calcul empruntés de la théorie ou de l'observation, tels que la latitude du lieu, la hauteur de l'astre, sa longitude, sa déclinaison, son diamètre, son mouvement diurne, etc.

Hauteur de la lune.

La hauteur de la lune s'obtiendra, pendant le jour, avec autant de facilité et d'exactitude que celle du soleil; seulement on aura soin de ne mettre en contact avec l'horizon que celui des bord de la lune qui est le mieux terminé : l'usage des verres colorés ne sera pas nécessaire.

Pendant la nuit, cette observation ne sera pas susceptible d'autant d'exactitude, par la difficulté de bien distinguer la ligne qui termine l'horizon; c'est-ce qui fait que généralement, même dans les circonstances les plus favorables, on ne peut guère l'obtenir qu'à moins de trois ou quatre minutes près. Dans de certains cas difficiles à reconnaître, la ligne qui termine l'horizon paraît beaucoup plus près qu'elle ne l'est réellement, et l'erreur que cette illusion occasionne sur la hauteur peut être très-considérable; aussi est-il prudent de n'employer les hauteurs de la lune observées la nuit, qu'avec beaucoup de circonspection : il sera toujours plus sûr de les calculer toutes les fois que les circonstances le permettront.

Hauteurs d'étoiles.

La hauteur d'une étoile s'observe de la même manière que les hauteurs du soleil et de la lune, excepté que l'on place toujours l'image réfléchie sur la partie étamée, près de la ligne qui sépare les deux parties du petit miroir. Pour la hauteur d'une étoile, on ne se sert presque jamais des verres colorés; mais comme l'horizon ne se voit pas aussi bien la nuit que le jour, et qu'il serait facile de prendre une étoile pour une autre, on visera à l'étoile, et ayant mis l'alidade sur le o du limbe, on verra alors les deux images de l'astre, l'une directement par la partie transparente du petit miroir et l'autre par la réflexion du grand miroir sur le petit : on fera avancer doucement l'alidade, et l'on suivra, sur le petit miroir, l'image réfléchie, qui paraîtra descendre à mesure, et qui, par ce moyen, parviendra à l'horizon; on en observera le contact, comme on l'a fait pour une hauteur du soleil.

Les hauteurs d'étoiles ne peuvent généralement être observées que pendant le crépuscule, peu après le coucher du soleil, ou peu avant son lever; c'est dans ces instans qu'il faudra s'en occuper, et les observations faites pendant le crépuscule, contribueront à donner l'habitude d'observer des hauteurs la nuit.

[Il serait bien à désirer de pouvoir rendre les observations de nuit aussi exactes qu'elles ont besoin de l'être pour les circonstances ordinaires de la navigation, c'est aux observateurs à chercher des moyens propres à surmonter les obstacles qui peuvent se rencontrer; le moyen suivant peut être employé avec succès : c'est de faire des observations semblables sur des astres qui aient des positions opposées, à l'égard du point ou du plan auquel on rapporte ce qu'on observe. Par exemple, pour avoir une latitude, on en observe deux: l'une par un astre qui reste dans le nord du zénith, l'autre par un astre qui reste dans le sud; il faut réduire la première à ce qu'elle doit être pour l'instant de la seconde, et prendre ensuite la moitié de leur somme. Pour avoir la longitude par le moyen des distances, il faut attendre que la lune soit, non pas au méridien, mais dans le voisinage de ce cercle, et en observer deux : l'une par des distances orientales, l'autre par des distances occidentales; réduire la première à ce qu'elle doit être pour l'instant de la seconde, et prendre la moitié de leur somme, cela donnera la longitude pour ce même instant. Pour avoir l'état d'une montre, observez des hauteurs d'une étoile qui reste vers l'Est, observez-en d'autres d'une étoile qui reste vers l'Ouest; calculez pour les unes et pour les autres, et enfin prenez la moitié des deux résultats: de cette manière, le résultat moyen n'est point, ou n'est que peu affecté des erreurs de l'instrument et de celles du coup d'œil, parce que l'un des deux résultats particuliers d'une certaine espèce étant fautif dans un sens, l'autre l'est également après, mais en sens contraire. C'en est assez pour engager à essayer le moyen précédent, chercher à en contracter l'habitude et à ne pas se rebuter par la longueur des calculs.]

Hauteurs méridiennes.

Après ce qui précède, il sera facile d'observer la hauteur méridienne d'un astre ; quelques minutes avant son passage on en observera la hauteur, puis on le suivra tout le temps qu'il montera, en avançant successivement l'alidade, de manière que l'image réfléchie de l'un de ses bords soit toujours en contact avec l'horizon. Dès que cette image commencera à mordre la ligne qui termine l'horizon, l'alidade marquera alors le nombre de degrés et de minutes de la hauteur méridienne cherchée.

Pour s'apercevoir si un astre monte ou descend, c'est-à-dire, s'il doit passer au méridien ou s'il y a déjà passé, observez la hauteur de l'astre et assurez-vous de la bonté de l'observation par les moyens déjà donnés. Demeurez quelque temps à le fixer sur le petit miroir, en contact avec l'horizon ; peu après vous le verrez s'éloigner de la ligne qui termine l'horizon, ou s'abaisser au-dessous. Dans le premier cas, sa hauteur augmente et il n'a pas passé au méridien ; dans le second cas, c'est le contraire.

Nous avons supposé dans ce qui précède, que l'astre se couchait, c'est-à-dire, que sa distance au pole élevé était plus grande que la latitude du lieu. Si l'astre ne se couche pas, on pourra observer sa hauteur à son passage au méridien, au dessous du pôle élevé, de la même manière, seulement on remarquera qu'après avoir mis son image en contact avec l'horizon ; dès qu'on la verra s'éloigner de ce cercle, on aura la hauteur cherchée. L'astre n'aura pas encore passé au méridien s'il s'approche de cette ligne, et il y aura passé s'il s'en éloigne. Pour se disposer à l'observation de la hauteur méridienne de la lune ou d'une étoile, on déterminera l'heure de leur passage au méridien (*Probl.* 9).

Sans la difficulté de distinguer dans la nuit l'horizon de la mer, on pourrait déterminer la latitude par les hauteurs méridiennes des étoiles, à tous les instans de la nuit. Cependant La-Caille pense qu'on peut les observer facilement, si l'on a soin de tenir l'œil dans une obscurité parfaite, pendant quelques minutes avant l'observation : l'autorité de cet homme célèbre, à qui les marins doivent le plan de la Connaissance des Temps, engage chaque observateur à s'y exercer, et à ne renoncer à ces observations qu'après s'être assurés par eux-mêmes qu'il leur est impossible de réussir.

Observations des distances.

La mesure de la distance de deux astres s'obtient d'une manière analogue à celle qui sert à déterminer la distance d'un astre à l'horizon : seulement, au lieu de donner toujours à l'instrument une position verticale et de diriger la lunette à l'horizon (*), on placera le plan de l'instrument dans le plan déterminé par les rayons visuels des deux astres ; visant ensuite à celui des deux qui est le moins lumineux, on n'aura plus qu'à tourner l'alidade jusqu'à ce que l'image réfléchie du second astre arrive au centre de la lunette en contact avec le premier : alors l'arc marqué par l'alidade mesurera la distance angulaire observée.

Cependant comme cette observation sert à déterminer directement la longitude du vaisseau, et qu'une erreur de deux ou de trois minutes sur la distance observée, en occasionne au moins une d'un degré ou d'un degré et demi sur la longitude (car le mouvement diurne de la lune est de 13° 11′ par rapport aux étoiles, et de 12° 11′ par rapport au soleil), nous allons indiquer toutes les précautions qu'il faut prendre pour faire à la mer des observations de distances aussi exactes qu'elles sont importantes à la sûreté de la navigation.

Pour obtenir le degré de précision dont ces observations sont susceptibles, on s'assurera donc si les miroirs sont perpendiculaires au plan de l'instrument, ensuite quel est le point du limbe auquel répond la ligne de foi lorsque ces miroirs sont parallèles : ces vérifications essentielles doivent toujours précéder ou suivre immédiatement l'observation des distances ; néanmoins, comme elles ne peuvent pas être faites pendant la nuit, lorsqu'il s'agira de prendre des distances de la lune aux étoiles, il faudra s'en occuper dans la soirée qui précède, ou dans la matinée qui suit les observations.

(*) Pour observer une distance, on ne se servira que de la lunette.

La lunette ayant son axe parallèle au plan de l'instrument, sera disposée de manière à recevoir l'image réfléchie sur la partie transparente du petit miroir, si l'astre est bien lumineux, ou, dans le cas contraire, sur la partie étamée, aussi près qu'il sera possible de la ligne qui sépare les deux parties ; on placera l'oculaire au point qui convient à la vue de l'observateur, et les fils parallèlement au plan de l'instrument : on aura soin, durant les observations, que le tuyau contenant l'oculaire ne s'enfonce pas en choquant contre le visage.

Pour mesurer une distances de la lune au soleil, on pointera la lunette à la lune, et, en la conservant dans le champ de la lunette, on tournera le sextant autour de l'axe optique jusqu'à ce que les fils soient perpendiculaires à la ligne qui joint les cornes : alors son plan passera par celui des rayons visuels des deux astres, en observant que la face antérieure sur laquelle sont marquées les divisions, soit tournée vers le ciel, si le soleil est à la droite de la lune ; elle doit être renversée, ou regarder la mer, si le soleil est à la gauche. Cela fait, on avancera l'alidade jusqu'à ce que l'image réfléchie du soleil paraisse entre les fils de la lunette, à-peu-près en contact avec l'image directe de la lune (*fig.* 16). S'il était impossible d'y parvenir de cette manière, réduisez la longitude du vaisseau en temps, et selon qu'elle est orientale ou occidentale, retranchez-la ou ajoutez-la à l'heure approchée du lieu, vous aurez l'heure de Paris correspondante. Prenez dans la Connaissance des Temps la distance de la lune au soleil pour l'époque la plus prochaine de cette heure, et placez l'alidade sur le nombre de degrés de cette distance approchée ; ensuite pointez la lunette à la lune, et faites tourner le sextant autour de l'axe optique : dans ce mouvement, l'image réfléchie du soleil paraîtra nécessairement entre les fils, auprès de l'image directe de la lune. Dès que vous serez arrivé à faire coïncider à-peu-près les images des deux astres, vous fixerez l'alidade sur le limbe avec la vis de pression ; puis balançant le sextant, vous ferez mouvoir l'alidade avec la vis de rappel jusqu'à ce que l'image directe de la lune, vue à travers la partie non étamée du petit miroir, paraisse toucher en un seul point l'image réfléchie du soleil (*fig.* 17), vue sur l'une ou l'autre partie du petit miroir, suivant l'intensité de sa lumière et dans le milieu de l'intervalle des deux fils : cette dernière condition est absolument nécessaire pour que l'axe de vision dans le contact des deux images soit parallèle au plan de l'instrument. Nous supposerons toujours que cette condition a été remplie et qu'il n'y a pas eu de déviation, d'autant plus qu'il est facile de s'habituer à observer de manière à l'éviter.

On remarquera que, dans la mesure des distances de la lune au soleil, le bord éclairé de la lune est toujours le plus voisin du soleil, de sorte que la distance observée sera toujours celle des bords les plus proches, et que, pour avoir la distance des centres avec plus d'exactitude, il faudra évaluer l'inclinaison à l'horizon des demi-diamètres menés au point de contact, Table LX, pour les corriger de l'accourcissement causé par la réfraction ; cette correction sera donnée par la Table LIX.

La distance de la lune à une étoile exige les mêmes précautions et les mêmes moyens qu'une distance de la lune au soleil ; on remarquera seulement qu'en prenant le contact de l'étoile avec le bord le plus éclairé de la lune, qui est tantôt le plus proche et tantôt le plus éloigné, il faudra indiquer quel est le bord dont on se sera servi : ce n'est que vers le temps de la pleine lune qu'il pourrait y avoir quelque incertitude à la vue sur ce qu'on appelle *le bord éclairé de la lune*. Pour ne pas s'y tromper, il faut se rappeler la règle suivante : *Depuis la nouvelle lune jusqu'au moment de la pleine lune, le bord éclairé est celui qui est tourné vers l'Ouest ; depuis le moment de la pleine lune jusqu'à la nouvelle lune suivante, le bord éclairé est celui qui est tourné vers l'Est.*

Un observateur exercé pourra répondre des distances observées de la lune au soleil, à dix ou quinze secondes près, et des distances de la lune aux étoiles, seulement à vingt ou vingt cinq secondes.

Quoique les distances de la lune aux étoiles ne soient pas susceptibles d'autant de précision que celle de la lune au soleil, elles offrent un avantage particulier : c'est de pouvoir observer, presque dans le même instant, la distance de la lune à une étoile orientale et à une étoile occidentale ; d'où il suit qu'en prenant une longitude moyenne entre celle qu'on déduira de chaque observation, on obtiendra un résultat beaucoup plus exact, parce qu'il y aura des erreurs qui se compenseront nécessairement. Toutes choses égales d'ailleurs, si l'on emploie les distances de la lune au soleil, plus la hauteur

de la lune et la distance des deux astres seront grandes, le soleil étant aux environs du premier vertical, plus on aura d'exactitude dans la détermination de la longitude. On en obtiendra d'autant plus, si c'est une distance de la lune à une étoile, que les hauteurs et les distances des deux astres seront plus grandes. Soit qu'on observe une distance de la lune au soleil ou à une étoile, il faut que les astres soient élevés au moins de sept à huit degrés, à cause de l'irrégularité des refractions dans le voisinage de l'horizon.

On se sert encore du sextant pour mesurer la distance angulaire du soleil à un objet terrestre ou la distance angulaire de deux objets terrestres, afin de déterminer l'azimuth de cet objet ou leurs positions respectives : comme ces observations ne demandent pas autant d'exactitude que celles des distances des astres, et qu'elles peuvent s'effectuer par les mêmes moyens, nous ne nous y arreterons pas ; seulement nous avertirons qu'il sera plus facile et suffisamment exact de n'y employer que la pinnule.

Réduction des Observations lunaires.

L'observation de la distance de la lune au soleil ou à une étoile, est presque toujours accompagnée de celles des hauteurs des deux astres. Ces trois observations peuvent se faire de plusieurs manières ; la plus simple mais aussi la moins exacte, demande le concours de quatre observateurs, le plus exercé observe la distance, deux des autres prennent au même instant les hauteurs, et le quatrième compte à haute voix les secondes sur une bonne montre ; si le soleil ou l'étoile se trouve placé dans les circonstances favorables pour déterminer l'heure du lieu par le moyen de sa hauteur, prise à l'instant de la distance, la montre à secondes n'est pas nécessaire, mais si la hauteur de l'astre a été prise trop près du méridien, ou bien n'a pas été observee avec assez d'exactitude pour en conclure l'heure du lieu, la montre est indispensable ; comme la distance est celle de ces trois observations simultanées qui demande le plus de précision, il faut que celui qui l'observe indique la seconde de temps à laquelle il aura fait coïncider exactement le bord éclairé de la lune au bord du soleil qui en est le plus voisin, ou à l'étoile, et que les observateurs qui prennent les hauteurs, ayant ramené chacun un astre à l'horizon, suivent sans interruption ses mouvemens avec la vis de rappel de l'instrument, en le tenant toujours à une très-petite distance de ce cercle, de manière qu'à la seconde indiquée ils n'aient besoin que de donner un petit mouvement à l'alidade par le moyen de sa vis de rappel, pour mettre les images en contact avec l'horizon et soient toujours prêts à donner à chaque instant les hauteurs correspondantes à la distance. On répétera ces observations simultanées cinq à six fois, parce qu'alors on donne lieu à des compensations qui rendent les résultats moyens plus indépendans des erreurs provenant, soit des instrumens, soit du plus ou mois d'habileté à observer, ayant soin de ne mettre entre ces observations que de petits intervalles de temps, afin que les mouvemens des astres puissent être supposés sans erreurs sensibles dans le rapport des temps.

L'observateur chargé de compter à haute voix les secondes à la montre, est aussi celui qui écrit sur un cahier, et non sur une feuille volante, les résultats des observations ; pour éviter les erreurs, il commencera toujours par écrire dans l'ordre suivant : la seconde, la minute et l'heure correspondantes aux contacts, ensuite les arcs indiqués par les alidades des trois instrumens.

On réduira les distances observées dans la même série à une seule distance moyenne, en divisant leur somme par le nombre des observations qui composent la série. On réduira de même les observations des hauteurs, à une seule hauteur de chacun des deux astres.

	Heures à la Montre.	Distances observées de la ☾ au ☉	Hauteurs du bord infér. du ☉	Hauteurs du bord infér. de la ☾
	5h 25m 17s	69° 0' 0''	7° 6' 0''	75° 41' 30''
	26 19	68 59 30	7 21 0	75 57 30
	27 22	68 59 0	7 36 0	76 14 0
	28 54	68 58 20	7 54 50	76 34 30
	30 2	68 57 30	8 18 0	77 0 30
	31 0	68 57 10	8 28 10	77 11 0
Sommes	48 54	51 30	4 44 0	38 39 0
Résultats moyens.				
	5h 28m 9s	68° 58' 35''	7° 47' 20''	76° 26' 30''

Toutes les fois que les circonstances le permettront, il sera convenable de prendre plusieurs séries, chacune composée d'un même nombre d'observations, mais trois séries de six seront toujours suffisantes, et comme il arrivera le plus souvent que les résultats des calculs différeront entre eux, on en prendra la *moyenne arithmétique*.

Quoique cette manière d'obtenir la réduction des observations à un même instant soit la plus simple, il paraît qu'elle ne doit être employée que lorsqu'on ne peut s'en dispenser, c'est à dire, dans le cas où l'on n'a pas de montre à secondes, ni de montre marine; pour faire de bonnes observations simultanées, il ne suffit pas de savoir observer, mais il faut encore posséder une grande habitude d'opérer avec ensemble, c'est probablement parce que cette dernière condition n'est pas remplie que cette méthode donne rarement des résultats satisfaisans.

Il résulte de là que toutes les fois que l'on sera muni d'une montre à secondes, il sera préférable d'employer l'un des moyens suivans, qui permettra à un même observateur de prendre les distances et les hauteurs : observez d'abord plusieurs hauteurs de chacun des deux astres dont vous voulez mesurer la distance, et faites prendre la seconde, la minute et l'heure auxquelles chaque observation a été faite; ensuite observez six distances, et tenez pareillement compte de l'heure correspondante à chacune d'elles; enfin, prenez de nouvelles hauteurs des deux astres; le tout vous donnera cinq suites d'observations. Prenez pour chaque suite une hauteur ou une distance moyenne, en divisant la somme des nombres qui composent chaque suite par le nombre des observations, et pareillement une heure moyenne entre celles qui auront été marquées par la montre; ainsi, le tout se reduira à deux hauteurs du soleil ou de l'étoile, deux de la lune, et une distance de la lune au soleil ou à l'étoile.

Des deux hauteurs du soleil ou de l'étoile concluez, proportionnellement au temps, celle qu'il devait avoir à l'instant de l'observation de la distance moyenne; faites la même opération par rapport aux deux hauteurs de la lune, cette réduction s'effectue de la manière suivante : prenez séparément pour chacun de ces astres, la différence des deux hauteurs du même astre et celle des deux instans correspondans; prenez aussi la différence entre l'heure de la première hauteur à l'heure moyenne correspondante à la distance moyenne, puis faites cette proportion pour chaque astre :

L'intervalle de temps écoulé entre les deux observations de hauteur du même astre, est à l'intervalle écoulé entre l'observation de la première hauteur et l'heure moyenne des distances, comme la différence des deux hauteurs de cet astre est à un quatrième terme, qui sera le mouvement en hauteur correspondant au second intervalle, qu'il faut ajouter à la première hauteur si elle est plus petite que la seconde, ou qu'il en faut soustraire si elle est plus grande (le quatrième terme de cette proportion peut se calculer facilement au moyen de la Table XXVII).

Quand l'un des astres est près du méridien, le mouvement en hauteur n'est pas proportionnel au temps, cependant, comme ces hauteurs sont seulement employées dans le calcul de la distance vraie, et que cette distance ne peut être altérée sensiblement, par des erreurs de une ou deux minutes dans les hauteurs, la proportion précédente donnera toujours une exactitude suffisante.

Heures à la montre.		Observations.	Moyennes.	
0h 23m 28s	Bord inférieur du ☉	54° 7' 0"	0h 25m 5s	54° 5' 30"
24 31		54 6 0		
25 41		54 5 0		
26 40		54 4 0		
0. 27 50	Bord supérieur ☾	20 2 30	0h 29m 23s	20° 4' 30"
28 44		20 3 30		
29 48		20 5 0		
31 10		20 7 0		
0. 32 40	Différence ☉ ☾	73 13 0	0h 34m 31s	73° 14' 10"
33 32		73 13 30		
34 10		73 14 0		
34 54		73 14 30		
35 30		73 14 45		
36 10		73 15 15		

Heures à la montre.		Observations.		Moyennes.
$0^h\ 37^m\ 32^s$	Bord inférieur du ☉	53° 42' 30"	$0^h\ 38^m\ 57^s$	53° 40' 40"
38 24		53 41 0		
39 18		53 40 10		
40 34		53 39 0		
0. 42 23	Bord supérieur ☾	21 30 30	$0^h\ 43^m\ 55^s$	21° 32' 30"
43 25		21 32 0		
44 18		21 33 0		
45 34		21 34 30		

Réduction de la hauteur du soleil. (Table XVI) 24' 50" l. p. 0,86024

$0^h\ 25^m\ 5^s$	$0^h\ 25^m\ 5^s$	54° 5' 30"		9 26 l. p. 1,28061
0 38 57	0 34 31	53 40 40		13 52 c. l. p. 8,88670
0 13 52 :	0 9 26 ::	0 24 50	: x = − 16' 54	16 54 l. p. 1,02755
Hauteur du soleil à $0^h\ 25^m\ 5^s$			54 5 30	
à 0 34 31		*Différence*	53 48 36	

Réduction de la hauteur de la lune. (Table XVI) 1° 28' 0" l. p. 0,31079

$0^h\ 29^m\ 23^s$	$0^h\ 29^m\ 23^s$	20° 4' 30"		0 5 8 l. p. 1,54487
0 43 55	0 34 31	21 32 30		1 14 32 c. l. p. 8,90709
0 14 32 :	0 5 8 ::	1 28 0	: x = 0° 31' 5"	31 5 l. p. 0,76275
Hauteur de la lune à $0^h\ 29^m\ 23^s$			20 4 30	
à 0 34 31		*somme*	20 35 35	

Les observations réduites à l'instant de la distance, donneront donc

Heure à la montre.	Distance de la ☾ au ☉	Hauteur du bord infér. du ☉	Hauteur du bord supérieur ☾
$0^h\ 34^m\ 31^s$	73° 14' 10"	53° 48' 36"	20° 35' 35"

Pour obtenir la réduction des hauteurs de chaque astre à l'instant de la distance moyenne, on peut aussi employer la méthode qui va être indiquée : prenez plusieurs hauteurs et les relèvemens des deux astres dont vous voulez mesurer la distance, et tenez compte de l'heure, de la minute et de la seconde correspondantes à chacune de ces hauteurs; observez ensuite des distances, et tenez pareillement compte de l'heure à laquelle chaque observation a été faite, vous obtiendrez des hauteurs, des amplitudes et une distance moyenne qui correspondront aux heures moyennes. Prenez ensuite la différence de l'heure des observations de hauteur à l'heure de la distance moyenne, et vous aurez deux intervalles. Cela posé, avec la latitude du lieu et les amplitudes moyennes observées, vous prendrez dans la Table XXXIV les mouvemens en hauteur pendant une minute de temps pour chacun des deux astres, avec lesquels vous calculerez ceux qui correspondent aux deux intervalles, cela vous donnera la quantité à ajouter ou à retrancher de chaque hauteur moyenne, pour avoir celle qui correspond à l'instant de la distance moyenne.

Exemple. Etant situé par 46° de latitude, les observations suivantes ont été faites :

Hauteur moyenne du bord inférieur du ☉	25° 22' 5" à $6^h\ 37^m\ 44^s$	Amplitude moyenne correspondante	27°
Hauteur moyenne du bord inférieur de la ☾	24 6 15 à 6 41 13		69
Distance moyenne ☉ − ☾	36 19 38 à 6 45 36	La Table XXVII donnera,	
Heures des hauteurs.....	$6^h\ 37^m\ 44^s$... $6^h\ 41^m\ 13^s$	Pour 46° de lat. et 27° d'amplit....	9' 17"
Heure de la distance....	6 45 36 ... 6 45 36	Pour 46 de lat. et 69 d'amplit....	3 44
Intervalles..............	0 7 52 ... 0 4 23		

Réduction de la hauteur du ☉

$1^m : 7^m\ 52^s :: 9'\ 17'' : x$

(Table XVI)	$7^m\ 52^s$	l. p.	1.35948
	9' 17"	l. p.	1.28757
	$1^m\ 0^s$	c. l. p.	7.74373
+	1° 12' 2"	l. p.	0.39178
Haut. obs. du ☉	25 22 5		
Haut. réduite	26 35 7		

Réduction de la hauteur de la ☾

$1^m : 4^m\ 23^s :: 3'\ 44'' : y$

	$4^m\ 23^s$	l. p.	1.61347
	3' 44"	l. p.	1.68318
	$1^m\ 0^s$	c. l. p.	7.74473
+	16' 22"	l. p.	1.04138
Haut. obser. ☾	24° 6 15		
Haut. réduite	24 22 37		

Enfin, dans le cas où la montre pourrait procurer l'heure du lieu où la distance a été observée, on peut se dispenser d'observer les hauteurs des deux astres; car on pourra les obtenir avec plus de précision par un des problemes suivans.

DU CERCLE DE RÉFLEXION.

Le cercle de réflexion fut inventé par Tobie Mayer, professeur à Gœttingen; il a été si bien perfectionné par M. de Borda, qu'il est maintenant supérieur aux autres instrumens à réflexion. Sa supériorité sur le sextant consiste en ce que les erreurs provenant des défauts de la rectification de l'instrument, des miroirs, des verres colorés, et de la division du limbe, sont nulles, ou s'y corrigent plus exactement.

Les *figures* (18, 19) de la planche I représentent un cercle; on y désigne par les mêmes lettres les memes parties de l'instrument. Les parties principales sont: le limbe *VVV*; l'alidade *EF* du grand miroir; l'alidade *MD* du petit miroir; le grand miroir *A*; le petit miroir *B*; la lunette *GH*; l'arc *WSPR* concentrique au cercle; les verres colorés (*fig.* 20, 21); le manche de l'instrument *Q*; la ventelle (*fig.* 22) et le viseur (*fig.* 23).

Limbe.

Le limbe de l'instrument *VVV* est un cercle entier de cuivre tenant au noyau *PO* qui est au centre, par les six rayons *R*, *R*, *R*, etc.: ce cercle est divisé en 720 parties égales, au lieu de 360; chacune d'elles doit être comptée pour un degré dans la pratique, par la même raison que dans le sextant: chaque degré est ordinairement divisé en trois parties égales de 20′ chacune, et par le moyen des verniers, la division est poussée jusqu'aux minutes ou jusqu'aux demi-minutes (30″), ou même quelquefois jusqu'aux tiers de minutes (20″).

Alidades.

Les deux alidades sont mobiles, indépendamment l'une de l'autre, autour du même axe qui doit passer exactement par le centre du limbe: l'alidade *EF* porte le grand miroir *A* et l'entraîne avec elle dans son mouvement; l'alidade *MD* du petit miroir *B* le contient ainsi que la lunette. Les alidades sont garnies de verniers et de vis de rappel. (On observera que les deux verniers devraient toujours donner le même degré d'approximation).

Remarque. Il est important que les verniers soient bien divisés et que la grandeur du degré d'approximation soit dépendante de celle du rayon du limbe, que le luxe du tracé des divisions ne consiste pas dans leur finesse, qui n'est qu'une qualité physique du cercle, met obstacle aux observations nocturnes, et nuit continuellement aux usages multipliés de l'instrument.

En général, la perfection des instrumens à réflexion a fait peu de progrès depuis trente ans; on pourrait même dire que chez plusieurs artistes elle va en degénérant: en effet, d'abord sous le prétexte spécieux et apparent de rendre les cercles plus légers, ils en ont diminués les dimensions des parties constituantes, jusqu'à introduire des flexions et des élasticités qui ne devraient pas avoir lieu, et mettent ces instrumens hors d'état de rendre de bons services; en second lieu leur esprit novateur et inexpérimenté ajoute souvent à ces défauts ceux qui résultent d'installations vicieuses et désordonnées.

Du poids des cercles. Les dimensions données aux différentes parties du cercle, par Borda, n'en feront jamais un instrument dont le poids puisse gêner ou entraver ses usages; l'expérience peut à chaque instant confirmer cette assertion: pour en éviter la peine, nous dirons que sur huit cercles, munis d'arc concentrique et compris leur manche, pris au hasard et exécutés par différens artistes, nous avons obtenus, pour leurs poids, les résultats suivans:

Un du poids	de 12	hectogrammes	ou 2 liv.	7 onces	2 gros.
Trois	de 13	*idem*	ou 2	10	4
Deux	de 14	*idem*	ou 2	13	6
et Deux	de 15	*idem*	ou 3	1	0

On voit donc que le poids d'un cercle ne surpasse pas 15 hectogrammes ou environ 3 livres, mais ce qu'il y a de plus remarquable dans cette détermination, c'est que le plus léger de ces huit cercles, est le n.° 92 de *Lenoir, père,* dont toutes les parties étant bien coordonnées sont bien installées et exécutées; et que l'un des cercles du poids de 15 hectogrammes, a une apparence de légèreté produite par l'allégement donné à contre-temps à plusieurs de ses parties qui en fait un instrument médiocre.

De ces faits positifs, fertiles en conséquences frappantes, nous ne prendrons seulement que le droit de répéter aux amateurs nombreux d'instrumens légers, exercez-vous, et sachez que le bon observateur ne s'improvise pas, mais qu'il se forme par un exercice éclairé, assidu et persévérant.

De l'excentricité. Il est d'une grande importance qu'un observateur se familiarise avec la théorie de ses instrumens, afin qu'il puisse juger quel effet produira sur ses observations un défaut donné de construction ou d'ajustement, dans des circonstances déterminées.

La construction des instrumens d'astronomie est certainement l'un des arts mécaniques dans lequel on approche le plus de la précision géométrique, et où cette grande perfection est d'une nécessité absolue. Quoiqu'il semble facile de tourner un cercle de métal, d'en diviser la circonférence en parties égales, et de subdiviser celles-ci en parties plus petites, sans que l'erreur sur le tracé de chacune, dépasse des limites très-étroites; de placer ensuite avec exactitude, sur son centre, les alidades munies des moyens de subdivision pour évaluer les minutes et même les fractions de minute; une pareille exécution rencontre dans la pratique des difficultés très-difficiles à vaincre.

Un instrument d'une exécution parfaite est au-dessus du pouvoir de l'artiste, on peut même dire que si elle pouvait s'obtenir, il ne pourrait pas la conserver; mais ajoutons, qu'en dernier résultat, nos besoins peuvent se contenter du degré de perfection déjà surprenant auquel quelques artistes célèbres sont parvenus. Puisque l'usage du cercle de réflexion demande que les axes des alidades autour desquels elles tournent, se confondent ou soit le même que celui du limbe, il est donc utile de s'assurer jusqu'à quel point cette condition est remplie, c'est-à-dire de chercher à connaître les erreurs que *l'excentricité* peut introduire dans les résultats fournis par l'instrument. Or, il est évident que, quelle que soit l'étendue de l'excentricité, ses effets seraient nuls sur le résultat des observations dépendantes de la graduation du limbe, si, comme dans le cercle répétiteur, on lisait les divisions en deux points diamétralement opposés du cercle, pour ne prendre que la moyenne des deux lectures, puisque l'effet de l'excentricité est d'accroître un des arcs autant qu'il diminue son opposé. Comme le cercle de réflexion n'est pas construit de manière à annuler cet effet, le moyen suivant vous fera reconnaître son existence. Les verniers et le limbe étant divisés convenablement, l'un par rapport à l'autre, vous rendrez les alidades mobiles et vous les disposerez pour obtenir un mouvement circulaire qui soit doux et uniforme. Cela posé, placez l'alidade du grand miroir contre celle du petit miroir et du côté convenable, pour que l'arc du limbe compris entre les zéros des verniers exprime la plus grande des deux distances qui peut exister entre eux, c'est-à-dire que si le vernier de l'alidade de la lunette est situé derrière le petit miroir, l'alidade du grand miroir doit être appliquée du côté de la lunette; et que si au contraire, le vernier de la lunette est placé de son côté, l'alidade du grand doit être appliquée vers le petit miroir; cela fait, lisez aux deux verniers et déterminez la distance angulaire de leurs lignes de foi, vous obtiendrez une première expression de cette distance, qui n'en sera la mesure qu'autant que les alidades seront bien centrées; ensuite, faites mouvoir l'alidade de la lunette d'une quantité à peu près égale à un sixième, ou à un huitième, ou généralement à peu près égale à une partie aliquote de la circonférence, mais dans le sens propre à ce que dans son mouvement elle entraîne ou pousse devant elle l'alidade du grand miroir; cela fait, déterminez de nouveau la distance angulaire des lignes de foi, vous obtiendrez une seconde expression de cette distance, continuez de la même manière jusqu'à ce que l'alidade de la lunette soit à peu près revenue au point de départ, alors, si toutes les expressions obtenues sont égales, ou ne diffèrent entre elles que de quantités assez petites pour être considérées comme des erreurs provenant de parallaxe de lecture, vous pourrez en conclure que les alidades n'ont pas d'excentricité, c'est-à-dire qu'elles se meuvent autour d'un axe commun qui est celui du limbe. Cette vérification délicate demande à être répétée et exécutée avec beaucoup de soin, afin de ne pas attribuer à l'instrument des erreurs

qui lui sont étrangères ; aussi dès que les alidades ont été placées l'une contre l'autre, elles ne doivent plus cesser de se joindre, depuis le point de départ jusqu'au retour au même point, avoir soin d'éviter les flexions dans le sens circulaire, et que dans les diverses stations de l'alidade de la lunette elle y arrive en quelque sorte d'un seul jet, se mouvant toujours dans le même sens. Pour apporter à la lecture un degré d'exactitude limitée seulement par le pouvoir de la loupe, il convient qu'elle soit composée, c'est-à-dire à deux verres et qu'elle soit bien centrée.

Cette vérification ayant été effectuée sur deux cercles, a donné les résultats suivans :

CERCLE NUMERO 1.			CERCLE NUMERO 2.		
1.re Alidade.	2.e Alidade.	*Différence.*	1.re Alidade.	2.e Alidade.	*Différence.*
0° 18' 0"	374° 53' 30"	345° 24' 30"	0° 45' 40"	400° 36' 20"	320° 9' 20"
120 5 0	494 40 45	345 24 15	600 24 40	280 14 40	320 10 0
240 39 0	615 14 20	345 24 40	480 23 20	160 13 40	320 9 40
360 28 20	15 3 20	345 25 0	360 9 20	39 57 40	320 11 40
480 31 40	135 7 40	345 24 0	240 32 20	640 22 0	320 10 20
600 22 40	254 58 20	245 24 20	120 20 0	520 10 0	320 10 0

Miroirs.

Le grand miroir *A* est placé sur son alidade, directement au-dessus du centre de l'instrument ; le plan de ce miroir fait un angle d'environ 30° avec la ligne de foi. La base de sa monture est assujettie sur l'alidade par quatre vis qui servent à rectifier la position du miroir sur l'instrument.

Le petit miroir *B* est placé sur son alidade le plus près du limbe qu'il est possible, afin de laisser un plus grand passage aux rayons venant par la gauche ; sa monture est à-peu-près de la même forme que celle des sextants, et fournit les mêmes moyens de rectification. La base inférieure est fixée sur l'alidade par un pied cylindrique qui la traverse, et par trois vis qui ayant un peu de jeu permettent de rectifier la position du miroir par rapport à la lunette. Pour faciliter de certaines observations, les côtés du petit miroir sont taillés parallèlement à la ligne des centres.

Lunette.

La lunette *GH* appliquée à cet instrument est achromatique, c'est-à-dire qu'elle fait voir les objets nettement terminés et sans avoir de couleurs ou d'iris. L'*objectif* est le verre qui doit le premier être traversé par les rayons formant l'image de l'objet, et l'*oculaire* est le verre à travers lequel on regarde directement. On appelle *champ* de la lunette, tout l'espace circulaire que l'œil y découvre.

On nomme *foyer* l'endroit intérieur de la lunette où viennent se peindre avec netteté les objets extérieurs. Pour le déterminer par expérience, on ôte l'oculaire et l'on place dans la lunette un verre dépoli, de manière qu'en regardant un objet extérieur à travers le tube, sa petite image y soit correcte, et alors c'est là le foyer.

On construit l'objectif de deux verres de différente espèce : le premier, de verre ordinaire ou de *crown-glass*, est une lentille ou bi-convexe, et il est placé du côté de l'objet : le second, de cristal d'Angleterre ou de *flint-glass*, est bi-concave et placé du coté de l'oculaire, de manière à emboîter la convexité du premier. D'autres lunettes ont leur objectif composé d'un verre bi-concave de *flint-glass*, placé entre deux verres bi-convexes de *crown-glass* ; ces lunettes sont les plus parfaites, mais d'une construction très-difficile.

L'oculaire est composé de deux lentilles ; ces deux verres sont fixés à une distance constante dans un tuyau particulier qu'on peut approcher ou éloigner de l'objectif, selon la vue de l'observateur. Entre les verres de l'oculaire sont deux fils parallèles, éloignés

l'un de l'autre de 2° à 3°, et qui sont placés à-peu-près au foyer de l'objectif et à égale distance de l'axe de la lunette; ils sont fixés à un tuyau concentrique qui peut glisser dans celui de l'oculaire, de manière à pouvoir corriger *la parallaxe* des fils. Leur distance à l'objectif doit être diminuée lorsque l'image du point de mire s'élève ou s'abaisse avec l'œil, au contraire, cette distance doit être augmentée lorsque l'image s'abaisse quand l'œil s'élève, et s'élève quand il s'abaisse.

Cette lunette est fixée sur l'alidade du petit miroir, de manière qu'on peut la rapprocher ou l'éloigner du plan de l'instrument, en la faisant glisser contre deux montants au moyen des deux vis de rappel *I* et *K*. Les fils doivent être placés parallèlement au plan de l'instrument, lorsqu'on fait les observations; et pour qu'on puisse toujours leur donner cette position, on a tracé deux repères, l'un sur la partie supérieure du tuyau de la lunette, et l'autre sur le porte-oculaire: comme celui-ci doit entrer à frottement dans le tuyau, il est convenable qu'à l'extrémité du tuyau soit placé un collet à vis, pour pouvoir augmenter ou diminuer le frottement.

Arc concentrique au cercle.

Cet arc *WSPR* a été ajouté au cercle et fixé par les deux extrémités à l'alidade du petit miroir, par un artiste distingué, M. Troughton, pour avoir de suite les deux objets dont on mesure la distance angulaire dans le champ de la lunette: par cette addition ingénieuse, les usages du cercle sont aussi faciles que ceux du sextant. Deux pièces de cuivre *U*, *X*, appelés *curseurs*, glissent le long de cet arc et se fixent où l'on veut, par deux vis de pression; ces curseurs servent à arrêter les alidades à des points déterminés du limbe. Quand le grand miroir est parallèle au petit, l'alidade *EF* occupe l'espace *SP* sur l'arc, et les parties *PR*, *SW*, sont divisées en degrés de *P* en *R* et de *S* en *W*, depuis 0° jusqu'à 130°: on expliquera plus loin l'usage de cet arc.

Verres colorés.

Les verres colorés sont de deux espèces: les grands qui sont représentés dans la *fig.* (21), se placent en *a a* au devant et assez près du grand miroir; leur teinte est deux fois plus faible que celle des verres dont on fait usage dans le sextant, et ces verres étant à leur place, doivent incliner d'environ 5° sur le petit miroir: les petits qui sont représentés dans la *fig.* (20), se placent dans la loge *C* ou dans la loge *D*, selon l'observation qu'on se propose de faire; lorsqu'ils sont mis en *C*, ils doivent aussi être inclinés de 5° vers le petit miroir. Leur opacité graduelle est la même que celle des verres colorés des sextants.

Ventelle.

La ventelle (*fig.* 22), est une petite plaque de cuivre qui se place dans la loge des verres colorés, derrière la partie transparente du petit miroir. Cette pièce sert, principalement dans les observations d'objets terrestres, à intercepter en partie les rayons de l'objet que l'on voit directement, à en diminuer la lumière, et à la rendre à-peu-près égale à celle de l'objet que l'on voit par réflexion; on y parvient en haussant ou baissant la ventelle dans sa loge; elle sert aussi dans de certains cas à intercepter la totalité des rayons directs.

Viseurs.

Les viseurs (*fig.* 23) sont des pièces de cuivre formées de deux plans rectangulaires assemblées à angle droit. On doit en avoir deux semblables et exactement de la même hauteur: cette hauteur doit être égale à-peu-près à la distance du plan de l'instrument au centre du grand miroir. Ces pièces se posent seulement sur le plan du limbe sans y être fixées, et servent à mettre le grand miroir perpendiculaire au plan de l'instrument, et l'axe de la lunette parallèle à ce plan.

Avant de faire connaître les vérifications du cercle, nous préviendrons qu'il y a trois manières d'observer la distance angulaire des objets avec cet instrument: par une observation à gauche, par une observation à droite, et enfin par une observation croisée.

Une observation à gauche est celle dans laquelle la lunette est placée entre l'objet dont on observe l'image réfléchie, et le grand miroir; c'est-à-dire que le rayon incident passe entre la lunette et le petit miroir pour arriver à la surface du grand miroir.

Une observation à droite est celle dans laquelle l'objet dont l'image est réfléchie et le grand miroir sont du même côté de la lunette; dans l'une et l'autre observations, le second objet est vu directement par la lunette.

L'*observation croisée* se compose des deux précédentes, la première étant généralement prise à gauche, la seconde à droite. On remarquera facilement que, pour passer de l'observation à gauche à l'observation à droite, on est obligé de faire faire à l'instrument une demi-révolution en le faisant tourner sur l'axe de la lunette.

Pour les observations croisées, il suffit de s'assurer si les miroirs sont perpendiculaires au plan de l'instrument et si l'axe de la lunette est parallèle à ce plan; mais pour une observation simple, soit à gauche, soit à droite, il faut de plus déterminer sur quelle division du limbe l'alidade du petit miroir doit être placée pour qu'il soit parallèle au grand miroir, quand la ligne de foi de l'alidade de ce dernier se trouve sur un point quelconque du limbe. Quoique ces vérifications soient analogues à celles du sextant, nous allons en donner une explication particulière.

De la perpendicularité du grand miroir.

Pour s'assurer que le grand miroir est perpendiculaire au plan de l'instrument, placez l'œil un peu au-dessus de ce plan et vis-à-vis le grand miroir, de manière à voir une partie du limbe par réflexion et une autre partie directement à droite ou à gauche de ce miroir : si l'image réfléchie de la partie du limbe la plus proche de l'œil semble former une courbe continue avec la partie vue directement à droite ou à gauche du grand miroir, on peut en conclure qu'il est perpendiculaire au plan de l'instrument; dans le cas contraire, il faudra le redresser à l'aide des vis de la monture. En répétant cette vérification sur d'autres parties du limbe, on s'assurera que l'alidade tourne comme elle le doit, dans un plan parallèle à celui de l'instrument; si l'on remarquait quelque différence, on fixerait le grand miroir dans une position telle que l'image réfléchie du limbe parût autant au-dessus de l'image directe dans de certaines parties, qu'au-dessous dans d'autres.

On peut plus exactement faire cette vérification en plaçant les deux viseurs sur le limbe en T et en L, aux extrémités d'un des diamètres du cercle; ensuite tournant vers soi la face du grand miroir, on placera l'œil en e à la hauteur de la surface supérieure des viseurs, et de manière qu'en regardant le viseur opposé, ce viseur paraisse s'appliquer au bord du grand miroir. Alors, en conservant cette position, on fera mouvoir l'alidade du grand miroir, jusqu'à ce que l'image du viseur qui est le plus près de l'œil, venant à se peindre dans le miroir, les deux lignes supérieures des deux viseurs paraissent ne former qu'une même ligne droite; cela prouvera que le grand miroir est perpendiculaire au plan de l'instrument. Mais si les lignes supérieures des deux viseurs ne sont pas vues dans le même alignement, on les y ramènera en changeant convenablement l'inclinaison du grand miroir, à l'aide des vis qui le fixent sur le cercle, en remarquant ce qui a été dit à l'égard du sextant : que si l'image réfléchie paraît plus élevée, le grand miroir penche en avant, et que si, au contraire, elle paraît plus basse, ce sera une preuve que le grand miroir penche en arrière.

De la perpendicularité et de la position du petit miroir.

La perpendicularité du grand miroir obtenue, on concevra que celle du petit miroir se réduit à la vérification du parallélisme des miroirs, et celles-ci se fait pour le cercle de réflexion, absolument de la même manière que pour le sextant.

L'inclinaison de la surface du petit miroir, par rapport à l'axe de la lunette, doit être telle qu'après avoir mis en C un des petits verres colorés; aucun des rayons réfléchis par le grand miroir ne puisse parvenir au petit miroir et ensuite à la lunette, sans avoir auparavant traversé le verre coloré. On sera assuré que le petit miroir occupe cette position, si, après avoir intercepté, au moyen de la ventelle, toute vision directe, toutes les images qui se peignent dans la lunette sont colorées. S'il paraît quelque image

blanche, on rectifiera la position du miroir au moyen des trois vis, qui ont un peu de jeu et qui assujettissent sa base inférieure sur l'alidade ; on pourra faire cette opération au moyen du soleil : pour l'effectuer, on tiendra l'instrument dans une position verticale ; ensuite, visant au soleil, l'on fera parcourir le champ de la lunette à son image réfléchie ; si dans ce mouvement il ne paraît pas d'image blanche, ce sera une preuve que le petit miroir est bien placé par rapport à la lunette. Toutes les fois que l'on aura changé la position du petit miroir, en le faisant tourner sur son axe au moyen des vis qui fixent sa base sur l'alidade, il sera nécessaire de rectifier les curseurs U et X de l'arc concentrique $WSPR$, en se servant des languettes mobiles qui y sont ordinairement adaptées, afin de leur faire marquer sur les parties PR, SW de l'arc, le même nombre de degrés quand ils sont placés contre l'alidade du grand miroir lorsqu'il est parallèle au petit.

De la vérification de l'axe de la lunette.

La lunette doit être ajustée dans ses montans K et I, de manière qu'après avoir mis les deux rappels sur la même division, l'axe de la lunette soit parallèle au plan de l'instrument ; ou, ce qui est la même chose, que les images des objets éloignés qui sont dans le plan de l'instrument, viennent se peindre au milieu de l'intervalle des deux fils placés au foyer de l'objectif. On reconnaîtra si l'ajustement est tel qu'il doit être, en posant l'instrument à plat sur une table, après avoir placé les fils de la lunette parallèles au plan du cercle ; on mettra ensuite sur le limbe vers T et vers L, les deux viseurs de la *fig.* (13). On calera l'instrument de manière à voir un objet bien distinct et éloigné d'environ 15 pieds, dans la ligne qui passe dans la partie supérieure des viseurs ; enfin, on placera la lunette sur les points zéros de la division de chaque montant, et l'on fera mouvoir l'alidade du petit miroir jusqu'à ce que l'on aperçoive le même objet dans le champ de la lunette. S'il paraît exactement au milieu des deux fils, ce sera une preuve que l'axe est parallèle au plan de l'instrument ; alors, dans toutes les observations, on aura l'attention de placer les lignes de foi des rappels de chaque montant, sur les points de division correspondans et du même nombre de parties. Mais si l'objet est plus près de l'un des fils que de l'autre, il sera facile de le ramener au milieu, en faisant mouvoir la vis de rappel du montant le plus proche de l'oculaire, et alors la différence qui se trouvera entre les divisions marquées par les deux rappels, sera l'erreur de l'ajustement : ainsi il faudra que, dans toutes les observations, cette différence ait lieu dans le même sens, pour que la lunette soit placée dans la position qu'elle doit avoir.

De la vérification du parallélisme des surfaces du grand miroir.

L'usage des instrumens à réflexion est presque toujours entaché d'un manque de précision provenant du défaut de parallélisme des surfaces du grand miroir ; on ne peut l'éviter qu'en substituant un miroir dépoli à sa surface postérieure : lorsque cette substitution n'a pas lieu, il faut chercher à apprécier les erreurs occasionnées par ce défaut. Pour y parvenir, après s'être assuré de la perpendicularité des miroirs au plan de l'instrument et de la position de l'axe de la lunette, on choisira deux objets terrestres très-éloignés et bien distincts, dont la distance angulaire soit au moins de 120° ; on mesurera cette distance en faisant successivement un grand nombre d'observations. On répétera le même nombre d'observations, mais avec le grand miroir retourné dans sa boîte et après avoir rectifié de nouveau la position des miroirs. Si les deux résultats sont les mêmes, les surfaces du grand miroir sont exactement parallèles ; mais s'il y a une différence, la moitié de cette différence, sera l'erreur qui convient à l'angle mesuré. Cette erreur devrait être ajoutée à l'angle observé dans la première position du miroir, si l'angle mesuré dans la seconde position avait été le plus grand ; elle devrait être retranchée, si l'angle mesuré dans la seconde position avait été le plus petit.

Supposons, par exemple, qu'on ait fait dix observations dans chaque opération, et qu'on ait trouvé par les premières 1219° 10', et par les secondes 1219° 23' : on divisera ces deux quantités par 10, et l'on aura pour la première mesure 121° 55', et pour la seconde 121° 56' 18", dont la différence 1' 18" sera le double de l'erreur du miroir ; d'où l'on voit que l'angle marqué par l'instrument était trop petit de 39" dans la première position du miroir, et trop grand de la même quantité dans la seconde.

Connaissant ainsi l'erreur additive ou sonstractive du miroir pour l'angle de 120°, on trouvera aisément, par le moyen de la Table XIII, celles qui conviennent à tous les autres angles.

Pour y parvenir, on fera cette proportion : *L'erreur de la table correspondante à l'angle observé dans la vérification de l'instrument est à l'erreur que la table donne pour un second angle observé, comme l'erreur trouvée par la vérification est à celle qui correspond au second angle observé.*

Exemple. Vérifiant un cercle, on a trouvé que, dans la mesure de l'angle de 110° par des observations croisées, l'erreur du grand miroir était de 29″; on demande quelle sera celle qui correspondra à la mesure d'un angle de 80°, mesuré aussi par des observations croisées.

On aura $62'' : 24'' :: 29'' : x$

D'où $x = 11''\,2$ ou $11''$

On pourra déterminer de la même manière les erreurs pour tous les autres angles, et construire ainsi une table particulière des erreurs de ce miroir, non seulement pour les observations croisées, mais encore pour les observations à droite et à gauche.

On remarquera que, dans les observations croisées, les erreurs sont beaucoup plus petites que dans les observations à droite, qui correspondent à celles que l'on fait avec le sextant : ainsi, le cercle de réflexion a cet avantage sur le sextant; d'où l'on conclura cette règle générale, que pour observer un angle simple il faut toujours le faire par une observation à gauche, c'est-à-dire, fixer l'alidade du grand miroir sur un point de la graduation, et faire mouvoir l'alidade du petit miroir dans le sens de cette même graduation.

[La théorie des miroirs de glace ne repose pas seulement sur le principe de catoptrique que nous avons cité *page* 1, mais encore sur le principe suivant de dioptrique que, *lorsqu'un rayon lumineux passe obliquement d'un milieu dans un autre, il s'écarte de sa direction primitive en subissant une réfraction telle, que le rayon incident et le rayon réfracté sont toujours compris dans un même plan perpendiculaire à la surface d'incidence et forment des angles avec la normale au point d'incidence dont les sinus sont entre eux dans un rapport constant;* c'est-à-dire que si un rayon de lumière AB (*fig.* 24, *planche I*) tombe sur la surface MN d'une glace, et qu'on élève en B la perpendiculaire FBG au point d'incidence, en concevant un plan mené par FBG et AB, le rayon réfracté BC est aussi dans ce plan, mais de manière que le rapport du sinus de l'angle d'incidence ABF au sinus de l'angle de réfraction CBG soit toujours le même, entre l'air et le verre ce rapport est environ celui de 31 à 20.

D'où il suit que si le grand miroir d'un instrument à réflexion est composé d'une glace $MNOP$ dont une des faces OP est étamée, il se fait deux réflexions, car le rayon AB qui rencontre la glace en B se réfléchit en partie suivant BK en faisant avec la surface antérieure MN, un angle $KBF = ABF$, l'autre partie de ce rayon échappant à la réflexion pénètre la glace en se réfractant suivant BC pour se réfléchir en C sur la surface étamée, de sorte que CD forme un angle $DCO = BCP$ et prend ensuite la direction DE. Les surfaces d'un miroir de glace donnent donc chacune une image du point A, la surface MN une image très-faible par le rayon BK et la surface étamée PO une image brillante par le rayon DE, c'est de cette dernière dont on fait usage; nous remarquerons seulement, que la première augmente de vivacité à mesure que l'angle ABF augmente, et que cette image est unique lorsque le miroir est en métal ou lorsqu'il est formé d'une glace dont la surface postérieure PO est dépolie.

Le miroir $MFOP$ nous donne donc l'image du point A, non par une simple réflexion à la surface antérieure, mais par une réflexion à la surface étamée, précédée et suivie d'une réfraction à l'entrée B et à la sortie D de la première surface; ces deux réfractions ne détruisent pas l'égalité des angles ABF et EDH que forment les rayons incident et réfléchi quand les surfaces MN et PO sont parallèles, car les triangles rectangles BGC et DIC ont les angles en C qui sont égaux, par conséquent les angles CBG et CDI le seront aussi, de plus sin. $ABF = \frac{31}{20}$ sin. CBG et sin. $EDH = \frac{31}{20}$ sin. CDI, donc les angles ABF, EDH seront égaux, c'est-à-dire que sur la surface MN les angles d'incidence et de réflexion sont égaux.

Mais si les surfaces MN, PO (*fig.* 25) forment entre elles un angle L, les lignes FG, HI quoiqu'étant parallèles, ne seront plus perpendiculaires à la surface PO, et les angles internes d'un même côté FGI, HIG différeront entre eux de $2\ L$; car $FGI + HIG = 180°$, mais $HIG = 90° + L$ donc $FGI + 90° + L = 180°$, d'où $FGI = 90° - L$, donc $HIG - FGI = 2\ L$.

Il suit de-là, que, comme les angles incident et réfléchi en C sont égaux, les angles de réfraction aux points B et D donneront aussi $B - D = 2\ L$, par conséquent les angles incident et réfléchi aux mêmes points B et D seront inégaux et donneront $ABF > HDE$.

Pour calculer la différence x entre l'angle ABF et l'angle HDE, le principe de dioptrique nous donnera la proportion

$$\text{Sin. } ABF : \text{sin. } CBG :: \text{sin. } HDE : \text{sin. } CDI \text{ d'où}$$

$$\text{sin. } ABF - \text{sin. } HDE : \text{sin. } CBG - \text{sin. } CDI :: \text{sin. } ABF : \text{sin. } CBG \qquad (1)$$

$$\text{mais } HDE = ABF - x\text{, et } CBG - CDI = 2\ L \text{ ou } CDI = CBG - 2\ L\text{,}$$

nous aurons $\text{sin. } ABF - \text{sin. } HDE = \text{sin. } ABF - \text{sin. } (ABF - x) = x \text{ cos. } ABF$

et $\text{sin. } CBG - \text{sin. } CDI = \text{sin. } CBG - \text{sin. } (CBG - 2\ L) = 2\ L \text{ cos. } CBG$

substituant ces valeurs dans la proportion (1), elle deviendra

$$x \text{ cos. } ABF : 2\ L \text{ cos. } CBG :: \text{sin. } ABF : \text{sin. } CBG \qquad \text{ou}$$

en divisant les antécédens par cos. ABF et les conséquens par cos. CBG

$$x : 2\ L :: \text{tang. } ABF : \text{tang. } CBG \quad (2)$$ on trouverait de la même manière $$x : 2\ L :: \text{tang. } HDE : \text{tang. } CDI$$

d'où on peut conclure que, *l'erreur est au double de l'angle formé par les deux surfaces du miroir, comme la tangente de l'angle d'incidence est à la tangente de l'angle de réfraction.* On peut remarquer que cette erreur sera toujours plus grande que le double de l'angle des surfaces du miroir, puisque l'angle d'incidence est toujours plus grand que celui de réfraction.

Pour calculer cette erreur on peut mettre la proportion (2) sous la forme

$$x : 2\ L :: \frac{\text{sin. } ABF}{\text{cos. } ABF} : \frac{\text{sin. } CBG}{\text{cos. } CBG},$$

maintenant, comme le rapport de sin. ABF à sin. CBG est constant, nous le représenterons par celui de m à 1, ce qui donnera $\text{sin. } CBG = \frac{\text{sin. } ABF}{m}$, d'où il résulte

$$\text{cos. } CBG = \sqrt{1 - \frac{\text{sin.}^2 ABF}{m^2}} = \sqrt{\frac{m^2 - \text{sin.}^2 ABF}{m^2}} = \frac{\sqrt{m^2 - 1 + \text{cos.}^2 ABF}}{m}$$

substituant on aura

$$x : 2\ L :: \frac{\text{sin. } ABF}{\text{cos. } ABF} : \frac{\text{sin. } ABF}{\sqrt{m^2 - 1 + \text{cos.}^2 ABF}} \quad \text{d'où}$$

$$x = 2\ L \sqrt{1 + \frac{m^2 - 1}{\text{cos.}^2 ABF}} = 2\ L \sqrt{1 + \frac{m^2 - 1}{\text{sin.}^2 ABM}}$$

ou enfin, puisque $= \frac{11}{10}$ $$x = 2\ L \sqrt{1 + \frac{1{,}4025}{\text{sin.}^2 ABM}} \quad (3)$$

Application de la théorie précédente à la mesure des distances angulaires prises avec un cercle de réflexion.

Observation à droite, c'est-à-dire faite à la manière du sextant. Soient (*fig.* 26) A et Y les deux astres dont il s'agit de mesurer la distance angulaire, le rayon AB rencontrant en B le grand miroir $M'N'O'P'$ du cercle, après avoir subi deux réfractions et une réflexion à ce miroir, arrive suivant DE au petit miroir RS; d'où après deux

réfractions et une réflexion, parvient par la direction ET à l'œil de l'observateur qui, visant à l'astre Y à travers la partie transparente du petit miroir, fait coïncider l'image réfléchie de A avec l'astre Y. Si nous faisons abstraction pour l'instant de l'erreur que peut donner le défaut de parallélisme des surfaces du petit miroir; la distance angulaire ATY que nous représenterons par D, sera egale à deux fois l'angle EXV plus ou moins une quantité y (le signe de y est déterminé par l'observation qui fait connaître si les surfaces sont parallèles), nous avons donc

$$D = 2EXV + y = 2X + y$$

la quantité $2X$ exprime le nombre de degrés donné par l'instrument, parce que l'angle X étant l'angle formé par les surfaces $M'N'$ et RS des deux miroirs, il est égal à la quantité angulaire dont le grand miroir a tourné, pour passer de la position du parallélisme à celle qui donne la distance des deux astres; la correction y n'est pas entièrement égale à la différence entre les angles d'incidence et de réflexion sur le grand miroir à l'instant de l'observation, mais à l'excès de cette différence sur celle de ces mêmes angles lorsque les miroirs sont parallèles, ainsi en nommant x' la première, c'est-à-dire l'erreur relative à l'angle ABM' que fait le rayon incident avec la surface du grand miroir lors de la distance observée, et appelant x l'erreur correspondante à l'angle ABM, lorsque les miroirs sont parallèles, nous aurons

$$y = x' - x \quad \text{d'où il suit} \quad D = 2X + (x' - x)$$

maintenant il ne reste plus qu'à substituer au lieu de x' et x les valeurs données par la formule (3) et nous aurons

$$D = 2X + 2L\sqrt{1 + \frac{1{,}4025}{\sin.^2 ABM'}} - 2L\sqrt{1 + \frac{1{,}4025}{\sin.^2 ABM}}$$

cette formule fait connaître que la correction à faire à $2X$ est proportionnelle à L ou à l'angle des surfaces du grand miroir, qu'ainsi en construisant une table pour une valeur de $L = 1' = 60''$, elle pourra servir à déterminer la correction relative à toute autre valeur de cette quantité; quand aux angles ABM' et ABM, il est facile de voir qu'ils dependent de l'angle constant que fait l'axe de la lunette avec la surface du petit miroir dans l'instrument dont on se sert, car en représentant cet angle par a, on a

$$ABM' = TBV = TVX - T = VEX + X - 2X - VEX - X = a - X$$

et l'angle ABM est évidemmeut égal à a. Ainsi pour une observation à droite la formule devient

$$D = 2X + 120''\sqrt{1 + \frac{1{,}4025}{\sin.^2 (a - X)}} - 120''\sqrt{1 + \frac{1{,}4025}{\sin.^2 a}} \quad (4)$$

Observation à gauche. Dans cette observation l'arc $2X$ marqué sur le limbe de l'instrument étant compté à partir du point de parallélisme en sens contraire de celui dans lequel il était compté dans l'observation à droite est négatif, par conséquent la correction changera de signe et l'angle ABM' sera égal à $a + X$, on aura donc

$$D = 2X - 120''\sqrt{1 + \frac{1{,}4025}{\sin.^2 (a + X)}} + 120''\sqrt{1 + \frac{1{,}4025}{\sin.^2 a}} \quad (5)$$

Observation croisée. Pour l'observation croisée, la correction ne sera plus que la moitié de la différence entre les corrections précédentes, en effet la somme des équations (4) et (5) donne

$$2D = (4) + (5) \quad \text{d'où} \quad D = \tfrac{1}{2}\left((4) + (5)\right)$$

c'est-à-dire $D = 2X + 60''\sqrt{1 + \frac{1{,}4025}{\sin.^2 (a - X)}} - 60''\sqrt{1 + \frac{1{,}4025}{\sin.^2 (a + X)}}$ (6)

Dans ce qui précède nous n'avons pas tenu compte de l'erreur provenant du défaut de parallélisme des surfaces du petit miroir, parce que les rayons incident et réfléchi formant avec ce miroir des angles constans dans toutes les observations, cette erreur sera la même et dans le même sens dans les observations du parallélisme et de la distance observée, ainsi il ne restera réellement à faire que la correction dépendante de l'erreur donnée par le grand miroir.

Nous remarquerons aussi que dans les figures 24 et 25 toutes les lignes sont comprises dans le plan perpendiculaire aux deux surfaces du grand miroir, tandis que dans la figure 26, la ligne brisée *ABCDE* ne pourra avoir toutes ses parties, dans un même plan, qu'autant que l'intersection des surfaces sera perpendiculaire au plan de l'instrument, mais comme cette position ne peut avoir lieu que dans un cas très-particulier, l'angle $M'LP'$, contenu dans les formules, ne sera pas égal à l'inclinaison des deux faces ; cependant, comme il s'en faut très peu que toutes ces lignes soient situées dans un meme plan, les corrections données par ces formules, ne différeront pas sensiblement de leurs valeurs rigoureuses.

C'est à l'aide des formules (4), (5) et (6) que M. De Borda a calculé la Table XIII, pour laquelle il a supposé que, dans les observations faites avec le cercle, l'angle que font entre elles les surfaces du grand miroir correspond à 1′ ou 60″, et que l'angle a de l'axe de la lunette avec la surface du petit miroir est d'environ 80° ; si le cercle dont on fait usage n'a pas été construit d'après les dimensions précises données par M. De Borda, il faudra déterminer l'angle a de cet instrument, et calculer ensuite pour cet angle une table analogue à la Table XIII.

Exemple. Calculer l'erreur additive ou soustractive dont il faut corriger une distance angulaire de 110°, mesurée avec le cercle de M. De Borda, par une observation à droite, en supposant que les surfaces du grand miroir font entre elles un angle de 1′, et que l'angle a est de 80°.

L'erreur demandée se calculera par la formule (4) qui deviendra

$$120\sqrt{1+\frac{1,4025}{\sin^2 25^\circ}}-120\sqrt{1+\frac{1,4025}{\sin^2 80^\circ}}$$

ou, en faisant $\frac{1,4025}{\sin^2 25^\circ}=\text{tang}^2\,U$ et $\frac{1,4025}{\sin^2 80^\circ}=\text{tang}^2\,Z$ on aura

$$120\sqrt{1+\text{tang}^2\,U}-120\sqrt{1+\text{tang}^2\,Z}=\frac{120}{\cos U}-\frac{120}{\cos Z}$$

l. 1,4025	0,146903		0,146903
2 l. sin 25°	19,251896	2 l. sin 80°	19,986702
l. tang² U	0,895007	l. tang² Z	0,160201
l. tang U	0,447503	l. tang Z	0,080100
U =	70° 21′ 38″	Z =	50° 15′ 14″
l. 120	2,079181		2,079181
l. cos U	9,526469	l. cos Z	9,805764
l. 357,1	2,552712	l. 187,7	2,273417

La correction cherchée est donc égale à 357″,1 − 187″,4 = 169″,4 = 2′ 49″.]

De la vérification du parallélisme des surfaces des verres colorés.

Le défaut de parallélisme des surfaces des verres colorés occasionne aussi une erreur sensible dans la mesure des angles simples : pour l'apprécier dans les verres opaques, on se servira du soleil, en plaçant l'alidade du grand miroir sur le point o du limbe, et les verres colorés les plus opaques dans leurs loges en *C* et en *D* ; ensuite dirigeant la lunette sur le soleil, on fera mouvoir son alidade jusqu'à ce qu'on observe dans la lunette, à égale distance des deux fils, le contact des bords des images directe et réfléchie. Cette première opération étant faite, on retournera dans sa loge le verre coloré mis en *C*, de manière qu'il présente sa seconde surface au petit miroir ; et si, en dirigeant de nouveau la lunette sur le soleil, les deux images se trouvent encore en contact, ce verre coloré aura ses surfaces parallèles : alors les angles simples observés avec ce verre n'auront besoin d'aucune correction. Mais si les disques des deux images se sont éloignés, ou s'ils mordent l'un sur l'autre, on fera mouvoir l'alidade du grand miroir avec la vis de rappel pour ramener les images au contact, et alors la moitié de l'angle marqué par l'alidade

sera l'erreur provenant du défaut de parallélisme. Pour connaître cette erreur avec plus de précision, on pourra répéter la même opération plusieurs fois, en partant du point où est actuellement l'alidade du grand miroir : à la quatrième observation, l'arc parcouru par l'alidade sera le quadruple de l'erreur, et à la sixième il en sera le sextuple ; alors, en prenant le quart ou le sixième, on aura plus exactement l'erreur cherchée, qui sera la même pour tous les angles observés.

Le verre coloré mis en *C* étant ainsi vérifié, on fera la même opération sur celui qui est en *D*, et l'erreur trouvée sera aussi la même dans toutes les observations simples et pour un même verre ; on vérifiera ensuite de la même manière le troisième verre avec le second, comme aussi chacun des verres de la *fig.* (21) placés en *a a*, avec un des petits verres de la *fig.* (20) placés en *D* [il n'en est pas des verres placés en *a a* comme de ceux qui sont mis en *C* ou en *D* : les erreurs provenant du défaut de parallélisme de leurs surfaces varient à chaque angle observé, parce que les angles que les rayons directs et refléchis font avec ces surfaces, ne sont pas les mêmes] ; et, de cette manière, on connaîtra les erreurs de tous les verres opaques.

Quant aux verres verts, on pourra les vérifier par l'observation du diamètre de la lune lorsqu'elle est pleine, ou par celle d'un objet terrestre bien éclairé.

Nous remarquerons ici, comme un grand avantage du cercle de réflexion, que, lorsqu'on fait des observations croisées, les erreurs des verres colorés, mis en *C* ou en *D*, n'altèrent en rien la grandeur des angles mesurés ; parce que si ces verres donnent les angles trop grands dans l'observation à droite, ils les donnent trop petits de la même quantité dans l'observation à gauche. Il n'en est pas de même des verres placés en *a a*, parce que l'incidence des rayons sur ces verres étant plus oblique dans l'observation à droite que dans l'observation à gauche, les erreurs ne peuvent se compenser entièrement. Cependant, comme on ne doit employer ces derniers verres que pour mesurer des angles de 34° au plus, et que, pour ces petits angles, les erreurs sont à-peu-près les memes que si l'incidence des rayons était perpendiculaire, on peut encore supposer que ces erreurs se détruisent dans les observations croisées. [Les seules observations dans lesquelles les erreurs peuvent être sensibles, sont celles des distances de la lune au soleil ou aux étoiles ; mais les premières sont toujours plus grandes que 34°, et les distances de la lune aux étoiles sont rarement au-dessous de cette quantité : ainsi, dans l'observation des distances l'on peut sans inconvénient ne jamais se servir des verres colorés qui se placent devant le grand miroir].

On pourrait donc se dispenser de connaître les erreurs des verres colorés, si l'on ne faisait que des observations croisées : on le pourrait même encore lorsqu'on ne ferait que des observations à droite ou des observations à gauche, pourvu qu'à chaque observation on changeât les verres de côtés, et que le nombre d'observations fût pair ; mais il y a des circonstances où l'on ne peut mesurer un angle que par une seule observation, et alors il faut tenir compte des erreurs trouvées.

De l'angle que font entre eux les deux fils de la lunette.

Pour connaître l'angle que l'intervalle des fils occupe dans la lunette, afin d'estimer l'erreur que l'on commet dans une observation en prenant le contact par un rayon visuel qui ne soit pas parallèle au plan de l'instrument, on s'y prendra comme il a été dit pour le sextant, et la correction de la déviation se trouvera aussi à l'aide de la Table VIII.

Du point de parallélisme des deux miroirs.

Avant de mesurer des angles simples avec le cercle de réflexion, on commence par observer le parallélisme des miroirs, c'est-à-dire, par déterminer le point de la division du limbe où doit être placée l'alidade du petit, lorsque l'alidade du grand est placée sur o ou sur tout autre point, pour que les miroirs soient parallèles.

Cette recherche doit se faire avec un cercle, de la même manière qu'elle se fait avec un sextant : lorsqu'on se sert du diamètre du soleil, on placera d'abord deux verres colorés, l'un en *C* et l'autre en *D* ; ensuite, sans toucher à l'alidade du grand miroir qui a été placée préalablement sur o ou sur tout autre point connu, et ne faisant mouvoir que celle de la lunette, on fera coïncider un des bords de l'image réfléchie avec le bord

le plus proche de l'image directe, celle-ci étant placée au-dessous de la première, et l'on comptera l'angle marqué par l'alidade de la lunette. Cela fait, dirigeant toujours la lunette sur l'astre, on fera passer les deux images l'une sur l'autre, et l'on mettra les deux autres bords en contact; on comptera encore l'angle marqué par l'alidade de la lunette. Enfin, prenant la moitié de la somme des deux arcs correspondans aux distances des deux alidades, à la fin de chaque observation; on aura le point du limbe ou l'alidade du petit miroir doit etre placée pour que les miroirs soient parallèles.

Supposons, par exemple, que l'alidade du grand miroir étant placée sur o, l'alidade du petit ait marqué 141° 36′ 20″ dans la première observation, et 142° 41′ 20″ dans la seconde : on prendra la somme de ces deux quantités, 284° 17′ 40″, dont la moitié 142° 8′ 50″ marquera la division du limbe où doit être l'alidade du petit miroir pour que les miroirs soient parallèles.

Observation des hauteurs des astres.

Connaissant le point de parallélisme des deux miroirs, l'observation de la hauteur simple d'un astre se fait avec un cercle, de la meme manière qu'avec un sextant. On fixe d'abord la ligne de foi de l'alidade du grand miroir sur un point connu de la graduation; ensuite, après avoir placé celle de l'alidade du petit miroir sur le point de parallelisme, la hauteur peut être prise, soit par une observation à droite, ou par une observation à gauche.

Par une observation à gauche, tenant l'instrument de la main gauche dans le plan du vertical de l'astre, on regardera directement dans la lunette l'astre dont on veut observer la hauteur : si elle est comprise entre 5° et 35°, on placera en *a a*, devant le grand miroir, un des grands verres colorés; autrement, on en placera un petit en *C*. S'il s'agit du soleil, on placera un second verre coloré en *D*; ensuite, sans perdre de vue l'image réfléchie, on fera avancer l'alidade du petit miroir suivant l'ordre des divisions, et enfin, après avoir retiré le second verre coloré, on la mettra à une petite distance de l'horizon; puis, serrant la vis de pression de l'alidade; on fera coïncider, au milieu de l'intervalle des deux fils, l'un des bords de l'image réfléchie du soleil avec l'image directe de l'horizon, en tournant convenablement la vis de rappel. L'arc parcouru par l'extrémité de la ligne de foi de l'alidade du petit miroir, à partir du point du limbe où les deux miroirs étaient parallèles, mesurera la hauteur observée.

Par une observation à droite, tenant l'instrument de la main droite et après avoir fixé l'alidade du petit miroir sur le point de parallélisme, on fera mouvoir l'alidade du grand miroir suivant l'ordre des divisions, jusqu'à ce que l'image réfléchie de l'astre soit en contact avec l'horizon; alors l'arc parcouru par l'extrémité de la ligne de foi de cette alidade sera la hauteur observée. Il est préférable de se servir de l'observation à gauche pour la mesure des angles simples, d'après ce qui a été dit, en parlant de la vérification du parallélisme des surfaces du grand miroir. Dans chacune de ces méthodes d'observer, le sextant a sur le cercle de réflexion l'avantage d'un plus grand rayon : on ne devra donc faire usage du cercle, pour observer des hauteurs simples, que lorsqu'il n'est pas possible de répéter plusieurs fois de suite les memes observations, ainsi qu'il arrive dans l'observation de la hauteur méridienne d'un astre; mais, si l'on est muni d'une montre à secondes bien réglée, on pourra obtenir la hauteur méridienne d'un astre par le cercle de réflexion, plus exactement que par un sextant. Après avoir déterminé l'heure du passage de l'astre au méridien, on commencera à observer la hauteur par des observations croisées, quelques minutes avant l'instant du passage. On écrira l'heure, la minute et la seconde, auxquelles chaque observation a été faite, et l'on continuera d'observer jusqu'à quelques minutes après le passage de l'astre au méridien; et l'arc parcouru par l'alidade du grand miroir, divisé par le nombre des observations, sera sa hauteur méridienne approchée, correspondante à l'heure moyenne des observations. Il restera ensuite à faire les corrections à cette hauteur approchée, pour avoir la hauteur vraie : c'est ce que nous enseignerons dans le problème qui sert à trouver la latitude par des hauteurs prises très-près du méridien.

En général, toutes les fois qu'on pourra répéter les observations, le cercle de réflexion donnera beaucoup plus de précision que le sextant; ainsi l'observation de la hauteur d'un astre, par des observations croisées, ne s'applique pas seulement à la

recherche de la hauteur méridienne, mais encore à tous les cas dans lesquels on a besoin de la hauteur d'un astre, particulièrement lorsqu'il s'agit de déterminer l'état d'une montre.

Par une observation croisée, pour obtenir la hauteur d'un astre, ayant fixé l'alidade du grand miroir sur un point connu du limbe, l'astre étant lumineux et sa hauteur comprise entre 5° et 35°, on se servira de l'un des grands verres colorés (*fig.* 21); pour toutes les autres hauteurs, on se servira des petits verres (*fig.* 20); et tenant l'instrument de la main gauche, dans une position à-peu-près verticale, on fera d'abord une première observation à gauche. Cette première observation étant faite, et ayant marqué l'heure de la montre à laquelle le contact a été observé, on prendra l'instrument de la main droite; ensuite, laissant la lunette dans sa position et la dirigeant sur l'horizon, on desserrera l'alidade du grand miroir et l'on fera l'observation à droite en ramenant cette alidade vers l'œil pour obtenir une seconde fois le contact de l'astre avec l'horizon : on marquera encore l'heure de la montre à laquelle le second contact a été observé, et alors en prenant la moitié de l'angle marqué par l'alidade du grand miroir, et la moitié de la somme des heures des observations, on aura la hauteur moyenne de l'astre correspondante à l'heure moyenne des observations.

Si l'on veut avoir un plus grand degré d'exactitude, on fera une seconde opération absolument semblable à la première, en partant du point où se trouve maintenant l'alidade du grand miroir, et regardant ce point comme le point o du limbe; par cette seconde opération on aura un angle total, dont le quart sera la hauteur correspondante à l'heure moyenne des quatre observations. Enfin, on parviendra à une précision plus grande encore, en faisant une troisième opération, et ainsi de suite. L'arc parcouru par l'alidade du grand miroir, divisé par le nombre des observations, donnera la hauteur moyenne correspondante à l'heure moyenne des observations. Par exemple, si l'on a fait six observations, et que les heures marquées par la montre soient les heures ci-jointes, l'angle marqué par l'alidade étant de 60° 24′ 20″, on obtiendra l'heure moyenne en divisant la somme des heures 26ʰ 17ᵐ 2ˢ par 6, et la hauteur moyenne en divisant 60° 24′ 20″ par le même nombre; d'où il suit que l'heure moyenne sera de 4ʰ 22ᵐ 50ˢ, et la hauteur moyenne 10° 4′ 3″.

Heures.			Angles.		
4ʰ	20ᵐ	7ˢ	0°	0′	0″
4	21	12			
4	22	18			
4	23	4			
4	24	46			
4	25	35	60	24	20
26	17	2	60	24	20
4	22	50	10	4	3

De l'usage de l'arc concentrique au cercle dans la mesure des angles.

Dans l'usage du cercle de réflexion l'on éprouvait de la difficulté à ramener les images des deux objets dans le champ de la lunette; cela rendait souvent l'observation longue, pénible et inexacte. L'addition de l'arc *WSPR* a fait disparaître entièrement cet obstacle; maintenant il est facile de placer d'avance les alidades, à l'instant de chaque observation, dans la position respective qu'elles doivent avoir pour que le mouvement qui leur est donné par la vis de rappel soit presque toujours suffisant pour obtenir le contact des deux images, de sorte qu'il ne reste plus qu'à chercher le moyen de tenir l'instrument dans le plan des rayons visuels des deux objets. Pour se servir de cet arc, après avoir fait la première observation à gauche, on placera le curseur *X* à une distance d'environ un degré de l'alidade du grand miroir, et le curseur *U* sur le point correspondant de la partie *SW*. Pour la seconde observation, ou la première à droite, on placera l'alidade du grand miroir près du curseur *U*, de manière que l'intervalle qui existe entre eux soit le même que celui qui se trouvait entre le curseur *X* et la même alidade; tenant le cercle dans le plan convenable et visant à l'un des objets, on verra en même temps dans le champ de la lunette les images des deux objets. Pour la troisième observation ou la seconde à gauche, on fera mouvoir l'alidade du petit miroir jusqu'à ce que le curseur *X* revienne à-peu-près à la même distance de l'alidade du grand miroir que celle qu'il occupait dans la première position, et ainsi de suite pour les autres observations.

Connaissant à-peu-près l'angle à mesurer, on peut aussi, avant de commencer les observations, placer les deux curseurs à-peu-près sur cet angle, dans les parties *PR* et *SW* de l'arc, et opérer ensuite comme précédemment.

Des expériences nombreuses, faites à l'observatoire de Brest par des personnes très-exercées dans l'usage du cercle, ont appris que, par le moyen de cet arc, les observations de nuit faites avec cet instrument étaient plus faciles qu'avec un sextant, qu'elles n'avaient aucun inconvénient, et que chaque observateur pouvait avec sécurité et avantage le faire ajouter à son cercle.

Hauteurs correspondantes du soleil.

Pour observer des hauteurs correspondantes avec le cercle, on fera plusieurs observations croisées de la hauteur de l'un des bords du soleil vers l'Est, et l'on prendra à la montre les temps auxquels elles répondent; l'arc parcouru par l'alidade, divisé par le nombre des observations, donnera la hauteur moyenne correspondante à l'heure moyenne. On prendra de nouveau deux séries de la hauteur du même bord vers l'Ouest, ainsi que les temps, de manière que la hauteur moyenne observée vers l'Est soit comprise entre les hauteurs observées vers l'Ouest. Avec ces élemens, une proportion fera connaître l'heure de la montre à l'instant où ce bord arrive à la même hauteur vers l'Ouest.

Le matin.

Hauteur moyenne observée	41° 47' 57"	heure de la montre	8h 45m 43s

Le soir.

Première haut. moy. observée	42 21 25	heure de la montre	3 22 26 25
Deuxième hauteur moyenne	41 12 20	heure de la montre	3 29 38 75

Pour trouver le soir l'heure de la montre correspondante à la hauteur du soleil,

de 41° 47' 57" observée le matin,

on prendra la différence entre les hauteurs du soir, ainsi que la différence entre les heures correspondantes, ensuite la différence entre la hauteur du matin et la première hauteur observée le soir; puis on fera cette proportion: *La différence entre les deux hauteurs du soir est à la différence entre la hauteur du matin et la première du soir, comme la différence entre les heures du soir est à un quatrième terme*, qui sera ce qu'il faudra ajouter à la première heure du soir pour avoir l'heure cherchée.

	42° 21' 2" 5	3h 29m 38s 75	42° 21' 2" 5
	41 12 20	3 22 26 25	41 47 57
Différences	1 8 42 5	7 12 50	33 5 5

Nous aurons donc la proportion

1° 8' 42" 5 : 33' 5" 5 :: 7m 12s 5 : *x*.

C. ar. Log. Tabl. XXVII	1° 8' 42" 5	6.384839
Log.	33' 5" 5	3.297870
Log.	7m 12s 5	2.635986
Log. proportionnel	3m 28s 3	2.318695

La montre marquait donc le soir 3h 25m 54s 55, lorsque le bord observé du soleil avait 41° 47′ 57″; on pourra maintenant déterminer l'état de la montre au midi vrai par le moyen de ces hauteurs correspondantes.

Observations des distances.

L'instrument étant parfaitement disposé, pour mesurer la distance de la lune au soleil, on mettra un verre coloré de la *fig.* 26 en *C*; puis on prendra dans la Connaissance des Temps la distance la plus prochaine de l'heure de Paris correspondante à l'heure approchée du lieu, et l'on placera les curseurs *X* et *U* sur cette distance, pour en conclure la position que doivent avoir les alidades à l'instant de chaque observation.

Comme les observations croisées se commencent toujours par une observation à gauche, après avoir fixé l'alidade du grand miroir sur un point connu du limbe, on fera mouvoir l'alidade du petit miroir jusqu'à ce que le curseur *X* soit près de l'alidade du grand; ensuite, tenant l'instrument à-peu-près dans le plan des rayons visuels des deux astres, ayant la face sur laquelle sont marquées les divisions, tournée vers le bas si le soleil est à la droite de la lune, ou vers le haut si le soleil est à sa gauche, on pointera la lunette à la lune, et faisant balancer le cercle autour de l'axe optique, l'image

réfléchie du soleil paraîtra nécessairement dans le champ de la lunette auprès de l'image directe de la lune. Dès que l'on sera parvenu à faire coïncider à-peu-près les images des deux astres, on fixera l'alidade du petit miroir sur le limbe, puis, par le moyen de sa vis de rappel, on obtiendra le contact dans le milieu de l'intervalle des deux fils. La première observation ainsi achevée, l'alidade du grand miroir se trouvera éloignée du point du limbe, ou les miroirs seraient parallèles d'une quantité égale à la distance mesurée; on laissera l'alidade du petit miroir sur le point du limbe où elle se trouve, et l'on desserrera celle du grand miroir pour l'amener près du curseur *U* sans le toucher; ensuite, tenant l'instrument dans une position absolument opposée à celle qu'il avait lors de la première observation, et dirigeant toujours la lunette sur la lune, on verra l'image réfléchie du soleil dans le champ de la lunette, avec l'image de la lune: après avoir fixé l'alidade du grand miroir, on observera le contact des deux images par le moyen de sa vis de rappel dans le milieu de l'intervalle des deux fils parallèles, et alors, l'extrémité de la ligne de foi de cette alidade aura décrit un arc dont le nombre de degrés marqués sur le limbe sera égal au double de celui qui mesure la distance observée; prenant donc la moitié du nombre de degrés de cet arc, on aura la distance moyenne des bords les plus proches du soleil et de la lune.

Ayant achevé ces deux observations, on peut en faire deux autres de la même manière, en partant du point où est actuellement l'alidade du grand miroir; enfin, continuant ainsi jusqu'à six ou huit observations, l'arc parcouru par cette alidade, étant divisé par le nombre des observations, donnera la distance moyenne observée à moins de 5″.

Pour observer la distance de la lune à une étoile, on cherchera dans la Connaissance des Temps une distance de la lune à une étoile qui soit au-dessus de 35° (afin de ne pas faire usage des verres colorés qui se placent devant le grand miroir), on placera les curseurs sur cette distance et un verre coloré en *C*; ensuite on commencera les observations, en opérant de la même manière que pour mesurer la distance de la lune au soleil: c'est surtout dans les observations de nuit que l'usage de l'arc *WSPR* est avantageux pour ramener, à chaque observation, dans le champ de la lunette, les images des deux astres. Si le cercle n'était pas muni de cet arc, on pourrait s'y prendre de la manière suivante, après avoir déterminé par la Connaissance des Temps quelle doit être à-peu-près la distance. Cela posé, on remarquera que, de la manière dont on fait les observations croisées, toutes les fois qu'on déplace une des alidades on lui fait parcourir un angle double de la distance des deux astres, c'est-à-dire un angle de 160° si la distance est de 80°. Il suit de là qu'en supposant que les miroirs du cercle soient parallèles, lorsque l'alidade du petit miroir répond à 471° 30′, elle doit être placée sur 471° 30′ + 80°, ou sur 551° 30′ dans la première observation à gauche. Quant à l'alidade du grand miroir qui, par la supposition, se trouve d'abord sur le point o de la division, on voit qu'elle doit être portée sur le double de la distance ou 160°, dans la première observation à droite. La position de l'alidade du petit miroir, dans la seconde observation à gauche, sera 551° 30′ + 60°, ou 711° 30′; celle du grand miroir, dans la seconde observation à droite, sera 160° + 160 ou 320°; et ainsi de suite, en ajoutant toujours le double de la distance au nombre qui indique la position que devait avoir précédemment la même alidade. Avant de commencer les observations, on écrira les positions successives des alidades dans un tableau, ainsi qu'il suit:

Position des alidades.

Observations.	Grand Miroir.	Petit Miroir.	
1.re	»	551°	30′
2.e	160°	»	»
3.e	»	711°	30′
4.e	320°	»	»
5.e	»	151°	30′
6.e	480°	»	»
7.e	»	311°	30′
8.e	640°	»	»
	etc.	etc.	

Connaissant ainsi d'avance à-peu-près les positions que doivent avoir les alidades, si on leur donne successivement ces positions, on trouvera, sans aucune espèce de tâtonnement, les deux images dans le champ de la lunette. Cependant, comme l'expérience à fait connaître qu'il fallait autant que possible tenir l'œil dans une obscurité parfaite avant que d'observer chaque contact, ce moyen de placer les alidades, exigeant l'usage d'une lumière particulière, a l'inconvénient de contrarier cette précaution et de nuire à la bonté des observations.

Dans la mesure des angles avec le cercle de réflexion par des observations croisées, l'on n'a point à craindre, comme dans le sextant, l'erreur provenant de l'observation préparatoire du parallélisme des miroirs, ni celle du défaut de parallélisme des verres colorés; quant à l'erreur à laquelle donne lieu le parallélisme des surfaces du grand miroir, elle se trouve diminuée par l'usage de cet instrument, ainsi que celle qui vient des défauts de la division du limbe (cette dernière n'ira jamais à plus de 6″ après six observations): tous ces avantages ajoutés à celui d'abréger le temps des observations, font donner au cercle la préférence sur le sextant.

Remarques sur la manière de s'exercer aux Observations.

Pour acquérir de l'habileté à observer, et obtenir des résultats sur lesquels on puisse compter, il ne suffit pas d'observer beaucoup, de le faire avec promptitude et même d'avoir obtenu des résultats satisfaisants; mais il faut encore connaître les limites entre lesquelles il est probable que les résultats des observations seront contenus, ou en d'autres termes, savoir généralement à quel degré d'approximation on peut déterminer l'heure du lieu, sa latitude, sa longitude par le moyen des distances de la lune au soleil ou à une étoile, etc. Cette connaissance ne peut s'obtenir que par de nombreuses observations faites à diverses époques correspondantes à des circonstances différentes, dans un lieu dont la position soit connue et avec le secours d'une pendule ou d'une montre marine bien réglée; pour apprendre promptement, il faut avoir soin, dans ces exercices, d'y procéder avec ordre en allant du simple au composé, et par conséquent de ne passer d'une espèce d'observation à une autre, qu'autant que la première aura donné un grand nombre de bons résultats; c'est ainsi qu'on apprendra à douter et qu'on évitera d'augmenter le nombre de ces observateurs, qui, même après plusieurs années de pratique, sont incapables d'exécuter un travail auquel on puisse ajouter foi. Ces exercices faits avec réflexion, formeront à bien manier le cercle sans le fatiguer inutilement dans ses vis de pression et de rappel, et surtout ils feront reconnaître que la plupart des changemens et des additions faits à la construction de cet instrument, depuis que M. De Borda en a donné la description, sont plus nuisibles qu'ils ne sont utiles (le seul changement avantageux, c'est d'avoir placé les vis de pression et de rappel de l'alidade du petit miroir près de la lunette, et la seule addition heureuse est celle de l'arc concentrique); ce n'est qu'avec une grande circonspection qu'on peut toucher aux dispositions arretées par cet homme célèbre.

Pour donner aux observateurs les moyens de vérifier si un cercle a été construit suivant les principes de M. De Borda, nous allons décrire, d'après lui, les dimensions précises de chaque partie du cercle de réflexion, avec la position exacte de toutes les pièces.

Corps de l'instrument.	Lignes.	Mètres.
Diamètre du cercle pris dans le milieu des divisions tracées sur le limbe	120	0,271
Largeur du limbe.	6	0,014
Largeur de la partie supérieure des rayons contre le limbe.	2,5	0,006
Largeur des mêmes rayons contre le noyau de l'instrument.	3,5	0,008
Ces rayons seront taillés en biseau, la largeur inférieure sera d'une ligne seulement contre le limbe, et de deux lignes contre le noyau.		
Diamètre du noyau *PU* (*fig.* 25).	19	0,043
Epaisseur du limbe.	1	0,002
Epaisseur *b* de la règle de champ.	1	0,002
Hauteur de la règle de champ, y compris l'épaisseur du limbe, ce qui est en même temps l'épaisseur du noyau ainsi que celle des rayons. . . .	3,5	0,008

Centre de l'instrument.	Lignes.	Mètres.
Diamètre de la partie supérieure du centre qui entre dans l'alidade du grand miroir.	6	0,014
Diamètre extérieur du collet sur lequel porte l'alidade du grand miroir.	8	0,018
Epaisseur de ce collet.	0,75	0,002
Diamètre de la pièce de recouvrement *c* (*fig.* 18).	8	0,018
Alidade du grand miroir.		
Diamètre *PO* (*fig.* 18) de la partie circulaire de l'alidade qui porte le miroir.	19	0,043
Largeur de l'alidade au point *E* où elle rencontre la partie circulaire.	10	0,023
Largeur de cette alidade dans la partie la plus étroite *F* auprès du limbe.	8	0,018
Epaisseur de l'alidade.	1	0,002
Alidade du petit miroir.		
Distance *AB* du centre de l'instrument au centre de la monture du petit miroir.	40	0,090
Distance *AX* du même centre jusqu'à l'axe *GHX* de la lunette.	13,5	0,030
Diamètre de la base de la monture du petit miroir.	10	0,023
Largeur de la partie de l'alidade qui porte la lunette.	10	0,023
Epaisseur de l'alidade	1	0,002
La partie de cette alidade qui est au centre sera circulaire et aura dix-neuf lignes de diamètre, ainsi que la partie circulaire de l'alidade du grand miroir et le noyau. La partie *RO* sera dirigée vers le centre.		
Grand miroir.		
Longueur du grand miroir, y compris l'épaisseur de la boîte dans laquelle il est renfermé.	19	0,043
Hauteur du même miroir.	10	0,023
La partie inférieure du grand miroir doit être au niveau de la surface supérieure de la pièce *C* destinée à recevoir les verres colorés de la fig. 20.		
Le grand miroir sera placé sur le centre de l'instrument de manière que les deux tiers à-peu-pres de l'épaisseur de la glace se trouvent en avant du centre vers le petit miroir, et l'autre tiers en arrière.		
Petit miroir.		
Largeur du petit miroir.	7	0,016
Hauteur.	10	0,023
Hauteur totale des deux bases de la monture, y compris le jour qui est entre elles deux.	3,75	0,009
Le miroir sera étamé sur la moitié de sa hauteur, et la boîte dans laquelle il sera renfermé ne montera pas tout à fait jusqu'à la ligne de l'étamure, afin que, dans aucun cas, cette boîte ne puisse intercepter la lumière directe des objets.		
Les côtés du miroir seront taillés obliquement ainsi qu'il l'a été dit page 27. Ce miroir sera placé sur le centre de sa monture, de manière que les deux tiers de l'épaisseur de la glace soient en avant du centre vers le grand miroir, et l'autre tiers en arrière.		

	Lignes.	Mètres.
La position de la base du petit miroir doit être telle, qu'en plaçant dans la rainure de la pièce *C* un des verres colorés fig. 20, et regardant le petit miroir dans la direction *GH* de l'axe de la lunette, le centre du verre coloré vienne se peindre sur le centre du petit miroir: alors on fixera la monture et on percera les trous des vis qui doivent l'assujettir sur l'alidade, en observant néanmoins de laisser un peu de jeu à ces trous de vis pour pouvoir corriger ensuite la position de la monture, si elle ne se trouve pas suffisamment exacte.		
Verres colorés.		
Largeur *cc* des montures des petits verres (*fig.* 20)........	9,5	0,021
Hauteur *cd* des montures........................	10	0,023
Longueur *el* des queues.........................	3,75	0,009
Largeur *eg*...................................	4	0,009
Epaisseur des montures.........................	1	0,002
On donnera à ces verres le plus grand diamètre qu'il sera possible, en conservant toujours la largeur *cc* qui doit être exactement de 9,5 lignes. Le diamètre du passage de la lumière pourra aisément être de 7 lignes.		
Largeur *cc* des montures des verres (*fig.* 21).............	19	0,043
Hauteur *cd*...................................	10	0,023
Diamètre *ii* des verres.........................	9	0,020
Longueur *ef* des queues.........................	3	0,007
Largeur *fg*...................................	2,5	0,006
Epaisseur des montures.........................	1	0,002
Lunette.		
Distance focale de l'objectif, environ....................	45	0,102
Distance focale de l'oculaire, environ....................	12	0,027
Ouverture de l'objectif..........................	3,5	0,008
Diamètre extérieur du corps de la lunette................	8	0,018
On mettra au foyer de la lunette deux fils parallèles, éloignés l'un de l'autre d'environ........................	1,2	0,002
Le diaphragme sur lequel les fils seront fixés, n'aura d'ouverture que la quinzième partie de la distance focale, c'est-à-dire........	3	0,007
Distance depuis le centre du petit miroir jusqu'à l'objectif de la lunette..........................	49	0,111
Rappels de la lunette.		
Distance depuis le centre du petit miroir jusqu'au centre du premier rappel *K* (*fig.* 19)........................	57	0,129
Distance des centres des deux rappels *K* et *I*...............	36	0,081
La longueur des vis de rappel et les proportions de leurs montures doivent être telles, qu'après avoir placé l'axe de la lunette à 8,75 lignes au dessus du plan de l'alidade du petit miroir, cette lunette puisse avoir deux lignes de mouvement au-dessus et au-dessous de ce point. Les divisions tracées sur les côtés des montants seront à un sixième de ligne de distance les unes des autres, et il y en aura vingt-quatre sur chaque montant. Le zéro de la division répondra au point où l'axe de la lunette est à 8,75 lignes au-dessus de l'alidade du petit		

	Lignes.	Mètres.
miroir. Nous avons expliqué la manière de rendre les divisioos des deux rappels correspondantes l'uoe à l'autre, afin qu'en mettant la lunette sur la même division dans les deux rappels, l'axe de vision se trouve parallèle au plan de l'instrument.		
Pièces pour placer les verres colorés.		
Le milieu de la rainure de la pièce *C* (*fig.* 18) qui doit recevoir les verres colorés de la fig. 26, doit être placé exactement sur la ligne *AB* qui joint les centres des deux miroirs, et la distance, depuis le centre de l'instrument jusqu'au milieu de la rainure, doit être de. .	19	0,043
Hauteur du point *C* (*fig.* 19) au-dessus du plan de l'alidade.	3,75	0,009
[On place quelquefois deux rainures vers le point *C* de la ligne *AB* qui joint les centres des deux miroirs, pour y mettre daos l'une ou dans l'autre un des verres colorés de la fig. 26; cette disposition est vicieuse sous plusieurs rapports, parce que, quoiqu'il soit indifférent dans la mesure de certaines distances angulaires observées avec le cercle, que le milieu de la rainure dont on fait usage soit plus ou moins éloigné du point *A*, la position de cette rainure n'est pas indifférente lorsqu'il s'agit de toutes les distances qui peuvent être mesurées par l'instrument, alors il arrivera dans plusieurs cas que l'observateur, n'étant pas guidé daus le choix, se servira de celle des deux qui ne convient pas à la distance à mesurer; cet inconvénient n'est pas le seul qui puisse résulter du placement des deux rainures, il arrivera aussi (l'expérience l'a déjà fait remarquer) que des observateurs, n'ayant que la pratique de l'instrument, sans en connaître la théorie, feront usage simultanément des deux rainures et interposeront de cette manière deux verres colorés entre le grand et le petit miroir, ils introduiront alors dans leurs observations des causes d'erreurs étrangères à l'instrument, car nous répéterons que pour interposer sans inconvénient deux verres colorés entre le grand et le petit miroir, il faut non seulement que ces verres soient parfaits, mais encore qu'ils soient placés sur l'instrument de maoière à ce que les quatre surfaces soient parallèles; d'où il résulte qu'il vaut mieux s'en tenir aux dispositions indiquées par M. De Borda].		
Le milieu de la pièce *D* (*fig.* 19) doit être placé sur le prolongement de l'axe *GH* de la lunette, et cette pièce doit être très-près de la monture du petit miroir, mais sans la toucher.		
Hauteur du point *D* au-dessus du plan de l'alidade du petit miroir. . .	5,5	0,012
Les pièces *a* et *a* (*fig.* 18) qui reçoivent les verres colorés de la fig. 21, seront placés le plus près possible de la monture du grand miroir, mais sans la toucher; l'alidade sera percée au-dessous des rainures dans toute leur étendue, de manière que les queues de la monture entrent daos les rainures de toute leur longueur, qui est de 3 lignes. Ces queues seront tenues par des vis de pression collatérales comme on le voit fig. 18.		
Les rainures des pièces *C*, *D*, *a* et *a*, seront percées obliquement au plan de l'instrument, de manière que les verres colorés, étant à leur place, inclinent environ de 5° vers le petit miroir.		
Ventelle.		
Hauteur *mm* de la ventelle (*fig.* 22).	10	0,023
Largeur *mn*.	10	0,023
Base *cb* de la petite fenêtre.	3,5	0,008
Les côtés *ab* et *ac* seront des arcs de cercle décrits des points *c* et *b*.		
Il faut que cette ventelle étant mise à son point le plus bas dans la rainure de la pièce *D*, le point supérieur de la fenêtre se trouve au niveau ou un peu au-dessous de la ligne d'étamure du petit miroir.		

Viseurs.	Lignes.	Mètres.
On aura deux viseurs pareils à ceux de la fig. 29 : la hauteur sera exactement la même dans les deux viseurs, et à-peu-près de. . . .	10	0,023
Arc concentrique.		
Le centre de cet arc, divisé en degrés, doit être le même que celui du cercle, la longueur de son rayon peut être de.	44	0,099
Les curseurs doivent avoir des languettes mobiles, afin que dans toutes les positions que peut occuper le petit miroir, et après avoir placé les viseurs sur les memes nombres de degrés de l'arc concentrique, le point de parallélisme des miroirs soit toujours au milieu de l'intervalle qui les sépare.		

La dépression apparente donnée par les Tables, suppose toujours que la réfraction terrestre diminue la dépression vraie de la même quantité, qui pour nos Tables est portée aux 0,08 de sa valeur ; cette hypothèse n'approche de la réalité que dans l'état ordinaire de l'atmosphère, où la courbe qui décrit un rayon de lumière, parti d'un point de l'horizon, a toujours sa convexité tournée vers le ciel et qui fait que l'observateur qui reçoit l'impression de ce rayon voit ce point dans la direction de la tangente à cette courbe et par conséquent au-dessus de son lieu vrai. Mais les variations assez fréquentes et très-singulières que la densité de l'air éprouve près de la surface de la terre, modifient tellement cette courbe, que non seulement sa convexité augmente ou diminue, mais encore qu'elle devient quelquefois concave vers le ciel, dans ce dernier cas l'effet de la réfraction terrestre, est de faire voir le point de l'horizon au dessous de son lieu vrai. Comme il serait impossible de se procurer les données qui serviraient à corriger les dépressions des Tables, pour les ramener à celles qui correspondent aux instans des observations, on ajoute au cercle une pièce qui sert à observer la dépression immédiatement avant et après les observations des hauteurs. Cette addition a été faite vers 1800; Lenoir, père, l'a exécutée pour son cercle n.° 92, qui appartenait à M. Rossignol lieutenant de vaisseau, et qui depuis vingt-cinq ans est à notre disposition. Tout nous porte à croire que cette addition a été conseillée par Borda, qui, dans les dernières années de sa vie (il mourût le 20 février 1799), s'occuppa d'un grand travail sur les réfractions, et parvint par une théorie savante, appuyée sur des experiences délicates et nombreuses, à composer une formule de réfraction. Ce travail etait le sujet d'un mémoire considérable dont on a vu deux copies, mais qui ne s'est pas trouvé à sa mort.

Cette pièce se fixe par une vis de pression à l'extrémité de l'alidade de la lunette, derrière le petit miroir de l'instrument ; elle porte une seconde lunette et un second petit miroir à demi-étamé, ils sont ajustés sur cette pièce de manière à rendre l'axe de cette lunette parallèle au plan du cercle, et la surface du second miroir perpendiculaire au même plan. Cela posé, soient A et A' les points d'intersection diamétralement opposés du vertical de l'astre avec l'horizon ; si l'on met en contact l'image directe de A avec l'image réfléchie de A', on obtiendra la distance angulaire de ces deux points, qui, diminuée de 180°, donnera le double de la dépression correspondante à la hauteur de l'astre ; mettant de nouveau ces deux images en contact, mais en visant directement à A', on obtiendra une nouvelle distance angulaire, et en continuant à pointer successivement vers A et A', l'arc total parcouru divisé par le nombre des répétitions, fera connaître la valeur moyenne de la distance angulaire de ces points, qui, diminuée comme nous l'avons dit de 180°, déterminera la valeur moyenne du double de la dépression, et parconséquent la dépression observée.

DE L'HORIZON ARTIFICIEL.

Les instrumens à réflexion ne peuvent servir à terre à prendre la hauteur des astres, que par le moyen d'un *horizon artificiel* : on nomme ainsi un instrument formé généralement par une glace ronde dont la surface supérieure est parfaitement plane et polie, la surface inférieure est dépolie et noircie afin d'éviter les erreurs provenant du défaut de parallélisme des deux surfaces ; cette glace est enchâssée dans une monture en cuivre

soutenue par trois pieds à vis, à l'aide desquelles la glace peut être placée horizontalement. Pour caler l'instrument, c'est-à-dire, mettre la surface supérieure de la glace parallèle à l'horizon du lieu, on se sert d'un niveau à bulle d'air, qui consiste dans un tube de verre cylindrique d'une longueur à-peu-près égale au diametre de l'horizon artificiel et d'environ 2 centimètres ou 9 lignes de diamètre : sur sa surface convexe, et parallèlement à l'axe du tube, on y dresse une surface plane qui sert de base à l'instrument, lorsqu'il est placé sur un plan ; ses deux extrémités sont hermétiquement fermées, et sa capacité est occupée en grande partie par de l'esprit-de-vin ou de l'éther, sur lequel surnage une bulle d'air dont l'extrême mobilité fait connaître l'inclinaison de la glace. Pour éviter les fractures, on le renferme quelquefois dans un étui de cuivre ayant pour support les extrémités d'une règle bien plane, et à laquelle il faut que l'axe du cylindre de verre soit parfaitement parallèle ; autrement l'étui contenant le tube est monté sur une règle en cuivre qui a trois points saillans par lesquels le niveau repose sur un plan, et cet étui est monté sur cette règle de manière à ce que l'axe du niveau peut être remis parallèle au plan déterminé par les trois points de support, dans le cas où il se serait écarté de cette position. Dans toutes ces dispositions la longueur supérieure du tube contient des repères, ou des divisions, ou enfin une règle divisée, qui, dans chacun de ces cas, sont placés symétriquement par rapport à son milieu, et qui servent à vérifier si l'axe du niveau, et par conséquent le plan sur lequel il repose, est horizontal. (La bonté d'un niveau demande qu'il soit d'une grande sensibilité, c'est-à-dire, qu'à la moindre inclinaison de l'instrument, la bulle s'écarte beaucoup du milieu du tube et qu'elle ait une marche très-régulière ; qu'il soit surtout exempt du défaut assez commun par lequel la bulle d'air s'arrête par intervalles pour reprendre sa marche après plusieurs secondes d'un repos apparent et trompeur, et continue à parcourir encore quelques petits espaces).

Rectification de l'horizon artificiel.

Il est évident que l'on ne sera assuré de la situation horizontale d'un plan et parconséquent de la surface supérieure de la glace d'un horizon artificiel, qu'après y avoir placé le niveau dans deux positions perpendiculaires entre elles, et que dans ces deux épreuves la bulle d'air occupe toujours le milieu du tube.

Pour parvenir promptement à rectifier ou caler un horizon artificiel, commencez par le placer dans une position telle que l'une des trois vis de sa monture soit près du plan du vertical de l'astre dont on veut observer la hauteur, mais du côté vers lequel le mouvement diurne s'opère, afin que cette vis se trouve sensiblement dans ce plan au milieu du tems de la durée de vos observations, et procédez à une rectification provisoire de la manière suivante : placez le niveau sur l'horizon, parallèlement à la corde qui joint les axes des deux vis situées hors du vertical, et faites mouvoir l'une d'elles jusqu'à ce que la bulle du niveau occupe à-peu-près le milieu du tube, cela posé, sans effectuer de retournement, placez le niveau dans une direction perpendiculaire à la première, c'est-à-dire, sur le diamètre de l'horizon qui passe par l'axe de la troisième vis située près du vertical, puis en la faisant mouvoir amenez la bulle du niveau vers le milieu ; en opérant ainsi, dans moins d'une minute de tems vous aurez donné à l'horizon artificiel une position à-peu-près horizontale.

Pour achever la rectification, faites une marque à l'un des bouts du niveau, afin de n'observer que la position de l'extrémité de la bulle située vers ce bout : cela fait, placez le niveau parallèlement à la corde et notez le point correspondant à l'extrémité désignée, retournez ensuite le niveau, en le plaçant encore dans la direction de la corde et remarquez de nouveau à quel point répond l'extrémité de la bulle correspondante à la marque. 1.° Si avant et après le retournement cette extrémité répond au même point du tube ou de divisions, la corde suivant laquelle le niveau a été placé sera horizontale. 2.° Si avant et après le retournement, cette même extrémité répond à des points différens, tournez l'une des vis placées sur la corde de manière à ce que l'extrémité de la bulle dont on s'est servie occupe une position moyenne entre les deux positions qu'elle a occupées, et vous aurez rendu cette corde horizontale, ce qui d'ailleurs peut être vérifié par un nouveau retournement. Placez ensuite le niveau dans la seconde position déjà employée, c'est-à-dire sur le diamètre qui passe par la vis située près du vertical et par son aide amenez la même extrémité de la bulle à la position moyenne dernièrement

trouvée, vous obtiendrez enfin la rectification complète de l'horizon artificiel. Avec des instrumens bien construits, une bonne pratique d'en user, l'expérience de plusieurs centaines de rectifications a prouvé que la durée moyenne du tems employé à rectifier un horizon, ne doit être que d'environ trois minutes.

Pour réussir à exécuter une chose quelconque, rappelez-vous qu'il ne suffit pas de savoir comment elle se fait, mais qu'il faut encore posséder le savoir faire, qui ne peut s'acquérir que par l'exercice.

De la méthode précédente il résulte que pour caler un horizon artificiel, il n'est pas nécessaire que le niveau soit rectifié, c'est-à dire qu'étant placé sur un plan horizontal, les deux extrémités de la bulle répondent de chaque côté à des divisions portant les mêmes numéros. Si cependant vous voulez rectifier le niveau, vous y parviendrez en faisant usage des vis placées à sa monture pour amener la bulle entre ses repères, c'est-à-dire chacune de ses extrémités sur des divisions portant le même numéro, et cela immédiatement après s'être assuré que la corde ou le diamètre sur lequel il repose est horizontal.

On peut encore rectifier l'horizon de la manière suivante : avant et après le retournement, n'observez que les positions que les deux extrémités de la bulle occupent, lorsque successivement elles se trouvent placées à votre droite. Ensuite 1.°, prenez le milieu entre les deux nombres marqués avant et après, et faites-le marquer à l'extrémité de la bulle qui est placée à votre droite, en ne faisant usage que des vis du niveau, alors il sera rectifié. 2.° Si après cette opération les deux extrémités de la bulle correspondent à des nombres de l'échelle portant le même numéro, la corde ou diamètre, suivant lequel le niveau a été placé, sera horizontal. 3.° Mais si les nombres sont différens, tournez la vis du pied de l'horizon, qui se trouve sur la direction parallèle à celle du niveau, jusqu'à ce que la bulle soit placée entre les mêmes nombres et la corde où le diamètre sera horizontal.

On voit que pour employer cette seconde méthode, il faut que le niveau soit construit de manière à être toujours rectifié, ou bien que sa monture contienne ce qui est nécessaire à sa rectification.

Soit HN (*fig.* 23, *Pl. I*) l'horizon artificiel, parallèle à l'horizon du lieu ou représentant l'horizon, placé en avant de l'instrument et dans le vertical de l'astre : soit S un astre qui envoie le rayon directe SS' sur l'horizon HN, l'angle $SS'N$ est égal à la hauteur de l'astre au-dessus de l'horizon, et par conséquent celui qui doit être observé.

Puisque l'instrument n'est autre chose qu'un miroir plan, l'image du point S se réfléchira suivant $S'O$ de manière que l'angle de réflexion $OS'H$ sera égal à l'angle d'incidence $SS'N$; d'où il suit que, si un œil est placé à l'un des points de $S'O$, il verra par le rayon $S'O$, l'image de l'astre dans l'horizon en un point s, de même que dans un miroir. Mais l'astre S et son image s déterminent dans l'œil placé en O, par les rayons SO, sO, qu'ils y envoient, un angle SOs dont la grandeur est facile à déterminer. Car l'angle $SS'N = OSH$, mais $OS'H = sS'H$; donc $SS'N = sS'N$, et par conséquent $SS's = 2SS'N$. Cela posé, dans le triangle $SS'O$, l'angle $SS's = SOS' + OSS'$, ou $2SS'N = SOS' + OSS'$ et $SOS' = 2SS'N - OSS'$; mais plus la distance SS' est grande à l'égard de $S'O$, plus l'angle OSS' est petit. La lune, le soleil et les étoiles sont tellement éloignés du point S', par rapport à la distance $S'O$, que l'angle OSS' peut être regardé comme nul; ainsi l'angle SOS' est le double de l'angle $SS'N$.

La mesure de l'angle SOS' s'obtient avec un instrument à réflexion, en visant au point s à travers la partie transparente du petit miroir, et en faisant coïncider cette image avec celle qui est réfléchie par le grand miroir; de cette manière, on aura le double de la hauteur.

Observations des hauteurs par le moyen de l'horizon artificiel.

Pour abréger, nous nommerons l'image $B'' A''$ (*fig.* 23, *Pl. I*) vue dans l'horizon, *image réfléchie*, et l'image réfléchie par le grand miroir, *image directe*. Après avoir calé l'horizon artificiel, on se placera de manière à voir dans l'horizon l'image réfléchie du soleil; puis tenant le plan de l'instrument dans le plan du vertical de l'astre, ce dont on s'assurera au moyen de l'ombre que le rayon du petit miroir jette sur la concavité de la partie inférieure de l'instrument, on visera à l'image réfléchie à travers

la partie transparente du petit miroir: on aura soin de placer un verre coloré à l'oculaire, ou, si l'instrument n'est pas disposé pour cet effet, on se servira de deux verres colorés placés, l'un entre le grand miroir et le petit, l'autre derrière la partie transparente du petit miroir; puis on éloignera l'alidade jusqu'à ce que l'image directe paraisse près de l'image réfléchie. On remarquera que, d'après les principes d'optique, on voit dans un miroir horizontal l'image renversée des objets placés verticalement; par conséquent, le soleil sera vu renversé dans l'horizon artificiel: le bord inférieur réfléchi *A''* sera en effet le bord supérieur *A* du soleil, et le bord supérieur *L''* sera l'inférieur *B*.

Cela posé, si l'on met en contact le bord inférieur *B* (*fig.* 24, *Pl. I*) de l'image directe avec le bord supérieur *L''* de l'image réfléchie, on aura réellement mis en contact le bord inférieur de l'image directe du soleil avec son image, et l'on aura le double de la hauteur de ce bord; par conséquent, pour avoir la hauteur apparente du centre, il faudra à la moitié de l'angle marqué par l'alidade ajouter le demi-diamètre du soleil.

Si on fait coïncider l'image directe *AB* avec l'image réfléchie *B'' A''* (*fig.* 25, *Pl. I*), de manière que les deux images n'en fassent qu'une, alors le centre de l'une se confondra avec le centre de l'autre, et la hauteur apparente du centre sera la moitié de l'angle donné par l'instrument. Comme cette manière d'observer ne comporte pas autant de précision que la précédente, ainsi que la suivante, on n'en fait pas usage.

Enfin, si l'on met en contact le bord supérieur *A* (*fig.* 26, *Pl. I*) de l'image directe avec le bord inférieur *A''* de l'image réfléchie, ce sera mettre en contact le bord supérieur de l'image directe du soleil avec son image; cela donnera le double de la hauteur de ce bord: ainsi, la moitié de l'angle marqué par l'alidade, diminuée du demi-diamètre du soleil, fera connaître la hauteur apparente du centre.

On peut éviter l'addition ou la soustraction du demi-diamètre, en observant alternativement le double de la hauteur du bord inférieur et celui de la hauteur du bord supérieur; alors on obtiendra directement la hauteur apparente du centre, en divisant la somme des angles marqués par l'instrument, par le double du nombre des observations.

Dans ce qui précède, nous avons supposé que l'observation se faisait avec une pinnule ou une lunette qui ne renverse pas les objets; voyons maintenant ce qui arrive lorsque la lunette renverse. Dans ce cas, *la fig.* 24 deviendra *la fig.* 27; l'image réfléchie *A'' B''* représentera le soleil comme on le voit directement, c'est-à-dire que le bord inférieur *B''* de l'image réfléchie sera le bord inférieur du soleil, et que le bord supérieur *A''* de cette image sera le bord supérieur du soleil; mais l'image directe *BA* sera renversée, c'est-à-dire que son bord supérieur *B* sera l'inférieur du soleil, et que l'inférieur *A* en sera le bord supérieur. D'où il suit que, si l'on met en contact le bord supérieur *B* de l'image directe avec le bord inférieur *B''* de l'image réfléchie, on aura mis en contact le bord inférieur du soleil avec son image; ce qui donnera le double de la hauteur de ce bord, duquel on tirera la hauteur apparente du centre: mais si l'on met en contact le bord inférieur *A* (*fig.* 28) de l'image directe avec le bord supérieur *A''* de l'image réfléchie, ce sera mettre en contact le bord supérieur du soleil avec son image, on aura le double de la hauteur de ce bord, dont la moitié, diminuée du demi-diamètre, donnera la hauteur apparente du centre. On évitera l'addition ou la soustraction du demi-diamètre, en observant alternativement le bord inférieur et le bord supérieur.

Il est essentiel de ne pas confondre l'image directe avec l'image réfléchie. On parviendra à les distinguer l'une de l'autre en se servant de deux verres colorés de deux teintes différentes; par ce moyen, la première paraîtra d'une couleur différente de la seconde: ou bien on balancera l'instrument autour de l'axe optique, et celle des deux qui dans ce mouvement paraîtra décrire un arc, sera l'image directe.

L'angle mesuré par l'horizon artificiel étant double de la hauteur de l'astre, on ne pourra pas, par le moyen de cet instrument et en se servant du sextant, observer des hauteurs au-delà de 60 à 62°.

Examen du niveau à bulle d'air et de la surface de l'horizon artificiel.

Pour être en état d'apprécier un niveau à bulle d'air, nous allons donner une idée des procédés employés à leur construction.

Pour faire les niveaux à bulle d'air, qui se trouvent à bas prix dans le commerce, on emploie ordinairement les tubes tels qu'ils sortent des verreries; on se contente de choisir les plus droits et les plus réguliers; pour faire ce choix, on les emplit presque entièrement d'esprit de vin, on examine, en le faisant tourner sur son axe, quel est le côté du tube où la bulle qui forme le vide, peut se tenir au milieu de la longueur, et où cette bulle s'écarte plus sensiblement et plus régulièrement du milieu, lorsqu'on incline très-peu le tube avec une vis de rappel ou, ce qui vaut mieux, une vis micrométrique, pour mesurer le degré d'inclinaison; le côté reconnu le meilleur, est choisi pour être le dessus; les autres côtés sont assez indifférens à la perfection de l'instrument. On met de l'esprit de vin dans le tube, parce qu'il ne gèle pas et qu'il a plus de fluidité que l'eau, et sous ce rapport l'éther est préférable, parce qu'il est encore plus fluide. Le tube et la bulle doivent avoir le maximum de longueur: car plus la bulle est longue et plus elle est sensible à la moindre inclinaison. Une bulle très-petite est peu sensible, paraît s'attacher au verre, ou ne se meut que très-lentement.

Lorsqu'on fait usage d'un niveau de cette espèce, on remarque que s'il était exact à une température déterminée, il ne l'est plus à toute autre température; et que par conséquent après l'avoir rectifié pour le matin, il n'était pas juste le soir si la température était plus élevée, ou réciproquement, que s'il était exact à une température élevée il ne l'était plus lorsque la chaleur était passée. La bulle plus longue, lorsqu'il fait froid a plus de sensibilité que lorsqu'elle est courte et qu'il fait chaud; dans le premier cas elle est quelquefois trop sensible et ne peut se tenir au milieu du tube et au même degré d'inclinaison du même sens, elle se tient un peu en-deçà ou un peu au-delà du milieu. Ces défauts étant petits, demandent des observations faites avec soin pour être distingués ou aperçus; cependant leur influence étant trop essentielle on a cherché à les corriger, remarquant que les défauts provenaient de l'irrégularité du tube, c'est-à-dire de celle de sa surface intérieure, on en a conclu que des niveaux construits avec des tubes choisis comme précédemment, devaient avoir plus ou moins les mêmes défauts, puisque tous ces tubes sortant de la verrerie n'avaient point leur surface intérieure régulière et qu'elle n'était cylindrique, qu'autant, tout au plus, qu'une glace est plane au sortir de la verrerie avant que d'être dressée.

Il est donc nécessaire de dresser la surface intérieure du tube, lui donner régulièrement la forme d'un cylindre ou plutôt d'un fuseau, dont les deux côtés diamétralement opposés, fussent des portions de cercle d'un très-grand rayon. On y parvient par des procédés particuliers dont il est inutile de parler. Un tube ainsi travaillé ou rodé, peut être suffisamment sensible et l'être trop ou trop peu. Il sera peu sensible si, avant le travail, indépendamment des inégalités particulières de l'intérieur du tube, leurs diamètres sont en total plus grands au milieu qu'aux extrémités, pourvu que l'excès soit trop grand: si l'excès est trop petit, s'il est nul, ou si les diamètres sont plus grands aux extrémités qu'au milieu, alors le tube est trop sensible; la bulle ne peut se tenir au milieu, elle peut même se partager en deux, ayant une partie à chaque extrémité du tube.

Pour corriger ces défauts et donner à l'instrument le degré de perfection desiré, après l'avoir essayé en le plaçant sur deux chevalets fixés à une règle, on élève ou on baisse une des extrémités de la règle par le moyen d'une vis micrométrique: de cette manière on reconnaît aisément quel est le degré de sensibilité du tube. Si elle est trop grande, on la rend moindre en travaillant de nouveau le tube sur un cylindre de cuivre plus court que celui dont on s'était servi dans la première opération: si elle est trop petite on la corrige en travaillant ce tube sur un cylindre plus long.

En travaillant ainsi un tube, on parvient à construire des niveaux de 325 millimètres (12 pouces) de longueur, ayant une bulle de 244 millimètres (9 pouces), à la température de 16° de Réaumur, qui s'écarte du milieu du tube de 2 millimètres (1 ligne) pour 1″ d'inclinaison.

La longueur du rayon de la courbure intérieure du tube, dépend de la sensibilité, et réciproquement la sensibilité dépend de la longueur de ce rayon, abstraction faite de la grandeur du rayon de la terre qui la modifie un peu lorsque la sensibilité est très-grande. Elle peut être exprimée par l'espace que la bulle parcourt dans le tube, divisé par le degré d'inclinaison qui a occasionné le dérangement de la bulle; on si on veut supposer le degré d'inclinaison constant, par exemple d'une seconde, la sensibilité

sera simplement comme l'espace parcouru. Ce qui précède explique pourquoi deux niveaux composés de tubes de même longueur, l'un peut être d'un prix trop élevé à 5 francs, et l'autre d'un prix modéré à 40 francs.

Pour s'assurer que la surface de l'horizon artificiel est parfaitement plane, on se servira d'une lunette ou longue-vue dont l'objectif ait au moins trois pieds de foyer; puis, après avoir placé le tuyau mobile de l'oculaire au point qui convient à sa vue, on regardera directement et par réflexion sur cette surface un objet situé à une distance de cinquante à soixante toises. Si l'image directe et l'image réfléchie sont également bien terminés, la surface est plane. Si, au contraire, l'image réfléchie paraît confuse et qu'il faille alonger la lunette pour qu'elle devienne aussi distincte que l'image directe, la surface est convexe; s'il fallait raccourcir la lunette, la surface serait concave.

On peut aussi faire cette vérification par le moyen de la hauteur méridienne de l'un des bords du soleil, en faisant parcourir la surface de l'horizon artificiel au point de contact des deux images de ce bord: si le contact cesse d'avoir lieu, on peut en conclure que cette surface n'est pas plane.

De l'erreur causée par l'inclinaison de l'horizon artificiel avec l'horizon vrai.

Lorsque l'horizon artificiel n'est pas parallèle à l'horizon vrai, la différence entre l'angle mesuré avec le secours de cet instrument et le double de la hauteur de l'astre, est toujours égale au double de son inclinaison; d'où il sera facile de conclure que, si la surface de l'horizon penche vers l'œil, il faudra ajouter l'inclinaison à la moitié de l'angle mesuré pour avoir la hauteur de l'astre, et que, si cette surface penche vers l'astre, il faudra au contraire retrancher l'inclinaison de la moitié de l'angle observé.

La surface supérieure d'un fluide en repos étant nécessairement horizontale, il en résulte: que tous les fluides peuvent servir d'horizon artificiel. Mais comme le mercure a le plus grand pouvoir réflecteur entre tous les fluides connus, il est généralement employé à cet usage.

Le mercure doit être à l'abri du vent. On y parvient en couvrant le vase rectangulaire qui le contient et qui est placé sur une base solide, d'une cage de dimensions telles que ses parois intérieures ne touchent pas au pourtour du vase, qui doit y être entièrement isolé. Cette cage *fig.* 29 a deux de ses faces *FI*, *EI* garnies de glaces dont les surfaces doivent être planes et parallèles, ou mieux encore, garnies de feuilles de Talc bien pures et bien transparentes (parce que, ce minéral jouit de la faculté remarquable de ne point réfracter les rayons lumineux qui le traversent).

Pour obtenir du mercure une surface toujours brillante et donnant le maximum du pouvoir réflecteur de ce métal, il faut chaque fois qu'il est versé dans le vase ou cuvette l'y faire arriver par l'intermédiaire d'un entonnoir ou cornet de papier n'ayant qu'un trou capillaire, afin de purger ce fluide de l'oxide que l'action de l'air produit sur sa surface et qui s'attache alors à la paroi intérieure du cornet de papier.

L'horizon artificiel de glace et celui de mercure sont les plus commodes de tous ceux qui ont été construits pour servir à terre à prendre la hauteur des astres avec les instrumens à réflexion, chacun d'eux a ses avantages particuliers, qui engagent un observateur éclairé à en avoir un de chaque espèce pour satisfaire à toutes les exigences qui peuvent se présenter.

Ces horizons ne peuvent être d'aucun usage à bord d'un bâtiment, puisqu'il est toujours en mouvement, et comme l'observation de la hauteur des astres à la mer, est sans contredit la plus utile et la plus fréquente pour les marins, on a cherché depuis long-temps, à leur procurer le moyen de l'observer toutes les fois que l'astre était visible et par conséquent dans le cas où le terme de l'horizon ne l'était pas; c'est-à-dire à leur donner un *horizon artificiel* toujours parallèle à l'horizon vrai du lieu. Un semblable instrument a bien des conditions à remplir pour être d'un usage sûr; d'abord il lui faut surmonter des obstacles puissans et permanens, provenant des oscillations du batiment autour de ses axes horizontaux, ainsi que les mouvemens qui portent sa proue tantot à droite, tantot à gauche de la route sur laquelle il est dirigé; de plus, son usage doit être facile, prompt, ne pas exiger beaucoup d'adresse, d'intelligence, d'habileté, il faut enfin, que la hauteur qu'il doit donner, ne repose jamais sur une compensation d'erreur tout-à-fait éventuelle, que cette hauteur soit toujours suffisamment exacte pour ne

compromettre dans aucun cas, les conséquences tirées des calculs dans lesquels elle doit entrer. Depuis le commencement du siècle dernier, des efforts successifs ont été faits pour atteindre ce but, on a proposé une grande diversité d'instrumens plus ou moins exacts, plus ou moins ingénieux, dont plusieurs d'entre eux sont les résultats des méditations d'hommes célèbres qui avaient une connaissance parfaite du problême, mais jusqu'à présent tous les essais tentés paraissent insuffisans et ne point satisfaire aux besoins de la navigation. Nous allons faire connaître celui qui nous paraît le plus recommandable, c'est l'horizon artificiel imaginé par Serson et perfectionné par Smeaton, qui paraît être d'un usage plus général, puisqu'il peut etre employé non seulement à terre mais encore à la mer; cette dernière propriété le rend précieux dans beaucoup de circonstances, surtout, lorsqu'il s'agit dans une relache de déterminer ou de vérifier la marche diurne d'une montre marine, sans etre obligé de descendre à terre.

Serson avait remarqué qu'une toupie animée d'un mouvement rapide de rotation, conserve la situation verticale malgré le mouvement du plan qui la supporte. La toupie de Serson avait un miroir plan à sa surface supérieure; la pointe inférieure de l'axe était placée dans une coquille où elle pouvait tourner sans changer de place.

Il est facile de remarquer que cette première disposition entraînait avec elle des inconvéniens tendant directement à la destruction de l'instrument; Smeaton perfectionna l'idée de Serson, sa toupie est un miroir plan circulaire d'environ quatre pouces de diamètre, enchâssé dans une bordure de cuivre dont le bord supérieur s'élève un peu au-dessus du plan, ce qui lui donne la meme forme qu'au couvercle d'une tabatière. Cette toupie n'a point de pivot en dessous, mais par le centre du miroir s'élève perpendiculairement une tige en cuivre d'environ neuf à dix lignes de hauteur, et dont l'extrémité inférieure au-dessous du miroir, contient une coquille creusée dans un morceau d'agathe qui reçoit un pivot sur la pointe duquel on la fait tourner lorsqu'on veut s'en servir; ce pivot est fixe au fond d'une boîte d'une forme quelconque, et le tout est disposé de manière que la toupie, dont la hauteur est très-petite, étant placée sur le pivot, son centre de gravité soit le plus près possible de la pointe de l'axe, et que le bord supérieur de la boîte dépasse un peu celui de la bordure du miroir.

Pour mettre cette toupie en mouvement, on enveloppe un ruban autour de la tige dont nous avons parlé, ensuite on place la toupie sur le pivot, puis on met une règle au-dessus, dans un trou de laquelle passe la tige; cette règle ne doit pas toucher la toupie, mais reposer sur le bord supérieur de la boîte et doit avoir assez d'épaisseur pour que le ruban puisse passer par une ouverture latérale, lorsqu'on le tire de coté; cela posé, en tirant promptement le ruban et avec force, tandis que de l'autre main on appuie la règle sur le bord de la boîte, le ruban se dégage; on enlève ensuite la règle, et la toupie ainsi montée peut conserver douze à quinze minutes le mouvement qui lui a été donné.

Cet horizon doit prendre et conserver une position horizontale, malgré l'inclinaison de la boîte dans laquelle on le fait tourner, et par conséquent les mouvemens du batiment, si ceux de la mer ne sont pas très-violens.

De l'emploi du Cercle de réflexion dans les observations topographiques.

Le cercle de réflexion est spécialement destiné pour les observations d'astronomie nautique, cependant il peut être employé avantageusement à celles qui servent à la construction des cartes et plans hydrographiques, et en général aux observations géodésiques du second et du troisième ordre, qui demandent à être faites avec une grande promptitude; mais les objets terrestres n'étant pas toujours très-distincts, surtout lorsqu'ils ne se projettent pas dans le ciel, et perdant encore de leur lumière non-seulement lorsqu'ils sont vus par réflexion, mais encore directement à travers la partie transparente du petit miroir, il en résulte que les distances angulaires observées, n'ont jamais l'exactitude que l'on obtient avec le cercle répétiteur ordinaire. Le cercle de réflexion ne pourra donc être employé que dans des opérations trigonométriques secondaires, comme celles dans lesquelles il s'agit de déterminer les positions des sondes, des roches sous l'eau, des bancs, des hauts-fonds, etc., et lorsqu'il faut faire le détail topographique des côtes; l'usage de ce cercle ainsi reduit, donnera toujours une exactitude suffisante pour les opérations relatives à la construction des plans de détail, et s'il est employé

avec habileté, rendra de nombreux services. C'est dans l'ouvrage ayant pour titre, *Méthodes pour la levée et la construction des cartes et plans hydrographiques*, par M. Beautemps-Beaupré, Ingénieur hydrographe en chef, que l'on apprendra tout le parti que l'on peut tirer de cet instrument : nous ajouterons seulement que pour mesurer avec célérité les distances angulaires des objets terrestres, il convient de remplacer la lunette par une pinnule, et pour les opérations qui s'exécutent en canot, de substituer des miroirs de métal aux miroirs de glace, ces derniers sont plus exposés à se détériorer par les lames que l'on peut recevoir dans ces embarcations; nous dirons aussi que pour s'exercer utilement à la mesure de ces distances, afin de pouvoir les employer avec sécurité, il faut, après avoir choisi plusieurs points remarquables de l'horizon, tels que *A*, *B*, *C*, *D*, etc., prendre la distance de chaque point à deux ou trois autres, par exemple la distance du point *A* à *B*, celle de *A* à *C*, de *A* à *D*, ensuite la distance du point *B* à *C*, celle de *B* à *D*, etc., enfin s'assurer si les observations se vérifient l'une par l'autre; non que la somme des distances de différens points intermédiaires soit toujours égale à la distance des deux points extrêmes, ou que la somme des angles observés autour de l'horizon fasse toujours 360 degrés, car on ne doit pas attendre une aussi grande précision dans ces observations, quand même les objets seraient tous situés dans un même plan, néanmoins ces exercices en apprendront assez pour éviter les méprises que l'on pourrait commettre dans la pratique.

Pour mesurer l'élévation ou l'abaissement d'un point placé au-dessus ou au-dessous du plan de l'horizon, comme dans les cas où il s'agit de se procurer les élémens de la réduction des angles au plan de l'horizon ou ceux des différences de niveau, il faut donner au cercle de réflexion les propriétés du cercle ordinaire, car la mesure des hauteurs à l'aide d'un horizon artificiel, n'est évidemment praticable que quand les objets sont au moins élevés de 10 à 12 degrés au-dessus du lieu de l'observateur, c'est-à-dire rendre son limbe susceptible de conserver une position verticale, et de tourner tant sur un axe horizontal qu'autour d'une tige verticale destinée à lui servir de pied. Il faut en outre à l'alidade *EF* du grand miroir (*fig.* 18, *Pl. I*) un niveau *T* de repère qui ait la faculté de basculer autour d'un axe xx' auquel il est suspendu, afin qu'il puisse reprendre sa position naturelle, lorsqu'on renverse du haut en bas la même alidade.

Supposons que cette disposition ait lieu; on mettra le limbe verticalement, au moyen d'un fil à plomb, et après avoir amené et fixé à zéro la lunette *GH*, on la dirigera sur l'objet dont on cherche la hauteur ou la dépression, en faisant tourner le limbe dans son plan : ensuite on fera mouvoir l'alidade du grand miroir pour caler le niveau au-dessous du centre *A*, et l'on serrera la vis de pression de cette alidade, afin que le niveau soit fixe à l'égard du limbe. Après cette première partie de l'observation, l'on fera faire une demi-révolution au cercle, dans le sens azimuthal, puis l'on ramènera à soi l'oculaire, en faisant tourner le limbe sur lui-même, vu que les alidades ne peuvent pas comme dans le cercle ordinaire, passer l'une sur l'autre, et l'on arrêtera ce mouvement quand le niveau aura repris la position horizontale. Enfin l'on détachera du limbe la lunette, pour la ramener et la fixer sur l'objet, et alors la ligne de foi de son alidade aura parcouru un arc double de celui qu'on désire connaître; mais d'après la manière avec laquelle le limbe est divisé, il est évident que le quart de l'arc sera la valeur de l'angle mesuré.

Il est à remarquer que, par ce procédé, la lunette passant de la droite à la gauche de l'observateur, marche dans le sens de la graduation, lorsque l'objet sur lequel on pointe est au-dessus de l'horizon de la station, et qu'elle marche en sens contraire de la graduation, lorsque l'angle cherché est un angle de dépression : on pourrait donc, dans ce dernier cas, commencer l'observation par la gauche, pour éviter de prendre le complément à 720 degrés de l'arc compris entre zéro et le point de la graduation sur lequel l'alidade de la lunette s'est arrêtée à la fin de la seconde observation conjuguée.

DES LUNETTES.

Quoique l'œil soit sans contredit le plus parfait de tous les instrumens d'optique, quelque étendue que soit sa puissance, elle n'est cependant pas toujours suffisante pour faire distinguer les corps qui soutendent des angles visuels trop petits, aussi existe-t-il une foule d'êtres dont nous n'aurions aucune connaissance, si l'art n'eût reculé les limites

de la vision, et suppléé à la faiblesse de notre vue, en nous donnant les lunettes, invention qui doit etre rangée parmi les decouvertes les plus importantes, puisque nous leur devons les progrès de l'astronomie.

On peut avec des verres lenticulaires, former un grand nombre de combinaisons diverses, qui font voir les objets plus grands et plus rapprochés qu'ils ne le sont réellement. L'instrument qui résulte d'un pareil assemblage, se nomme *lunette*, ou *télescope*, ou enfin *longue-vue*.

Pour que l'effet d'une lunette soit aussi parfait que possible, chaque verre doit être exactement centré, les axes de tous les verres doivent ètre sur une même ligne droite; chaque verre doit avoir une distance focale exactement determinée d'après des règles fixes, et surtout une ouverture exactement proportionnée. Entre les verres on place des *diaphragmes*, qui sont des cercles opaques percés à leur centre, et dont il est fort important de déterminer la position et le diamètre. Enfin tous les verres doivent etre placés à des distances prescrites d'avance; et meme l'œil doit avoir sa place exactement désignée.

Avec une lunette on voit les objets éloignés sous un angle plus grand qu'avec l'œil nu: le nombre qui indique combien de fois cet angle est agrandi, se nomme *le grossissement*.

L'espace que l'on aperçoit à travers le système entier des verres est circulaire, et se nomme *le champ de la lunette*: la mesure de ce champ est l'angle sous lequel l'œil verrait, sans lunette, tout l'espace qu'il embrasse par le moyen de la lunette.

L'intensité de la lumière avec laquelle on voit les objets, se nomme *la clarté*, et la précision avec laquelle paraît chaque point visible, se nomme *la netteté* de la lunette.

Toutes ces choses sont susceptibles de déterminations mathématiques; mais comme il n'entre pas dans notre plan d'en donner la théorie, nous renverrons au *Traité d'optique* publié par La Caille; nous allons seulement faire connaitre l'instruction sur la manière de nettoyer les verres des lunettes achromatiques employées dans la Marine, par LE REBOURS, imprimée d'après les ordres du Ministre de la Marine.

Le but de cette instruction est simplement d'indiquer les précautions qu'on doit prendre pour nettoyer les verres des lunettes achromatiques: nous commencerons par donner une description de ces instrumens, en y joignant quelques figures qui rendront cette instruction plus intelligible.

[*Fig.* 30.] La première figure représente une coupe longitudinale d'une lunette semblable à celles dont se servent ordinairement les marins, et qui en conséquence sont nommées *lunettes de mer*.

Cet instrument est composé du corps principal *AAAA*; à son extrémité *B* est située et montée, dans un barillet de cuivre, une piece appelée *objectif*, laquelle est composée de deux verres placés l'un sur l'autre, dont le premier est convexe ou bombé des deux côtés, tandis que le second, situé immédiatement derrière l'autre en dedans de la lunette, est le plus souvent concave ou creux des deux côtés. C'est par l'assemblage et les courbures respectives de ces deux verres, qu'une lunette devient *achromatique*, mot tiré du grec, et qui veut dire litéralement *sans couleurs*.

A l'autre extrémité *CC* du corps de la lunette, glisse, dans un coulant, le tuyau en cuivre *DDD* appelé *oculaire*; il renferme quatre verres, lesquels isolément se nomment aussi *oculaires*. Ce tuyau, comme nous l'avons déjà dit, entre à frottement dans un coulant à ressort *EE*, fixé à l'extrémité *CC*: enfin, dans l'intérieur du corps principal en *F*, à dix pouces à-peu-près de l'objectif *B*, on remarque une rondelle de cuivre *G*, percée d'une ouverture plus ou moins grande, et qui, par rapport à ses dimensions, est appelée *grand diaphragme*. Pour l'intelligence de ce que nous dirons ci-après, il est bon de remarquer que le premier verre oculaire est celui qui suit l'objectif, et non celui sur lequel on applique l'œil.

[*Fig.* 31.] La deuxième figure représente d'une manière plus détaillée le tuyau oculaire, ainsi que les pièces qu'il renferme. Dans ce tuyau *AAA*, on remarquera deux autres petits tuyaux, dont le premier *BB* est un peu moins gros que le second *CC*; ces deux tuyaux contiennent chacun deux verres et un diaphragme: ainsi donc le tuyau *BB*, qui monte à vis en *D* sur le tuyau *AAA*, renferme, savoir, le premier verre oculaire *E*, un petit diaphragme *F*, et le second verre oculaire *G*. Le deuxième petit tuyau

qui entre simplement à frottement dans le tuyau AAA, contient le troisième verre oculaire H, un second diaphragme J, beaucoup plus ouvert que le premier, enfin le quatrième verre oculaire K. Ce dernier verre est recouvert par une pièce LL appelée *bonnette;* dans son milieu est pratiquée une visière où l'on applique l'œil : cette pièce monte à vis sur l'extrémité antérieure du tuyau AAA. Du reste, il est essentiel de remarquer que les quatre verres oculaires sont sertis ou fixes sur des viroles MM, NN, OO et PP, lesquelles se vissent sur les tuyaux destinés à les recevoir. Sous la bonnette LL, à l'extrémité du tuyau AAA, on remarquera aussi une petite coche, destinée à donner de la prise à l'ongle du pouce, quand il est nécessaire de faire sortir le tuyau CC de sa place.

PRINCIPES GÉNÉRAUX.

En admettant qu'une lunette soit en bon état, c'est-à-dire que les verres qui la composent soient parfaitement à leur place, bien travaillés et dans les proportions exigées par les règles de l'optique, on doit établir ce principe, qu'il ne faut jamais déplacer ou démonter les verres, soit de l'objectif, soit de l'oculaire, à moins d'une urgente nécessité. Ainsi, toutes les fois que les circonstances exigeront que l'on s'écarte de ce principe, on devra apporter la plus scrupuleuse attention à ce que les viroles sur lesquelles les verres sont sertis soient remises à la même place qu'elles occupaient avant qu'elles fussent démontées; parce que si un verre était à la place d'un autre, si les viroles ballotaient, enfin si elles étaient vissées de travers, il en résulterait l'inconvénient de détruire totalement l'effet d'une lunette, attendu que par le déplacement d'un verre on change la combinaison de tout l'oculaire, de même qu'en le vissant de travers il cesse d'être ce qu'on appelle centré.

Ce que nous venons de dire relativement aux verres, peut s'appliquer aux pièces que nous nommons *diaphragmes*, avec cette différence seulement qu'il est des cas où il devient indispensable de démonter les verres, tandis qu'on ne doit jamais toucher aux diaphragmes; à moins cependant qu'ils n'aient été déplacés par accident, et qu'on ne connaisse, par la théorie et la pratique, la véritable place que ces pièces doivent occuper; car autrement on risquerait, comme par la transposition des verres oculaires, de détruire l'effet d'une lunette : il est d'autant plus aisé de se tromper à cet égard, que rien n'indique cette véritable place.

[*Fig.* 31.] Nous établirons encore ce principe, qu'il est constant que la poussière ou les taches qu'on aperçoit dans le champ d'une lunette, lorsqu'on examine un objet quelconque, ne sont jamais sur l'objectif. Ces taches, au contraire, sont toujours sur le premier verre oculaire E, et sur le troisième verre oculaire H; dans ces deux positions, elles sont visibles et distinctes : mais si elles étaient sur les verres G et K, qui sont les deuxième et quatrième oculaires, bien qu'elles pussent nuire en jetant de la confusion sur l'image de l'objet observé, elles ne se verraient cependant pas. Nous allons au surplus indiquer deux expériences qui détruiront tous les doutes qu'on pourrait avoir à cet égard.

Première expérience.

Sur l'objectif d'une lunette de mer (que nous supposons de 25 lignes ou 56 millimètres de diamètre), si l'on applique avec de la cire deux ou trois petits morceaux de papier noir, de quelques lignes de diamètre, ces corps opaques n'altèreront pas sensiblement l'image de l'objet observé : malgré qu'ils aient été interposés entre l'œil et cet objet, on ne les verra pas; la lunette n'en produira pas moins le même effet que s'il n'y avait rien sur son objectif : il en résultera seulement une légère différence dans l'intensité de la lumière de l'image, c'est-à-dire que la lunette sera plus sombre; mais cette différence sera si peu de chose, que des yeux très-exercés pourront seuls la remarquer. Ainsi donc les taches qu'on aperçoit dans le champ d'une lunette ne sont point celles qui peuvent exister sur l'objectif.

Deuxième expérience.

[*Fig.* 31.] Après s'être bien assuré que tous les verres d'une lunette sont propres, si l'on jette quelque poussière (du tabac en poudre par exemple) sur le premier et le

troisième verre oculaire *E* et *H*, et que l'on regarde ensuite dans cette lunette, on verra très-distinctement ces corps étrangers. Il n'en serait pas de même, s'ils étaient sur le second et le quatrième verre oculaire *G* et *K* : dans cette dernière position, la poussière cesserait d'être visible; elle pourrait, à la vérité, altérer, et la transparence des verres sur lesquels elle serait fixée, et la netteté de l'image : mais, nous le répétons, loin d'être visible comme dans le premier cas, elle produirait à-peu-près l'effet d'un léger brouillard.

D'après les expériences que nous venons d'indiquer, on voit qu'il est incontestable que les taches ou corps étrangers que l'on aperçoit dans le champ d'une lunette n'existent, ni sur l'objectif, ni sur le deuxième et le quatrième verre oculaire, mais qu'elles ne peuvent être que sur le premier et le troisième. On peut donc tirer cette conséquence, qu'on ne doit que rarement essuyer les verres d'une lunette, et particulièrement l'objectif, pour deux raisons : la première, parce qu'il est (ainsi que nous venons de le démontrer) rarement nécessaire de le faire; la seconde, parce que les frottemens qui se multiplient autant de fois qu'on essuie un objectif ou tout autre verre, doivent nécessairement altérer la courbure de leurs surfaces.

Manière de nettoyer les Verres des Lunettes ou Longues-Vues.

Puisqu'il est essentiel de conserver dans toute leur intégrité les courbes des verres d'une lunette, on doit s'abstenir d'employer, pour essuyer ces verres, aucune substance qui pourrait les rayer ou les dépolir; tels sont, les étoffes de laine, le linge gras ou sale, et particulièrement les corps qui peuvent avoir action sur le verre, comme l'émeri, les cendres de papier brûlé et de toute autre espèce : le tripoli, la craie, le blanc-d'Espagne, etc., ont le même inconvénient. On ne doit employer, pour essuyer les verres, qu'un morceau de linge fin et blanc, sans autre intermédiaire qu'un peu d'eau ou de salive, si la poussière résistait aux premiers frottemens, ce qui annoncerait qu'elle s'est fixée sur les verres en s'incorporant avec l'humidité; car autrement le léger frottement d'un petit pinceau de blaireau suffit pour l'enlever. On peut avec succès substituer au linge un morceau de peau de mouton chamoisée. Enfin, s'il était tombé sur les verres, des corps gras et résineux, comme de la cire, du goudron ou du vernis, on enlevera facilement ces taches en frottant légèrement avec un peu d'esprit-de-vin ou de bonne eau-de-vie.

Dans la description qui précède cette instruction, nous avons supposé que la lunette était semblable à celles que nous livrons à la marine, c'est-à-dire garnie d'un objectif fixé dans son barillet au moyen d'une sertissure : mais, comme il pourrait arriver que cette instruction tombât entre les mains de personnes qui posséderaient des lunettes dont l'objectif ne fût point serti, nous allons indiquer les soins qu'elles devront apporter quand elles voudront démonter cette espèce d'objectif, pour enlever la poussière qui pourrait s'être glissée entre les deux verres.

[*Fig.* 32.] On doit d'abord considérer que les deux verres d'un objectif produisent quatre surfaces, dont les courbures diffèrent entre elles : ainsi la surface *a* est plus convexe ou bombée que la surface *b* du verre *A* qui est en dehors de la lunette; de même que la surface *c* est plus concave ou creuse que la surface *d* du verre *B* qui est placé en dedans de la lunette, immédiatement derrière le verre *A*; de façon que la surface *b* de ce dernier verre est en contact avec la surface *c* de l'autre verre. Or, de cette différence des courbes, il résultera des accidens toutes les fois que par inadvertance un des verres aura été retourné. Si donc, par exemple, on applique le côté *a* du verre *A* sur le côté *c* du verre *B*, et que l'on comprime les deux verres en vissant la virole sur le barillet, l'objectif ne produira plus l'effet auquel il est destiné; et, pour peu que la compression soit trop forte, l'un des deux verres se brisera inévitablement. Le même accident aurait lieu, si l'on retournait le verre *B* et qu'on mît en contact sa surface *d* avec les surfaces *a* ou *b* du verre *A*.

D'après cet exposé, on sera sans doute convaincu de la nécessité de ne jamais déranger l'ordre des verres d'un objectif, puisque le moindre des inconvéniens qui peuvent en résulter, est de détruire totalement l'effet d'une lunette, et qu'en outre il est rarement nécessaire d'essuyer les surfaces intérieures : mais cependant, comme il serait possible que des circonstances particulières exigeassent cette opération, on procédera comme il suit.

En observant ce que nous avons dit plus haut touchant la manière d'essuyer les verres, on aura la précaution, avant de dévisser la virole qui retient l'objectif dans son barillet, de faire sur le coté *a* du verre *A*, avec de l'encre de la Chine, un petit point noir que l'on répétera sur le bord exterieur du barillet; ensuite on fera deux points sur le côté *d* du verre *B* : avec cette précaution, on reconnaitra les surfaces qui doivent être en contact; on pourra les nettoyer, et remettre les verres de l'objectif dans la situation où ils étaient avant d'etre separés. On fera ensuite disparaître les points d'encre de Chine, quand l'objectif sera remis et fixé dans son barillet au moyen de la virole.

Avant de terminer nos observations, il est bon d'apprendre aux personnes qui pourraient l'ignorer, que les opticiens sont quelquefois dans l'usage de *repérer* les verres des objectifs : ces *repères* consistent en lettres ou chiffres traces avec un diamant sur les bords des verres; ou bien en traits sous la forme d'un *V* ou d'un *X*, pratiqués sur le côté ou ce qu'on appelle tranche du verre : mais ces figures ayant eté tracées tandis que les verres étaient réunis, une moitié se trouve sur la tranche d'un verre, et l'autre moitié sur la tranche de l'autre verre; il faudra donc avoir l'attention de réunir les figures dont il vient d'etre question, avant de remettre et fixer l'objectif dans son barillet.

Après avoir démontré les inconvéniens qui peuvent résulter du nettoiement trop fréquent des verres de lunettes, nous convenons néanmoins qu'il est nécessaire que ces verres soient exempts de poussière; mais, pour accorder deux principes qui sembleraient contradictoires, nous ne pouvons mieux finir cette instruction, qu'en invitant les personnes qui se servent journellement de ces instrumens à les maintenir propres, en s'abtenant de démonter l'objectif, d'y porter les doigts et de faire sortir tout-à-fait du corps de la lunette le tuyau oculaire, sans nécessité : avec cette précaution, les surfaces extérieures de l'objectif et du quatrième verre oculaire, ne seront exposees à la poussière que pendant le moment de l'observation, si l'on a l'attention de mettre le bouchon sur l'objectif et de fermer la visière du tuyau oculaire aussitot qu'on cesse d'observer.

DE LA LUNETTE MURALE.

Cet instrument est une lunette construite sur les mêmes principes que celle du cercle de réflexion, mais ayant environ deux ou trois pieds de longueur, et par conséquent un grossissement et un champ plus grands; elle a un *réticule* placé près de l'oculaire et au foyer de la lunette; cette pièce est un diaphragme ou petit anneau de métal contenant ordinairement quatre fils de soie, d'araignée ou d'argent. Trois de ces fils sont parallèles entre eux; celui du milieu, qui est un diamètre, représente un cercle horaire ou de déclinaison : le quatrième fil, perpendiculaire aux trois premiers, est aussi un diamètre destiné à représenter un parallèle à l'équateur ou la direction du mouvement diurne des astres. Ce réticule, dont le plan est perpendiculaire à l'axe de la lunette, a la propriété de se mouvoir dans ce plan de manière à placer l'intersection des diamètres rectangulaires sur l'axe, et de les incliner simultanément jusqu'à 45 degrés. S'il arrivait que ces fils donnassent lieu à une *parallaxe*, c'est à-dire que leur image parût éprouver du dérangement à l'égard de l'objet que l'on fixe, lorsqu'on regarde par différens points de l'ouverture de l'oculaire, alors on ferait mouvoir en avant ou en arrière et parallèlement à elle-même, pour ne pas changer le centre de réfraction, la pièce qui entraîne l'objectif, de manière à en ramener le foyer à l'endroit même de la croisée des fils suppposés fixes. Au contraire, quand ces fils sont mobiles dans le sens de la longueur de la lunette, on les rapproche ou on les éloigne de l'objectif jusqu'à ce qu'il n'existe plus de parallaxe. La distance de l'objectif aux fils doit être diminuée lorsque l'image de l'objet s'élève et s'abaisse avec l'œil, au contraire, elle doit etre augmentée lorsque l'image s'abaisse quand l'œil s'élève et s'éleve quand il s'abaisse.

Cette lunette a un support sur lequel on peut lui donner différentes directions et la rendre ensuite parfaitement immobile dans celle qu'elle doit occuper; ce support tient à une branche en fer afin qu'on puisse sceller solidement l'instrument à une muraille.

Une lunette ainsi montée dans une position invariable, est très-commode pour déterminer, dans une relache, la marche diurne d'une montre marine; pour en faire usage il suffit de la diriger et de la fixer à dix heures du soir, vers une étoile de première

ou de seconde grandeur; située, s'il est possible, dans le voisinage du méridien et de l'équateur, et après avoir fait mouvoir le reticule jusqu'à ce que l'étoile suive parallèlement le fil indiquant la direction du mouvement diurne, on fait compter à haute voix les secondes à la montre et l'on observe la seconde, la minute et l'heure où cette étoile passe à chacun des fils paralleles; repétant les memes observations plusieurs jours de suite, il sera facile d'en conclure la marche diurne de la montre.

Dans les observations, on adapte ordinairement un *réflecteur* à l'extrémité de la lunette pour éclairer son intérieur du coté de l'objectif, afin que les fils paraissent en noir sur un fond clair. Ce réflecteur est formé d'une petite plaque de metal percée elliptiquement, argentée et disposée convenablement pour refléchir dans la lunette les rayons de lumière qui proviennent d'une petite lanterne destinée à cet effet; mais il est préférable d'éclairer les fils par une ouverture pratiquée au milieu de la luuette, et près de laquelle se trouve intérieurement le reflecteur.

Dans un lieu situé par une petite latitude, l'étoile est près du zénith; alors il est presque impossible de l'observer directement. Dans ce cas, l'on place à l'oculaire un miroir incliné ou un verre prismatique qui a la propriété de faire voir l'astre dans une position plus commode pour les observations.

DE L'INSTRUMENT DES PASSAGES.

L'instrument des passages est une lunette fixée à angles droits sur un axe horizontal de rotation assez grand pour qu'on puisse aisément le diriger et l'arreter avec précision, afin que l'axe optique de la lunette décrive exactement le plan du méridien.

L'exactitude de cet instrument dépend de cinq vérifications différentes, dont trois constituent la bonté de l'instrument même, et doivent être exécutées par l'artiste; les deux autres ne regardent que la manière de le placer, et doivent etre faites par l'observateur. La première consiste en ce que l'objectif soit bien centré, c'est-à-dire, en ce que le centre de figure soit situé dans l'axe du verre; pour s'en assurer on fait faire un demi-tour à l'objectif dans le même plan et dans la place qu'il occupe, pendant qu'on conserve à la lunette sa même direction, si ce changement de situation de l'objectif n'empêche point que la croisée des fils paraisse toujours répondre au même point d'un objet, on peut en conclure que le centre d'étendue autour duquel s'est fait le mouvement, concourt exactement avec l'axe du verre. La seconde, en ce que les fils se trouvent précisément placés au foyer de l'objectif, afin d'éviter la parallaxe qui en résulterait si cette condition n'était pas remplie. Quoique ces deux ajustemens soient ordinairement fixés par l'artiste, il est toujours bon de s'en assurer et de les rajuster, surtout si, par quelque accident, on avait dérangé l'objectif ou les fils.

La troisième est, que l'axe optique ou la ligne de collimation (on appelle *axe optique* une ligne droite menée du centre de l'objectif au fil du milieu de la lunette, en supposant que ce fil occupe le foyer de l'objectif) soit exactement perpendiculaire à l'axe du mouvement: cet objet regarde encore l'artiste, mais comme le dérangement peut plutôt y avoir lieu qu'à l'égard des deux autres, on doit aussi plus souvent en faire la vérification, et rajuster dans le cas où l'un y remarquerait une inclinaison; ou peut y parvenir, en pointant d'abord la lunette vers un objet terrestre assez éloigné et qui s'aperçoive distinctement, de manière que le fil vertical du milieu du réticule le coupe bien par le milieu; si ensuite, en retournant l'axe de rotation bout pour bout, on retrouve pareillement le point de mire sous le même fil, les deux axes seront exactement perpendiculaires entre eux; si au contraire on trouve une différence, on en corrigera la moitié par le mouvement du réticule, au moyen d'une vis de rappel ou d'un petit carré qui est sur le coté de la lunette: pour s'assurer que l'on a alors corrigé l'inclinaison, on tournera la vis horizontale du coussinet, c'est-à-dire celle qui donne à l'axe de rotation un mouvement azimuthal jusqu'à ce que le fil du milieu couvre de nouveau le point de mire; et l'on répétera cette opération, jusqu'à ce qu'on parvienne à obtenir une parfaite coïncidence pour les deux positions contraires de l'axe de rotation. Mais lorsque l'horizon n'est pas à découvert, ou si l'artiste, croyant avoir réussi complètement sur cet objet, n'a point ajouté les vis nécessaires pour mouvoir la platine du réticule, ou enfin lorsqu'on n'a pas le temps de le faire, on ne pourrait que difficilement par des observations, determiner l'erreur de cette vérification et en tenir compte; par

conséquent il est essentiel de faire ajouter à l'instrument tout ce qui est nécessaire pour rectifier assez exactement l'axe optique, alors on pourra toujours faire en sorte que l'erreur de l'inclinaison soit plus petite que celle des observations.

Pour que la lunette décrive exactement un vertical, il faut que l'axe de rotation soit parfaitement horizontal; et pour que ce vertical suit le meridien, il faut qu'il soit dans la direction des vrais points de l'Est et de l'Ouest. On parvient à l'ajuster definivement dans ces deux directions, par des observations astronomiques, quoique cependant on puisse obtenir la première avec le secours d'un niveau ou d'un fil à plomb; mais ces procédés quoique simples en théorie, ne sont rien moins que faciles dans la pratique, pour en obtenir une grande précision. Ce degré de précision dépend encore de la construction de l'instrument: en effet, il ne suffit pas que l'observateur ait placé l'axe bien horizontalement, ou qu'il en connaisse *l'inclinaison* par rapport à une certaine position de la lunette, il faut encore que cette inclinaison reste constamment la même, lorsqu'on fait parcourir à la lunette tout le demi-cercle du méridien. Pour obtenir ce resultat, il faut 1.° que les deux tourillons ou extrémités de l'axe de rotation soient des cylindres de même base, parfaitement bien arrondis au tour et dont les axes existent dans le prolongement d'une même droite; 2.° que les crochets qui servent à suspendre le niveau sous les tourillons, soient parfaitement égaux et semblables, de manière que les points de contacts correspondans se trouvent dans une même droite parallèle à l'axe des tourillons; 3.° et enfin que les coches angulaires des deux coussinets sur lesquels porteut les tourillons soient de même parfaitement égales et semblables.

C'est de la précision à laquelle on peut parvenir en travaillant toutes ces pièces, que dépend toute la justesse de l'instrument, et quand une fois on l'a obtenue, il faut avoir grand soin de le garantir de toute secousse. Mais pour reconnaître s'il a quelque défaut à cet égard, il est nécessaire de s'assurer d'abord de l'horizontalité de l'axe de rotation, au moins pour une situation donnée de la lunette. Pour cela il faut commencer par suspendre librement le niveau sur les tourrillons, et observer à quel endroit de *l'index* s'arrête le centre de la bulle d'air; ensuite on retourne le niveau bout pour bout, et l'on observe de même dans cette nouvelle position l'endroit où s'arrête le centre de la bulle d'air: alors par le moyen de la vis qui tient à un côté du châssis du niveau, on ramène ce centre bien au milieu des deux stations où il s'était arrêté auparavant. On répétera cette même opération jusqu'à ce qu'enfin le centre de la bulle d'air s'écarte constamment du centre du niveau de la même quantité et vers le même côté (à droite ou à gauche), dans la situation ou directe ou renversée du niveau; cela étant fait, on peut dire que l'axe du niveau et celui de l'instrument auquel il est suspendu, sont parallèles entre eux. Maintenant pour mettre ces axes dans la situation horizontale, il n'y a qu'à hausser ou baisser un des coussinets, au moyen de sa vis verticale, jusqu'à ce que le centre de la bulle d'air s'arrete bien au milieu du niveau: si alors en retournant le niveau bout pour bout, ou même tout l'instrument, la bulle d'air ne change point de place, on peut regarder l'axe de l'instrument comme parfaitement horizontal, au moins pour une situation donnée de la lunette. Et si cette stabilité du niveau se conserve tandis qu'on retourne la lunette de l'un et de l'autre côté du zénith jusqu'à l'horizon, on peut regarder l'instrument comme parfait; car si les tourillons de l'axe, les crochets du niveau et les coches des coussinets ne se rapportaient pas parfaitement entre eux, il serait hors de toute probabilité que leurs défauts se correspondissent toujours si exactement, qu'il n'en résultât aucune altération dans le niveau; si au contraire le niveau indique quelques variations, il est évident qu'elles peuvent dépendre des défauts de l'une seule, ou de plusieurs de ces parties, sans que l'on puisse déterminer, par exemple, si l'horizontalité de l'axe de l'instrument est plus grande ou plus petite que celle qui est indiquée par le niveau. Dans cette incertitude, le seul parti à prendre, c'est de chercher à déterminer les erreurs de ces ajustemens au moyen des étoiles qui passent au méridien dans des situations où l'horizontalité de l'axe est confirmé par le niveau; ensuite avec ces erreurs et les passages d'étoiles d'espace en espace, dans les autres situations de la lunette, on en trouvera les valeurs successives dont on formera un tableau, afin d'en conclure par interpolation celles qui correspondent aux points intermédiaires, et l'on en tiendra compte dans la réduction des observations.

Nous avons dit qu'il ne suffisait pas que l'axe de rotation soit horizontal, mais encore qu'il soit dans la direction des vrais points de l'Est et de l'Ouest; en effet, si l'instrument

décrit un vertical et que ce vertical ne soit pas le méridien, à l'instant du passage par le centre de la lunette, tous les astres auront le même angle azimuthal et cet angle sera égal à la *déviation* horizontale de la lunette, mais tous les angles horaires seront inégaux; car en représentant par A l'angle horaire à l'instant du passage; par x la déviation; par L la latitude du lieu; et par D la distance polaire de l'astre observé, on aura

$$A = x\,(\sin L - \cos L \cot D)$$

L'angle horaire A sera donc différent pour les étoiles inégalement éloignées du pôle, et cette différence peut servir à déterminer la déviation x; en effet, une première étoile donnera pour la correction du passage observé p

$$dp = x\,(\sin L - \cos L \cot D) = nx$$

une seconde étoile

$$dp' = x\,(\sin L - \cos L \cot D') = n'x$$

On peut calculer pour un lieu donné, une table des quantités n (c'est ce qui a été fait pour l'observatoire de Brest.)

Soit P le passage de la première étoile au méridien, c'est-à-dire l'ascension droite de l'étoile en temps, p le passage observé; $P - p = dp$ sera la correction du passage observé ainsi $P - p = nx \quad P' - p' = n'x$ et

$$x = [(P - P') + (p' - p')]\,\frac{\sin D \sin D}{\cos L \sin (D - D')}$$

D'où il suit que pour déterminer la déviation d'une lunette méridienne bien rectifiée d'ailleurs, il suffit de connaître les distances polaires à peu près, et les différences de passage ou d'ascension droite fort exactement. De cette différence on retranchera la différence des passages observés; on multipliera le reste par la fraction, et l'on aura la déviation horizontale x, qui sera vers l'Orient, si $(P - P')$ surpasse $(p - p')$, et vers l'Occident dans le cas contraire, parce que x deviendra négatif.

Le facteur $\sin (D - D')$ qui est au dénominateur de la fraction, nous avertit de choisir pour cela des étoiles fort différentes en distance polaire. L'expression de x sera d'autant plus exacte, que $(D - D')$ approchera plus de 90°. Cette formule très-simple dont l'usage est continuel, a été donnée par M. Delambre dans la Connaissance des Temps de 1792, avec des tables et des exemples.

Si l'on connaît exactement P et P', c'est-à-dire le temps sidéral des passages des deux étoiles, et non plus seulement leur différence $(P - P')$, on pourra trouver en même temps la correction dh de l'horloge.

on aura $dh = (P - p) - nx = (P' - p') - n'x$

Tant que $\sin L > \cos L \cot D$, le nombre n est positif. Il devient o quand $\sin L = \cos L \cot D$; $\tan L = \cot D$ et $D = 90° - L$; l'étoile passera au zénith, la correction sera nulle; mais si l'on a $\sin L < \cos L \sin D$, n sera négatif, et la correction du passage soustractive.

Si l'étoile passe au méridien au-dessous du pôle D, $\sin D$ et $\cot D$ sont des quantités négatives. Si au lieu d'observer deux étoiles différentes, on observe la même étoile au-dessus et au-dessous du pôle, alors c'est D' qui devient négative et $= -D$,

la formule devient $\quad x = \dfrac{(p - p') - 12^h \text{ sid.}}{2 \cos L \cot D}$

Comme cette formule ne dépend plus de l'ascension droite ou du temps sidéral du passage, car il est sûr que les deux passages au méridien doivent différer de 12 heures sidérales. Ainsi, pour bien connaître x, il faut employer de préférence les étoiles circompolaires; c'est le moyen le plus sûr pour amener la lunette dans le méridien, elle suppose seulement que l'axe de rotation est parfaitement horizontal, et que l'axe optique est bien perpendiculaire à l'axe de rotation.

Pour corriger la déviation de la lunette, il faut connaître en temps l'intervalle équatoriale des fils, ce qui se fera sans calcul en observant les étoiles qui sont dans le voisinage de l'équateur, ensuite, dans la matinée qui suivra ces observations, on mettra le fil du milieu sur une marque ou *mire* située à l'horizon; cela fait, on tournera la

vis horizontale du coussinet jusqu'à ce qu'un des fils latéraux vienne remplacer le premier sur la mire ; on examinera les pas de la vis et les parties de son cadran parcourus de l'une à l'autre de ces deux positions, et l'on aura en parties de ce cadran l'intervalle des fils ; ayant déjà la valeur de cet intervalle en secondes de temps, on connaîtra donc les parties du cadran en secondes sidérales, par conséquent on saura de combien il faut tourner cette vis pour ramener la lunette au méridien.

Si la lunette était bien dans le méridien dans les deux points opposés de l'horizon, mais que l'axe de rotation ait une inclinaison y, la lunette au lieu de décrire le méridien décrira un grand cercle, l'astre à son passage aura un angle horaire A, déterminé par l'équation $A = y$ ($\cos L + \sin L \cot D$) $= my$, qui sera additif au passage pour avoir le passage vrai, quand la lunette incline vers l'Orient.

Deux étoiles donneraient encore l'inclinaison y au moyen d'une table des valeurs de m ; mais il vaut mieux corriger y au moyen du niveau, qu'il faut toujours consulter avant que de faire une observation ; mais si l'on a négligé cette précaution, et qu'après l'observation on s'aperçoive que le niveau n'est pas exact, il faut alors voir de combien de parties il est en erreur, et combien de secondes valent les parties du niveau. Pour y parvenir, rétablissez le niveau en tournant la vis verticale qui sert à rendre l'axe de rotation horizontal ; notez le mouvement m donné de la vis, choisissez une étoile qui passe au zénith, observez-la aux deux premiers fils avec l'axe bien horizontal, dérangez l'horizontalité en faisant pencher la lunette vers l'Occident, observez aussitôt après le passage aux deux derniers fils.

Le passage au fil du milieu conclu des deux premiers fils, au moyen de leur intervalle et de la distance polaire de l'astre, sera le passage vrai au méridien.

Le passage conclu de la même manière des deux derniers fils, sera le passage retardé, par l'effet de l'inclinaison donnée à l'axe. La différence entre les deux passages divisée par le nombre de parties dont vous aurez fait varier le niveau, sera le rapport des secondes de ces parties. Ce nombre de secondes multiplié par 15 sin D, sera l'arc de grand cercle qui mesure l'inclinaison donnée à la lunette.

En représentant par P et P' les deux passages, par n le nombre des parties dont le niveau aura varié entre les deux passages $\frac{15\ (P - P')\ \sin D}{n}$ sera la valeur d'une partie du niveau en secondes du grand cercle.

Soit dV le mouvement donné à la vis verticale, pour produire la variation n, exprimé en partie du cadran de cette vis, $\frac{15\ (P - P')\ \sin D}{dV}$ sera la valeur d'une partie de la vis en secondes, et $\frac{m}{dV}\ 15\,(P - P')\ \sin D = y =$ inclinaison cherchée.

Lorsque la lunette est parfaitement ajustée dans la direction du méridien, il faut placer solidement une mire à une grande distance dans l'horizon, laquelle paraisse coupée en deux parties égales par le fil du milieu ; ce repère servira à remettre la lunette dans la direction du méridien, dans le cas où elle viendrait à s'en écarter par quelque accident ; et comme tout s'altère et se déforme à la longue, il faudra répéter de temps-en-temps toutes ces vérifications.

Le traité d'astronomie de M. Delambre, fournira tous les renseignemens relatifs à cet instrument.

DE LA LUNETTE PRISMATIQUE.

Rochon a imaginé cette lunette prismatique en 1777 pour mesurer les petits angles, et qui permet de les obtenir avec une précision qu'il paraissait difficile d'atteindre.

La partie la plus importante de cet instrument, est un parallélipipède AG (*fig.* 33), formé par la réunion de deux prismes triangulaires égaux $ABCEFG$ et $ACDEGH$ de cristal de roche, dont les axes de cristallisation se trouvent dans des directions perpendiculaires, l'un à la face BG et l'autre à la face DG. On donne à ce parallélipipède la forme d'un cylindre droit dont les bases sont les cercles inscrits dans les deux faces

opposées AH et BG. Nous dirons seulement que lorsqu'un faisceau délié ou un rayon lumineux tombe perpendiculairement sur la base BG de ce cylindre, on a remarqué qu'il se divisait dans son intérieur en deux autres rayons qui suivent des routes différentes et donnent ainsi une image double du point lumineux.

C'est ce phénomène que les physiciens désignent par le nom de *double réfraction*; dans la marche de ces deux rayons, l'un nommé *rayon ordinaire* suit la loi de la réfraction ordinaire, et l'autre appelé *rayon extraordinaire* suit une loi particulière de déviation dépendante de la direction de l'axe du cristal.

Ce cylindre droit est placé dans l'intérieur du tuyau d'une lunette entre l'objectif et l'oculaire, de manière à ce que son axe coïncide avec l'axe optique de la lunette et peut glisser sur cet axe et indiquer sa position le long d'une règle, divisée en parties égales, qui se trouve gravée à l'extérieur du tuyau.

Dans une lunette (*fig.* 34 contenant ce cylindre prismatique, le faisceau qui apporte au foyer F de l'objectif l'image du disque D, rencontrant ce cylindre, par exemple, en P'', se divise en deux autres qui produisent au foyer les deux images a et b'. Comme l'angle $aP'b'$ de déviation reste toujours le même, les deux images s'approcheront l'une de l'autre à mesure que le cylindre avancera parallèlement à lui-même vers F; arrivé en P les deux images seront tangentes ou en contact, et quand il sera parvenu au foyer F, on ne verra qu'un disque, puisque tous les rayons divergens qui tombent du foyer sur l'oculaire, ne forment qu'une seule image. C'est lorsque le cylindre se trouve en ce point que correspond le zéro de l'échelle tracée sur le tuyau.

Pour obtenir les autres points de l'échelle, supposons que le diamètre du disque soit de 3 mètres 2 centimètres et que sa distance à l'objectif O est de 793 mètres 85 centimètres, son diamètre apparent, c'est-à-dire l'angle sous lequel il est vu, s'obtiendra par la proportion :

$$793^{m},85 : 3^{m},02 :: 1 : \text{tang } D \text{ qui donnera tang } D = \frac{3^{m},02}{793\ 85}$$

log.	3,012	0.477415
c. log.	793,85	7.100261
l. tang. D		7.577072 = l. tang. 13′

Donc le diamètre apparent est de 13′. De sorte que si l'on amène le cylindre prismatique en P, lieu où les deux images a et b du disque sont en contact, l'écart ou la distance ab des centres des deux images, donnera l'angle sur lequel le diamètre apparent de 13′ est vu, et comme il est évident que cet écart ou ce diamètre varie comme la distance PF, les parties de la distance focale FO pourront lui servir de mesure. Si donc on divise FP en 13 parties égales, chacune vaudra 1′, et cette division de minute en minute pourra être continuée jusqu'en O. Les divisions de minutes pourront être subdivisées en 5 ou 6 parties égales, alors l'échelle donnera les angles à moins de 12 ou de 10 secondes près.

La division de l'échelle, dont le zéro est en F, pourra se vérifier avec des disques de différens diamètres, et même avec le même disque mais en variant sa distance à l'objectif O, c'est-à-dire en changeant de station ou en rapprochant ou éloignant le disque D. En effet, rapprochons la lunette du disque D, de manière à réduire la distance $OD = 793^{m},85$ à $234^{m},54$; déterminant d'abord le diamètre apparent vu à cette distance, nous aurons :

$$234^{m},54 : 3,02 :: 1 : \text{tang. } D\text{, qui donnera tang. } D = \frac{3,02}{234,54}$$

log.	3,02	0.477411
c. log.	234,54	7.629782
log. tang. D		8.106193 = log. tang. 44′

Cela posé, si à cette seconde station on amène le cylindre prismatique vers l'objectif en P'', de manière que les deux images soient en contact, il faut alors que la position du cylindre indiquée sur l'échelle coïncide avec la 44.° minute.

Pour simplifier les usages de cet instrument, la règle divisée ne contient pas seulement les minutes et les subdivisions de la minute, pour tous les angles qui peuvent être observés avec l'instrument, mais encore les valeurs numériques des cotangentes correspondantes aux minutes des angles observés ; ces cotangentes se trouvent aussi dans la Table I de la page suivante, où elles sont données pour chaque dixième de minute, depuis 0′ jusqu'à 60′.

Remarque. Quand le cylindre est au foyer de l'objectif, on aperçoit tous les légers défauts, difficiles à éviter, provenant de la construction des prismes qui se manifestent par des apparences de poussière et de petits nébulosités ; mais ces effets ne nuisent point à la vision distincte de la duplication des images, puisqu'ils ne sont perceptibles qu'à l'origine de cette duplication et qu'ils disparaissent dans toute autre position du prisme.

Cet ingénieux instrument ne reçut pas dans le temps, tout l'accueil qu'il méritait ; entre les mains de M. Arago il a subi des perfectionnemens qui lui donnent une nouvelle importance, puisqu'il a servi à mesurer les diamètres de toutes les planètes, et à lever enfin l'incertitude où l'un était encore sur leur valeur. Notre but a été seulement de donner une idée de la petite lunette prismatique, qui peut être employée avec succès dans la tactique navale, les reconnaissances militaires et les opérations d'arpentage, où il n'est pas nécessaire de connaître les distances avec une extrême précision. Cette lunette jouit d'un avantage précieux pour un marin, et qui est analogue à celui des instrumens à réflexion, c'est de ne pas exiger de stabilité dans ses usages, le tenant à la main, dès que les images sont en contact, le mouvement n'influe en aucune manière sur leur réunion ; d'où il résulte, qu'en la pointant sur un navire, on peut s'assurer en très-peu de temps, s'il s'éloigne ou se rapproche de l'observateur, parce que les deux images, des girouettes, des pavillons, ou d'autres objets quelconques, mis en contact, se croiseront ou se sépareront proportionnellement à la marche respective des deux bâtimens ; par son secours on peut donc s'assurer si l'on gagne ou si l'on perd du chemin sur un bâtiment ennemi.

Passons aux usages de l'instrument, qui consistent généralement à donner un des termes de la proportion employée à déterminer le diamètre apparent, c'est-à-dire que, si l'on représente par D la distance à l'objet, par G sa grandeur, et par A son diamètre apparent ou l'angle sous lequel il est vu, la proportion

$$D : G :: 1 : \text{tang. } A \quad \text{ou} \quad D : G :: \text{cot. } A : 1$$

donnera $\quad D = G \text{ cotang. } A \quad$ et $\quad G = \dfrac{D}{\text{cot. } A}$

la lunette servira à faire connaître D ou G et par un léger artifice D et G.

Problème 1. *Connaissant la grandeur d'un objet, déterminer sa distance.*

Le cylindre prismatique étant placé au foyer de l'objectif, indiqué sur l'échelle par le point zéro minute, pointez la lunette à l'objet, vous ne verrez qu'une seule image ; cela posé, éloignez le cylindre de l'oculaire jusqu'à ce que les deux images formées par la double réfraction soient en contact dans le sens vertical, condition facile à remplir, si toutefois elle n'avait pas lieu de premier abord, et cela en faisant tourner convenablement la lunette autour de son axe optique.

Le contact ainsi obtenu, prenez sur l'échelle le nombre correspondant à celui des minutes ou dans la Table I de la page 62, multipliez la grandeur réelle de cet objet par le nombre trouvé, vous aurez pour produit la distance cherchée.

Exemple 1. Un pavillon de 10 mètres de hauteur a été hissé en tête d'un mât, l'angle sous lequel ce signal a été observé avec la lunette prismatique est de 32′ on demande à quelle distance on est de ce signal.

Cherchant soit sur l'échelle de la lunette ou dans la Table I le nombre correspondant à 32′, on y trouvera 108, par lequel multipliant la hauteur de 10 mètres, donnera pour produit 1080 mètres pour la distance demandée.

Exemple 2. Sachant que le grand mât d'un bâtiment est élevé de 38 mètres, et qu'ayant été observé avec la lunette sous un angle de 15′, déterminer sa distance.

Cette distance sera égale au produit de 38ᵐ multiplié par 229, c'est-à-dire à 8702 mètres.

USAGE DE LA LUNETTE PRISMATIQUE.

TABLE I.											TABLE II.	
M.	o'.0	o'.1	o'.2	o'.3	o'.4	o'.5	o'.6	o'.7	o'.8	o'.9	M.	Distances.
1'	3438	3126	2865	2647	2456	2292	2149	2022	1910	1810	1'	5745 met.
2	1719	1637	1563	1495	1433	1375	1322	1273	1228	1185	2	2922
3	1146	1100	1074	1042	1011	982	954	929	905	882	3	1948
4	860	838	819	800	781	764	747	732	716	702	4	1462
5	688	674	661	649	636	625	614	603	593	583	5	1169
6	573	563	554	545	537	529	521	513	506	498	6	974
7	491	484	477	471	465	459	452	446	441	435	7	834
8	430	424	419	414	409	404	400	395	390	386	8	731
9	382	378	374	370	366	362	358	354	351	347	9	649
10	544	340	337	334	331	328	325	321	318	315	10	585
11	312	310	307	304	301	298	296	294	292	290	11	530
12	287	285	282	280	279	275	273	271	269	266	12	488
13	264	262	260	258	256	254	252	250	248	247	13	449
14	246	244	242	240	238	236	234	233	231	230	14	418
15	229	227	225	223	221	220	219	218	217	216	15	389
16	215	213	211	210	208	207	206	205	204	203	16	365
17	202	201	200	199	198	197	196	194	193	192	17	343
18	191	189	188	187	186	185	184	183	182	181	18	325
19	180	179	178	177	176	175	174	173	173	172	19	306
20	172	171	170	169	168	167	166	165	165	164	20	292
21	164	163	162	161	160	159	158	157	157	156	21	279
22	156	155	154	155	153	152	152	152	151	151	22	266
23	151	150	149	148	147	146	145	145	144	143	23	254
24	143	142	141	140	139	139	138	138	137	137	24	243
25	137	136	135	135	134	134	133	133	132	132	25	233
26	132	131	130	129	129	128	128	128	127	127	26	224
27	127	126	125	125	124	124	124	123	123	123	27	216
28	123	122	122	121	121	121	120	120	119	119	28	209
29	119	119	118	118	117	117	116	116	115	115	29	202
30	114	114	113	113	113	112	112	112	111	111	30	194
31	111	110	110	109	109	109	109	108	108	108	31	189
32	108	107	107	106	106	106	105	105	105	104	32	183
33	104	104	103	103	103	102	102	102	101	101	33	177
34	101	101	100	100	100	100	99	99	99	98	34	172
35	98.0	97.7	97.4	97.1	96.8	96.5	96.2	96.0	95.8	95.6	35	167
36	95.5	95.2	94.9	94.6	94.3	94.0	93.8	93.6	93.4	93.2	36	162
37	93.0	92.7	92.4	92.1	91.8	91.5	91.2	91.0	90.8	90.6	37	158
38	90.5	90.3	90.0	89.7	89.6	89.3	89.0	88.7	88.4	88.2	38	154
39	88.0	87.7	87.4	87.1	86.8	86.6	86.4	86.4	86.2	86.1	39	150
40	86.0	85.7	85.4	85.1	84.8	84.5	84.3	84.1	83.9	83.7	40	146
41	83.5	83.3	83.0	82.8	82.6	82.5	82.4	82.3	82.2	82.1	41	142
42	82.0	81.8	81.6	81.4	81.2	81.0	80.8	80.6	80.4	80.2	42	139
43	80.0	79.8	79.7	79.5	79.1	79.1	78.9	78.7	78.5	78.3	43	135
44	78.0	77.8	77.6	77.4	77.2	77.0	76.9	76.8	76.7	76.6	44	133
45	76.5	76.3	76.2	76.1	76.0	75.9	75.8	75.7	75.6	75.6	45	130
46	75.5	75.3	75.1	75.0	74.8	74.6	74.4	74.2	74.0	73.8	46	127
47	73.6	73.3	73.0	72.8	72.6	72.4	72.2	72.0	71.8	71.6	47	124
48	71.4	71.1	70.8	70.5	70.3	70.1	69.9	69.8	69.7	69.6	48	121
49	60.5	69.3	69.2	69.0	68.9	68.8	68.7	68.6	68.5	68.4	49	119
50	68.3	68.1	68.0	67.9	67.8	67.7	67.6	67.5	67.3	67.1	50	116
51	67.0	66.9	66.8	66.7	66.6	66.5	66.4	66.3	66.2	66.1	51	113
52	66.0	65.9	65.7	65.7	65.5	65.3	65.1	64.9	64.8	64.6	52	110
53	64.7	64.6	64.5	64.4	64.3	64.2	64.1	64.0	63.9	63.9	53	108
54	63.8	63.7	63.6	63.5	63.3	63.1	62.9	62.8	62.7	62.6	54	106
55	62.5	62.3	62.1	62.0	61.9	61.8	61.7	61.6	61.5	61.4	55	104
56	61.3	61.2	61.1	61.0	60.9	60.8	60.7	60.6	60.5	60.3	56	102
57	60.1	60.0	59.9	59.8	59.7	59.6	59.5	59.4	59.3	59.2	57	100
58	59.1	59.0	58.9	58.8	58.7	58.6	58.5	58.4	58.3	58.2	58	99
59	58.1	58.0	57.9	57.8	57.7	57.6	57.5	57.4	57.3	57.2	59	98
60	57.1	57.0	56.9	56.8	56.7	56.6	56.5	56.4	56.3	56.2	60	97

Remarque. Lorsque dans les usages de la lunette on a souvent à observer le même objet ou des objets de même grandeur ; l'évaluation de la distance peut s'obtenir promptement au moyen d'une Table calculée à l'avance et contenant les produits de la grandeur réelle de l'objet, par tous les nombres correspondans à ceux des minutes de la Table I ; par exemple, sachant que la taille moyenne d'un homme est de 17 décimètres, nous avons multiplié ce nombre, successivement par les nombres de la Table I, ou ce qui est de même, par toutes les cotangentes des angles de minute en minute, jusqu'à 60′ et nous avons obtenu la Table II, qui donnera de suite les distances, pour tous les cas où l'on mettrait en contact les pieds de l'image supérieure avec la tête de son image inférieure, ainsi quand l'indicateur du cylindre donnera 9′, cette Table II donnera sur le champ 649 mètres pour la distance cherchée.

Dans les opérations de tactique navale, il serait très-facile d'obtenir les distances d'un bâtiment à un autre, en adoptant l'emploi de pavillons d'une hauteur commune et qui seraient hissés en tête des mâts : une Table analogue à la Table II donnerait de suite toutes les distances qui peuvent être déterminées avec l'instrument qui, pour plus de simplicité, pourrait contenir cette Table placée près de son échelle.

Problème II. *Connaissant la distance d'un objet, trouver sa grandeur.*

Ce problème est l'inverse du précédent. Déterminez l'angle sous lequel l'objet est aperçu, et prenez le nombre correspondant à son nombre de minutes ; le quotient de la division de la distance connu par ce nombre correspondant, vous donnera la grandeur cherchée.

Exemple. La distance d'un objet est de 2192 mètres, on demande sa grandeur.

Cet objet, observé à la lunette prismatique, est vu sous l'angle de 25′ dont le nombre correspondant est de 137, Table I. Divisant 2192 mètres par 137, on aura pour quotient 16 mètres qui sera la grandeur cherchée.

Problème III. *La distance et la grandeur d'un objet étant inconnues, de la manière d'obtenir ces deux quantités.*

Choisissez une première station, telle qu'en observant l'angle mesuré par l'instrument, sa mesure approche du maximum du nombre de minutes donné par l'échelle ; éloignez-vous ensuite de cet objet d'un nombre de mètres connu, et dans cette seconde station observez de nouveau l'angle sous lequel l'objet est aperçu, son nombre de minutes sera plus petit que celui qui a été trouvé dans la première station. Cela posé, multipliez la distance contenue entre les deux stations par le plus petit nombre de minutes trouvé, et divisez le produit par la différence des deux nombres de minutes observés, vous obtiendrez pour quotient la distance du lieu de la première station à l'objet ; ensuite par le problème II vous déterminerez la grandeur de cet objet.

Exemple. Un édifice, dont la hauteur ou l'élévation est inconnue, a été observé à la lunette prismatique, et cette élévation a donné 36′ pour l'angle sous lequel elle a été vue, on s'est éloigné de cet édifice de 1147 mètres et son élévation a été vue de nouveau sous l'angle de 20′, on demande la distance et l'élévation de cet édifice.

Distance des deux stations 1147 multiplié par 20, plus petit des deux angles, donne pour produit 22940 mètres ; divisant ce produit par $36 - 20 = 16$, on aura pour quotient 1433 mètres 7 décimètres pour la distance de l'édifice au lieu de la première station.

Avec cette distance 1433,7 et l'angle de 36′, on trouvera par le second problème que l'élévation de l'édifice est de 13 mètres 9 décimètres.

Notice historique. L'application des lunettes aux instrumens divisés, a été faite par *Morin* en 1634, et c'est en 1635 que par leur secours il aperçoit les étoiles en plein jour ; ces deux découvertes qui, une trentaine d'années plus tard, changèrent la face de l'astronomie observatrice, furent reçus avec assez d'indifférence.

Picard, de concert avec *Auzout*, applique une lunette astronomique portant des fils en croix au foyer, à un quart de cercle, et observe en 1667. C'est en 1669 qu'avec cet instrument il observe en plein jour les étoiles au méridien.

La *lunette méridienne* inventée par Roemer en 1700, abandonnée par les astronomes pour le mural, inspirait encore de la défiance en 1740 ; cet instrument perfectionné et

enfin employé quelques années plus tard, a donné une précision qui a passé toutes les espérances.

La *lunette achromatique* a été construite par *Hall* en 1750; la déconverte ne fût publiée qu'en 1758 par *Dollond*, qui découvrit le premier que le crown-glass et le flint-glass produisent l'achromatisme. Il paraît que depuis cette découverte jusqu'eu 1810 on s'est servi partout de crown-glass et de flint-glass à peu près de meme nature, époque à laquelle *Guinand* de Neuchâtel en Suisse, parvint non seulement à faire des disques de flint-glass d'un diamètre qu'on n'avait pas encore obtenu, mais à lui donner une grande pureté et une plus grande pesanteur spécifique, celle de 3,6, la pesanteur de l'eau étant 1, avantage important parce qu'il favorisait le raccourcissement des lunettes.

La *lunette vitro-cristalline*, inventée en juillet 1828 par *Cauchoix*, est le résultat d'une nouvelle composition des objectifs achromatiques; cet artiste eut l'idée heureuse de remplacer le crown-glass et de lui substituer le cristal de roche : avec des objectifs ainsi construits, les lunettes d'un meme grossissement, sans perdre de leur netteté, augmentent de clarté et de champ et subissent une assez grande réduction dans leurs longueurs, elle est telle que, toute chose égale d'ailleurs, la longueur totale de l'instrument peut être réduite à peu près aux deux tiers. Nous observerons que dès 1770 *Rochon* avait construit un objectif de cristal de Madagascar qui produisait un assez bon effet, et dont il rendit compte à l'Académie, dans un mémoire qui a pour titre *Relation d'un voyage aux Indes Orientales*; mais il paraît que depuis cette époque, l'usage du cristal de roche n'était plus entré dans la construction des objectifs.

DES BOUSSOLES EN USAGE DANS LA NAVIGATION.

L'aimant est une substance ferrugineuse, connue par la propriété qu'elle a d'attirer le fer, et de lui communiquer la même propriété par le contact ou le frottement prolongé : le fer devient alors un aimant artificiel. Cette faculté attractive n'est pas uniformément répartie dans tous les points de l'aimant : il existe dans chaque aimant, soit naturel, soit artificiel, deux points opposés, dont l'un jouit relativement au fer ou à un autre aimant, de la propriété attractive, et l'autre de la propriété répulsive, et l'on a donné à ces points le nom de *Pôles magnétiques*, à cause d'une autre propriété remarquable, qui consiste en ce que le globe terrestre fait, à l'égard d'un aimant suspendu, la même fonction que le fer; de sorte qu'une des extrémités de l'aimant se dirige sensiblement vers le pôle Nord et que l'autre se tourne vers le pôle Sud. Ces pôles magnétiques se distinguent par les noms de *Pôle Nord* et de *Pôle Sud*.

Les anciens ne connurent point la plus belle et la plus importante des propriétés de ce minéral, celle qui lui fait regarder le Nord par une de ses extrémités et le Sud par l'autre; le silence de tous les auteurs de l'antiquité qui ont parlé de l'aimant, forme sur ce fait une preuve négative qui ne laisse rien à répliquer. On ignore absolument dans quel temps a été faite cette découverte, et on ne sait pas même au juste l'époque à laquelle elle a été appliquée aux usages de la navigation; cependant on est assez d'accord de la faire remonter avant l'année 1180, et l'on se fonde sur un passage du Poëme satirique intitulé *Bible Guyot*, de Guyot de Provins qui florissait à la fin du XII.ᵉ siècle et qui publia son ouvrage en 1203.

Voici ce passage copié avec beaucoup d'exactitude.

De notre pere l'apostoile
Volsisse qu'il s'emblast l'estoille
Qoi ne se moet. Bien la voient
Li marinies qui si avoient :
Par celle estoille vont et vienent,
Et lor sen et lor voie tienent,
Ils l'apelent la tresmontaigne,
Icele estaiche est moult certaine.
Toutes les autres se removent,
Et rechangent lor liens et torneot ;
Mais cele estoile ne se muet,
Un art font qui mentir ne puet
Par la vertu de l'amaniére
Une pierre laide et bruniére
Ou li fers volontiers se joinet,
Ont, si gardent le droit poinct,
Puis c'une aiguille i ont touchie
Et en un festu l'ont couchie
En l'eve le metent sans plus,
Et li festus la tient desus,
Pois se tourne la poincte toute
Contre l'estoile, si sans dute,
Que ja nus hom n'en duutera
Ne ja poor rien ne faussera.
Quand la mer est obscure et brone,
Quant ne voit estoile ne lune,
Dont font à l'aguille allumer,
Puis n'ont ils garde d'esgarer,
Contre l'estoile va la poincte.
. . . .
Molt est l'estoile et belle et clere,
Tiez devroit estre nostre pere.

Rien n'est plus clair que cette description de la boussole qui ne consistait qu'en une aiguille aimantée qu'on faisait nager dans un vase, au moyen de deux brins de paille ou d'un morceau de liége qui la soutenaient sur l'eau; des témoignages authentiques attestent que les navigateurs de la méditerranée connaissaient cette espèce de boussole, à laquelle on avait donné le nom de *calamite* ou de *grenouille*; Gioia (Flavio), pilote qui naquit à Pasitano près d'Amalfi, dans le royaume de Naples, vers la fin du XIII.e siècle, imagina la suspension commode dont nous usons aujourd'hui, en mettant l'aiguille aimantée en équilibre sur un pivot qui lui permet de se tourner de tous les côtés avec facilité. Dans la suite on la chargea d'un carton divisé en 32 rhumbs de vent, qu'on nomme la *rose des vents*, et l'on suspendit la boîte qui la porte de manière que, quelques mouvemens qu'éprouvât le vaisseau elle restât toujours horizontale. Les Anglais se font honneur de cette addition à la boussole.

Il est possible que les Français aient ajouté la rose des vents à l'aiguille de Gioia: de là sera venu la fleur de lis qui désigne le Nord. Il est possible que les Anglais aient conçu la pensée de renfermer l'aiguille, son pivot et la rose des vents, dans une boîte, *box* ou *boxel*: de là le nom de *boussole*. Ce qui est démontré, c'est que la decouverte de la vertu directive de l'aimant est antérieure à Gioia, et qu'avant lui les navigateurs, tant de la Méditerranée que des mers de l'Inde, faisaient usage de l'aiguille aimantée: ce qui est plus que vraisemblable, c'est qu'il a été cependant en Europe, par un perfectionnement très-important, le véritable créateur de la boussole, telle que nous la possédons aujourd'hui.

[Des recherches nouvelles, faites récemment par M. J. Klaproth, savant académicien de Berlin, confirment ce que nous avons avancé, que les anciens ont ignoré la polarité de l'aimant; le résultat de son travail intéressant prouve que les *boussoles aquatiques* furent les seules qu'on connut en Europe dans le treizième siècle; en Chine on les trouve déjà mentionnées en 1111 et 1117 (l'origine de l'Imprimerie date chez les Chinois du commencement du 10.e siècle). Dans la première moitie du 13.e siècle, on se servit encore de ces boussoles dans la mer Baltique, et les Coréens n'en connaissaient pas d'autre à la même époque.

Cette espèce de boussole était usitée en Chine au moins *quatre-vingts ans* avant la composition de la satire de Guyot de Provins (1190), les Arabes la possédaient à-peu-près à la même époque, d'où il résulte que cette invention fut communiquée directement ou indirectement aux Arabes par les Chinois, et que ce furent les Arabes qui la transmirent pendant les premières croisades aux Francs.

Quant aux Chinois, ils ont connu, dès la plus haute antiquité, l'aimant, sa force attractive et sa polarité; mais la plus ancienne mention de la propriété particulière à cette pierre de communiquer le fluide magnétique au fer, ne se trouve explicitement énoncée que dans le célèbre dictionnaire *Chou-Wen*, qui fut achevée en 121 de notre ère. On y lit sous l'article aimant: « Nom d'une pierre avec laquelle on peut donner la direction à l'aiguille. » Ce passage important démontre clairement qu'on connaissait déjà en chine l'aiguille aimantée au commencement du second siècle. Mais les Chinois ont aussi eu, longtemps avant nous, des notions très-exactes sur la déclinaison de l'aiguille aimantée, dont on attribue en Europe la découverte a Christophe Colomb, en 1492. Parmi les preuves données, s'y trouve celle d'un auteur d'une histoire naturelle en chinois, composée vers 1115, après avoir décrit la boussole aquatique, dit qu'elle montre bien le Sud, mais constamment avec une déclinaison de deux degrés et demi à l'Est.

Quant à l'invention de la boussole, M. Klaproth n'a pas trouvé de date précise dans les livres chinois. On voit cependant que dans le 4.e et le 5.e siècle on dirigeait déjà des vaisseaux selon les indications magnétiques. Dans les 7.e et 8.e siècles des navires chinois partaient de Canton pour parcourir toutes les mers des Indes. Il est donc peu probable que les Chinois qui faisaient ces longues courses maritimes, ne se fussent pas servis pour les diriger, de l'aiguille aimantée qu'ils connaissaient déjà en 121 de notre ère. L'usage de la boussole sans eau, c'est-à-dire avec l'aiguille se mouvant sur un pivot, est indubitable dans la marine chinoise sur la fin du 13.e siècle, comme on le reconoait par le récit d'un voyage fait à cette époque.]

Nous ferons remarquer que la vertu magnétique agit à travers toutes sortes de matières. Les attractions, les répulsions n'ont pas moins lieu, quelques matières solides ou fluides qu'on interpose entre le fer et un aimant soit naturel, soit artificiel.

On peut composer des aimants artificiels très-forts, en formant avec des lames d'acier de même longueur, qui ont reçu la vertu magnétique, deux faisceaux séparés par deux dés de bois de 25 millimètres d'épaisseur, les poles de différens noms communiquent ensemble de part et d'autre par une armure de fer doux.

Les aimants artificiels sont non seulement plus forts que les meilleurs aimants naturels, mais encore ils communiquent beaucoup plus de vertu magnétique au fer et à l'acier; et sont par conséquent bien préférables pour aimanter les aiguilles des boussoles. Ils ont encore l'avantage qu'il est très-facile de leur rendre toute leur force, lorsqu'ils viennent à la perdre par la suite des temps.

L'aimant, soit naturel, soit artificiel, ne perd point de sa vertu en la communiquant. On a vu même des aimants donner au fer plus de vertu attractive qu'ils n'en avaient eux-mêmes, sans que la leur en parût diminuer.

Quant on veut aimanter des aiguilles de boussole, il faut avoir deux barreaux aimantés, deux ou trois fois aussi longs que l'aiguille qu'on veut aimanter, et au moins deux fois aussi larges.

On les pose sur une table, en ligne droite, de manière que leurs pôles opposés ne soient séparés que par une petite plaque mince de carton ou de bois, laquelle ne déborde pas les barreaux, au moins par-dessus. On pose l'aiguille à aimanter sur ces barreaux, en sorte que son milieu réponde à leur séparation. On la fait ensuite glisser à plat, en faisant répondre chacune de ses extrémités, successivement, presque à cette séparation, et en appuyant un peu. Ayant ainsi frotté l'aiguille dix à douze fois sur chaque face, l'aiguille sera aimantée.

Pour juger de l'intensité magnétique d'une aiguille, il faut bien moins avoir égard à sa faculté de porter du fer, qu'à la durée des oscillations qu'elle fait librement sur un pivot lorsqu'on l'écarte du repos. Plus elle fera ses oscillations avec vitesse, plus elle montrera de force pour reprendre sa direction naturelle. Il n'y a point de rapport constant entre sa vivacité et sa force pour porter.

Comme les aiguilles des boussoles peuvent perdre avec le temps une partie de leur magnétisme, que par conséquent on peut être obligé de les retoucher, il convient de se munir de barreaux aimantés pour s'en servir au besoin.

Le fer s'aimante plus facilement que l'acier; mais l'acier conserve mieux la vertu magnétique qu'on lui fait prendre; aussi ne fait-on les aimants artificiels ainsi que les aiguilles des boussoles, qu'avec l'acier trempé, parce que s'il est non trempé, il prend bien moins de magnétisme.

Une aiguille aimantée présente plusieurs résultats singuliers dont on cherche à rendre compte, en supposant que le globe terrestre agit sur elle ainsi que le ferait un véritable aimant. L'un de ces phénomenes est connu sous le nom de *direction de l'aiguille*, et consiste en ce que les deux extrémités d'une aiguille mobile sur un pivot ou suspendue horizontalement à un fil de soie dont la torsion soit insensible, sont toujours sensiblement tournées, l'une vers le Nord et l'autre vers le Sud; situation qu'elles reprennent constamment lorsque, après les en avoir écartées, on les abandonne librement à l'action des forces qui les sollicitent. Nous disons sensiblement tournées, car dans certains lieux de la terre, l'extrémité Nord de l'aiguille s'écarte du méridien à l'Ouest, dans d'autres à l'Est, et dans d'autres enfin elle coïncide avec le méridien même. Cet écart se nomme *la déclinaison de l'aiguille aimantée*. Il est constant au même instant en chaque endroit, et toutes les aiguilles aimantées ainsi mobiles, y prennent des directions exactement parallèles. Néanmoins avec le temps, et suivant les lieux, cette direction commune subit de légers changemens qui ne sont point uniformes et dont on n'est pas certain qu'ils doivent continuer dans un sens quelconque; c'est ce qu'on nomme *variation de l'aiguille*. Le plan vertical, suivant lequel l'aiguille aimantée se dirige dans chaque lieu, s'appelle *le méridien magnétique*.

Déviation de l'aiguille aimantée, par l'influence que le fer qui entre dans la construction d'un bâtiment et dans son arrimage, exerce sur elle, et moyen de déterminer cette influence.

Depuis longtemps des observations exactes, faites pour déterminer la déviation de l'aiguille aimantée, avaient fait connaître qu'elle était soumise à des déviations irrégulières, dans le même lieu et avec le même instrument, selon que ces observations étaient faites à terre, à bord d'un bâtiment, ou selon l'air de vent auquel ce bâtiment présentait le cap; ces phénomènes observés furent attribués à des causes inconnues et restèrent jusqu'à nos jours sans explications. *Flinders*, célèbre navigateur anglais, plus heureux que ses devanciers, en découvrit enfin la cause au commencement du dix-neuvième siècle : il reconnut qu'elles étaient dues à l'influence perturbatrice du fer qui se trouve à bord des bâtimens, et que ces déviations différaient dans le même lieu et à des instans successifs, à mesure que le bâtiment se dirigeait vers des points différens de l'horizon.

Cette découverte importante, justement appréciée en Angleterre, fût de suite l'objet de nombreuses recherches, soit pour trouver des formules générales servant à corriger les indications fausses de la boussole, soit pour obtenir le moyen de neutraliser entièrement l'influence que le fer employé à bord d'un bâtiment exerçait sur l'aiguille aimantée.

Pour ne pas s'étonner du degré d'intérêt porté à la réussite de ces recherches, il suffit de savoir que des observations faites avec une grande exactitude ont constatées, qu'à bord d'un bâtiment construit et arrimé de manière à n'y faire entrer que le minimum du fer employé il y a trente ans, l'erreur produite par son influence pouvait s'élever à 6° dans nos latitudes, et qu'avec le même bâtiment naviguant dans des latitudes plus élevées, cette erreur augmentait rapidement de manière à être déjà de 45° sur les côtes du Groënland. D'où l'on est en droit de conclure que l'emploi toujours croissant du fer doit augmenter son action perturbatrice, et qu'à bord des bâtimens construits et arrimés comme on le fait aujourd'hui, qui, outre le lest en fer généralement en usage, ont encore des caisses à eau, des cables, des affûts, des cabestans et même une partie de leur gréement du même métal, ces erreurs doivent augmenter considérablement.

Plusieurs navigateurs éclairés cherchèrent à remédier à ce grave inconvénient, mais les premières tentatives faites manquèrent en grande partie leur but; lorsque M. Barlow, physicien distingué, inventa le *plateau correcteur*, et présenta un mémoire à la société d'encouragement de Londres, dans lequel il donnait le moyen le plus simple pour déterminer, par expérience et sans calculs, l'effet magnétique du fer du vaisseau sur la boussole, en tout temps et dans toutes les circonstances, et par conséquent le moyen de faire de la boussole un guide toujours fidèle; son travail reçut, à titre de récompense, la grande médaille d'or de cette société, indépendamment de la prime de 12000 fr. que le parlement britannique avait votée, en considération de l'heureux succès du moyen proposé.

Pour l'installation et l'usage d'un plateau correcteur, il faut, lorsqu'un bâtiment est arrimé et chargé, prêt à prendre la mer, et que dans cet état le fer qui existe à bord s'y trouve distribué comme il le sera pour la durée de son voyage, commencer par déterminer l'influence du fer sur l'aiguille de la boussole, afin de savoir quelle doit être la grandeur du plateau et quelle position il doit occuper par rapport à la boussole pour obtenir une action égale à l'influence trouvée.

Le bâtiment étant mouillé et disposé en A (*fig.* 35) de manière à ce qu'on puisse facilement lui faire présenter le cap vers tous les points de l'horizon; choisissez un lieu B de station à terre, qui soit toujours en vue, à l'abri de toute influence de fer et qui soit assez éloigné du point A, pour qu'un léger déplacement de l'axe vertical au tour duquel le bâtiment doit faire sa révolution, n'influe pas sensiblement sur les angles à observer. Ces dispositions prises, descendez le compas azimuthal du bord au lieu de station B, pour y relever un point éloigné C, et prenez note de cet azimuth magnétique observé.

Laissez un observateur à la station B, et rapportez à bord du bâtiment son compas azimuthal; cela posé, au moyen de signaux convenus ou à l'aide de deux montres bien

réglées, faites les observations simultanées suivantes : le bâtiment arrêté dans une direction déterminée, à l'instant du premier signal ou de la première heure, relevez avec le compas azimuthal déjà employé le lieu *B* de la station, tandi que au même instant l'observateur resté en *B* mesurera la distance angulaire du point *A* au point *C*, c'est-à-dire l'angle *ABC*.

Ces observations faites, donnez au bâtiment une autre direction en le faisant tourner sur un axe vertical d'une quantité égale à environ 10°, puis l'ayant arrêté dans cette nouvelle direction, faites des observations simultanées semblables aux précédentes et continuez ainsi jusqu'à ce que le batiment ait achevé une révolution entière sur lui meme; les résultats écrits de toutes ces observations simultanées, joints à l'azimuth préliminaire du point *C*, vous donneront les élémens suffisans pour obtenir l'influence cherchée, et cela dans chacune des directions différentes qui ont été données au bâtiment.

En effet, si vous ajoutez l'azimuth magnétique du point *C*, qui a été observé au lieu de station *B*, à chacune des distances angulaires *ABC*, les sommes vous donneront les azimuths magnétiques du point *A* observés du lieu de la station *B*, absolument les memes que s'ils avaient été observés avec le compas azimuthal du bâtiment, et qui correspondront chacun à chacun avec ceux du point *B*, observés à bord; d'où il résulte que les observations simultanées ne sont autres que les relèvemens opposés de la même droite *AB*, observés simultanément de ses deux extrémités et qui doivent être tels que si le fer situé à bord ne troublait pas l'aiguille aimantée, chaque couple donnerait deux azimuths diamétralement opposés, c'est-à-dire dont la somme serait égale à 180°; et dans le cas de l'action du fer, la différence positive ou négative de cette somme à 180°, ferait connaître immédiatement l'influence qu'exerce la ferrure du bâtiment sur l'aiguille, pour la position du batiment, lors des observations faites de ce couple.

Remarque. Le cercle de réflexion est généralement préférable au sextant pour mesurer les distances angulaires entre deux objets terrestres, parce que avec un cercle bien installé, on peut observer de plus grands angles; pour ces espèces de distances, il est préférable de ne faire usage que de la pinnule à tuyau, de ne prendre que des angles simples, et par conséquent de renoncer entièrement aux observations croisées; dans ce cas le point zéro de l'alidade qui porte le grand miroir, doit correspondre exactement au point zéro du limbe, par cette disposition vous obtiendrez les angles compris entre les objets terrestres observés, sans avoir recours à une addition ou à une soustraction. Avec l'habitude acquise d'observer ces angles, vous les obtiendrez, même dans des embarcations légères; à une minute près, approximation bien suffisante dans la détermination présente, mais encore pour tous les cas de la levée et de la construction des cartes et plans hydrographiques. Nous ferons aussi remarquer que les angles qui doivent être employés, sont ceux qui sont réduits à l'horizon, et non pas ceux que l'on observe directement dans le plan de l'angle *ABC*; nous voyons donc que, pour obtenir une exactitude rigoureuse, il faudrait observer les hauteurs des deux points *A* et *C* (ce qui serait très-facile avec un cercle répétiteur), au-dessus de l'horizon visuel, en retrancher la dépression correspondante à la hauteur de l'œil et calculer ensuite avec ces données la réduction à l'horizon, au moyen de l'un de nos problèmes. On pourrait éviter cette réduction en faisant usage à la station *B* d'un théodolite au lieu de se servir du cercle de réflexion. Cependant on observera que cette réduction peut être négligée toutes les fois que les hauteurs ne dépassent pas un degré et que la distance angulaire des points observés est de plus de 20°. S'il arrivait que la hauteur du point *C* ne permit pas de prendre l'angle observé *ABC* pour l'angle réduit à l'horizon, on peut encore éviter le calcul de la réduction, et cependant obtenir une précision généralement suffisante dans la pratique, en supposant qu'une perpendiculaire soit abaissée du sommet de l'objet *C* sur l'horizon, et dans la mesure de la distance angulaire *ABC*, n'observer que l'angle compris entre le pied de cette perpendiculaire et l'autre point *A*.

Pour fixer les idées, nous supposerons les observations suivantes : le point *A* étant toujours le lieu du mouillage du bâtiment, le point *B* le lieu de la station à terre, et le point *C* un clocher ou un mât de sémaphore; enfin que le compas azimuthal du bâtiment, étant au lieu *B*, a donné pour l'azimuth magnétique du point *C*, 20° du Nord vers l'Ouest.

OBSERVATIONS SIMULTANEES FAITES EN *A* ET *B*.

Observat.	Angle *ABC*	Azimuths de *A*	Azimuths de *B*	Sommes des Azimuths.	Influence.	Observat.	Angle *ABC*	Azimuths de *A*	Azimuths de *B*	Sommes des Azimuths.	Influence.
1	74° 30′	94° 30′	86° 30′	181° 0′	+ 1° 0′	19	73° 56′	93° 56′	85° 0′	178° 56′	− 1° 4′
2	74 27	94 27	87 30	181 57	1 57	20	73 40	93 40	84 20	178 0	2 0
3	74 38	94 38	88 20	182 58	2 58	21	74 5	94 5	83 0	177 5	2 55
4	74 15	94 15	89 45	184 0	4 0	22	73 45	93 45	82 15	176 0	4 0
5	74 16	94 16	90 40	184 56	4 56	23	74 6	94 6	81 0	175 6	4 54
6	74 30	94 30	91 30	186 0	6 0	24	74 10	94 10	80 0	174 10	5 50
7	74 29	94 29	92 30	186 59	6 59	25	74 8	94 8	79 0	173 8	6 52
8	74 25	94 25	93 45	188 5	8 5	26	74 1	94 1	78 0	172 1	7 59
9	74 40	94 40	94 20	189 0	9 0	27	74 5	94 5	77 0	171 5	8 55
10	74 22	94 22	93 30	187 52	+ 7 52	28	74 28	94 28	77 30	171 58	− 8 2
11	74 24	94 24	92 30	186 54	6 54	29	74 30	94 30	78 30	173 0	7 0
12	74 15	94 15	91 45	186 0	6 0	30	74 45	94 45	79 15	174 0	6 0
13	74 10	94 10	91 0	185 10	5 10	31	74 2	94 2	80 0	175 2	4 58
14	74 0	94 0	90 0	184 0	4 0	32	74 58	94 58	81 0	175 58	4 2
15	74 40	94 40	89 20	183 0	3 0	33	74 30	94 30	82 30	177 0	3 0
16	74 3	94 3	88 0	182 3	2 3	34	74 29	94 29	83 30	177 59	2 1
17	74 3	94 3	87 0	181 3	1 3	35	74 38	94 30	84 20	178 58	1 2
18	74 10	94 10	86 0	180 10	0 10	36	74 5	94 5	85 30	17[illegible] 35	0 25

En examinant et comparant attentivement les résultats donnés par chacun des trente-six couples qui composent la série des observations faites, pendant que le bâtiment a effectué une révolution complète sur lui-même, il sera facile de remarquer que généralement toutes les sommes des azimuths correspondans des points *A* et *B* surpassent 180°, ou bien en diffèrent plus ou moins; mais en même temps, que si dans la première moitié de la série les sommes de ces azimuths, tout en surpassant 180°, ont donné des excès qui d'abord ont été en augmentant puis en diminuant jusqu'à devenir nuls; que la seconde partie de la série a donné des résultats analogues, les sommes des azimuths tout en différant de 180°, les différences qui d'abord avaient été en augmentant, ensuite ont été en diminuant jusqu'à devenir nulles; de plus, que si pour une position du bâtiment son couple d'observations a donné un excès sur 180°, le couple correspondant à une position diamétralement opposée donnait une différence à 180° sensiblement égale à l'excès trouvé, et qu'enfin parmi ceux-ci les 9.e et 27.e couples donnaient environ 9° pour la valeur maximum de la force déviatrice, c'est-à-dire de l'influence cherchée.

Après cette détermination, il reste à choisir pour ce bâtiment un plateau correcteur de fer qui, posé successivement autour du compas vers les différens points de l'horizon, procure à peu près les mêmes déviations sur l'aiguille. En Angleterre ce choix se fait avec facilité, parce qu'on y confectionne de ces plateaux correcteurs, accompagnés de tables qui indiquent combien de degrés de déviation chacun d'eux occasionne dans les directions des différens points de l'horizon, et cela pour chaque distance de la boussole: on n'a donc qu'à prendre parmi ces plateaux celui qui, dans les divers points de l'horizon, cause des déviations correspondantes à celles observées dans les mêmes directions sur le bâtiment arrimé, chargé et prêt à prendre la mer.

Ces plateaux correcteurs consistent principalement en deux plaques de fer circulaires d'environ 5 millimètres d'épaisseur et de 40 centimètres de diamètre, séparées l'une de l'autre par une planche circulaire de 10 millimètres d'épaisseur. Les deux plaques de fer et la planche ont à leur centre une ouverture d'environ 26 millimetres de diamètre, à travers laquelle passe un axe ou tige en cuivre rouge en saillie des deux côtés et taraudé d'un pas de vis, afin de pouvoir joindre les deux plaques et la planche au moyen de deux écrous de cuivre; et pour que ce contact ait lieu encore plus exactement dans tous les points, on place, à égale distance du centre, six vis de cuivre qui passent par les plaques de fer et par la planche.

Le disque de bois intermédiaire s'emploie pour donner plus de solidité à tout l'appareil et pour qu'il soit moins sujet à se voiler, sans en augmenter le poids. L'auteur a cru

la double plaque nécessaire, afin que si quelque point de l'une des plaques n'agissait pas avec autant de force que les autres points, il pût être remplacé par le point correspondant de la seconde plaque agissant comparativement plus fort, ce qui rend l'action de tout le système plus uniforme. Il est bien entendu, au reste, qu'il faut apporter le plus grand soin à choisir du fer parfaitement mou pour la construction du plateau correcteur, afin que par le travail auquel il doit être soumis, il ne prenne aucune polarité magnétique permanente.

Le cylindre creux de cuivre qui s'adapte exactement dans l'axe du plateau, a une longueur d'environ 30 millimètres; il est uni à l'une de ses extrémités avec une pièce de meme métal en forme de cône creux, destinée à l'attacher solidement à la base de la boussole. Comme la bonté des résultats dépend autant de la manière dont ces plateaux sont construits que de l'exactitude des tables qui y sont jointes, chaque port qui voudra faire usage de cet utile appareil, fera bien de ne confier la construction des plateaux qu'à un ouvrier habile, sous la surveillance immédiate d'une personne éclairée, ayant l'habitude de faire des observations delicates, et chargée de la rédaction des tables d'observations.

Pour constater l'influence d'un semblable plateau correcteur, et établir en conséquence les tables qui doivent y être jointes, on peut employer l'appareil suivant, qui, une fois construit et conservé dans un port, sera consacré à cet usage.

Soit *ABCDEFG* (*fig.* 36) un parallélipipède rectangle de bois, bien solide, dont les dimensions peuvent être choisies à volonté et qu'on établit de manière à ce qu'il puisse tourner sur un point *s* fixé au centre de la planche circulaire *HIK*. Au dessous de ce parallélipipède, au milieu de l'arête inférieure *EF*, est attaché un indicateur de cuivre *Q*, qui, pendant le mouvement du parallélipipède sur son pivot, parcourt les divisions d'un cercle tracé sur la planche *HIK*, tandis que tout l'appareil est maintenu dans une position horizontale par trois vis à caler.

Une boussole est ensuite solidement fixée sur le parallélipipède, et on la dispose de telle sorte que lorsque son aiguille indique zéro (ou le Nord magnétique), l'indicateur *Q* se trouve également sur le point zéro de la déviation circulaire contre laquelle il marche; en outre, sur la même face *ABEF*, où se trouve l'indicateur de cuivre, glisse à coulisse une pièce de bois *tt* qu'on peut faire mouvoir de haut en bas et le long d'une échelle divisée en centimètres fixée au parallélipipède.

Le point zéro de cette échelle doit se trouver exactement dans le plan horizontal qui passe par le centre de l'aiguille aimantée. Enfin, perpendiculairement sur la pièce de bois *tt* est attaché le cylindre de cuivre *r*, sur lequel le plateau correcteur *p* peut se mettre à différentes distances; et l'appareil ainsi disposé, on peut être assuré que pendant la révolution du parallélipipède, l'indicateur en cuivre *Q* marquera toujours l'angle que forme le plan du plateau correcteur avec le méridien magnétique.

En faisant glisser successivement la pièce de bois *tt* vers le haut ou vers le bas, et en plaçant le plateau correcteur dans différentes positions sur la tige de cuivre *r*, on donne à celui-ci, par rapport à la boussole, toutes les situations possibles, tant au-dessous qu'à côté de cet instrument. Dans chacune de ces situations, déterminées par les distances en centimètres du centre du plateau correcteur à la ligne verticale et au plan horizontal qui passe par le point de suspension de l'aiguille aimantee, on observera l'angle indiqué par l'aiguille de la boussole, ainsi que celui marqué par l'indicateur *Q*. On obtiendra de cette manière les élémens nécessaires pour former une table d'observations dans laquelle, à la suite de chaque déclinaison pour les points azimuthaux de la boussole, on pourra exprimer en centimètres, 1.° la hauteur *ab* du centre de l'aiguille au-dessus du centre du plateau; 2.° la distance horizontale *bp* du centre du plateau à la ligne verticale qui passe par le centre de l'aiguille.

On pourrait, pour faire les observations dont nous venons de parler, fixer d'abord invariablement le plateau correcteur à la tige de cuivre *r*, et ensuite placer ce plateau à toutes les distances horizontales possibles de la boussole, en faisant entrer cette tige plus ou moins dans une ouverture circulaire pratiquée dans la pièce *tt*. La tige portant une échelle de division de centimètre en centimètre, sur laquelle le plateau occuperait le point zéro, on serait ainsi à même de bien déterminer chaque distance.

Lorsqu'on a trouvé dans la table d'observations la véritable position du plateau correcteur à l'égard de la boussole, pour laquelle sont indiquées dans les différens rhumbs les mêmes déclinaisons à peu près que celles observées sur le batiment avec lequel on se propose prendre la mer, on adapte à l'habitacle, ou mieux encore au pied sur lequel on etablit le compas azimuthal à bord, un appareil convenable pour pouvoir placer le plateau correcteur de fer à la meme distance horizontale et verticale *devant* ou *derrière* la boussole. Dans le premier cas, on peut être assuré que, dans toutes les circonstances, le plateau correcteur doublera l'influence de la ferrure du batiment, tandis que dans le second il la détruira.

L'auteur préfère le premier moyen, dans les voyages vers les contrées méridionales, où l'attraction du fer est moins considérable, on met le plateau dans un lieu du batiment, éloigné du compas, alors immediatement après chaque observation azimuthale, on le replacera devant, à la distance voulue, pour connaître ainsi de combien de degrés l'aiguille a été attirée ou repoussée par suite de cet éloignement. Alors les observations faites sans le plateau devront etre diminuées ou augmentées du meme nombre de degrés, car puisque le plateau double l'action magnétique du fer qui se trouve à bord, ce fer aura deja, pendant l'observation faite sans le plateau, fait dévier l'aiguille précisément du meme nombre de degrés que le fait ensuite le plateau.

Pour de hautes latitudes boréales, l'auteur trouve préférable de fixer le plateau *derrière* la boussole, car alors tout calcul, toute observation ultérieure deviennent inutiles, puisque le plateau étant une fois exactement placé au point indiqué et y demeurant pendant toute la traversée, il détruira en tout temps l'influence du fer du batiment sur la boussole.

Exemple. Une observation faite pour déterminer la déclinaison de l'aiguille aimantée, a fait connaître que sans employer le plateau correcteur, le compas azimuthal avait donné une déclinaison N.-O. de 25° et que dans l'observation faite immédiatement après la premiere, le batiment occupant toujours la même position, et avec le plateau correcteur placé convenablement *devant* le compas, la déclinaison a été trouvée N.-O. de 32°. On voit donc que le plateau seul a augmenté la déclinaison de 7°; mais comme cette augmentation est la même que celle qui a été faite par le fer situé à bord, il en résulte que la déclinaison vraie de l'aiguille est égale à 25° – 7°, c'est-à-dire qu'elle est de 18° N.-O.

Si dans les observations précédentes, le plateau avait produit une diminution dans la déclinaison de l'aiguille, que par exemple, le résultat de l'observation faite avec le plateau eût été de 19°; dans ce cas, le plateau placé *devant* le compas ayant diminué la déclinaison de 6°, il faut en conclure que le fer situé à bord et dans la position occupée par le batiment avait diminué d'autant la déclinaison vraie, et que par conséquent ces 6° de diminution doivent être ajoutés; on aura donc pour la déclinaison vraie de l'aiguille, 25 + 6°, c'est-à-dire 31° N.-O.

Nous terminerons par la remarque suivante : qu'il ne faudrait pas croire que ces plateaux correcteurs, avec les tables qui doivent y être jointes, peuvent servir immédiatement sur un batiment situé dans un port autre que celui où les tables ont été construites, parce qu'il faut toujours que là où on détermine, par les observations simultanées, l'influence du fer qui se trouve à bord d'un batiment, là aussi doit se déterminer l'action du plateau et par conséquent ses tables. Pour le même batiment, si l'arrimage et le chargement ont introduit des déplacemens dans la distribution du fer placé à son bord, toutes les expériences faites doivent être recommencées pour déterminer de nouveau, l'influence du fer, la position du plateau par rapport au compas, et ses tables d'action.

De la Déclinaison de l'Aiguille.

La déclinaison de l'aiguille est continuellement variable, dans un même lieu.

A Paris, en 1580, elle était orientale et égale à. . . . . 11° 30′

en 1618, elle n'était plus que de. 8 0

en 1666, l'aiguille se dirigeait droit au pôle.

Après être restée deux ans dans cette position, elle s'est continuellement éloignée du pôle en marchant vers l'Ouest.

en 1678, la déclinaison occidentale était déjà de. . . .	1°	30′
en 1700, de.	8	10
en 1767, de.	19	16
en 1780, de.	19	55
en 1785, de.	22	0
en 1805, de.	22	5
en 1813, de.	22	28
en 1819, de.	22	29
en 1821, de.	22	25
en 1823, de.	22	23
en 1825, de.	22	22
en 1827, de.	22	20
en 1829, de.	22	12
en 1832, de.	22	3

On voit par ce tableau que depuis 1666, la déclinaison est devenue occidentale, qu'elle s'est accrue d'année en année jusqu'en 1819, où ce mouvement occidental s'est arrêté: l'aiguille rétrograde maintenant, elle se rapproche du Nord.

Ce mouvement annuel de l'aiguille ne se fait pas graduellement, mais est le résultat de plusieurs oscillations diurnes, par lesquelles elle s'éloigne et se rapproche du méridien, de manière à ce qu'il en résulte que la déclinaison est croissante ou décroissante d'un jour à l'autre, comme Cassini l'a reconnu le premier.

En général, la déclinaison augmente depuis le solstice d'hiver jusqu'à l'équinoxe du printemps; à partir de cette époque, elle diminue jusqu'au solstice d'été, augmente ensuite de nouveau jusqu'à l'équinoxe d'automne, pour diminuer encore pendant les derniers mois de l'année. On devine d'ailleurs facilement que depuis 1819 la somme des deux oscillations orientales est plus grande que la somme des deux oscillations vers l'Ouest, puisque depuis cette époque l'éguille s'éloigne tous les ans de ce dernier point.

Les variations diurnes sont généralement telles, que l'aiguille marche vers l'Occident depuis le lever du soleil jusqu'à une heure après midi, pour rétrograder ensuite vers l'Est.

L'étendue de la variation diurne n'est la même, ni dans tous les mois de l'année, ni dans tous les lieux de la terre; à Paris elle a atteint son maximum dans le mois de Juin, et s'est élevée alors à 14′; son minimum s'est trouvé de 9′, et a eu lieu dans le mois de Décembre. A Londres, la variation diurne en Juin et Juillet a été de 19′,6; en Décembre elle ne s'est plus trouvée que de 7′,6

Plusieurs circonstances atmosphériques et surtout les apparitions du météore lumineux que l'on appelle *aurore boréale*, influent sensiblement sur l'étendue des variations diurnes de l'aiguille; cette étendue semble aussi diminuer à mesure qu'on se rapproche de l'équateur, et peut être encore des points où la déclinaison absolue est très-petite. A Sainte-Hélène et à Sumatra, par exemple, les variations diurnes ne sont guère qu'à 2 ou 3′.

En passant d'un lieu à un autre sur la surface du globe, on voit la déclinaison de l'aiguille varier très-sensiblement, comme Christophe Colomb l'a découvert le premier. Dans certaine région du globe, en Europe, par exemple, la déclinaison est maintenant occidentale; dans d'autres parties elle est orientale; et enfin pour une série de points intermédiaires et qui forment les bandes sans déclinaison, l'aiguille se dirige vers le pôle.

On a observé jusqu'ici trois lignes sans déclinaison, que les marins ont suivies jusqu'à des latitudes plus ou moins élevées; on les a tracées sur plusieurs mappemondes, mais les variations de la déclinaison font continuellement changer leur forme et leur position. Nous avons vu plus haut que l'une d'elles traversait Paris en 1666, depuis cette époque, elle s'est constamment avancée vers l'Ouest, car à l'époque actuelle elle passe dans le

voisinage de Philadelphie. Une circonstance qui mérite d'être notée, c'est que la déclinaison a été nulle à Londres en 1657 plutôt qu'à Paris.

Les plus grandes déclinaisons de l'aiguille aimantée, ont été observées dans le détroit de *Davis*. On a trouvé en 1790 les résultats suivans :

POSITIONS DES LIEUX. Latit. N.		Long. O.		Déclinaison Ouest.	
73°	0'	50°	20'	79°	42'
71	10	50	50	79	0
71	30	51	10	78	0
71	0	54	20	74	0
70	20	52	50	72	0
69	0	49	20	70	0
62	6	53	35	50	20
59	42	47	36	45	0

Dans ces lieux, la direction de l'aiguille indiquait plutôt l'Ouest que le Nord.

De l'Inclinaison.

Un autre phénomène, ou *l'inclinaison*, offre ceci de particulier, qu'une aiguille d'acier, retenu par son centre de gravité, peut et doit demeurer en équilibre dans chaque position; mais aussitôt qu'elle a acquis la vertu magnétique, elle ne saurait garder une position horizontale dans un lieu dont la latitude australe ou boréale est un peu élevée : en général, dans notre émisphère, c'est l'extrémité Nord de l'aiguille qui est inclinée vers la terre ou qui s'abaisse au-dessous de l'horizon, et cette inclinaison augmente rapidement à mesure que l'on approche du pôle. A Paris le 11 Mars 1819, à 2 heures après midi, une aiguille placée dans le plan du méridin magnétique, et mobile autour de son centre de gravité, formait avec l'horizon un angle de 68° 25', et quelques années auparavant, en Octobre 1810, cette inclinaison était de 68° 50'. A Londres, c'est-à-dire 2° 30' plus Nord, l'aiguille s'incline davantage, et observée à différentes époques, elle a toujours présenté des résultats qui, dans le même sens, s'accordaient avec les observations correspondantes faites à Paris. Par 79° 44' de latitude boréale, le capitaine Phipps trouva, en 1773, une inclinaison de 82° 9', et c'est la plus grande qu'on ait observée.

Dans l'hémisphère austral, l'extrémité Sud de l'aiguille éprouve des mouvemens analogues à ceux que nous venons de décrire, en telle sorte que, sur chaque méridien, il y a un point où l'inclinaison magnétique est nulle, et une ligne assujettie à rencontrer cette série de points, donne la position de l'équateur magnétique, lequel coupe l'équateur terrestre sous un angle aigu. Si cette ligne sans inclinaison était un des grands cercles de la sphère, pour déterminer sa situation, il suffirait de deux observations faites en deux lieux différens; mais il n'en est point ainsi, et quelle qu'en puisse être la cause, les navigateurs nous ont appris qu'il y a sur l'équateur terrestre plus de deux points où l'aiguille aimantée conserve une situation parfaitement horizontale. Par conséquent la ligne sans inclinaison n'est pas un des grands cercles de la terre, mais bien une courbe qui subit des inflexions que l'observation seule a pu faire reconnaître.

De l'intensité des forces magnétiques.

Dans tous les phénomènes que nous venons de rapporter, le globe terrestre fait comme nous l'avons dit, relativement aux aiguilles, l'office d'un véritable aimant; mais la propriété magnétique conserve-t-elle la même intensité dans toutes les régions du globe? Est-il probable que, sous une latitude déterminée, elle éprouve une diminution sensible

10

à mesure que l'on s'élève dans l'atmosphère, comme quelques personnes avaient cru le reconnaître? Telles sont les questions importantes qui se présentent immédiatement; mais leur solution n'a été trouvée que depuis peu d'années.

On a dit plus haut, que lorsqu'une aiguille aimantée est suspendue librement, elle se place toujours dans un plan qu'on appelle le méridien magnétique. Si, après l'avoir écartée de sa position naturelle, on l'abandonne à elle-même, elle tendra à y revenir, en faisant de part et d'autre des oscillations plus ou moins étendues; l'effet de la force magnétique qui les produit, est analogue à l'action que la pesanteur exerce sur un pendule en mouvement: les oscillations seront d'autant plus promptes, que la force magnétique aura une intensité plus considérable, et l'on pourra prendre pour sa mesure le carré du nombre d'oscillations que l'aiguille fera dans un temps donné. Par conséquent, le rapport des intensités des forces magnétiques dans deux lieux quelconques, sera égale à celui des carrés du nombre d'oscillations qu'une même aiguille y fera dans le même espace de temps.

C'est ainsi que MM. Gay-Lussac et Biot ont reconnu, dans une ascension aérostatique, que l'action du magnétisme ne diminue pas sensiblement, lors même qu'on s'élève dans l'atmosphère à une hauteur de près de 7000 mètres, et que M. De Humbolt a découvert qu'en s'avançant de l'équateur vers le pôle, cette action, au contraire, va toujours en augmentant. Si l'on représente par 100 l'intensité à l'équateur, elle sera 127 à Naples, 134 à Paris et 137 à Berlin: ces différences en occasionnent d'ailleurs de très-sensibles dans la durée des oscillations, car la même aiguille qui donne à Paris 245 oscillations pendant un certain nombre de secondes, n'en fait plus, dans le même espace de temps, que 211 à l'équateur.

La théorie du magnétisme n'est point encore assez avancée pour rendre compte de tous les phénomènes qui se présentent; nous soupçonnons, mais nous ne savons pas si la déclinaison et l'inclinaison, si lentement variables, sont des phénomènes qui se reproduisent dans le même ordre. Depuis 1580 jusqu'à nos jours, l'aiguille s'est toujours avancée de l'Est vers l'Ouest; d'où était-elle partie, et où doit-elle s'arrêter? Retournera-t-elle sur ces pas, ou continuera-t-elle de se mouvoir dans le même sens? Quels doivent être pour un lieu donné le maximum et le minimum de l'inclinaison? Aucune des théories jusqu'à présent proposées, ne sauraient résoudre une seule de ces questions. Par conséquent, il faut, en admettant provisoirement l'existence des pôles ou centres d'actions magnétiques terrestres, ne voir dans cette hypothèse qu'un moyen explicatif sur la réalité duquel on se réserve de prononcer, lorsque des observations long-temps continuées auront fourni les élémens sur lesquels doit s'appuyer toute explication, si l'on veut, en la supposant même heureuse, qu'on ne puisse lui reprocher d'être prématurée.

On terminera enfin cette notice sur l'aiguille aimantée (publiée en partie par le Bureau des Longitudes de France), par l'indication d'un phénomène très-digne de l'attention des navigateurs; il s'agit du renversement des pôles qu'une forte décharge électrique produit quelquefois dans l'aiguille d'une boussole. On conçoit en effet que, si le signe particulier qui, dans cet instrument, sert à marquer le Nord, passe au Sud, les marins, trompés par cette fausse indication, pourront, par un temps couvert, suivre une route diamétralement opposée à celle qu'il leur importe de parcourir, et aller se perdre sur des écueils dont ils croyaient s'éloigner. Un naufrage fût occasionné par une circonstance de ce genre: un bâtiment Génois qui faisait route pour Marseille, fût frappé par la foudre à peu de distance d'Alger; les aiguilles des boussoles firent toutes une demi-révolution, quoique ces instrumens ne parussent pas endommagés, et le bâtiment vint se briser sur la côte, au moment où le pilote croyait avoir le cap au Nord.

Des compas de route et de variation.

Les boussoles dont les marins se servent en général, sont connues sous les noms de *compas de route*, et de *compas de variation*; la première sert à déterminer la direction de la route d'un vaisseau et la seconde est employée à reconnaître à quel air de vent répondent des objets éloignés, et particulièrement à observer la déclinaison de l'aiguille aimantée. (C'est très-improprement que la *déclinaison* de l'aiguille est appelée *variation*; le mot de variation doit être réservé pour exprimer la quantité dont la déclinaison varie chaque année dans un même parage, dans un même lieu. Pour rendre

moins pénible la lecture des voyages, le navigateur ne doit donner dans la relation, le journal, ou dans l'instruction, que les relèvemens corrigés de la déclinaison).

Les boussoles marines sont formées par des aiguilles aimantées munies à leurs centres d'une chape d'agathe de l'espèce la plus dure, qui reposent sur un pivot de métal non magnétique ou dont la pointe seulement est en acier. Cette chape est montée en cuivre et se visse sur le milieu de l'aiguille, de manière que le fond de la chape soit un peu au-dessus de la surface supérieure de l'aiguille, afin de lui donner plus de stabilité. Un petit contre-poids placé sur un des bras de l'aiguille la rend horizontale; il faut le changer de place ou de grosseur, lorsqu'on passe dans des latitudes différentes où le moment des forces verticales du magnétisme terrestre est très-différent. L'aiguille est chargée d'une feuille de talc très-mince, taillée circulairement et sur laquelle est collée une feuille de papier; on trace sur ce cercle *la rose des vents* qui est divisée en trente-deux parties égales par des rayons qu'on appelle *rhumbs* ou *airs de vent*, sur le bord de la rose ou sur un cercle mince d'argent ou de cuivre qui y est appliqué, s'y trouve ordinairement la division en degrés et demi-degrés.

La boîte de la boussole; c'est-à-dire celle qui contient immédiatement le pivot, l'aiguille et la rose, est en cuivre et d'une forme cylindrique, elle doit avoir au fond et en dehors un poids de plomb pour lui servir de lest et la rappeler à la position horizontale; l'intérieur de cette boîte doit être peint en blanc et on doit y tracer quatre lignes noires, qui en divisent la circonférence en quatre parties parfaitement égales: à l'aide de ces lignes, on aperçoit facilement si l'instrument est bien centré, parce qu'alors elles doivent répondre deux à deux à des divisions de la rose diamétralement opposées.

La boîte de la boussole est renfermée dans une autre boîte carrée et de bois, dans laquelle elle est suspendue sur plusieurs cercles de cuivre, appelés *balanciers* ou suspension de Cardan, dont la disposition est telle qu'elle peut se mouvoir en deux sens différens. Cette suspension procure à la boussole l'avantage de se maintenir dans une situation horizontale, ou d'y revenir lorsqu'elle en a été dérangée par les agitations du bâtiment.

Il est nécessaire que le pivot puisse s'ôter de sa place et s'y remettre à volonté, afin qu'on puisse commodément en visiter la pointe; et si elle se trouve déformée, pouvoir la rajuster, en ayant attention de l'user également tout autour pour ne pas déplacer son axe, ce qui déplacerait aussi le centre de la rose et occasionnerait des frottemens qui altéreraient la mobilité de l'aiguille. La monture en cuivre doit être bien symétrique, relativement à la chape d'agathe, et placée régulièrement sur l'aiguille; peut-être conviendrait-il mieux qu'elle tienne plutôt à la rose, parce que cette disposition donnerait la facilité de déterminer sur la surface de l'aiguille, quelle que soit sa forme, la direction horizontale de la résultante des forces magnétiques et de la vérifier par la méthode du retournement.

Le frottement du pivot sur le fond de la chape (à-peu-près proportionnel aux pressions), étant un obstacle que la force directrice de l'aiguille doit surmonter; la meilleure construction sera celle dans laquelle la charge du pivot sera la moindre possible; d'où il suit qu'il faudra réduire le poids de la rose à son minimum, et que, comme la force directrice ne dépend point de l'épaisseur de l'aiguille, il faudra la borner au degré nécessaire pour qu'elle ne se courbe pas par la flexion.

Les compas de route ont été placés jusqu'à ces derniers temps, dans un *habitacle*, espèce d'armoire à trois compartimens de front; celui du milieu répond sur la quille et contient une lampe de cuivre pour éclairer les deux autres qui n'en sont séparés que par un châssis garni d'un verre; ils contiennent chacun un compas de route répondant toujours vis-à-vis du timonnier, sur l'avant de la roue du gouvernail.

L'installation des compas et de l'habitacle a reçu beaucoup d'améliorations récentes provenant des méditations et des travaux industriels de M. Touboulic, de Brest. Les innovations heureuses faites par cet artiste, consistent en ce que la rose de 9 pouces et demi de diamètre, imprimée sur un papier très-fin et collée sur une feuille de talc, est placée dans une boîte de boussole, dont le culot est en verre dépoli. Une traverse en cuivre supporte le pivot sur lequel repose la rose montée de l'aiguille.

La boussole ainsi disposée, est placée dans une autre boîte en bois qui s'incruste dans une hiloire fixée sur le pont à la distance convenable du timonnier.

Une ouverture quarrée de 6 pouces de côté, pratiquée dans l'épaisseur du pont, laisse parvenir jusqu'au culot de la boussole, la lumière d'une lampe disposée à cet effet dans la batterie. Cette lampe est renfermée dans un fanal et par la disposition de ses réflecteurs argentés, éclaire à la fois les deux boussoles, la batterie et les opérations attribuées à la consigne.

La boîte ou caisse renfermant la boussole, est recouverte par un encadrement, clos par une glace épaisse qui permet de voir la rose de tous les points du gaillard. Un capuchon en cuivre placé sur cet encadrement, sert à garantir la boussole des rayons du soleil et du choc des corps environnans; enfin, la rose est peinte des deux côtés de telle sorte, que de la batterie ou de la chambre des officiers on peut l'observer; dans ce cas cette rose fait l'office de celle qui est adaptée à une boussole renversée.

Les avantages nouveaux qui résultent de cette installation sont : 1.° que la lumière ayant une plus grande intensité, quoiqu'étant plus douce et moins scintillante, ajoutée à l'augmentation du diamètre de la rose, procurent plus de facilité et de précision dans l'estimation de la route : 2.° que le lieu intérieure où la lampe est placée, permet non-seulement de la rallumer commodément si toutefois elle venait à s'éteindre, mais encore de cacher son feu à l'ennemi : 3.° que le volume de cet habitacle étant de petites dimensions, gênera peu la manœuvre du mât d'artimon, sera moins exposé aux suites d'un combat, aura plus de solidité et donnera une grande économie dans les frais de construction.

Cette économie se fera sentir principalement dans l'emploi d'une seule lampe, construite sur un principe tenant à celui des lampes à courant d'air *d'Argant*, éclairant à la fois les compas de route et le poste de la consigne.

Le compas de *déclinaison*, vulgairement appelé *de variation*, destiné aux relèvemens, ainsi que celui qui est affecté au service des embarcations, ont reçus du même artiste des perfectionnemens utiles; ils sont tels que, pour le premier, dans ses usages nocturnes, on obtiendra facilement le degré de précision indispensable pour attaquer avec sécurité une passe par laquelle il est important qu'un bâtiment puisse s'avancer pour parvenir à un lieu proposé; de légères additions donnent aussi à cet instrument l'avantage de servir au besoin de compas de route. Pour le second, contenant aussi les modifications nécessaires aux usages de nuit, jouit d'une stabilité assez grande pour le rendre susceptible d'être employé par un gros temps.

Le Port de Brest n'est pas le seul dans lequel on se soit occupé d'améliorer cette partie si essentielle à l'art de naviguer, et duquel soit partie des batimens ayant à l'essai des compas nouvellement perfectionnés; les Ports de Toulon et de Rochefort ont aussi rivalisé de zèle, mais il paraît que d'après le rapport fait par une commission, nommée en conséquence des ordres de S. Exc. le Ministre de la marine et des colonies, pour examiner et comparer les divers perfectionnemens, ceux de M. Tauboulic ont obtenu à l'unanimité la préférence.

DU BAROMÈTRE, DU SYMPIÉSOMÈTRE ET DU THERMOMÈTRE.

Le *Baromètre* est un instrument de physique destiné non seulement à faire connaître les variations qui arriveut à la pression exercée par l'atmosphère dans le lieu où il est placé, mais encore à en donner la mesure exacte. L'immense utilité de cet instrument en a fait une découverte importante qui immortalisera le nom de Toricelli.

On ne savait pas quelle était la force qui faisait monter l'eau dans le corps des pompes aspirantes et qui l'y soutenait, et dans l'hypothèse du plein, on prétendait que la nature ne pouvant souffrir le vide qui se serait trouvé entre le piston et l'eau, était forcé de le suivre dans son ascension; mais un fait particulier fit connaître la limite de cette force : les fontainiers du Grand-Duc de Florence ayant eu besoin de pompes de 40 ou 50 pieds, lorsqu'on les mit en jeu on ne put jamais faire arriver l'eau à leur extrémité. Galilée, s'étant assuré de la hauteur à laquelle elle s'arrêtait, la trouva d'environ trente-deux pieds, et cet esprit aussi sage que transcendant, qui avait reconnu et démontré la pesanteur de l'air, put aisément soupçonner que s'était le poids de la colonne atmosphérique qui faisait équilibre aux trente-deux pieds d'eau restés en suspension dans le corps des pompes. Cependant on ne pouvait guère espérer de cette idée des résultats

bien utiles, lorsque plus tard (en 1643) Torricelli s'en empara et la développa d'une manière heureuse. Voulant répéter en petit et d'une manière plus commode l'expérience du vide qui se fait dans les pompes au-dessus de la colonne d'eau, il imagina de substituer à l'eau un fluide quatorze fois plus pesant, le mercure, présumant qu'une colonne quatorze fois plus courte ferait ainsi équilibre à cette force qui soutenait trente-deux pieds d'eau. Ayant donc rempli un tube d'environ trente pouces (0m,8), fermé hermétiquement à l'une de ses extrémités, il boucha l'autre avec un doigt, et l'ayant retourné et plongé dans une cuvette remplie de mercure; il retira le doigt; alors le mercure du tube y descendit jusqu'à la hauteur d'environ vingt-huit pouces au-dessus du niveau de celui de la cuvette, comme le physicien l'avait présumé; telle fut l'origine du *Baromètre*. Si Galilée, si Torricelli ont reconnu, ainsi qu'on l'a dit, la cause de ce phénomène, il était réservé à Pascal de la constater irrévocablement. Ce fut lui qui imagina de faire porter le tube de Torricelli à différentes hauteurs dans l'atmosphère, et qui établit ainsi, d'une manière incontestable, que la pression atmosphérique était bien la cause de la suspension du mercure, puisqu'il s'abaissait dans le tube, à mesure que cette pression diminuait. C'est cette belle expérience qui se répète toutes les fois qu'on mesure des hauteurs par le moyen du baromètre. C'est encore par elle que les observations multipliées et suivies du baromètre sur divers points d'une contrée, et la connaissance de sa hauteur moyenne, qui en est la suite, peuvent donner leur différence de niveau. L'invention du baromètre, cette idée si simple mais si ingénieuse, est un des plus grands services rendus à l'astronomie, la physique et la chimie : avec de tels instrumens, devenus comparables par les progrès de nos sciences et de nos arts, les expériences peuvent se répéter en les ramenant aux mêmes circonstances; le calcul peut leur être appliqué, et les lois des phénomènes naturels peuvent en être déduites avec quelques certitudes. Cet instrument, qui donne avec tant de précision, dans tous les momens, la mesure exacte de la pression atmosphérique, est devenu aussi nécessaire et aussi indispensable que le thermomètre aux sciences expérimentales. Comment Galilée, après sa remarque sur les pompes de Florence, n'a-t-il pas imaginé l'expérience de Torricelli? Comment Torricelli n'a-t-il pas imaginé les expériences confirmatives de Pascal? Il semblerait, au premier coup-d'œil, que tout le monde aurait pu faire ces rapprochemens si simples; mais l'histoire des sciences nous apprend à ne nous point étonner de voir d'excellens génies manquer des découvertes auxquelles ils touchaient. La vénération de Torricelli pour Galilée, et son extrême modestie, lui firent presque regretter que l'idée si simple de sa découverte ne fut pas venue à ce grand homme, comme une conséquence toute naturelle de la remarque qu'il avait faite sur la suspension de l'eau dans les pompes. On était loin d'avoir perfectionné les moyens de faire le vide, et Torricelli venait de produire le vide le plus parfait dans l'espace de quelques pouces abandonnés par le mercure à l'extrémité de son tube; ce vide a conservé son nom, et la physique en a su tirer un grand parti pour ses expériences les plus délicates, comme la mesure exacte de la tension des vapeurs.

Ce tube de Torricelli était un véritable baromètre, très-imparfait à la vérité, parce que à cette époque on négligeait un grand nombre de précautions nécessaires à sa construction.

En effet, pour obtenir un bon baromètre, dont on puisse regarder les indications comme la vraie mesure de la pression de l'atmosphère, il ne suffit pas de former d'un seul jet une colonne de mercure renfermée dans un tube de verre d'environ 81 centimètres (30 pouces) de longueur, ayant au moins 2 millimètres (1 ligne) de diamètre, scellé à son extrémité supérieure et plongé par l'autre, qui est ouverte, dans une cuvette ou bouteille pleine de mercure, et de placer ce tube entre deux échelles, l'une divisée en centimètres et millimètres, l'autre en pouces et lignes, et d'y adapter même des verniers donnant les dixièmes de millimètres. Cette construction vicieuse, employée généralement par les marchands ambulans, ne donnera jamais un instrument de précision.

Pour rendre le baromètre aussi parfait, aussi exact qu'on puisse le désirer, il faut exclure exactement non seulement l'air absorbé par le mercure, mais encore les molécules de l'eau et de l'air contenus dans l'intérieur du tube et qui adhèrent très-fortement à la surface du verre.

Pour chasser tout l'air qui se trouve engagé entre les particules du mercure, il faut le chauffer dans un vase de fer, jusqu'à le faire bouillir; la chaleur déterminant une

augmentation d'élasticité de l'air combiné, le force à se séparer, et une fois dégagé des liens de l'affinité qui le retenaient, il s'échappe en bulle à travers le mercure; on ferme ou couvre alors avec soin le vase qui le contient; on le laisse se refroidir et on le garde pour s'en servir au besoin.

Pour purger la petite couche d'eau et d'air attachés aux parois intérieures du tube de verre déjà scellé à l'une de ses extrémités, c'est de le chauffer fortement pour l'obliger à se dégager; cette opération, qui au premier abord peut paraître très-difficile, devient très-facile en s'y prenant avec précaution de la manière suivante : ayez un petit fourneau de terre échancré par un bord; mettez-y du charbon allumé, disposé de manière cependant à ne pas former de flamme; puis présentez le tube vide sur ce feu, de loin d'abord, puis d'un peu plus près, puis de plus près encore, jusqu'à ce qu'enfin on l'échauffe très-fortement : en même temps on le fait tourner sur lui-même entre les doigts, pour qu'il s'échauffe de tous les côtés, et on le promène sur le feu dans toute sa longueur. Le tube étant ainsi bien séché, on y verse du mercure déjà bouilli, non pas assez pour le remplir tout entier, mais seulement assez pour y occuper une longueur d'environ 5 centimètres (2 pouces); alors on présente de nouveau le tube sur le feu, mais encore avec plus de précaution qu'auparavant : on le chauffe graduellement de plus en plus jusqu'à ce que le mercure se mette à bouillir. Après quelques instans d'ébulition, l'on retire le tube, on le ferme avec un bouchon, de peur que l'humidité de l'air ne s'y introduise et on le laisse refroidir. Cette opération doit se faire dans une chambre dont les fenêtres soient ouvertes, pour que les vapeurs qui s'exhalent du mercure bouillant n'incommodent pas celui qui opère. Quand le tube est refroidi, on le reprend, on y verse une nouvelle quantité de mercure à peu près égale à la première, on le fait de nouveau bouillir, et l'on répète ainsi l'expérience jusqu'à ce que le tube soit presque tout plein. On ajoute alors la petite portion de mercure qui manque; mais on ne la fait pas bouillir dans le tube, parce que l'ébullition la chasserait dehors; cela fait on pose le doigt sur l'orifice ouvert du tube, en prenant bien garde de ne pas laisser d'air entre deux; on le renverse, et on le plonge dans sa cuvette comme à l'ordinaire : la colonne s'abaisse, et, comme il n'y a pas du tout d'air ni de vapeur élastique au-dessus d'elle, sa longueur mesure exactement la pression de l'atmosphère.

Pour connaître avec précision la longueur de la colonne, le tube de verre est lui-même renfermé dans un tube de cuivre servant à le protéger, et qui est fendu dans sa longueur, afin que l'on puisse apercevoir la colonne de mercure. La cuvette dans laquelle le tube plonge, a un fond mobile qui s'élève ou s'abaisse à volonté par le moyen d'une vis, ce qui fait monter ou descendre le niveau intérieur du mercure dans la cuvette de manière à le faire toujours correspondre avec le zéro de l'échelle indiqué par une pointe d'ivoire très-fine, qui est fixée verticalement dans l'intérieur de l'appareil.

Un petit thermomètre à mercure, d'une très-grande sensibilité, est enchassé dans la monture du baromètre, et est destiné à faire connaître la température de la colonne barométrique. Un anneau *curseur* embrasse la monture et est muni d'un vernier au moyen duquel on apprécie les dixièmes de millimètres, ou des plus petites divisions de l'échelle tracées sur le tube de cuivre. L'anneau dont il s'agit entraîne en outre deux petits plans de cuivre parallèles entre eux, et dont les arêtes inférieures sont exactement perpendiculaires à l'axe du tube.

Ce baromètre, rendu portatif, se suspend à un pied à trois branches qui, étant réunies, lui servent d'étui. Lorsqu'il se trouve ainsi dans une situation verticale, on fait monter la surface du mercure contenue dans la cuvette, jusqu'à ce qu'elle soit parfaitement en contact avec la pointe d'ivoire, et c'est ce qui a lieu quand cette pointe et son image réfléchie paraissent coïncider.

Pour mesurer ensuite la colonne de mercure, on fait mouvoir le vernier jusqu'à ce que les arêtes des deux petits plans dont nous avons parlé soient exactement tangentes à la convexité supérieure de cette colonne; alors le nombre marqué par l'index du vernier se trouve à la hauteur qu'il s'agissait de connaître. Si l'on élevait le baromètre à 10^m,5 au-dessus de sa première position, la colonne de mercure diminuerait d'un millimètre environ; il est donc indispensable de faire usage d'un bon vernier et de prendre beaucoup de précaution pour rendre les erreurs de lecture aussi petites qu'il

est possible ; on doit voir aussi que si le baromètre est destiné à fournir les élémens nécessaires à la correction des réfractions moyennes, il doit être toujours placé dans le lieu des observations astronomiques, ou au moins que s'il n'en est pas éloigné, le niveau de sa cuvette doit être le même que celui de ce lieu.

Le thermomètre du baromètre ne faisant connaître exactement que la température du mercure, on mesure celle de l'air avec un thermomètre *libre* ou sans monture, dont les divisions sont tracées sur le tube même : si les observations sont faites en rase campagne, on l'attache à la hauteur de deux mètres (6 pieds) environ, à un bâton fiché en terre et incliné de manière que son ombre se projette sur le tube ; par ce moyen l'instrument est préservé de la chaleur directe des rayons du soleil, et l'air circulant autour de lui l'amène bientôt à sa température.

Avant de remettre ce baromètre (qui est celui de Fortin) dans son étui, on a soin de faire munter le mercure à peu de distance du sommet du tube, à l'aide de la vis du fond de la cuvette, afin d'éviter un trop grand choc de la part du mercure, qui, sans cela, se précipiterait avec rapidité dans cette partie vide, quand on renverserait le baromètre, et qui pourrait occasionner une rupture ou laisser introduire de l'air le long de la colonne.

Il est essentiel de faire des observations correspondantes et simultanées de quart d'heure en quart d'heure, avec deux baromètres de cette espèce, lorsqu'on veut déterminer, avec toute l'exactitude que comporte les instrumens, la différence de niveau de deux stations ; mais avant tout, il faut comparer les baromètres et les thermomètres dont on doit faire usage et tenir note des petites différences qu'ils peuvent présenter, afin d'y avoir égard dans les calculs. Les nombreuses et utiles applications qui ont été faites de la méthode barométrique, indiquent le milieu du jour comme l'époque la plus favorable à l'observation, surtout si l'atmosphère est calme, et si le baromètre et le thermomètre, placés à l'ombre, à l'abri de toute cause accidentelle de chaleur, restent longtemps stationnaires.

Le baromètre marin est à cuvette comme le précédent, et se remplit de mercure avec les mêmes soins et les mêmes précautions, mais employé à la mer, il est construit et installé de manière à ce que les mouvemens imprimés au bâtiment, quelquefois très-violens et très-brusques, ne puissent pas donner au mercure des oscillations assez grandes pour empêcher l'observation de la colonne barométrique et compromettre dans aucun cas l'existence de l'instrument. On y parvient autant que possible en établissant la communication du mercure de la cuvette à celui du tube, par une orifice capillaire située à la partie ouverte du tube, en montant le baromètre sur la suspension de Cardan, pour les mouvemens de roulis et de tangage et en ajoutant un ressort à la monture pour amortir ceux du haut en bas, enfin son emplacement à bord doit être tel que dans tous les cas le baromètre ne puisse heurter. Ce n'est qu'un instrument nautique qui, quoique ne donnant pas exactement la pression exercée par l'atmosphère (car il paraît à peu près impossible d'y appliquer avec succès tous les moyens de perfection d'un baromètre terrestre) est susceptible de rendre aux marins des services importans, en les avertissant par ses variations seules, de se prémunir contre les effets désastreux des coups de vent, des ouragans dont ils sont menacés. Dans cet instrument l'échelle est fixe, et son zéro au lieu de correspondre au niveau intérieur du mercure dans la cuvette, est le plus souvent au-dessus ou au-dessous ; on obvierait en partie seulement à cet inconvénient, en augmentant le diamètre des cuvettes généralement employées.

Le baromètre à siphon n'a pas de cuvette, c'est le tube en siphon qui en tient lieu. Pour le baromètre de cabinet on prend un tube d'une longueur convenable de même diamètre intérieur près de ses deux extrémités et scellé à un des bouts, mais avant que de lui donner la forme d'un siphon, on le fait sécher puis on y introduit du mercure déjà bouilli, en le versant peu à peu et le faisant bouillir à chaque fois pour en chasser l'air : parvenu à remplir le tube, on recourbe à la lampe et redresse l'extrémité ouverte qui doit former la plus courte des branches du siphon. La colonne de mercure qui remplissait le tube étant plus longue que la colonne barométrique ordinaire, et par conséquent plus pesante que la pression atmosphérique, est tombée par l'excès de son poids et a passé en partie dans la branche la plus courte. Cela posé, la différence des niveaux entre le sommet de la convexité du mercure dans la branche la plus courte

et le sommet de sa convexité dans la branche la plus longue, est précisément la longueur de la colonne de mercure qui est soutenu par la pression que l'atmosphère exerce sur la surface de la branche la plus courte, dans laquelle l'air pénètre librement par l'ouverture recouverte. La longueur de cette colonne se mesure avec exactitude au moyen d'une échelle fixe, sur laquelle on fait glisser un curseur muni d'un vernier, alors le tube est mobile dans le sens de la longueur de l'échelle, ou par une échelle mobile, alors le tube est fixe.

M. Gay-Lussac a fait au baromètre à siphon un perfectionnement qui le rend portatif et d'un usage très-commode pour les voyages. Lorsque le baromètre est fait, on ferme à la lampe d'émailleur l'extrémité de la branche la plus courte, dans cet état le baromètre complétement fermé serait inaccessible à l'air extérieur, et conséquemment ne pourrait pas indiquer les changemens de pression que cet air éprouve; mais pour établir la communication, on ménage dans la partie latérale voisine du haut de la branche la plus courte, un trou rentrant et capillaire. Ce trou, extrêmement fin, permet bien à l'air d'entrer dans cette branche, mais il ne permet pas au mercure d'en sortir, à cause de la force avec laquelle il le déprime, en vertu de sa capillarité, ainsi, quand on a observé la différence de niveau entre les sommets des deux extrémités de la colonne du mercure (ce qui peut se faire au moyen d'une division tracée sur le tube même), si l'on renverse le tube, une partie du mercure rentre dans la longue branche et achève de la remplir; le reste tombe dans la branche la plus courte, mais ne peut s'échapper à cause de la petitesse du trou latéral. Alors si l'on met le siphon, qui offre de plus plusieurs parties amincies et effilées dont le but est de diminuer le volume de l'instrument et d'empêcher sa fracture par le choc du mercure, dans un étui de la forme d'une canne, son transport aura lieu avec sûreté dans la position renversée et se trouvera toujours ouvert pour l'air et fermé pour le mercure. Ce baromètre doit être muni d'un thermomètre faisant corps avec lui.

Les variations de l'atmosphère, en augmentant ou diminuant la pression que l'air exerce sur le mercure de la cuvette, avec lequel il communique, déterminent la colonne de ce liquide à s'alonger ou à se raccourcir, en sorte que la quantité de la pression dont il s'agit, est indiquée à chaque instant par le nombre de l'échelle qui répond à la hauteur du mercure, le zéro de cette échelle répondant à sa surface dans la cuvette; et parce qu'il arrive assez souvent que le baromètre baisse lorsqu'il y a de l'agitation dans l'air, ou que le temps se dispose à la pluie, et que, au contraire, il monte aux approches d'un temps calme et serein, on a joint à certain degré de l'échelle des indications de l'état du ciel que la hauteur à laquelle parvient alors le mercure semble présager le plus communément. Mais l'observation prouve que le beau temps et la pluie n'ont pas une influence constante et réglée sur les variations du baromètre, qui ne sont en rapport exact qu'avec les pression de l'air; et l'on peut dire que l'arithmétique de cet instrument est plus sûre que son langage. En supposant même que les prédictions du baromètre s'accordassent toujours avec les faits, il faudrait pouvoir expliquer cet accord d'une manière satisfaisante, mais malgré l'habileté des physiciens qui se sont occupés de ce sujet, et en général de tout ce qui concerne les variations de l'atmosphère, il résulte que la théorie qu'on en a donnée laisse encore beaucoup à désirer, seulement nous avons des principes établis solidement dont la liaison avec l'objet de cette même théorie fait espérer qu'ils seront un jour employés avec avantage à la développer. Tels sont ceux qui résultent des expériences de Saussure, de Deluc, de Gay-Lussac et de Dalton. C'est en combinant ces principes avec des observations suivies sur l'état de l'atmosphère, que l'on parviendra à lever les nombreuses difficultés que présentent et la diversité des phénomènes dont la théorie doit embrasser l'ensemble et celle des causes qui souvent se compliquent dans la production d'un seul phénomène.

Les *prédictions* du baromètre ne sont donc pas infaillibles, mais comme elles sont souvent confirmées par l'événement, surtout quand on ne leur donne pas plus *d'extension* qu'il ne faut, qu'on doit les regarder au moins comme probables. Aussi les marins doivent-ils observer souvent cet instrument, dont on a reconnu que les indications pouvaient leur être fort utiles dans beaucoup de circonstances.

Conjectures tirées des indications barométriques. En général le baromètre se tient très-bas dans les saisons et années humides, très-haut dans les saisons et années sèches. Il est plus haut en hiver qu'en été. Ses variations sont fréquentes à l'époque où l'on

passe d'une saison à une autre, et plus encore, si cette saison est orageuse ou sujette à des ouragans.

En particulier le mercure baisse lorsque le temps se prépare à la pluie, monte lorsqu'il se rassure, baisse par le temps chaud si un orage approche, monte en hiver s'il fait froid, baisse par ce froid s'il va y avoir dégel, se relève s'il va y avoir de la neige. Une chute subite du mercure par le gros temps, une hausse subite par le beau temps, annoncent que ni l'un ni l'autre de ces états atmosphériques ne dureront long-temps. Au contraire, s'il baisse lentement et graduellement deux ou trois jours par le beau temps, on peut s'attendre à beaucoup de pluie et à de grands vents; s'il hausse lentement et graduellement deux ou trois jours par le gros temps, un beau temps continu sera la suite du mouvement ascensionnel.

DU SYMPIÉSOMÈTRE.

Le *Sympiésomètre* est un instrument météorologique destiné à remplacer le baromètre, il a été inventé il y a près de quinze ans par M. *Adie*, habile opticien d'Edimbourg, et importé en France depuis environ deux ans par M. Gilbert. L'inventeur a pris le nom de son instrument d'un mot grec qui signifie *se comprime*, parce qu'il doit mesurer la pression que le poids de l'atmosphère exerce sur un certain volume de gaz renfermé dans un tube de verre et séparé de l'air atmosphérique par quelque liquide.

Le sympiésomètre français de M. Gilbert est un tube de verre d'environ un demi-mètre (18 pouces) de longueur, analogue à celui du baromètre ordinaire à siphon; comme lui il est scellé à sa partie supérieure, mais il est terminé aux deux extrémités par des réservoirs cylindriques de 15 millimètres (près de 7 lignes) de diamètre; on introduit d'abord dans le tube du gaz hydrogène, puis de l'huile d'amande colorée en rouge.

La pression atmosphérique s'exerce donc sur l'huile et lui procure un mouvement ascendant dans le tube, à son tour elle presse le gaz hydrogène et le comprime dans la partie supérieure du tube, ce gaz réagit sur l'huile, d'où il résulte que la hauteur à laquelle s'élève l'huile n'est déterminée que par la différence de la pression atmosphérique et par la résistance que l'élasticité du gaz oppose à son ascension. La planche sur laquelle le tube est placé contient une échelle dont les unités représentent des millimètres, et sur laquelle se lit le nombre correspondant à la surface supérieure de l'huile. Sur la même planche un thermomètre à mercure est placé à côté de l'instrument, sa division exprime aussi des millimètres; le zéro placé à un point intérieur de l'échelle correspond à une température déterminée sur laquelle l'instrument a été réglé; le nombre de divisions correspondant à la hauteur du mercure combiné par addition ou par soustraction, avec celui de l'échelle du sympiésomètre doit donner, suivant l'auteur, la mesure de la pression atmosphérique.

Les avantages que l'on paraît accorder à cet instrument sont : 1.° qu'il est plus sensible aux variations de l'atmosphère que le baromètre. 2.° Qu'il n'est point affecté par les mouvemens de roulis et de tangage du bâtiment, qui souvent rendent l'observation du baromètre marin très-difficile. 3.° Qu'il est d'un prix moins élevé. Nous ajouterons que le capitaine *Ross* et le contre-amiral de *Krusenstern*, qui s'étaient munis de semblables instrumens dans leurs expéditions, en ont porté un jugement très-favorable.

Quatre de ces instrumens ont été envoyés à Brest en 1834, pour y être embarqués et subir des campagnes d'épreuves : cette occasion de les observer m'a d'abord fait remarquer que ces instrumens, placés dans le même lieu, ne s'accordaient pas entre eux, non seulement à donner la même pression atmosphérique, mais encore que leurs différences n'étaient pas constantes d'un jour à l'autre; de plus j'ai comparé deux fois par jour, l'un d'eux (le numéro 4) à un baromètre à siphon construit par *Bunten*, d'après les perfectionnemens de M. Gay-Lussac, depuis le 15 Mars 1834 jusqu'au 31 Octobre de la même année, c'est-à-dire 230 jours : cette suite de comparaison m'a confirmé ce que les premières notions de physique annonçaient par rapport aux fondemens sur lesquels reposent la construction et l'usage du sympiésomètre, qu'il n'est pas un instrument propre à donner la pression de l'atmosphère, le numéro 4 m'a donné des pressions trop grandes, mais dont les excès ont été compris entre 21 millimètres (environ 9 lignes) et 34 millimètres (environ 15 lignes), de plus, que les observations

faites à cet instrument n'étaient pas comparables entre elles, puisque les excès égaux ne correspondaient pas toujours à des états semblables de l'atmosphère, mais souvent à des états bien différens ; finalement, ce n'est qu'un instrument météorologique donnant seulement les variations atmosphériques et qui, à bord des bâtimens, doit être toujours accompagné d'un baromètre marin.

DU THERMOMÈTRE.

Le *Thermomètre* est un instrument *mesureur de la chaleur*, ses applications aux sciences naturelles sont innombrables, l'astronomie le consulte à chaque instant dans ses observations, pour calculer les déviations que les rayons lumineux émanés des astres éprouvent en traversant l'atmosphère, qui les brise et les courbe plus ou moins, selon sa température. Cet instrument est formé ordinairement d'une boule de verre dont la capacité est très-considérable relativement au diamètre intérieur du tube, de sorte qu'une très-petite dilatation, dans le volume du mercure qu'elle renferme, se manifeste dans le tube par un allongement considérable de la colonne fluide ; par cette disposition on parvient à rendre sensibles de très-petites variations de la chaleur. La graduation commence au terme de la congélation de l'eau, et celui qu'elle reçoit dans un vase ouvert par la chaleur de l'eau distillée bouillante, ou plongé dans la vapeur d'eau qui a une température bien plus égale que le liquide, est marquée à l'échelle de Réaumur par 80, à l'échelle centigrade par 100 et à l'échelle de Fareinheith par 212 ; le terme de la glace fondante est marqué dans celle-ci à 32. La distance de ces deux termes est divisée, pour les deux premières, en 80 ou en 100 parties égales, et la division est ordinairement prolongée au-dessous du terme de la congélation marquée 0.

Pour que le thermomètre soit toujours semblable à lui-même et constant dans ses indications, il faut que le mercure employé soit dans son plus grand état de pureté, que le tube soit d'un calibre égal dans toute sa longueur, afin que des dilatations égales dans le mercure de la boule soient marquées par des accroissemens égaux dans la hauteur de la colonne ; que si le tube n'avait pas même diamètre intérieur dans toute sa longueur (ce qui arrive le plus souvent), son échelle soit divisée de manière à ce qu'on puisse le considérer comme tel. Un thermomètre construit avec soin ne doit pas contenir d'air dans la partie du tube qui n'est point occupée par le mercure ; pour s'en assurer, il suffit de le renverser de manière que la boule vienne en haut ; s'il est purgé d'air, le mercure, que rien ne soutient, tombe librement et remplit tout le tube : mais si tout l'air et l'humidité qui restaient adhérens aux parois intérieurs du tube, lors de la construction du thermomètre, n'en ont pas été chassés, la colonne ne tombe point jusqu'au fond du tube, parce que le gaz qui s'y trouve résiste en vertu de sa force élastique et l'empêche d'y arriver.

Quand on transporte des thermomètres en voyage, il arrive souvent que la colonne de mercure se sépare ainsi en plusieurs parties, et pour peu qu'il reste de l'air ou de l'humidité dans le tube, ces diverses parties ne se rejoignent pas facilement ; il faut alors attacher le sommet du tube à une corde longue de trois ou quatre pieds, et le faire tourner ainsi au bout de cette corde, comme une fronde, aussi rapidement qu'il est possible. La force centrifuge s'exerçant avec plus d'énergie sur le mercure que sur l'air à cause de l'excès de sa masse, suffit ordinairement pour réunir les colonnes séparées.

Les observations du baromètre et du thermomètre sont employées dans l'astronomie nautique à réduire les réfractions moyennes données par les tables, à celles qui répondent au poids de l'atmosphère et à sa température aux instans correspondans aux observations des hauteurs ; il faut avoir soin de préserver le thermomètre de la chaleur directe des rayons du soleil.

DU CERCLE RÉPÉTITEUR.

Ce cercle a deux lunettes mobiles ou fixes à volonté. La lunette supérieure entraîne deux verniers et son axe répond précisément au centre du limbe. A l'égard de la lunette inférieure qui porte un niveau à bulle d'air, elle est excentrique et elle tourne seule si l'on veut autour de l'axe du cercle.

Cet instrument précieux, inventé par M. de Borda, dont le diamètre du cercle peut être même réduit à cinq ou six pouces, par conséquent d'un volume portatif et commode, qui se place partout, s'établit sans embarras sur le plus petit appui immobile, dans l'espace le plus étroit, jouit du grand avantage de pouvoir atténuer presque entièrement les erreurs de la division et celles des observations, en répétant suffisamment la mesure des angles, et qui, malgré sa petitesse, donne plus d'exactitude qu'on n'en pourrait attendre des grands quarts de cercle.

Ce cercle est disposé de manière à lui donner un mouvement de rotation lent ou rapide. Son axe ou pivot est traversé par un essieu dont les extrémités entrent dans des collets faisant partie de deux montans auxquels on a donné le nom de *fourchette*. Un petit quart de cercle, adapté par le centre à l'essieu, s'appuie contre ces montans et s'y fixe au moyen d'une vis de pression, quand on veut que l'inclinaison du limbe soit invariable. Enfin, la partie inférieure de la fourchette est fixée sur une colonne ou pied, cette colonne étant creuse et recevant intérieurement un axe fixé perpendiculairement sur un trépied, elle a sur cet axe un mouvement de rotation qu'elle communique à tout l'instrument; et ce mouvement, que l'on appelle azimutal, s'opère en desserrant une vis de pression, et faisant tourner la colonne soit promptement avec la main, soit insensiblement avec la vis d'un pignon. Le cercle horizontal sur lequel se fait la révolution, étant gradué, on peut, au moyen de l'alidade fixée au bas de la colonne, estimer les angles décrits ou les différences d'azimuts.

Pour procéder à la mesure d'un angle, il faut d'abord amener les axes optiques des lunettes dans le plan de cet angle, et les y conserver pendant tout le cours de l'observation; on commence par disposer le limbe de manière que son plan passe à très-peu près sur les deux points de mire. Pour y parvenir, on bornoie à la vue simple, en inclinant seulement le cercle et en faisant tourner un peu, s'il est nécessaire, tout l'instrument sur sa colonne, afin que les objets paraissent à égale distance du limbe, ensuite rendant la colonne immobile, on donne un mouvement de rotation au limbe, jusqu'à ce que la lunette supérieure fixée à zéro, soit sur un des objets.

Cela fait, on place la lunette inférieure dans la direction de l'autre objet, et pour chaque lunette, choisissant une vis du pied de l'instrument, la plus voisine du vertical de son oculaire, on la fait mouvoir pour amener l'image de l'objet dans le champ de chaque lunette, et de-là sur l'intersection même des fils (si les intersections des fils n'étaient pas parallèles au plan du cercle, on les rectifierait au moyen de la lunette d'épreuve; et si ces fils offraient une parallaxe, on rapprocherait ou l'on éloignerait le verre objectif des réticules, jusqu'à ce que les objets s'aperçoivent bien nettement.)

Maintenant si, comme il est d'usage, les divisions du limbe sont écrites de gauche à droite, on amènera 1.° la lunette supérieure, toujours fixée à zéro, sur l'objet à droite; 2.° on amènera de même la lunette inférieure sur l'objet à gauche, et quand les deux lunettes seront exactement dirigées sur les deux objets, on aura la première partie de l'observation; 3.° sans déranger les lunettes, on fera tourner le limbe en dirigeant la lunette inférieure sur l'objet à droite, et alors l'objectif de la lunette supérieure aura été repoussé dans le même sens, d'une quantité égale à l'angle mesuré; 4.° on amènera enfin la lunette supérieure sur l'objet à gauche, et par ce mouvement, qui n'a lieu que pour cette lunette, elle aura décrit un arc double de celui qui mesure l'angle proposé. On lira l'arc parcouru, dont la moitié sera la première mesure de cet angle, abstraction faite, toutefois, de l'erreur causée par l'excentricité de la lunette inférieure.

Cette mesure s'obtient donc à l'aide de deux observations *conjuguées*; dans la première, la lunette supérieure est fixe à l'égard du limbe, tandis que l'inférieure est mobile, et c'est tout le contraire dans la seconde observation. En répétant l'opération précédente 1, 2, 3, 4.... fois, et partant toujours du point où la lunette supérieure est arrivée sur le limbe à la seconde observation conjuguée, on aura évidemment le quadruple, le sextuple, etc. de l'angle, pourvu que l'on ne néglige pas de tenir compte des circonférences entières parcourues.

Si l'angle à mesurer est une distance au zénith, c'est-à-dire si cet angle est formé par un objet et la verticale qui répond dans le ciel au-dessus du centre de l'instrument, on mettra le limbe du cercle dans une situation verticale; pour y parvenir, on disposera l'axe du limbe à-peu-près horizontal, et après avoir amené la bulle d'air du niveau

tenant à la lunette inférieure au milieu du tube, on fera tourner tout l'instrument sur sa colonne, de manière que l'index du cercle azimutal, partant de la division qui se trouve vis-à-vis un des pieds de l'instrument, parcoure une demi-circonférence. Si, dans cet état, la bulle d'air ne revient pas d'elle-même au milieu du tube, l'axe de la colonne ne sera pas dans un plan vertical; alors on fera la correction, partie avec la vis du pied, partie avec la vis de rappel de la lunette inférieure.

On ramènera l'index du cercle azimutal au point du départ, et si, dans cette première position, la bulle ne conserve pas le milieu du tube, on fera la correction qui vient d'être indiquée. On continuera cette épreuve jusqu'à ce que la bulle d'air marque, dans les deux positions de l'instrument, que la lunette inférieure est de niveau.

Ensuite, si après avoir placé l'index près d'une autre vis du pied de l'instrument, la bulle d'air quitte le milieu du tube, on l'y ramène en faisant tourner cette vis dans le sens convenable. Enfin, l'on mettra aussi exactement qu'il sera possible le limbe de l'instrument dans une position verticale, à l'aide d'un fil à plomb, et si, dans cette position, le niveau qui porte l'axe du cercle, est incliné à l'horizon, on amènera la bulle au milieu du tube, au moyen de la vis de rappel qui est adaptée à ce niveau.

Maintenant, pour mesurer une distance au zénith, on fixera d'abord à zéro l'un des verniers de la lunette supérieure, et après l'avoir dirigée sur l'objet proposé, on placera horizontalement la lunette inférieure qui porte le grand niveau, en la faisant mouvoir indépendamment du limbe de l'instrument; lorsque la bulle restera au milieu du tube, en même temps que le point de mire sera couvert par le fil horizontal du réticule, on aura la première partie de l'observation.

On fera ensuite tourner tout l'instrument sur sa colonne, jusqu'à ce que sa demi-révolution soit achevée, c'est-à-dire que le cercle soit à gauche; et apres avoir ramené la lunette inférieure dans la position horizontale, en faisant tourner le limbe à l'aide de la vis tangente du tambour, on fera mouvoir la lunette supérieure après l'avoir rendue libre, jusqu'à ce que l'objet soit exactement sur le fil horizontal. Lorsque la bulle restera au milieu en même temps que le point de mire sera couvert par ce fil, on aura la seconde partie de l'observation, et l'arc parcouru par le vernier de cette lunette, sera le double de la distance au zénith cherchée.

En répétant plusieurs fois cette observation de la même manière, on parviendra au quadruple, au sextuple, etc., de la distance au zénith, et l'on atténuera ainsi les erreurs de la division.

Lorsque le cercle répétiteur porte des lunettes plongeantes, il prend le nom de *théodolite :* on dispose toujours le limbe horizontalement, et par ce moyen les angles observés entre les objets terrestres sont réduits sur le champ à l'horizon, ce qui dispense de faire aucun calcul à cet égard. Mais de pareilles lunettes étant sujettes à se déranger par le moindre choc, il est préférable de faire usage d'un cercle garni de lunettes ordinaires.

L'usage du cercle répétiteur peut être ramené à celui du graphomètre, il ne s'agit que d'amener la lunette inférieure à zéro, et de l'y fixer pendant tout le cours des observations. Pour cet effet on met la lunette supérieure à ce point; et après avoir fixé avec cette lunette un objet éloigné, on y dirige aussi la lunette inférieure, laquelle se trouve, dans ce cas, placée convenablement.

A la rigueur les angles observés entre les objets terrestres, auraient besoin d'une petite correction due à l'excentricité de la lunette inférieure; mais il est rare qu'on soit obligé d'en tenir compte, même dans les opérations les plus délicates de la géodésie.

DES PROBLÊMES.

PROBLÊME I.

Un arc de l'équateur étant exprimé en degrés, le convertir en heures, et réciproquement réduire un nombre d'heures en degrés.

1. Multipliez par 4 les secondes, les minutes et les degrés; alors le premier, le second et le troisième produit, seront des tierces, des secondes et des minutes de temps, en remarquant que pour convertir les tierces de temps en secondes, les secondes en minutes et les minutes en heures, il suffit de prendre le sixième des dizaines dans chaque produit partiel pour l'ajouter au produit suivant.

Mais 60 tierces faisant 1 secondes, la conversion des tierces en décimales de seconde s'effectuera en divisant le sixième du nombre des tierces par 10.

Exemple 1. Convertir 36° 25' 35'' en heures, minutes et secondes.

	36° 25' 35''
Multipliant par	4
	2^h 25^m 42^s 20^t
ou	2 25 42,33

Exemple 2. Convertir 165° 17' 19'',8 en heures, minutes et secondes.

	165° 17' 19''
Multipliant par	4
	11^h 1^m 9^s 16^t
ou	11 1 9,27

Remarque 1. Cette conversion peut aussi se faire avec facilité, par le moyen de la Table I, en y prenant successivement les valeurs des diverses parties du nombre des degrés à réduire, la somme de ces valeurs donnera la réduction demandée.

Exemple 1. Déterminer les heures, minutes et secondes correspondantes à 56° 38' 57''

Pour	50°	3^h 20^m
	6	0 24
	38'	0 2 32^s
	57''	0 0 3,80
Quantité cherchée		3 46 35,80

Exemple 2. Réduire 217° 25' 38'',47 en heures, minutes et secondes.

Pour	210°	14^h 0^m
	7	0 28
	25'	0 1 40^s
	38''	0 0 2,53
	0,47	0 0 0,03
Quantité cherchée		14 29 42,56

2. Pour convertir les heures, minutes et secondes en degrés et parties du degré, commencez par réduire les heures en minutes, et ajoutez-les à celles qui sont contenues dans la quantité proposée; ensuite prenez le quart des minutes et des secondes; le premier et le second quotient seront des degrés, des minutes et des fractions décimales de minute, enfin multipliez par 60 les décimales de minute pour les convertir en secondes, et vous aurez des secondes de degré.

Exemple 1. Convertir 5^h 23^m 55^s en degrés, minutes et secondes.

Quantité donnée	5^h 23^m 55^s
ou	0 323 55
Le quart	80° 58,75
Multipliez les décimales par	60
Produit	45''0
On aura donc	80° 58' 45''

Exemple 2. Convertir 15^h 29^m 18^s,26 en degrés, minutes et secondes.

Quantité donnée	15^h 29^m 18^s26
ou	0 929 18,26
Le quart	232 19,565
Multipliez les décimales par	60
Produit	33''90
On aura donc	232° 19' 33''90

Remarque 2. On peut se dispenser de faire ce calcul au moyen de la Table I, alors la conversion s'effectuera en y prenant successivement les valeurs de toutes les parties de la quantité à réduire, la somme de ces valeurs donnera la réduction demandée;

Exemple 1. Déterminer les degrés, minutes et secondes correspondans à $11^h\ 42^m\ 17^s,65$.

Pour	11^h	165°
	42^m	$10\ 30'$
	17^s	$4\ 15''$
	0,65	9,75
Quantité cherchée		175 34 24 75

Exemple 2. Convertir $14^h\ 24^m\ 52^s,93$ en degrés, minutes et secondes.

Pour	14^h	210°
	24^m	$6\ 0'$
	52^s	$13\ 0''$
	0,93	13,95
Quantité cherchée		216 13 13,95

EXEMPLES de convrrsion de degrés en heures et réciproquement.

Degrés.			Heures.			Heures.			Degrés.		
°	'	"	h	m	s	h	m	s	°	'	"
0	27	15.0	0	1	49.0	0	24	36.0	6	9	0.0
1	59	45.0	0	7	59.0	1	36	44.0	24	11	0.0
2	0	30.0	0	8	2.0	3	52	56.0	58	14	0.0
3	10	0.0	0	12	40.0	6	51	38.0	102	54	30.0
7	9	38.0	0	28	38.53	7	54	52.0	118	43	0.0
15	50	57.0	1	3	23.80	11	38	26.0	174	36	30.0
20	38	50.0	1	22	35.33	11	0	47.0	165	11	45.0
25	57	49.0	1	43	51.27	10	45	19.0	161	19	45.0
36	34	42.0	2	26	18.80	8	42	57.0	130	44	15.0
43	57	39.0	2	55	50.60	9	18	18.0	139	34	30.0
56	42	34.5	3	46	50.30	12	0	47.4	180	11	51.0
74	3	17.8	4	56	13.19	12	57	0.6	194	15	9.0
86	42	27.6	5	46	49.84	13	14	32.9	198	38	13.5
94	33	18.7	6	18	13.25	14	27	0.6	216	45	9.0
101	27	50.4	6	45	51.36	15	18	2.5	229	30	37.5
129	29	49.3	8	37	59.29	17	28	49.3	262	12	19.5
167	38	36.9	11	10	34.46	18	52	54.8	283	13	42.0
192	17	46.2	12	48	11.08	19	20	5.1	290	1	16.5
204	8	12.1	13	36	32.81	21	58	0.2	329	30	3.0
357	29	6.4	23	49	56.43	23	4	52.8	346	13	12.0

PROBLÈME II.

Le temps astronomique d'un lieu connu étant donné, trouver le temps correspondant de Paris, et réciproquement.

1. Convertissez la longitude du lieu en temps, (*Problême I*), et selon qu'elle est orientale ou occidentale, retranchez-la ou ajoutez-la au temps donné, vous aurez le temps compté au même instant à Paris, en observant que si la longitude, quoique plus grande, doit être retranchée du temps donné, il faudra augmenter celui-ci de 24 heures, et la différence exprimera le temps correspondant à Paris pour le jour précédent, et que si la somme résultante de l'addition est plus grande que 24 heures, son excès sur ce nombre sera le temps correspondant à Paris pour le jour suivant.

Exemple 1. L'heure d'un lieu situé par 64° 18' de longitude Ouest étant de $5^h\ 25^m$, on demande l'heure de Paris correspondante.

Heure du lieu		$5^h\ 25^m\ 0^s$
Longitude en temps		+ 4 17 12
Heure de Paris,	*somme*	9 42 12

Exemple 2. Quelle heure est-il à Paris, quand il est $8^h\ 37^m$ dans un lieu situé par 102° 34' de longitude Est.

Heure du lieu		$8^h\ 37^m\ 0^s$
Longitude en temps		− 6 50 16
Heure de Paris,	*différence*	1 46 44

Exemple 3. La longitude d'un lieu étant de 55° 39' Ouest, on demande l'heure de Paris correspondante au 5 Janvier, à 8h 5m du matin.

Heure du lieu le 4, temps astronom.		20h	5m	0s
Longitude en temps	+	3	42	36
Heure de Paris le 4 Janvier, *somme*		23	47	36

Exemple 4. Quelle est l'heure de Paris, correspondante au 12 Mars à 8h 49m du matin, d'un lieu situé par 137° 24' de longitude Est.

Heure du lieu le 11 Mars, temps astron.		20h	49m	0s
Longitude en temps	−	9	9	36
Heure de Paris le 11 Mars, *différence*		11	39	24

Exemple 5. Déterminer l'heure de Paris, correspondante à 10h 52m du matin le 18 Mai, par 92° 52' de longitude Ouest.

Heure du lieu le 17, temps astronom.		22h	52m	0s
Longitude en temps	+	6	11	28
Heure de Paris le 18 Mai, *somme*		5	3	28

Exemple 6. Trouver l'heure de Paris correspondante à 3h 36m du soir le 9 Septembre, étant situé par 140° 25' de longitude Est.

Heure du lieu le 9, temps astronom.		3h	36m	0s
Longitude en temps	−	9	21	30
Heure de Paris le 8 Septembre, *differ.*		18	14	20

2. Connaissant l'heure de Paris, pour trouver l'heure correspondante d'un lieu dont la longitude est connue, ajoutez au temps donné, compté astronomiquement, la longitude en temps si elle est orientale, retranchez-là si elle est occidentale; la somme ou la différence donnera le temps correspondant du lieu, en observant que si la somme surpasse 24 heures, son excès sur ce nombre sera le temps correspondant du lieu pour le jour suivant; et que si la longitude, quoique plus grande, doit être retranchée du temps donné, il faudra augmenter celui-ci de 24 heures et la différence obtenue ensuite donnera le temps correspondant du lieu pour le jour précédent.

Exemple 1. Un phénomène instantané ayant lieu à Paris le 8 Juin à 2h 25m, on demande à quelle heure il pourra être observé dans un lieu situé par 58° 14' de longitude Ouest.

Heure de Paris le 8		2h	25m	0s
Longitude en temps	−	3	52	56
Heure du lieu le 7 Juin, *différence*		22	32	4

Exemple 2. Le commencement d'une éclipse de lune est annoncé pour Paris le 23 Juillet 1823, à 1h 39m du matin, on demande l'heure correspondante d'un lieu situé par 173° 42' Est.

Heure de Paris le 22, temps astronom.		13h	39m	0s
Longitude en temps	+	11	34	48
Heure du lieu le 23 Juillet, *somme*		1	13	48

Remarque. La mesure du temps est un des premiers besoins des hommes réunis en société; n'ayant l'idée de la succession des instans, que par le mouvement. Les divisions du temps ne peuvent être marquées que par des espaces parcourus; mais pour que la mesure soit exacte, il est nécessaire que le mouvement s'effectue suivant la loi de continuité; c'est-à-dire qu'il soit constant et uniforme: ce sont ces conditions expresses qui ont fait emprunter à l'astronomie la mesure du temps, car le seul mouvement que nous connaissons d'une durée peut être sans limites et dont l'uniformité soit parfaite, est celui de la rotation de la terre sur son axe, ou ce qui est de même, la révolution apparente de la sphère céleste ou des étoiles.

Le mouvement de rotation de la terre est jusqu'à présent la mesure fondamentale qui nous sert à acquérir une idée juste du mouvement de notre système solaire. L'équateur et les parallèles passent à un cercle horaire quelconque avec une vîtesse uniforme: depuis le passage d'une étoile, ou de tout autre point fixe de la sphère céleste, jusqu'au passage suivant, il s'écoule chaque fois le même temps et c'est à cette durée que l'on a donné le nom de JOUR SIDERAL.

Le jour sidéral est partagé en 24 *heures*, les heures en *minutes*, *secondes*, etc. Un temps exprimé par le jour sidéral et ses parties, se nomme *temps sidéral* ou *temps du premier mobile*, selon qu'on prend pour mesure du temps, le mouvement diurne d'une étoile ou d'un point de l'équateur; tous les jours sidéraux sont donc égaux. L'instant du passage d'une étoile ou d'un point de l'équateur au méridien d'un lieu donne bien le commencement du jour, mais pour obtenir la partie du jour qui s'est écoulé jusqu'à un autre instant, on a cherché à effectuer un autre mouvement uniforme par le moyen des machines. Les plus parfaites sont: les horloges à pendule et les montres marines ou chronomètres, auxquels l'astronomie doit une grande partie de ses progrès. La propriété la plus essentielle d'une machine destinée à mesurer le temps, c'est l'uniformité de sa marche; il faut que les oscillations de son pendule ou de son balancier soient isochrones ou d'égale durée, il importe peu que cette marche soit plus ou moins rapide, pourvu qu'elle soit uniforme; ainsi pour qu'une pendule ou une montre soit réglée sur

le temps sidéral, il faut qu'en lui faisant marquer une heure quelconque à l'instant où un point de l'équateur passe au méridien, elle indique précisément la même heure chaque fois que ce point y revient, ou bien que son avance ou son retard soit une quantité constante.

Le point de l'équateur dont le passage au méridien marque l'origine des heures de la pendule est arbitraire; mais des considérations particulières ont fait choisir le point équinoxial vrai du printemps, afin que les heures de la pendule et les degrés de l'équateur commencent au même instant, alors le temps indiqué par la pendule sidérale, converti en degrés, donne l'angle horaire occidental du point o de l'équateur; ou ce qui revient au même, donne le point de l'équateur qui se trouve dans cet instant au méridien, c'est-à-dire, en s'exprimant comme les astronomes, *l'ascension droite du milieu du ciel*. Nous ferons remarquer que le point équinoxial du printemps n'est pas fixe dans le ciel à l'égard des étoiles, qu'on lui a reconnu un mouvement angulaire rétrograde, sensiblement constant, qui fait qu'un point de l'équateur emploie moins de temps pour revenir au méridien qu'une étoile. Par suite de ce mouvement après un an il y passera quelques secondes plutôt, aussi pourrait-on nommer temps sidéral *vrai*, celui qui est donné par le passage du point de l'équinoxe *vrai*, et temps sidéral *moyen* celui qui donnerait le passage d'un point fictif ou équinoxe moyen se déplaçant uniformément avec une vitesse moyenne. Ce temps sidéral moyen n'est autre que la longitude moyenne du soleil convertie en temps, mais par rapport à la petitesse des différences entre ces deux temps, il n'y a aucun inconvénient dans la pratique à les prendre l'un pour l'autre.

Le temps sidéral satisfait à tous les besoins de l'astronomie; mais par rapport aux relations et aux nécessités sociales, le jour sidéral n'est point assez marqué, son commencement est invisible pendant la plus grande partie de l'année. Le mouvement diurne du soleil fait que le commencement du jour sidéral arrive pendant la durée de sa présence sur l'horizon et pendant son absence; il en résulterait donc une confusion inévitable si nos relations sociales étaient réglées sur le jour sidéral. Ce sont ces considérations qui ont fait adopter pour mesure du temps la révolution diurne du soleil, c'est-à-dire le mouvement de rotation de la terre par rapport au soleil.

Le *jour civil* ou le temps qui s'écoule entre un passage du soleil au demi-méridien inférieur et le suivant, en sorte que le commencement et la fin du jour civil est minuit; on le partage comme le jour sidéral en 24 heures qui sont divisées en deux parties de 12 heures chaque : les premières se comptent depuis o jusqu'à 12 et se nomment heures du matin; les secondes se comptent de la même manière et se nomment heures du soir. Les astronomes et les navigateurs, commencent ce jour solaire à l'instant du passage du soleil au demi-méridien supérieur, phénomène remarquable propre à leur en indiquer le commencement, en comptant 24 heures d'un midi à l'autre. Il en résulte que le matin les astronomes sont en arrière d'un jour et en avant de 12 heures, ainsi lorsque dans la vie civile on compte le 12 Décembre à 4 heures du matin, les astronomes comptent le 11 Décembre à 16 heures, cette dernière manière de compter s'appelle *temps astronomique ;* la méthode civile de compter le jour est donc d'être toujours en avance de 12 heures sur le temps astronomique.

Le jour civil est donc réglé sur le *vrai* mouvement du soleil : il est midi ou 12 heures lorsque le soleil passe au méridien, il est réellement compté d'après un cadran solaire. Ce temps irrégulier est appelé par les astronomes temps *vrai* ou *apparent*. Chaque lieu de la terre compte midi ou o heure quand le soleil est au méridien de ce lieu. Or, comme il emploie tantôt plus, tantôt moins de temps à achever sa révolution diurne apparente ou à revenir au même cercle horaire; que d'ailleurs le soleil change de vitesse, non seulement à midi, mais durant tout le jour, il en résulte qu'il décrit des angles horaires égaux d'un même jour dans des temps différens : les jours et les heures de temps vrai sont inégaux. A la rigueur il ne faudrait donc pas parler des heures solaires vraies, parce qu'elles n'ont pas une grandeur constante, mais néanmoins on emploie ce terme de la manière suivante. Ayant noté à l'horloge, à l'aide de la lunette méridienne ou des hauteurs correspondantes, deux midis vrais consécutifs, on suppose le mouvement du soleil uniforme pendant cet intervalle, et conformément à cette supposition on partage l'intervalle noté des deux passages successifs en 24 parties égales, que l'on appelle heures solaires, relativement à ce jour. Ainsi les 24 heures d'un jour solaire vrai sont égales entre elles, mais non à celles d'un autre jour.

Les horloges qui indiqueraient le temps vrai et par conséquent suivraient les inégalités du soleil, ne pourraient être que très-compliquées, sans aucune utilité. Il vaut donc mieux les construire de manière à ce que leur marche soit uniforme et qu'elles puissent en même temps servir à l'usage de la société de compter par jours solaires. Pour y parvenir, il est nécessaire que les horloges ne s'écartent pas trop du temps vrai, que leurs écarts, au lieu de s'accumuler, se compensent au bout d'une certaine période, quand elles seront de nouveau d'accord avec le temps vrai. Les astronomes ont pris l'année pour cette période, parce que toutes les irrégularités du soleil, au moins les plus sensibles ont la période d'un an, ils ont choisi pour mesure uniforme du temps le *jour solaire moyen*, sa durée est égale à la moyenne de tous les jours solaires vrais dans un an. Alors on conçoit qu'un soleil fictif, appelé soleil *moyen*, se meut et parcourt sa route annuelle, comme le soleil vrai; mais d'un mouvement uniforme et *moyen* en ascension droite, l'intervalle entre le départ d'un méridien quelconque par le soleil *moyen* et ses retours successifs est ce qui donne la durée du jour sulaire moyen, les angles horaires, pendant toute l'année, sont decrits dans des temps proportionnels et par conséquent tous les jours, toutes les heures, etc., sont égaux. Les horloges et les montres marines sont construites pour marquer le temps solaire moyeu; c'est-à dire qu'une révulution de 24 heures de ces machines se fait dans le même intervalle de temps que la révolution de la terre sur son axe par rapport au soleil moyen. Si le solcil moyen était observé au méridien à l'instaut où l'horloge ou la montre indique $0^h\,0^m\,0^s$, il serait observé de nouveau quand les aiguilles seraient revenues a la même position. Comme le temps déduit des observations du soleil *vrai* est appelé temps vrai, celui qui est déduit du solcil *moyen*, ou indiqué par les machines qui le représentent, est nommé *temps moyen*.

L'année équinoxiale, nommée aussi *solsticiale* ou *tropique* ou *moyenne*, exprimée en jours solaires moyens est selon les calculs les plus exacts

$$\text{de } 365^j\ 5^h\ 48^m\ 48^s = 365^j\frac{109}{450} = 365^j{,}24222\ldots\ldots$$

La durée du jour moyen en temps sidéral donne

$$1 \text{ jour moyen} = 1 \text{ jour sidéral} + \frac{450^{j\,s}}{164359} = 25^{h\,s} + 3^{m\,s}\,55^{s\,s}{,}555345$$

La durée du jour sidéral en temps moyen donne

$$1 \text{ jour sidéral} = 1 \text{ jour moyen} - \frac{450^{j\,m}}{164809} = 24^{h\,m} - 3^{m\,m}\,55^{s\,m}{,}909446$$

Il résulte de ces données la Table suivante.

HEURES.				HEURES.			
T. M.	TEMPS SIDÉRAL.			T. S.	TEMPS MOYEN.		
h.	h.	m.	s.	h.	h.	m.	s.
1	1	0	1.86	1	0	59	50.17
2	2	0	19.71	2	1	59	40.34
3	3	0	29.57	3	2	59	30.51
4	4	0	39.43	4	3	59	20.68
5	5	0	49.28	5	4	59	10.85
6	6	0	59.14	6	5	59	1.02
7	7	1	9.00	7	6	58	51.19
8	8	1	18.85	8	7	58	41.36
9	9	1	28.71	9	8	58	31.53
10	10	1	38.56	10	9	58	21.70
11	11	1	48.42	11	10	58	11.87
12	12	1	58.28	12	11	58	2.05

PROBLÊME II *Bis.*

Connaissant l'état absolu et la marche diurne d'une montre marine, trouver pour un instant quelconque, indiqué par cette montre, l'heure comptée au temps moyen astronomique du méridien de Paris; réciproquement, connaissant l'heure au temps moyen de Paris, trouver l'heure correspondante marquée par la montre.

1. La bonté d'une montre ne consiste pas à ce qu'elle marque précisément l'heure qu'il est au méridien d'un certain lieu, mais en ce que son mouvement soit uniforme ou diffère peu de l'uniformité.

2. D'où il suit qu'une montre serait excellente si elle avançait ou retardait constamment de la même quantité dans la durée d'un jour moyen, c'est-à-dire qu'une montre serait d'une bonté parfaite, si, par exemple, marquant $1^h\ 12^m\ 0^s$ à midi temps moyen le 1 Juin, le midi suivant elle marquait $1^h\ 12^m\ 10^s$; le 3 Juin $1^h\ 12^m\ 20^s$; le 4 Juin $1^h\ 12^m\ 30^s$; et ainsi de suite en avançant chaque jour de 10^s.

Nous avons dit que le temps vrai est inégal et que le temps moyen est uniforme; de sorte que pour juger de la bonté d'une montre, il faut la comparer au temps moyen.

3. L'on appelle *état absolu d'une montre*, la quantité dont elle avance ou retarde sur le temps moyen de Paris, à midi d'un jour désigné, ainsi dans l'exemple précédent, l'état absolu de la montre était le 1 Juin à midi, temps moyen, une avance de $1^h\ 12^m\ 0^s$.

4. Le mouvement diurne d'une montre, ou ce qui est de même sa *marche diurne*, est la quantité dont la montre avance ou retarde pendant la durée d'un jour moyen, ainsi dans notre exemple, la marche diurne de la montre était une avance de 10^s.

Pour l'état absolu comme pour la marche diurne, l'avance se désigne par le signe +, et le retard par le signe −. Nous désignerons le temps moyen par T. M.; et le temps vrai par T. V.

5. Une montre marine est réglée sur le temps moyen de Paris, lorsque l'on connaît son état absolu et sa marche diurne; avec une pareille montre on peut immédiatement obtenir, en mer, l'heure temps moyen de Paris, correspondante à un instant marqué par la montre, et chercher alors pour cette heure les données que fournit la *Connaissance des Temps*, c'est même de tous les moyens de se procurer l'heure de Paris, correspondante à des observations, celui qui est le plus exact et qui par conséquent doit toujours être préféré.

6. Pour abréger les calculs et éviter les erreurs faciles à commettre dans l'emploi des montres marines, c'est de former, pour la durée présumée de la traversée, le tableau suivant: 1.° placer dans la première colonne les jours du mois à partir de celui pour lequel l'état absolu a été déterminé. 2.° Dans la seconde colonne les états pour le midi moyen de chaque jour, ils s'obtiennent successivement en faisant la somme algebrique de l'état du jour précédent et de la marche diurne. 3.° Une troisième colonne contenant les parties proportionnelles de la marche diurne, avant d'en faire usage pour les heures et les minutes. Par ce tableau très-simple, dont l'exactitude doit être vérifiée, l'emploi des montres se fera avec promptitude et sûreté.

Exemple. Quatre montres marines ayant été réglées sur le temps moyen de Paris, ont données pour midi du 23 Septembre 1836, les résultats suivants:

Pour le N° 1 un état de	$+ 2^h$	5^m	27^s84	une marche diurne de	$+ 17^s28$
N° 2	+ 3	1	49.2		− 21.6
N° 3	− 1	5	5.44		+ 11.52
N° 4	− 4	49	27.08		− 27.36

Cela posé, formez les tableaux contenant les états absolus de ces montres pour chacun des midis suivants ainsi que les parties proportionnelles de leurs marches diurne, pour les heures et les minutes.

TABLEAU *des Etats de 4 Montres pour le Midi moyen de chaque jour et p. p. des mar. diur.*

Jours du Mois.	MONTRE N.° 1. Etats + pour midi.	MONTRE N.° 1. Marche + Part. pro.	MONTRE N.° 2. Etats + pour midi.	MONTRE N.° 2. Marche − Part. pro.	MONTRE N.° 3. Etats − pour midi.	MONTRE N.° 3. Marche + Part. pro.	MONTRE N.° 4. Etats − pour midi.	MONTRE N.° 4. Marche − Part. pro.	Jours écoulés.
	h m s	Heures.	h m s	Heures.	h m s	Heures.	h m s	Heures.	
23 Septembre 1836.	2 5 27.84	h s	3 1 49.2	h s	1 5 5.44	h s	4 49 27.08	h s	0
24	2 5 45.12	1 + 0.72	3 1 27.60	1 − 0.9	1 4 53.92	1 + 0.48	4 49 54.44	1 − 1.14	1
25	2 6 2.40	2 1.44	3 1 6.0	2 1.8	1 4 42.40	2 0.96	4 50 21.80	2 2.28	2
26	2 6 19.68	3 2.16	3 0 44.4	3 2.7	1 4 30.88	3 1.44	4 50 49.16	3 3.42	3
27	2 6 36.96	4 2.88	3 0 22.8	4 3.6	1 4 19.36	4 1.92	4 51 16.52	4 4.56	4
28	2 6 54.24	5 3.60	3 0 1.2	5 4.5	1 4 7.84	5 2.40	4 51 43.88	5 5.70	5
29	2 7 11.52	6 4.32	2 59 39.6	6 5.4	1 3 56.32	6 2.88	4 52 11.24	6 6.84	6
30	2 7 28.80	7 5.04	2 59 18.0	7 6.3	1 3 44.80	7 3.36	4 52 38.60	7 7.98	7
1 Octobre.	2 7 46.08	8 5.76	2 58 56.4	8 7.2	1 3 33.28	8 3.84	4 53 5.96	8 9.12	8
2	2 8 3.36	9 6.48	2 58 34.8	9 8.1	1 3 21.76	9 4.32	4 53 33.32	9 10.26	9
3	2 8 20.64	10 7.20	2 58 13.2	10 9.0	1 3 10.24	10 4.80	4 54 0.68	10 11.40	10
4	2 8 37.92	11 7.92	2 57 51.6	11 9.9	1 2 58.72	11 5.28	4 54 28.04	11 12.54	11
5	2 8 55.20	12 8.64	2 57 30.0	12 10.8	1 2 47.20	12 5.76	4 54 55.40	12 13.68	12
6	2 9 12.48	13 9.36	2 57 8.4	13 11.7	1 2 35.68	13 6.24	4 55 22.76	13 14.82	13
7	2 9 29.76	14 10.08	2 56 46.8	14 12.6	1 2 24.16	14 6.72	4 55 50.12	14 15.96	14
8	2 9 47.04	15 10.80	2 56 25.2	15 13.5	1 2 11.64	15 7.20	4 56 17.48	15 17.10	15
9	2 10 4.32	16 11.52	2 56 3.6	16 14.4	1 2 1.12	16 7.68	4 56 44.84	16 18.24	16
10	2 10 21.60	17 12.24	2 55 42.0	17 15.3	1 1 49.60	17 8.16	4 57 12.20	17 19.38	17
11	2 10 38.88	18 12.96	2 55 20.4	18 16.2	1 1 38.08	18 8.64	4 57 39.56	18 20.52	18
12	2 10 56.16	19 13.68	2 54 58.8	19 17.1	1 1 26.56	19 9.12	4 58 6.92	19 21.66	19
13	2 11 13.44	20 14.40	2 54 37.2	20 18.0	1 1 15.04	20 9.60	4 58 34.28	20 22.80	20
14	2 11 30.72	21 15.12	2 54 15.6	21 18.9	1 1 3.52	21 10.08	4 59 1.64	21 23.94	21
15	2 11 48.00	22 15.84	2 53 54.0	22 19.8	1 0 52.00	22 10.56	4 59 29.00	22 25.08	22
16	2 12 5.28	23 16.56	2 53 32.4	23 20.7	1 0 40.48	23 11.04	4 59 56.36	23 26.22	23
17	2 12 22.56	24 +17.28	2 53 10.8	24 −21.6	1 0 28.96	24 +11.52	5 0 23.72	24 −27.36	24
18	2 12 39.84		2 52 49.2		1 0 17.44		5 0 54.08		25
19	2 12 57.12	Minutes.	2 52 27.6	Minutes.	1 0 5.92	Minutes.	5 1 18.44	Minutes.	26
20	2 13 14.40	m s	2 52 6.0	m s	0 59 54.40	m s	5 1 45.80	m s	27
21	2 13 31.68	1 +0.012	2 51 44.4	1 −0.015	0 59 42.88	1 +0.008	5 2 13.16	1 −0.019	28
22	2 13 48.96	2 0.024	2 51 22.8	2 0.030	0 59 31.36	2 0.016	5 2 40.52	2 0.038	29
23	2 14 6.24	3 0.036	2 51 1.2	3 0.045	0 59 19.84	3 0.024	5 3 7.88	4 0.076	30
24	2 14 23.52	4 0.048	2 50 39.6	4 0.06	0 59 8.32	4 0.032	5 3 35.24	6 0.114	31
25	2 14 40.80	5 0.06	2 50 18.0	8 0.12	0 58 56.80	5 0.04	5 4 2.60	8 0.152	32
26	2 14 58.08	10 0.12	2 49 56.4	12 0.18	0 58 45.28	10 0.08	5 4 39.96	10 0.190	33
27	2 15 15.36	15 0.18	2 49 34.8	16 0.24	0 58 33.76	15 0.12	5 4 57.32	12 0.228	34
28	2 15 32.64	20 0.24	2 49 13.2	20 0.30	0 58 22.24	20 0.16	5 5 24.68	14 0.266	35
29	2 15 49.92	25 0.30	2 48 51.6	24 0.36	0 58 10.72	25 0.20	5 5 52.04	16 0.304	36
30	2 16 7.20	30 0.36	2 48 30.0	28 0.42	0 57 59.20	30 0.24	5 6 19.40	18 0.342	37
31	2 16 24.48	35 0.42	2 48 8.4	32 0.48	0 57 47.68	35 0.28	5 6 46.76	20 0.380	38
1 Novembre.	2 16 41.76	40 0.48	2 47 46.8	36 0.54	0 57 36.16	40 0.32	5 7 14.12	22 0.418	39
2	2 16 59.04	45 0.54	2 47 25.2	40 0.60	0 57 27.64	45 0.36	5 7 41.48	24 0.456	40
3	2 17 16.32	50 0.60	2 47 3.6	44 0.66	0 57 13.12	50 0.40	5 8 8.84	26 0.494	41
4	2 17 33.60	55 0.66	2 46 42.0	48 0.72	0 57 1.60	55 0.44	5 8 36.20	28 0.532	42
5	2 17 50.88	60 0.72	2 46 20.4	52 0.78	0 56 50.08	60 0.48	5 9 3.56	30 0.570	43
6	2 18 8 16		2 45 58.8	56 0.84	0 56 38.56		5 9 30.92	32 0.608	44
7	2 18 25.44		2 45 37.2	60 0.90	0 56 27.04		5 9 58.28	34 0.646	45
8	2 18 42.72		2 45 15.6		0 56 15.52		5 10 25.64	36 0.684	46
9	2 19 0.00		2 44 54.0		0 56 4.00		5 10 53.00	38 0.722	47
10	2 19 17.28		2 44 32.4		0 55 52.48		5 11 20.36	40 0.760	48
11	2 19 34.56		2 44 10.8		0 55 40.96		5 11 47.72	42 0.798	49
12	2 19 51.84		2 43 49.2		0 55 29.44		5 12 15.08	44 0.836	50
13	2 20 9.12		2 43 27.6		0 55 17.92		5 12 42.44	46 0.874	51
14	2 20 26.40		2 43 6.0		0 55 6.40		5 13 9.80	48 0.912	52
15	2 20 43.68		2 42 44.4		0 54 54.88		5 13 37.16	50 0.950	53
16	2 21 0.96		2 42 22.8		0 54 43.36		5 14 4.52	52 0.988	54
17	2 21 18.24		2 42 1.2		0 54 31.84		5 14 31.88	54 1.026	55
18	2 21 35.52		2 41 39.6		0 54 20.32		5 14 59.24	56 1.064	56
19	2 21 52.80		2 41 18.0		0 54 8.80		5 15 26.60	58 1.102	57
20	2 22 10.08		2 40 56.4		0 53 57 28		5 15 53.96	60 1.140	58
21	2 22 27.36		2 40 34.8		0 53 45.76		5 16 21.32		59

Applications de ce Tableau. A un instant marqué par la montre, déterminer l'heure correspondante, temps moyen de Paris.

1. Convertissez l'heure de la montre en temps astronomique, c'est-à-dire que si l'heure marquée par la montre correspond à un instant du matin dans le lieu où l'on est, ajoutez 12^h à celle que marque la montre et retranchez un jour de la date.

2. Prenez dans le tableau l'état de la montre pour le midi du jour de la date, que vous écrirez avec un signe contraire, sous l'heure convertie, c'est-à-dire, que si l'état est une avance ou précédé du signe +, écrivez-le avec le signe −, et que si l'état est un retard ou précédé du signe −, mettez le signe +. La somme algébrique de ces deux quantités vous donnera l'heure astronomique approchée, T. M. de Paris. On peut remarquer que cette heure approchée pourra suffire le plus souvent pour extraire de la Connaissance des Temps un des élémens qu'elle contient.

3. Ecrivez avec un signe contraire sous cette heure approchée, la partie proportionnelle de la marche diurne relative à l'heure approchée. La somme algébrique de ces quantités vous donnera une nouvelle heure T. M. de Paris, beaucoup plus approchée que la première, et qui presque toujours pourra être prise pour l'heure réelle. On pourrait d'ailleurs la corriger de l'erreur très-petite dont elle se trouve entachée, en recalculant ou modifiant la partie proportionnelle de la marche diurne.

Exemple 1. On demande l'heure, temps moyen de Paris, le 4 Octobre 1836, lorsque les montres marquaient

	N.° 1.	N.° 2.	N.° 3.	N.° 4.
Heures T. astr. des montres	$9^h\ 34^m\ 1^s3$	$10^h\ 23^m\ 2^s9$	$6^h\ 22^m\ 22^s8$	$2^h\ 30^m\ 41^s5$
Etats le 4 Octobre à midi	− 2 8 37.92	− 2 57 51.6	+ 1 2 58.72	+ 4 54 28.04
H. appro. T. M. de Paris le 4 Oct.	7 25 23.38	7 25 11.3	7 25 21.52	7 25 9.54
Parties proportionnelles pour 7^h	− 5.04	+ 6.30	− 3.36	+ 7.98
25^m	− 0.30	+ 0.375	− 0.20	+ 0.475
18^s	− 0.036	+ 0.0045	− 0.0024	+ 0.0057
Heures de Paris T. M. le 4 Octob.	7 25 18.004	7 25 17.9795	7 25 17.9576	7 25 18.0007

Exemple 2. On demande l'heure, temps de Paris le 26 Octobre 1836, lorsque les montres marquaient

	N.° 1.	N.° 2.	N.° 3.	N.° 4.
Heures T. astr. des montres	$22^h\ 50^m\ 47^s63$	$23^h\ 25^m\ 51^s46$	$19^h\ 37^m\ 5^s09$	$15^h\ 31^m\ 53^s28$
Etats le 25 Octobre à midi	− 2 14 40.80	− 2 50 18.00	+ 0 58 56.80	+ 5 3 35.24
H. appro. T. M. de Paris le 25 Oct.	20 36 6.83	20 35 33.46	20 36 1.89	20 35 28.52
Parties proportionnelles pour 20^h	− 14.40	+ 18.80	− 9.60	+ 22.80
35^m	− 0.42	+ 0.53	− 0.28	+ 0.66
52^s	− 0.01	+ 0.01	− 0.01	+ 0.02
Heures de Paris T. M. le 25 Octob.	20 35 52.00	20 35 52.00	20 35 52.00	20 35 52.00

Exemple 3. On demande l'heure, temps moyen de Paris le 24 Septembre 1836, lorsque les montres marquaient

	N.° 1.	N.° 2.	N.° 3.	N.° 4.
Heures T. astr. des montres	$23^h\ 25^m\ 18^s00$	$24^h\ 20^m\ 25^s94$	$20^h\ 14^m\ 33^s84$	$16^h\ 28^m\ 58^s78$
Etats le 24 Septembre à midi	− 2 5 45.12	− 3 1 27.60	+ 1 4 53.92	+ 4 49 54.44
H. appro. T. M. de Paris le 24 Sept.	21 19 32.88	21 18 58.34	21 19 27.76	21 18 53.22
Parties proportionnelles pour 21^h	− 15.12	+ 18.90	− 10.08	+ 23.94
19^m	− 0.228	+ 0.285	− 0.152	+ 0.361
18^s	− 0.004	+ 0.005	− 0.002	+ 0.006
Heures de Paris T. M. le 24 Sept.	21 19 17.53	21 19 17.53	21 19 17.53	21 19 17.53

Connaissant pour un jour proposé l'heure temps moyen astronomique de Paris, trouver l'heure correspondante marquée par la montre.

1. Prenez dans le tableau l'état de la montre pour le midi du jour donné, que vous écrirez avec son signe.

2. Prenez la partie proportionnelle de la marche diurne relative à l'heure donnée, que vous écrirez avec son signe sous l'état de la montre. La somme algébrique de ces quantités vous donnera l'heure de cette montre pour l'heure T. M. de Paris.

3. Sous ce dernier état, écrivez l'heure proposée de Paris. La somme algébrique de ces deux quantités sera l'heure correspondante marquée par la montre.

Exemple 1. On demande les heures que doivent marquer ces montres le 4 Octobre 1836, à $7^h\ 25^m\ 18^s$ du soir temps moyen de Paris.

	N.° 1.	N.° 2.	N.° 3.	N.° 4.
Etats le 4 Octobre à midi	$+\ 2^h\ 8^m\ 37^s 92$	$+\ 2^h\ 57^m\ 51^s 6$	$-\ 1^h\ 2^m\ 58^s 72$	$-\ 4^h\ 54^m\ 28^s 04$
Parties proportionnelles pour 7^h	+ 5.04	− 6.30	+ 3.36	− 7.98
25^m	+ 0.30	− 0.375	+ 0.20	− 0.475
18^s	+ 0.036	− 0.005	+ 0.002	− 0.006
Etats, sommes algébriques	+ 2 8 43.30	+ 2 57 44.92	− 1 2 55.16	− 4 54 36.50
Heure, temps moyen de Paris	7 25 18.00	7 25 18.00	7 25 18.00	7 25 18.00
Heures aux montres	9 34 1.30	10 23 2.92	6 22 22.84	2 30 41.50

Exemple 2. On demande l'heure que doivent marquer ces montres le 25 Octobre 1836, à $20^h\ 35^m\ 52^s$ temps moyen de Paris.

	N.° 1.	N.° 2.	N.° 3.	N.° 4.
Etats le 25 Octobre à midi	$+\ 2^h\ 14^m\ 40^s 80$	$+\ 2^h\ 50^m\ 18^s 00$	$-\ 0^h\ 58^m\ 56^s 80$	$-\ 5^h\ 3^m\ 35^s 24$
Parties proportionnelles pour 20^h	+ 14.40	− 18.00	+ 9.60	− 22.80
35^m	+ 0.42	− 0.53	+ 0.28	− 0.66
52^s	+ 0.01	− 0.01	+ 0.01	− 0.02
Etats, sommes algébriques	+ 2 14 55.63	+ 2 49 59.46	− 0 58 46.91	− 5 3 58.72
Heure temps moyen de Paris	20 35 52.00	20 35 52.00	20 35 52.00	20 35 52.00
Heures aux montres	22 50 47.63	23 25 51.46	19 37 5.09	15 31 53.28
Ou	10 50 47.63	11 25 51.46	7 37 5.09	3 31 53.28

Exemple 3. On demande les heures que doivent marquer ces montres le 24 Septembre 1836, à $21^h\ 19^m\ 17^s{,}53$ temps moyen de Paris.

	N.° 1.	N.° 2.	N.° 3.	N.° 4.
Etats le 24 Septembre à midi	$+\ 2^h\ 5^m\ 45^s 12$	$+\ 3^h\ 1^m\ 27^s 60$	$-\ 1^h\ 4^m\ 53^s 92$	$-\ 4^h\ 49^m\ 54^s 44$
Parties proportionnelles pour 21^h	+ 15.12	− 18.90	+ 10.08	− 23.94
19^m	+ 0.23	− 0.28	+ 0.15	− 0.36
18^s	+ 0.00	− 0.01	+ 0.00	− 0.01
Etats, sommes algébriques	+ 2 6 0.47	+ 3 1 8.41	− 1 4 43.69	− 4 50 18.75
Heure temps moyen de Paris	21 19 17.53	21 19 17.53	21 19 17.53	21 19 17.53
Heures aux montres	23 25 18.00	24 20 25.94	20 14 33.84	16 28 58.78
Ou	11 25 18.00	0 20 25.94	8 14 33.84	4 28 58.78

PROBLÈME III.

Connaissant la longitude d'un lieu, ou ayant une montre marine réglée sur le méridien de Paris, trouver pour un instant quelconque les élémens des calculs astronomiques fournis par la Connaissance des Temps, en supposant que ces élémens croissent ou décroissent proportionnellement au temps.

Les positions des corps célestes étant rapportées au centre de la terre, leurs élémens variables sont indépendans des méridiens et par conséquent sont les mêmes pour tous

les lieux de la terre au même instant absolu; seulement à cet instant on ne compte pas dans ces lieux la même heure qu'au méridien de Paris pour laquelle ces élémens ont été spécialement calculés, c'est pourquoi il est nécessaire de déterminer l'heure de Paris correspondante à celle du lieu de l'observation, et d'extraire ensuite de la Connaissance des Temps, pour cette heure de Paris, l'élément dont on a besoin.

Les nouveaux changemens adoptés par le Bureau des longitudes pour la composition de la Connaissance des Temps, ont été opérés entièrement pour l'année 1836. Actuellement on n'emploie plus qu'une seule espèce de temps, tout est rapporté au *temps moyen*. Ainsi les élémens relatifs aux positions du soleil, de la lune, des planètes, des étoiles, sont donnés pour des instans exprimés en heures du temps moyen de Paris; il en est de même des distances lunaires qui sont données pour ce même temps (la seule exception est le *temps moyen au midi vrai de Paris* qui n'est autre que *l'équation du temps* lorsqu'elle est additive, ou son complément à 12 heures lorsque cette équation est soustractive. Cette équation du temps a été donnée pour le midi vrai de Paris, parce qu'elle est généralement employée à convertir le temps vrai en temps moyen. D'ailleurs pour obtenir cette équation du temps pour le midi moyen de Paris, il suffirait de retrancher l'ascension droite moyenne du soleil de son ascension vraie, le reste positif ou soustractif donnerait l'équation du temps demandée). D'où il résulte que pour extraire de la Connaissance des Temps un des élémens relatifs aux mouvemens des corps célestes, il faut toujours employer l'heure au *temps moyen* du méridien de Paris, comptée astronomiquement, c'est-à-dire d'un midi au suivant.

Obliquité apparente de l'écliptique, page 5 *de la* Connaissance des Temps.

L'obliquité de l'écliptique ou son inclinaison sur le plan de l'équateur varie 1.° par l'attraction des planètes sur notre globe; 2.° par la nutation luni-solaire.

L'action planétaire rapproche chaque année l'écliptique du plan de l'équateur, mais cette diminution d'obliquité est resserrée dans des limites peu étendues, une époque viendra où ce mouvement commencera à se ralentir, puis s'arrêtera entièrement; après une longue période de siècles, l'obliquité redeviendra croissante et oscillera de part et d'autre d'une obliquité moyenne sans que ses écarts dans un sens ou dans l'autre puissent atteindre 1° 21'.

Il résulte des observations et des calculs de Delambre que *l'obliquité moyenne* de l'écliptique (on appelle ainsi celle que l'on obtient sans avoir égard à la nutation luni-solaire), était au 1.er Janvier 1800 de 23° 27′ 57″ et que sa diminution annuelle provenant de l'action planétaire était de 0″,48.

D'où il résulte la formule :

$$\text{Obliquité moyenne} = 23^\circ\ 27'\ 57'' - 0'',48\ t.$$

dans laquelle *t* représente le nombre d'années entier ou fractionnaire dont se compose l'intervalle compris entre le 1.er Janvier 1800 et le jour pour lequel l'obliquité moyenne est calculée. On prend *t* négatif pour les années qui précèdent 1800.

C'est sur les données précédentes que le Bureau des longitudes fait calculer la Connaissance des Temps, seulement nous préviendrons que les astronomes ne sont pas d'accord sur ces valeurs, et quoiqu'en général les différences soient assez petites pour conduire à des erreurs importantes, nous ajouterons que M. Bessel a trouvé que l'obliquité moyenne était au 1.er Janvier 1800 de 23° 27′ 54″,80 et que sa diminution annuelle était de 0″,457.

D'où il suit que suivant M. Bessel, on a

$$\text{Obliquité moyenne} = 23^\circ\ 27'\ 54'',80 - 0'',457\ t.$$

La variation de l'obliquité provenant de la nutation luni-solaire, étant la même, lorsque le soleil et la lune reviennent à leurs mêmes positions par rapport à la terre, est par conséquent périodique, additive ou soustractive. L'obliquité moyenne, corrigée de la nutation luni-solaire prend le nom *d'obliquité apparente*, c'est cette dernière qui est donnée dans la Connaissance des Temps, pour cinq époques de l'année, au bas de la page 5.

1. Convertissez la longitude du lieu en temps (Problème I), et déterminez l'heure astronomique de Paris correspondante à l'heure du lieu (Problème II). Si cette heure est exprimée en temps vrai, corrigez-la, au moins approximativement, de l'équation du temps, afin d'obtenir l'heure au temps moyen de Paris; cette conversion du temps vrai en temps moyen s'effectuera en ajoutant au temps vrai le temps moyen au midi vrai, placé dans la seconde page de chaque mois, la somme vous donnera le temps moyen correspondant, puisque ce n'est qu'avec ce dernier que vous pouvez prendre dans la Connaissance des Temps, les élémens qu'elle renferme.

2. Si vous avez une montre marine réglée sur le méridien de Paris, déterminez l'heure temps moyen astronomique de Paris (Problème II *bis*).

3. Prenez dans la *Connaissance des Temps*, la déclinaison, l'ascension droite, ou tout autre élément, pour l'époque la plus prochaine qui précède l'heure temps moyen de Paris correspondante à l'instant proposé; prenez aussi le même élément pour l'époque la plus prochaine qui le suit, la différence des deux quantités que l'on aura ainsi trouvée, ou leur somme si l'élément a changé de dénomination, sera le changement que l'élément cherché a éprouvé dans l'intervalle des deux époques consécutives pour lesquelles il a été calculé. (Ce changement se trouve ordinairement tout calculé, et placé dans la colonne qui suit celle qui contient l'élément cherché). Retranchez l'heure de la première époque de l'heure de Paris T. M., vous aurez un second intervalle.

4. Cherchez par la méthode des parties aliquotes, ou par le moyen de la Table XXVII, la partie proportionnelle du changement correspondant au second intervalle, que vous ajouterez à l'élément correspondant à la première époque, si l'élément de la Connaissance des Temps va en augmentant, ou que vous lui retrancherez s'il va en diminuant. Lorsque les deux déclinaisons ou en général les deux élémens, sont de dénominations contraires, prenez la différence entre l'élément de l'époque qui précède et la partie proportionnelle calculée; si la partie proportionnelle est la plus petite de ces deux quantités, cette différence donnera l'élément cherché de même dénomination que celle de l'époque qui précède; mais si la partie proportionnelle est la plus grande, cette différence donnera l'élément demandé d'une dénomination contraire.

5. Quand l'élément demandé est l'ascension droite moyenne du soleil, placée dans la première page de chaque mois (cet élément sert à convertir en temps moyen compté de midi moyen un temps sidéral donné et réciproquement en temps sidéral un temps moyen donné compté de midi moyen; à trouver le temps moyen du passage d'une étoile ou d'une planète au méridien et enfin à trouver le temps moyen par la hauteur absolue d'une étoile), on peut se servir avec avantage de la Table XCVIII et de ses parties proportionnelles contenues dans la Table XCIX. On entrera dans cette Table en prenant dans la colonne ☉ l'heure de Paris T. M. correspondante à l'instant proposé, les nombres de la colonne R donneront la partie proportionnelle cherchée.

6. Quand l'élément demandé appartient au soleil, et qu'il doit être calculé pour le midi du lieu, on peut éviter de chercher le temps compté à Paris, en prenant dans la Connaissance des Temps l'élément pour le midi du même jour, et le changement relatif aux 24 heures précédentes, si la longitude est orientale, ou pour les 24 heures suivantes, si la longitude est occidentale. La partie proportionnelle de ce changement, correspondante à la longitude exprimée en temps et ajoutée au temps moyen au midi vrai, sera ce qu'il faudra employer avec son signe pour avoir la quantité cherchée.

Remarque 1. Dans le Problème qui nous occupe, on obtient chacun de ces élémens pour une époque intermédiaire à celles auxquelles correspondent les nombres fournis par la Connaissance des Temps, en supposant que ces nombres augmentent ou diminuent proportionnellement au temps, quoique cette supposition ne soit point exacte, nous l'admettrons dans la plupart des calculs usuels, parce que l'erreur qui peut en résulter est une quantité assez petite pour être négligée. Ces calculs supposent aussi la connaissance exacte de l'heure T. M. de Paris et par conséquent celle de la longitude du lieu, il arrivera cependant que le plus souvent cette heure ne sera qu'approchée (cette approximation sera plus grande toutes les fois qu'elle pourra être donnée par une montre marine); alors les élémens calculés participeront de l'erreur de l'heure, mais généralement d'une quantité qui n'est d'aucune conséquence dans la pratique: les marins ne peuvent,

à la mer, se procurer exactement l'heure de Paris correspondante à des observations, que par le moyen d'une montre marine, ou par la distance vraie lunaire résultante d'une distance observée.

Temps moyen au midi vrai.

De tous les élémens qui se trouvent dans la Connaissance des Temps, c'est le seul qui soit donné pour le midi vrai au méridien de Paris. Nous répéterons que pour avoir l'équation du temps pour le midi moyen au même méridien, il suffirait de prendre la différence entre l'ascension droite moyenne du soleil et son ascension droite vraie.

Exemple 1. Le 12 Décembre 1836, étant par 17° de longitude Ouest, on demande le tempı moyen au midi vrai ou le rapport du temps moyen au temps vrai, pour 8h 22m du matin, t. vr.

Heure astronomique du lieu le 11		20h 22m 0s
Longitude en tempı *ajoutez* 00,	+	1 8 0
Heure de Paris t. vr. la 11, *somme*		21 30 0
T. M. au midi vrai la 11		11 53 39.75
Changement diurne	+	28.26
Parties aliquotes { pour 12h	+	14.13
8		9.42
1		1.18
0 30m		0.59
Partiei proportion. pour 21 30	+	25.32

Calcul de cette partie proportionnelle en faisant usage de la Table XVI.

Pour 21h 30m et 20s	+	17.9
et 8		7.15
et 0.3		0.22
Part. prop. pour 21 30 et 28.3	+	25.27
T. M. au midi vrai demandé		11h 54m 5s07
Equation du temps	−	5 54.93

Exemple 2. Le 1 Septembre 1836, étant par 50° de longitude Ouest, on demande le temps moyen au midi vrai, c'est-à-dire le rapport du temps moyen au temps vrai pour 4h 16m T. vr. du soir.

Heure astronom. T. vr. do lieu le 1		4h 16m 0s
Longitude en temps, *ajoutez*	+	3 20 0
Heure de Paris T. vr. le 1, *somme*		7 36 0
T. M. au midi vrai le 1		11 59 46.09
Changement diurne	−	18.95
Parties aliquotes { poor 6h	−	4.74
1		0.79
0 30m		0.39
0 6		0.08
Part. proportion. pour 7 36	−	6.00

Calcul de cette partie proportionnelle en faisant usage da la Table XVI.

Pour 7h 36m et 10s	−	3.2
8		2.5
1		0.3
Pour 7 36 et 19	−	6.0
T. M. au midi vrai demandé		11 59 40.09
Equation du temps	−	0 19.91

Exemple 3. Le 3 Avril 1836, à 12h 36m 54s T. M. astronomique de Paris, déterminé par une montre marine, trouver le tempı moyen au midi vrai, c'est-à-dire l'équation du temps.

Heure de Paris, T. M. le 3		12h 36m 54s00
T. moyen au midi vrai approché		0 3 16.31
Temps vrai de Paris le 3, *différence*		12 33 37.69
Changement diurne	−	17.96
Parties aliquotes { pour 12h	−	8.98
0 30m		0.37
0 3		0.04
0 0 37s		0.01
Parties proportion. pour 12 33 37	−	9.40
T. M. au midi vr. le 3 à midi		0 3 16.31
T. M. au midi vr. demandé		0 3 6.91

Exemple 4. Le 27 Février 1836, une montre marine a fait connaître qu'il était 15h 25m 18s T. M. de Paris, on demande le temps moyen du midi vrai, c'est-à-dire l'équation du temps.

Heure de Paris T. M. le 27		15h 25m 18s00
T. M. au midi vrai approché		0 13 7.61
Temps vrai de Paris la 27, *différence*		15 12 10.39
Changement diurne	−	10.86
Parties aliquotes { pour 12h	−	5.43
3		1.36
0 20m		0.15
0 5		0.04
Parties proportion. pour 15 25	−	6.98
T. M. au midi vr. le 27 à midi		0 13 7.61
T. M. au midi vr. demandé, *différence*		0 13 0.63

Déclinaison du Soleil.

Exemple 1. Le 17 Mai 1836, étant par 58° 15' de longitude Est, on demande la déclinaison du soleil pour $8^h\ 24^m$ du matin T. vr., c'est-à-dire pour le 16 Mai à $20^h\ 24^m$ T. vr. astronomique.

Heure du lieu		20^h	24^m	0^s	
Longitude en temps *retranchez* ou	−	3	53	0	
Heure de Paris T. vr. le 16, *différence*		16	31	0	
Temps moyen au midi vrai *ajoutez*		11	56	5.64	
Heure T. M. de Paris *somme*		16	27	5.04	
Déclin. du soleil pour le 16 à midi		19°	10'	25"3	B
Changement en 24 h. *additif* ou	+		13	36.2	

Parties aliquotes	pour 12^h				6	48.10
	4				2	16.03
	0	20^m			0	11.34
	0	5			0	2.83
	0	2			0	1.13
	0	0	6		0	0.06
Parties proportion. pour	16	27	6	+	9	19.49

Calcul de cette partie proportionnelle en faisant usage de la Table XXVII.

$24^h : 16^h\ 27^m\ 6^s :: 13'\ 36'',2 : x$

(Le 3.e et le 4.e terme peuvent être rendus 60 fois plus grand. Voyez l'explication de la Table XXVII).

24^h	0^m	0^s	c. log.	5.841638
16	27	6	log.	3.994361
13°	36'	12"	log.	3.911797
9	19	29.4	log.	3.747796

ou en rendant le 4.e terme 60 fois plus petit		9'	19"49	
Déclinaison le 16 à midi	19	10	25.3	
Déclinaison demandée	19	19	44.8	B

Exemple 2. Le 23 Juillet 1836, étant par 62° 30' de longitude Ouest, on demande la déclinaison du soleil pour $5^h\ 35^m$ du matin, c'est-à-dire pour le 22 Juillet à $17^h\ 35^m$ T. vr. astronomique.

Heure du lieu		17^h	35^m	0^s	
Longitude en temps *ajoutez* ou	+	4	10	0	
Heure de Paris T. vr. le 22. *somme*		21	45	0	
Temps moyen au midi vrai *ajoutez*		0	6	7.13	
Heure T. M. de Paris *somme*		21	51	7.13	
Déclinaison du soleil pour le 22		20°	15'	8"6	
Changement en 24 h. *soustractif* ou	−		12	11.0	

Parties aliquotes	pour 12^h				6	5.50
	6				3	2.75
	3				1	31.38
	0	45^m			0	22.84
	0	5			0	2.54
	0	1			0	0.51
	0	0	7^s		0	0.06
Parties proportion. pour	21	51	7.5	−	11	5.58

Calcul de cette partie proportion. par la Table XXVII.

$24^h : 21^h\ 51^m\ 7^s :: 12'\ 11'' : x$

(Rendez le 3.e et le 4.e terme 60 fois plus grand, voyez l'explication de la Table XXVII).

24^h	0^m	0^s	c. log.	5.841638
21	51	7	log.	4.117641
12°	11'	0"	log.	3.863917
11	5	34.2	log.	3.823196

Le 4.e terme réduit à sa valeur	−	0°	11'	5"57	
Déclinaison pour le midi du 22		20	15	8.6	
Déclinaison demandée		20	4	3.03	B

Exemple 3. Déterminer la déclinaison du soleil pour le 20 Mars 1836, à $3^h\ 36^m$ du soir, étant situé par 58° de longitude Ouest.

Heure du lieu T. vrai		3^h	36^m	0^s	
Longitude en temps *ajoutez*	+	3	52		
Heure de Paris T. vr. le 20 Mars		7	28	0	
Temps moyen au midi vrai *ajoutez*			7	22.90	
Heure T. M. de Paris		7	35	22.90	
Déclin. du soleil pour le 20 à midi		0°	1'	49"9	A
Changement diurne	−		23	41.7	

Parties aliquotes	pour 6^h					5	55.42
	1					0	59.24
	0	20^m				0	19.75
	0	4				0	3.95
	0	4				0	3.95
Parties proportion. pour	7	28		−		7	22.51
Déclinaison le 20 à midi					0	1	49.9 A
Déclinaison demandée					0	5	32.9 B

Exemple 4. Trouver la déclinaison du soleil pour le 23 Septembre 1836, à $11^h\ 25^m$ du matin étant par 40° de longitude Est.

Heure du lieu T. vr. le 22		23^h	25^m	0^s	
Longitude en temps *retranchez*		2	40	0	
Heure de Paris T. vr. le 22		20	45	0	
Temps moyen au midi vrai *ajoutez*		11	52	18.26	
Heure T. M de Paris		20	37	18.26	
Déclin. du soleil le 22 à midi		0°	12'	32"6	B
Changement diurne	−		23	24.6	

Parties aliquotes	pour 12^h			−		11	42.3
	8					7	48.2
	0	30^m				0	29.36
	0	6				0	5.87
	0	1	12^s			0	1.17
Parties proportion. pour	20	37	12	−		20	6.90
Déclinaison le 22 à midi					0	12	32.6 B
Déclinaison demandée					0	7	34.3 A

Remarque. 2. Lorsque les heures des solstices n'arrivent pas à midi, la méthode précédente ne peut pas être employée pour déterminer la déclinaison du soleil à la seconde près, parce que le changement en 24 heures, provenant de la déclinaison du midi qui précède l'instant du solstice et de celle du midi qui le suit, n'exprime pas le mouvement diurne en déclinaison, qui pour ce jour là est d'environ 14"; ce changement ainsi obtenu est seulement la différence entre la quantité dont la déclinaison a augmenté depuis le premier midi à cet instant, et celle dont elle a diminué depuis le solstice jusqu'au second midi; pour l'obtenir avec plus de précision, on pourra faire usage de la Table ci-jointe, contenant les changemens en déclinaison près des solstices, ce qui se fera en prenant dans la Connaissance des Temps, parmi les phénomènes et observations, l'heure astronomique du solstice, puis la différence entre cette heure et celle de Paris pour laquelle la déclinaison est demandée; le nombre de la Table correspondant à l'heure du solstice, donnera ce qu'il faut ajouter à la déclinaison du midi qui précède, pour avoir celle du solstice, et le nombre de la même Table correspondant à la différence, sera la quantité à retrancher de la déclinaison correspondante au solstice, pour obtenir la déclinaison demandée.

CHANGEMENS en déclinaison, près des Solstices.

H.	"	H.	"
h	"	h	"
0	0.0	13	4.0
2	0.1	14	4.6
3	0.2	15	5.3
4	0.4	16	6.1
5	0.6	17	6 8
6	0.8	18	7.7
7	1.1	19	8.6
8	1.5	20	9.5
9	1.9	21	10.5
10	2.4	22	11.5
11	2 9	23	12.5
12	3.4	24	13.6

Exemple 5. Déterminer la déclinaison du soleil pour le 21 Juin 1836, lorsqu'il était 10h 30m du matin, T. M. de Paris.

Heure de Paris T. M. le 20	22h	30m	0s	
Heure du solstice le 20	22	54	0	
Différence	0	24	0	
Déclinaison du soleil le 20 à midi	23°	27'	34"2	B
Pour 22h 54m Table précédente _ +			12.5	
Déclinaison correspondante au solstice	23	27	46.7	
Corr. pour 0h 24m Tab. précédente —			0.0	
Déclinaison demandée *boréale*	23	27	46.7	

Exemple 6. Déterminer la déclinaison du soleil pour le 21 Décembre 1836, lorsqu'il était 8h 50m du soir, T. M. de Paris.

Heure de Paris T. M. le 21	8h	50m	0s	
Heure du solstice le 21	6	14	0	
Différence	2	36	0	
Déclinaison du soleil le 21 à midi	23°	27'	45"4	A
Pour 6h 14m Table précédente +			0.9	
Déclinaison correspondente au solstice	23	27	46.3	
Corr. pour 2h 36m Tab. précédente —			0.2	
Déclinaison demandée *australe*	23	27	46.1	

Ascension droite moyenne du soleil.

L'ascension droite moyenne du soleil est comptée de l'équinoxe apparent; elle a cela de particulier que son augmentation est toujours la même en un jour moyen, ou ce qui est de même en 24 heures moyennes. Cette augmentation constante est de 3m 56s,5553 par jour et par conséquent de 9s,8584 par heure, et enfin de 0s,1643 par minute. Avec ces données on pourrait facilement obtenir cette ascension droite pour une heure quelconque, temps moyen de Paris; mais il sera plus simple et plus commode de se servir de la Table XCVIII.

Exemple 1. On demande, le 6 Septembre 1836, l'ascension droite moyenne du soleil pour 3h 20m T. M. de Paris.

Heure de Paris	3h	20m	0		
T. XCVIII pour	3	14	48	+	32.00
T. XCIX pour	0	5	12		0.85
Parties proportionnelles				+	32.85
Asc. dr. moyenne pour le midi du 6					11h 2m 23.40
Asc. droite moyenne demandée					11 2 56.25

Exemple 2. On demande, le 8 Juillet 1836, l'ascension droite au midi moyen d'un lieu dont la longitude Ouest est de 135° 45' 30" = 9h 3m 2s

T. XCVIII pour	9	1	47	+	1m 29'00
T. XCIX pour		1	15		0.20
Parties proportionnelles				+	29.20
Asc. droite pour le midi du 8					7 5 50.04
Asc. droite moyenne demandée					7 6 19.24

L'ascension droite moyenne du soleil, nouvellement introduite dans les colonnes de chaque mois, est une addition utile; elle sert, comme nous l'avons déjà dit, à convertir

en temps moyen, compté de midi moyen, un temps sidéral donné; et réciproquement en temps sidéral, un temps moyen donné compté de midi moyen, à trouver le temps moyen du passage d'une étoile ou d'une planète au méridien, et enfin à trouver le temps moyen par la hauteur absolue d'une étoile.

Longitude vraie du soleil à midi moyen.

Exemple 1. Déterminer la longitude du soleil pour le 13 Avril 1836, à $6^h\ 15^m$ T. vr. du soir, étant par 36° de longitude Est.

Heure du lieu T. vr. le 13			6^h	15^m	0^s
Longitude en temps *retranchez* ou		−	2	24	0
Heure de Paris T. vr. le 13 *différence*			3	51	0
Temps moyen au midi vrai		+	0	0	25
Heure de Paris T. M. le 13 Avril			3	51	25
Longitude du soleil le 13 à midi			23°	33'	50"0
Changement en 24 heures		+	0	58	42.6
Parties aliquotes	pour 3^h	+	0	7	20.32
	0 30^m		0	1	13.39
	0 20		0	0	48.92
	0 1		0	0	2.49
	0 0 20^s		0	0	0.83
	0 0 5		0	0	0,21
Parties proportion.	pour 3 51 25	+	0	9	25.9
Longitude vraie demandée			23	43	15.9

Exemple 2. Déterminer la longitude vraie du soleil pour le 20 Mars 1836, à $4^h\ 24^m$ T. vr. du soir, étant par 52° de longitude Ouest.

Heure du lieu T. vr. le 20			4^h	24^m	0^s
Longitude en temps *ajoutez* ou		+	3	28	0
Heure de Paris T. vr. le 20 *somme*			7	52	0
Temps moyen au midi vrai		+	0	7	28
Heure de Paris T. M. le 20 Mars			7	59	28
Longitude du soleil le 20 à midi			359°	55'	24"4
Changement en 24 heures		+		59	31.1
Parties aliquotes	pour 6^h			14	52.77
	1			2	28.79
	0 45^m			1	51.59
	0 9			0	22.32
	0 5			0	12.39
	0 0 28^s			0	1.16
Parties proportion.	pour 7 59 28	+		19	49.0
Longitude vraie demandée			0	15	13.4

Exemple 3. Le 15 Octobre au matin, lorsque la montre marine N.° 1 marquait $8^h\ 26^m$ page 91, trouver la longitude vraie du soleil.

Heure astronomique à la montre le 14			20^h	26^m	0^s00
Etat de la montre pour le midi du 14		−	2	11	30.72
Heure approchée T. M. de Paris			18	14	29.28
Part. prop. de la marche pour $18^h\ 14^m$		−			13.13
Heure de Paris T. M. le 14			18	14	16,15
Longitude du soleil le 14 à midi			201°	10'	16"5
Changement en 24 heures		+		59	34.7
Parties aliquotes	pour 12^h			29	47.35
	6			14	53,67
	0 12^m				29.79
	0 2				4.97
	0 0 15^s				0.62
Parties proportion.	pour 18 14 15	+		45	16.4
Longitude demandée			201	55	32.9

Exemple 4. Le 10 Novembre au soir, lorsque la montre N.° 3 marquait $5^h\ 24^m$, page 91, trouver la longitude vraie du soleil.

Heure astronomique à la montre le 10			5^h	24^m	0^s00
Etat de la montre pour le midi du 10		+	0	55	52.48
Heure approchée T. M. de Paris			6	19	52.48
Part. prop. de la marche pour $6^h\ 20^m$		−			3.04
Heure de Paris T. M. le 10			6	19	49.44
Longitude du soleil le 10 à midi			228°	9'	46"0
Changement en 24 heures		+	1	0	26.0
Parties aliquotes	pour 6^h		0	15	6.5
	0 15^m				37.77
	0 3				7.55
	0 1				2.52
	0 0 45^s				1.89
	0 0 4				0.17
Parties proportion.	pour 6 19 49	+	0	15	56.4
Longitude demandée			228	25	48.4

Ascension droite vraie du soleil.

La longitude vraie du soleil se calcule pour le midi moyen de chaque jour, sur les Tables solaires de Delambre, mais l'ascension droite vraie du soleil, comme sa déclinaison vraie, se calculent au moyen de la longitude vraie et de l'obliquité apparente par les formules :

$$\text{tang. asc. dr. vr.} = \text{tang. long. vr.} \times \text{cos. obliq. apparente.}$$
$$\text{sin. déclin. vr.} = \text{sin. long. vr.} \times \text{sin. obliq. apparente.}$$

Les élémens *vrais* donnent les positions du soleil vrai, et l'obliquité appar. est celle qui a réellement lieu en tenant compte de la *nutation.*

L'ascension droite vraie du soleil, n'est autre que *le temps sidéral à midi moyen* : précédemment la Connaissance des Temps donnait le complément de cet arc à 24^h sous le titre de *distance de l'équinoxe au soleil*. D'où il suit qu'ayant substitué l'asc. dr. vr. à la dist. de l'équin. au soleil, il faudra dans les calculs retrancher l'asc. dr. lorsqu'il fallait ajouter la dist. de l'équin. et réciproquement, ajouter l'asc. dr. vr. lorsqu'il fallait retrancher la distance de l'equinoxe.

Exemple 1. Le 20 Juillet 1836, étant par 83° 15' de longitude Ouest, on demande l'asc. droite vraie du soleil, pour 8^h 50^m du matin T. vr.

Heure astronomique du lieu le 19		20^h	50^m	0^s
Longitude en temps *ajoutez* ou	+	5	33	0
Heure de Paris T. vr. le 20		2	23	0
Temps moyen au midi vrai	+	0	5	59.79
Heure temps moyen de Paris le 20		2	28	59.79
Asc. dr. vr. pour le midi du 20		7	59	8.19
Changement en 24 heures	+		3	59.76
Parties aliquotes: pour 2^h			0	19.98
0 20^m			0	3.33
5			0	0.332
4			0	0.666
Parties proportion. pour 2 29	+		0	24.81
Ascension droite vraie demandée		7	59	33.00

Exemple 2. Le 21 Mars 1836, étant par 12° de longitude Est, on demande l'asc. droite vraie du soleil, pour 11^h 30^m du matin T. vr.

Heure astronomique du lieu le 20		23^h	30^m	0^s00
Longitude en temps *retrancher* ou	−	0	48	0.00
Heure de Paris T. vr. le 20		22	42	0.00
Temps moyen au midi vrai	+	0	7	17.36
Heure temps moyen de Paris le 20		22	49	17.36
Asc. dr. vr. pour le midi du 20		23	59	43.15
Changement en 24 heures	+		3	38.39
Parties aliquotes: pour 12^h			1	49.195
8			1	12.797
2 40^m			0	24.266
0 8			0	1.213
0 1 17^s			0	0.195
Parties proportion. pour 22 49 17	+		3	27.67
Ascension droite vraie demandée		0	3	10.82

Exemple 3. Le 17 Novembre 1836, la montre N.° 2 marquait 10^h 10^m 34^s,47 au soir, on demande l'ascens. droite vraie du soleil.

Heure astronomique à la montre		10^h	10^m	34^s47
Etat pour le 17 à midi, page 91	−	2	42	1.20
Heure approchée T. M. de Paris *différ.*		7	28	33.27
Pour 7^h	+			6.30
0 28^m	+			0.42
0 0 40^s	+			0.01
Heure temps moyen de Paris le 17		7	28	40.00
Asc. dr. vr. le 17 à midi		15	31	29.20
Changement en 24 heures	+		4	9.26
Parties aliquotes: pour 6^h	+		1	2.315
1			0	10.386
0 24^m			0	4.154
0 4			0	0.692
0 0 40^s			0	0.115
Parties proportion. pour 7 28 40	+		1	17.66
Asc. dr. vr. du soleil demandée		15	32	46.86

Exemple 4. Le 28 Octobre 1836, au matin, la montre N.° 4 marquait 1^h 45^m 19^s,2; on demande l'ascension droite vraie du soleil.

Heure astronomique à la montre le 27		13^h	45^m	19^s2
Etat pour le 27 à midi	+	5	4	57.32
Heure approchée T. M. de Paris *somme*		18	50	16.52
Pour 18^h	+			20.52
0 50^m	+			0.95
0 0 38^s	+			0.01
Heure de Paris T. M. le 27		18	50	38.00
Asc. dr. vr. le 27 à midi		14	7	26.28
Changement au 24 heures	+		3	51.92
Parties aliquotes: pour 12^h			1	55.96
6			0	57.98
0 45^m			0	7.248
0 5			0	0.805
0 0 38^s			0	0.102
Parties proportion. pour 18 50 38	+		3	2.09
Ascension droite vraie demandée		14	10	28.37

Demi-diamètre du Soleil.

Le demi-diamètre du soleil se trouve dans la *Connaissance des Temps*, au bas de la seconde page de chaque mois, de 5 en 5 jours : dans les calculs ordinaires on pourra se le procurer par la Table XVIII. Pour tenir compte de l'irradiation dans les passages de Vénus et dans les éclipses de soleil, il faut diminuer de 6" les diamètres du soleil donnés par cette seconde page. On trouve dans la neuvième page de chaque mois le mouvement horaire du soleil en longitude ; la durée du passage du demi-diamètre du soleil par le méridien et le logarithme de sa distance à la terre, qui servent dans plusieurs calculs astronomiques.

De la longitude de la Lune.

La longitude et la latitude de la lune, sa parallaxe horizontale équatoriale, son ascension droite, sa déclinaison et son demi-diamètre horizontal, sont donnés dans la Connaissance des Temps de 12h en 12h, c'est-à-dire, pour chaque jour à midi et à minuit, temps moyen de Paris, parce que ces élémens varient très-inégalement, et malgré ce rapprochement des époques, on est encore obligé, dans les calculs qui demandent une grande précision, d'avoir égard à la correction des secondes différences, qui sera donnée dans le problème suivant.

Exemple 1. Le 4 Mars 1836, étant par 62° 30' de longitude Ouest, on demande la longitude de la lune pour 5h 15m du soir.

Heure du lieu le 4			5h	15m	0s
Longitude en temps		*ajoutez*	4	10	0
Heure de Paris T. vr. le 4			9	25	0
Temps moyen au midi vrai		*ajoutez*	0	11	49.05
Heure de Paris T. M. le 4			9	36	49.05
Longitude de la lune le 4 à midi			177°	30'	41"4
Changement en 12 heures		+	6	50	7.4
Parties aliquotes	pour 6h		3	25	3.7
	3		1	42	31.85
	0 30m		0	17	5.31
	0 6		0	3	25.06
	0 0 45s		0	0	25.63
	0 0 3		0	0	1.71
	0 0 1		0	0	0.57
Parties proportion.	pour 9 36 49	+	5	28	33.83
Longitude demandée			182	59	15.2

Calcul de la partie proportionnelle au moyen de la Table XXVII.

12h : 9h 36m 49s :: 6° 50' 7",4 : x

log.	9 36 49	4.062068
log.	6° 50' 7.4	3.913945
log. constant		5.841638
Part. prop.	15° 28' 33",9	3.816651

Exemple 2. Le 13 Mars 1836, étant par 28° de longitude Est, on demande la longitude de la lune pour 7h 34m du matin.

Heure du lieu le 12			19h	34m	0s
Longitude en temps		*retranchez*	1	52	0
Heure de Paris T. vr. le 12			17	42	0
Temps moyen au midi vrai		*ajoutez*	0	9	40.89
Heure de Paris T. M. le 12			17	51	40.89
Longitude de la lune le 12 à minuit			296°	33'	54"7
Changement en 12 heures		+	7	1	14.2
Parties aliquotes	pour 4h		2	20	24.73
	1		0	35	6.18
	0 40m		0	23	24.12
	0 10		0	5	51.03
	0 1		0	0	35.11
	0 0 40s		0	0	23.40
	0 0 1		0	0	0.58
Parties proportion.	pour 5 51 41	+	3	25	45.15
Longitude demandée			299	59	39.8

Calcul de la partie proportionnelle au moyen de la Table XXVII.

12h : 5h 51m 41s :: 7° 1' 14",2 : x

log.	5 51 41	3.847182
log.	7° 1' 14"2	3.925555
log. constant		5.841638
Part. prop.	3° 25' 45"	3.614375

De la latitude de la Lune.

Exemple 1. Le 2 Mai 1826, étant par 67° 30' de longitude Ouest, on demande la latitude de la lune pour 5h 6m du soir.

Heure du lieu le 2			5h	6m	0s
Longitude en temps		*ajoutez*	4	30	0
Heure de Paris T. vr. le 2			9	36	0
Temps moyen au midi vrai		*ajoutez*	11	56	43.83
Heure de Paris T. M. le 2			9	32	43.83
Latitude de la lune le 2 à midi			0°	44'	46"1 A
Changement en 12 heures		+		40	24.4
Parties aliquotes	pour 6h			20	12.2
	3			10	6.1
	0 30m			1	41.02
	0 2			0	6.73
	0 0 40s			0	2.24
	0 0 4			0	0.22
Parties proportion.	pour 9 32 44	+		32	8.51

Exemple 2. Le 17 Mai 1836, étant par 31° de longitude Est, on demande la latitude de la lune pour 11h 52m du matin.

Heure du lieu le 16			23h	52m	0s
Longitude en temps		*retranchez*	2	4	0
Heure de Paris T. vr. le 16			21	48	0
Temps moyen au midi vrai		*ajoutez*	11	56	5.90
Heure de Paris T. M. le 16			21	44	5.90
Latitude de la lune le 16 à minuit			1°	55'	58"9 B
Changement en 12 heures		+		29	53.3
Prrties aliquotes	pour 6h			14	56.65
	3			7	28.33
	0 30m			1	14.72
	0 10			0	24.91
	0 4			0	9.96
	0 0 6s			0	0.25
Parties proportion.	pour 9 44 6	+		24	14.82

Calenl de la partie proportionnelle au moyen de la Teble XXVII.

$12^h : 9^h\ 32^m\ 44^s :: 40'\ 24'',4 : x$

log.	9 32 44	4.058982
log.	0° 40' 24''4	2.907483
log. constant		5.841638
Part prop.	0° 32' 8'',4	2.808103
Latitude demandée		1° 16' 54'',6 A

Caleul de la partie proportionnelle au moyen de la Table XXVII.

$12^h : 9^h\ 44^m\ 6^s :: 29'\ 53''3 : x$

log.	9 44 6	4.067517
log.	0° 29' 53''3	2.776532
log. constant		5.841638
Part. prop.	0° 24' 14'',82	2.685687
Latitode demendée		2° 20' 13'',7

Ascension droite de la Lune.

Exemple 1. Le 6 Août 1836, étaut par 24° 30' de longitude Onest, on demande l'ascension droite de la lune pour $6^h\ 7^m$ do matin.

Heure do lieu le 5		18^h	7^m	0^s
Loogitude eo temps	*ajoutez*	1	38	0
Heure de Paris T. vr. le 5		19	45	0
Temps moyen en midi vrei	*ajoutez*	0	5	34.01
Heure de Paris T. M. le 5		19	50	34.01
Ascension dr. de la lune le 5 à minuit		59°	54'	45''5
Changement en 12 heures	+	6	14	29.8
Perties eliquotes { poue 6^h		3	7	14.45
1		0	31	12.41
0 45^m		0	23	24.31
0 5		0	2	36.03
0 0 30^s		0	0	33.60
0 0 3		0	0	3.36
0 0 1		0	0	1.12
Parties proportioun. pour 7 50 34	+	4	5	5.28
Ascension droite de la lune		63	59	50.8

Exemple 2. Le 28 Août 1836, étant par 47° 45' de longitude Est, on demande l'ascension droite de la lune pour $1^h\ 45^m$ après midi.

Heure du lieu le 28		1^h	45^m	0^s
Longitude en temps	*retranchez*	3	11	0
Heure de Peris T. vr. le 27		22	34	0
Temps moyen eu midi vrai	*ajoutez*	0	0	59.98
Heure de Peris T. M. le 27		22	34	59.98
Ascension droite de la lune le 27 à 12^h		355°	38'	44''6
Changement en 12 heures	+	6	12	30.6
Perties aliquotes { pour 6^h		3	6	15.3
3		1	33	7.65
1		0	31	2.55
0 20^m		0	10	20.85
0 10		0	5	10.42
0 5		0	2	35.21
Parties proportion. pour 10 35	+	5	28	31.98
Ascension droite demandée		361	7	16.6
c'est-à-dire		1	7	16.6

Déclinaison de la Lune.

Exemple 1. Le 11 Septembre 1836, étaut par 52° de longitude Ouest, ou demande la déclinaison de la lune pour $10^h\ 36^m$ du soir.

Heure du lieu le 11		10^h	36^m	0^s	
Longitude en temps	*ajoutez*	3	28	0	
Heure de Paris T. vr. le 11		14	4	0	
Temps moyen au midi vrai	*ajoutez*	11	56	14.97	
Heure de Pariz T. M. le 11		14	0	14.97	
Déclin. de la luoe le 11 à 12 heures		2°	46'	21''5	B
Changemeot en 12 heures	—	3	1	50.5	
Pertiez eliquotez { pour 2^h		0	30	18.42	
0 0^m 15^s		0	0	3.79	
Parties proportiun. poue 2 0 15	—	0	30	22.21	
Déclinaison demandée		2	15	59.3	B

Exemple 2. Le 17 Octobre 1836, étant pae 39° de longitude Est, on demande la déclinaison de la lune pour $9^h\ 30^m\ 33^s4$ du matin.

Heure do lieu le 16		21^h	30^m	33^s4	
Longitude en temps	—	2	36	0	
Heure de Paris T. vr. le 16		18	54	33.39	
Temps moyen eu midi vrai	*ajoutez*	11	45	26.61	
Heure de Periz le 16; T. M.		18	40	0	
Déclinaison de la lune le 16 à 12^h		27°	4'	1''4	A
Changement en 12 heurez	—	0	55	46.0	
Parties aliquotes { poue 6^h		0	27	58.0	
0 40		0	3	6.4	
Partiez proportion. pour 6 40	—	0	31	4.4	
Déclineison demandée		26	32	57.0	A

Exemple 3. Le 16 Décembre 1836, étant par 68° de longitude Onest, la lune a passé au méridien à $7^h\ 25^m$ T. M. du soir, on demende sa déclinaison.

Heure du lien T. M. le 16		7^h	25^m	0^s
Loogitude en temps	*ajoutez*	4	32	0
Heure de Pariz T. M. le 16		11	57	0

Exemple 4. Le 7 Décembre 1836, étaot par 103° 38' de longitude Est, la lune e passé au méridien à $23^h\ 29^m$ T. M. astronomique, on demande sa déclinaizon.

Heure du lien T. M. astronom. le 7		23^h	29^m	0^s
Longitude en temps	*retranchez*	6	54	32
Heure de Paris T. M. le 7		16	34	28

Déclinaison de la lune le 16 à 0h		2°	1'	16"8 B
Changement en 12 heures	+	2	59	3.6
Parties aliquotes: pour 6h		1	29	31.8
3		0	44	45.9
2		0	22	50.6
0 45m		0	11	11.5
0 12		0	2	59.1
Parties proportion. pour 11 57	+	2	58	18.9
Déclinaison demandée		4	59	35.7 B

Déclinaison de la lune le 7 à 12h		24°	6'	36"4 A
Changement en 12 heures	+	1	34	39.2
Parties aliquotes: pour 4h		0	31	33.06
0 30m		0	3	56.63
0 3		0	0	23.66
0 1		0	0	7.88
0 0 28s		0	0	3.68
Parties proportion. pour 4 34 28	+	0	36	4.91
Déclinaison demandée		24	42	41.3 A

Exemple 5. Le 20 Novembre 1836, la montre n.° 3 marquait 5h 36m 28s le matin, on demande la déclinaison de la lune.

Heure de la montre T. astron. le 19		17h	36m	28s
Etat pour le 19 à midi, page 91	+	0	54	8.80
Heure approchée T. M. de Paris le 19		18	30	36.80
pour 18h	−			8.64
0 30m	−			0.24
pour 18 30	−			8.88
Heure T. M. de Paris le 19		18	30	27.92
Déclin. de la lune le 19 à 12 heures		6°	15'	21"8 B
Changement en 12 heures	+	2	52	54.1
Parties aliquotes: pour 6h		1	26	27.05
0 30m		0	7	12.25
0 0 20s		0	0	4.80
0 0 5		0	0	1.20
0 0 2		0	0	0.48
0 0 1		0	0	0.24
Parties proportion. pour 6 30 28	+	1	33	46.02
Déclinaison demandée		7	49	7.8 B

Exemple 6. Le 31 Octobre 1836, la montre n.° 4 marquait 8h 24m 10s le soir, on demande la déclinaison de la lune.

Heure de la montre T. astron. le 31		8h	24m	10s
Etat pour le 31 à midi, page 91	+	5	6	46.76
Heure approchée T. M. de Paris le 31		13	30	56.76
pour 13h	+			14.82
0 31m	+			0.58
pour 13 31		0	0	15.40
Heure T. M. de Paris le 31		13	31	12.17
Déclin. de la lune le 31 à 12 heures		24°	50'	47"8 B
Changement en 12 heures	−	1	25	31.7
Parties aliquotes: pour 1h		0	7	7.64
0 30m		0	3	33.82
0 1		0	0	7.13
0 0 12s		0	0	1.43
Parties proportion. pour 1 31 12	−	0	10	50.02
Déclinaison demandée		24	39	57.8 B

Parallaxe horizontale équatoriale et demi-diamètre horizontal de la Lune.

Exemple 1. Le 3 Novembre 1836, étant par 75° de longitude Ouest, on demande la parallaxe horizontale équatoriale de la lune pour 8h 20m du soir T. V.

Heure astronomique du lieu le 3		8h	20m	0s
Longitude en temps	+	5	0	0
Heure de Paris T. vr. le 3		13	20	0
Temps moyen au midi vrai	+	11	43	43.38
Heure T. M. de Paris le 3		13	3	43.38
Parallaxe hor. équat. le 3 à 12 heures		0°	55'	42"5
Changement pour 12 heures	+			21.6
pour 1h				1.8
0 4m				0.1
Parties proportion. pour 1 4	+			1.9
Parallaxe équatoriale demandée		0	55	44.4

Exemple 2. Le 18 Novembre 1836, étant par 32° 30' de longitude Est, on demande la parallaxe horizontale équatoriale de la lune pour 8h 40m du soir T. V.

Heure astronomique du lieu le 18		8h	40m	0s
Longitude en temps	*retranchez*	2	10	0
Heure de Paris T. vr. le 18		10	50	0
Temps moyen au midi vrai	+	11	45	32.53
Heure T. M. de Paris le 18		10	35	32.53
Parallaxe hor. équat. le 18 à midi		0°	57'	10"5
Changement en 12 heures	−			16.4
pour 10h				13.67
0 36m				0.81
Parties proportion. pour 10 36	−			14.48
Parallaxe équatoriale demandée		1	56	56.0

Exemple 3. Le 12 Novembre 1836, étant par 50° 45' de longitude Ouest, on demande le demi-diamètre horizontal de la lune à 4h 25m du matin, T. M.

Heure du lieu, temps astron. le 11		16h	25m	0s
Longitude en temps	*ajoutez* +	3	23	0
Heure T. M. de Paris le 11		19	48	0
Demi-diamètre horiz. le 11 à 12 heures			16	24.9
Changement en 12 heures	−			1.5
Parties proportion. pour 7h 45m	−			1.0
Demi-diamètre horizontal demandé			16	23.9

Exemple 4. Le 26 Octobre 1836, étant par 77° 30' de longitude Est, on demande le demi-diamètre horizontal de la lune à 10h 40m du soir T. M.

Heure du lieu T. M. astron. le 26		10h	40m	0s
Longitude en temps	*retranchez*	5	10	0
Heure T. M. de Paris le 26		5	30	0
Demi-diamètre horiz. le 26 à midi			15	4.5
Changement en 12 heures	−			3.7
Parties proportion. pour 5h 30m	−			1.7
Demi-diamètre horizontal demandé			15	2.8

Passage de la lune au méridien, ses phases et les jours de la lune.

Les passages du centre de la lune au méridien de Paris sont en temps moyen astronomique toujours compté de midi moyen. Pour déterminer le temps du passage de la lune au méridien, pour un autre lieu que Paris, il faudra faire la proportion suivante :

24 heures : la différence de longitude en temps :: la différence des deux passages consécutifs entre lesquels est le jour proposé : un nombre de minutes et secondes, qu'on ajoutera à l'heure du passage à Paris, si le lieu proposé a une longitude Ouest, ou qu'on en retranchera si la longitude est Est, et la somme ou la différence donnera le temps moyen du passage au méridien de ce lieu.

Cette détermination n'est qu'une approximation, mais elle sera suffisante pour le calcul de l'heure de la marée.

Dans la colonne contenant les heures du passage, on remarquera que le nombre d'heures est remplacé par le signe ☌ qui désigne la *conjonction* avec le soleil ou la nouvelle lune. Si cette phase arrivait à midi moyen de Paris, la lune passerait au méridien de cette ville en même temps que le soleil moyen : mais généralement, le passage, lors de la nouvelle lune, se fait un peu avant ou après midi, comme chaque passage retarde sur le précédent d'environ 50 minutes, il y a un jour dans chaque lunaison où la lune ne passe point au méridien, attendu que ce jour elle y arrive un peu avant midi, et le lendemain un peu après midi. Les 9 et 11 Octobre 1836, par exemple, la lune est au méridien de Paris à $23^h\ 46^m$ et à $0^h\ 34^m$, on, ce qui revient au même, à 14^m avant le midi du 10 et à 34^m après le midi du 11. Ainsi, dans la durée du jour astronomique de midi 10 Octobre à midi 11 Octobre 1836, la lune ne passe pas au méridien de Paris. La conjonction arrive le 10 à $1^h\ 38^m$ du soir, instant de la nouvelle lune, où le soleil et la lune ont la même longitude.

Exemple 1. On demande le passage de la lune au méridien le 4 Octobre 1836, dans un lieu situé par 65° de longitude Ouest.

Longitude en temps			4^h	10^m	0^s
Passage du 3 à Paris			19	11	0
du 4 à Paris			20	0	0
Retard du 3 au 4 Octobre			0	49	0
pour	4^h		0	8	10
	0 20^m		0	0	41
Retard pour	4 20	+	0	8	51
Passage demandé le 3			19	19	51

Le retard relatif à la longitude du lieu pourrait aussi se calculer au moyen de la Table XVI.

Exemple 2. On demande le passage de la lune au méridien le 10 Octobre 1836, dans un lieu situé par 88° 30' de longitude Est.

Longitude en temps			5^h	54^m	0^s
Passage le 9 à Paris			23	46	0
le 11 à Paris			0	34	0
Retard du 9 astron. au 11 Octobre			0	48	0
pour	4^h		0	8	0
	1		0	2	0
	0 40^m		0	1	20
	0 10		0	0	20
	0 4		0	0	8
Retard pour	5 54	−	0	11	48
Passage demandé le 9			23	34	12
Ou temps civil le 10 Octobre au matin			11	34	12

Les phases de la lune sont données à la septième page de chaque mois, à moins d'une minute près, au temps moyen civil de Paris correspondans à la différence en longitude entre le soleil et la lune lorsqu'elle est de 0°, 90°, 180° ou 270°.

A 0° correspond la nouvelle lune.
90° correspond le premier quartier.
A 180° correspond la pleine lune.
270° correspond le dernier quartier.

Comme ces phases sont des phénomènes instantanés, il suffit d'ajouter aux heures de Paris ou d'en retrancher, la longitude du lieu exprimée en temps, selon qu'elle est Ouest ou Est, pour avoir les heures des phases dans le lieu donné.

Exemple 1. On demande, pour le mois d'Octobre 1836, les phases de la lune, dans un lieu situé par 95° Ouest.

Longitude en temps	+	6^h	20^m	
Dernier quartier le 2 à		6	51	du soir.
Dernier quartier demandé le 2 à		13	11	du soir.
ou le 3 au matin à		1	11	

Exemple 2. On demande, pour le mois de Septembre 1836, les phases de la lune, dans un lieu situé par 88° 30' de longitude Est.

Longitude du lieu en temps	−	5^h	54^m	
Dernier quartier le 2 à		11	57	du soir.
Dernier quartier demandé le 2 à		6	3	du soir.

Les 3 autres phases se calculeront d'une manière analogue.

La septième page du mois contient dans une colonne le jour de la lune qui répond au quantième du mois, en comptant 1 pour le jour de la nouvelle lune vraie, si elle arrive avant midi; quand elle arrive apres midi, c'est le lendemain qui est désigné pour le premier jour de la lune.

Des Planètes.

La septième page de chaque mois contient le lever et le coucher des principales planètes, mais ils ne conviennent qu'à la latitude de Paris; cette page contient aussi leur passage au méridieu de Paris, toujours donnés en temps moyen astronomique; ces passages servent à trouver le temps moyen du passage au méridien d'un lieu quelconque, et par conséquent à reconnaître si ces planètes sont sur l'horizon à une heure designée. De ce que le jour planétaire peut etre plus long que le jour solaire moyen, il peut arriver, comme pour la lune, qu'il y a des jours dans lesquels une planète ne passe pas au méridien d'un lieu; mais aussi comme ce jour planetaire peut etre plus court que le jour solaire moyen, il pourra arriver, comme pour les étoiles, qu'il y a des jours dans lesquels une planète passera deux fois au méridien d'un meme lieu.

De ces astres il n'y en a que quatre qui soient employés dans l'astronomie nautique, savoir: Vénus, Mars, Jupiter et Saturne: ils servent à déterminer les longitudes par les distances lunaires, ainsi que la latitude, l'heure du lieu et la declinaison de l'aiguille aimantée par leur hauteur observée: Vénus et Jupiter sont surtout recommandables, parce qu'ils sont souvent visibles lorsque le soleil est encore au-dessus de l'horizon, aussi les résultats des calculs de leurs observations comportent à peu près le meme degré de précision que ceux qui proviennent des observations solaires et s'obtiennent avec la même facilité. Il est à regretter que le passage au meridien et surtout que les autres élémens relatifs aux positions de ces planètes, ne soient point donnés dans la Connaissance des Temps, non seulement avec un plus grand degré de precision, mais encore pour des époques plus rapprochées, par exemple, pour le midi de chaque jour.

Pour déterminer le temps du passage de Vénus, Mars, Jupiter et Saturne au méridien, pour un autre lieu que Paris, prenez d'abord la difference des heures des passages des deux époques entre lesquelles se trouve le jour proposé, et déterminez l'heure du passage de Paris pour le jour donné, puis considerez la différence des heures pour un jour, pour une avance ou un retard qui a lieu pour 360° ou 24h de longitude; cela posé, la partie proportionnelle de cette différence diurne relative à la longitude du lieu, sera la correction à appliquer à l'heure du passage au méridien de Paris pour le jour proposé, en remarquant que pour les lieux situés à l'Est le passage precede celui de Paris, quand les heures vont en augmentant, et que le passage est après celui de Paris quand les heures vont en diminuant. C'est le contraire pour les lieux situés à l'Ouest de Paris.

Exemple 1. Déterminer le passage au méridien des planètes Vénus, Mars, Jupiter et Saturne, d'un lieu situé par 60° de longitude Est, le 21 Fevrier 1836.

VÉNUS.		MARS.		JUPITER.		SATURNE.	
Passage le 19	2h 16m	Le 19	23h 16m	Le 17	8h 39m	Le 21 Février	16h 11m
25	2 19	25	23 11	25	8 6	1 Mars	15 36
Pour 6 jours	+ 0 3	6 jours	− 0 5	8 jours	− 0 33	9 jours	− 0 35
1	+ 0 0.5	1	− 0 0.8	1	− 4.1	1	− 0 3.9
Passage le 21 à Paris	2 17	Le 21	23 14.4	Le 21	8 22.5	Le 21	16 11
Long. 4h P. prop.	− 0.1	Part. prop.	+ 0.1	Part. prop.	+ 0.7	Part. prop.	+ 0.6
Passage cherché	2 16.9		23 14.5		8 23.2		16 11.6

Exemple 2. On demande le passage au méridien des planètes Vénus, Mars, Jupiter et Saturne, pour le 29 Juillet 1835, dans un lieu situé par 45° de longitude Ouest.

VÉNUS.		MARS.		JUPITER.		SATURNE.	
Passage le 25	0h 4m	Le 25	20h 33m	Le 25	23h 47m	Le 21	5h 54m
1 Août	23 13	1 Août	20 25	1	23 26	1	5 12
Pour 7 jours	− 0 51	7 jours	− 0 8	7 jours	− 0 21	11 jours	− 0 4[illegible]
1	− 0 7.3	1	− 0 1.1	1	− 0 3	1	− 0 3.8
Passage le 29 à Paris	23 34.8	Le 29	20 28.6	Le 29	23 35	Le 29	5 23.5
Long. 3h P. prop.	− 0 0.9	Part. prop.	− 0 0.1	Part. prop.	− 0 0.4	Part. prop.	− 0 0.5
Passage demandé	23 33.9		20 28.5		23 34.6		5 23.0

La huitième page du mois contient divers élémens relatifs aux positions des planètes, parmi lesquels il n'y en a que deux qui soient utiles aux marins : l'ascension droite et la déclinaison.

Exemple 1. Le 15 Janvier 1836, étant situé par 32° 15' de longitude Ouest, à 6h T. M. astronomique, calculer l'ascension droite et la déclinaison de Jupiter.

Heure du lieu T. M. le 15			6h	0m	0s
Longitude en temps		+	2	9	0
Heure de Paris le 15 Janv. T. M.			8	9	0
Asc. droite le 9 à midi moyen			6	43	0
Changement pour	8 jours	−	0	4	0
pour	4 jours		0	2	0
	2		0	1	0
	0 8h		0	0	10
	0 0 9m		0	0	0.2
Part. propor. pour	6 8 9	−	0	3	10.2
Ascension droite demandée			6	39	49.8
Déclinaison le 9 à midi moyen			23°	11'	0" B
Changement pour	8 jours	+	0	4	0
pour	4		0	2	0
	2		0	1	0
	0 8h		0	0	10
	0 0 9m		0	0	0.2
Part. propor. pour	6 8 9	+	0	3	10.2
Déclinaison demandée			23	14	10.2 B

Exemple 2. Le 11 Mars 1836, étant situé par 39° de longitude Est, à 8h T. M. astronomique, calculer l'ascension droite et la déclinaison de Vénus.

Heure du lieu T. M. le 11			8h	0m	0s
Longitude en temps		−	2	36	0
Heure de Paris le 11 Mars T. M.			10	36	0
Asc. droite le 7 Mars à midi moyen			1	25	0
Changement pour	6 jours	+	0	27	0
	3		0	13	30
	1		0	4	30
	0 6h		0	1	7.5
	0 0 24m		0	0	4.5
Part. propor. pour	4 6 24	+	0	19	12.0
Ascension droite demandée			1	44	12
Déclinaison le 7 Mars à midi moyen			9°	1'	0" B
Changement pour	6 jours	+	2	56	0
pour	3		1	28	0
	1		0	29	20
	0 6h		0	7	20
	0 0 24m		0	0	29
Part. propor. pour	4 6 24	+	2	5	9
Déclinaison demandée			11	6	9 B

La neuvième page de chaque mois contient, de 5 en 5 jours, le mouvement horaire du soleil en longitude qui, avec la différence pour deux époques consécutives, pourra s'obtenir pour un jour donné ; ce mouvement horaire pourrait d'ailleurs s'obtenir soit en prenant la vingt-quatrième partie du changement en longitude correspondant à 24 heures, ou en ajoutant ce changement à lui-même et à sa moitié et en divisant cette somme par 60, c'est-à-dire en comptant les degrés de cette somme pour des minutes, les minutes pour des secondes, etc.

La longitude moyenne du nœud ascendant de la lune au midi moyen est aussi donné de 5 en 5 jours, comptée de l'équinoxe moyen ; il sera facile de l'obtenir, pour un jour intermédiaire, par interpolation, ou en faisant usage du mouvement diurne qui est de − 3',18. Cette longitude sert dans le calcul de la nutation, ainsi que dans celui des occultations d'étoiles par la lune.

Les éclipses des satellites de Jupiter sont indiquées en temps moyen astronomique compté de midi ; on a marqué d'un astérisque celles qui sont visibles à Paris. Pour un lieu différent, on ajoutera aux temps marqués des éclipses la différence des longitudes, réduits en temps, si l'on est à l'Est de Paris, ou on l'en retranchera si l'on est à l'Ouest, et l'on aura le temps pour le lieu où l'éclipse doit s'observer; ensuite si ce temps tombe dans la nuit, on verra si Jupiter doit être sur l'horizon, au moyen de son lever et de son coucher. Pour qu'une éclipse de l'un des satellites soit visible, il faut que Jupiter soit élevé au-dessus de l'horizon d'au moins 8 à 9° et que le soleil soit à plus de 9° au-dessous.

PROBLÈME IV.

Corriger les élémens des calculs astronomiques, donnés par la Connaissance des Temps, en ayant égard aux différences secondes.

Nous avons supposé, dans le Problème précédent, que les élémens des calculs croissent ou décroissent proportionnellement au temps, supposition qui peut être admise

si les résultats qu'on a en vue d'obtenir n'exigent pas une plus grande exactitude : dans le cas contraire, il sera nécessaire d'avoir égard aux différences secondes.

Par exemple, suivant la *Connaissance des Temps* de 1836, on a

	Déclin. du ☉ à midi.	*Diff. prem.*	*Diff. sec.*		*Déclin. du ☉ à midi.*	*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 23 Sept.	0° 10' 52"0			Le 22 Déc.	23° 27' 38.7		
		+ 23' 25"1				− 0' 35"1	
24	0 34 17.1		+ 0"1	23	23 27 3.6		− 28"3
		+ 23 25.2				− 1 3.4	
25	0 57 42.3		+ 0.1	24	23 26 0.2		− 28.2
		+ 23 25.3				− 1 31.6	
26	1 21 7.6			25	23 24 28.6		

On voit donc que les différenres secondes sont petites aux environs des équinoxes et qu'il est alors permis de supposer le changement de déclinaison du soleil proportionnel au temps dans l'intervalle de 24 heures ; mais dans toute autre circonstance, surtout près des solstices, lorsque l'on connaîtra les déclinaisons du soleil à midi, pour plusieurs jours de suite, on aura celle qui correspond à un nombre d'heures de temps moyen, à l'aide de la méthode que nous allons indiquer pour trouver le lieu de la lune, c'est-à-dire sa longitude et sa latitude.

1. Prenez dans la Connaissance des Temps les deux longitudes et les deux latitudes qui répondent au midi et au minuit qui précèdent immédiatement l'heure de Paris correspondante à l'instant pour lequel on veut avoir ces élémens, et les deux longitudes et latitudes qui répondent au midi et au minuit suivants ; placez-les successivement les uns sous les autres, en faisant précéder du signe + les latitudes australes, et du signe − celles qui sont boréales. (Lorsque les quatre latitudes sont de mêmes dénominations, il importe fort peu de quel signe elles seront précédées, mais si parmi ces latitudes il s'en trouve de dénominations différentes, il est nécessaire que les unes soient regardées comme étant précédées du signe + et les autres du signe −).

2. Déterminez les différences premières, ce qui se fait en retranchant chaque quantité de celle qui la suit (ayant toujours égard aux signes dont elles sont précédées) : appelez A la différence intermédiaire de ces différences obtenues.

3. Prenez les différences secondes, que vous obtiendrez en retranchant une différence première de celle qui la suit, ayant soin de se conformer à la règle des signes dans la soustraction : appelez B la demi-somme des deux différences secondes, que vous ferez précéder du signe convenable au résultat de l'addition.

4. Cela posé, prenez la différence entre l'heure temps moyen de Paris pour laquelle on cherche l'élément et celle de l'époque de la Connaissance des Temps qui précède immédiatement, que vous appellerez C ; ensuite vous calculerez comme on l'a fait dans le problème précédent, la partie proportionnelle relative a C, qui sera de même signe que A.

5. Prenez dans la Table XCV des différences secondes, le nombre correspondant à B, pris dans la ligne horizontale supérieure, et à C, pris dans la première colonne à droite ou à gauche, que vous placerez sous la partie proportionnelle avec un signe contraire à celui de B ; la somme algébrique de ces trois quantités sera la longitude ou la latitude demandée.

Exemple 1. Le 8 Décembre 1836, on demande la longitude et la latitude de la lune pour $4^h\ 20^m$ temps moyen astronomique de Paris.

Longitude de la Lune.		*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 7 à minuit	248° 21' 27"0		
		+ 7° 28' 25"9	
Le 8 à midi	255 49 52.9		+ 3' 8"3
		A = + 7 31 34.2	
à minuit	263 21 27.1		+ 1 56.5
		+ 7 33 30.7	
Le 9 à midi	270 54 57.8		+ 5 4.8
			B = + 2 32.4

Longitude le 8 à midi		255° 49' 52"9
Part. proport. pour $C = 4^h\ 20^m$	+	2 43 4.3
Table XCV pour B et C	−	17.6
Longitude demandée		258 32 39.6

Exemple 2. Le 5 Août 1836, on demande la longitude et la latitude de la lune pour $17^h\ 30^m$, temps moyen astronomique de Paris.

Longitude de la Lune.		*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 5 à midi	56° 19' 29"5		
		+ 5° 58' 30"3	
à minuit	62 17 59.8		− 1' 59"8
		A = + 5 56 30.5	
Le 6 à midi	68 14 30.3		− 1 22.1
		+ 5 55 8.4	
à minuit	74 9 38.7		− 3 21.9
			B = − 1 40.9

Longitude le 5 à minuit		62° 17' 59"8
Part. proport. pour $C = 5^h\ 30^m$	+	2 43 24.0
Table XCV pour B et C	+	12.5
Longitude demandée		65 1 36.3

Latitude de la Lune.		*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 7 à min.t	+ 2°25' 12"6		
		+ 34' 34"1	
Le 8 à midi	+ 2 59 46.7		− 2 55.3
		$A =$ + 31 38.8	
à min.t	+ 3 31 25.5		− 3 35.3
		+ 28 3.5	
Le 9 à midi	3 59 29.0		− 6 30.6
			$B =$ − 3 15.3

Latitude le 8 à midi	+	2° 59' 46"7
Part. proport. pour $C = 4^h\ 20^m$	+	11 25.7
Table XCV pour B et C	+	22.5
Latitude demandée *australe*		3 11 34.9

Exemple 3. Le 28 Septembre 1836, on demande l'ascension droite et la déclinaison de la lune pour $8^h\ 15^m$, temps moyen astronomique de Paris.

Ascension droite de la Lune.		*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 27 à min.t	39° 5' 9"7		
		+ 6° 6' 19"2	
Le 28 à midi	45 11 28.9		+ 4' 54"7
		$A =$ + 6 11 13.9	
à min.t	51 22 42.8		+ 5 27.3
		+ 6 16 41.2	
Le 29 à midi	57 39 26.0		10 22.0
			$B =$ + 5 11.0

Ascension droite le 28 à midi		45° 11' 28"9
Part. proport. pour $C = 8^h\ 15^m$	+	4 14 13.3
Table XCV pour C et B	−	33.4
Ascension droite demandée		49 25 8.8

Déclinaison de la Lune.		*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 27 à min.t	− 15°19' 26"2		
		− 2°24' 22"9	
Le 28 à midi	− 17 43 49.1		+ 13' 7"8
		$A =$ − 2 11 15.1	
à min.t	− 19 55 4.2		+ 14 24.7
		− 1 56 50.4	
Le 29 à midi	− 21 51 54.6		+ 27 32.5
			$B =$ + 23 46.2

Déclinaison le 28 à midi	−	17° 43' 49"1
Part. proport. pour $C = 8^h\ 15^m$	−	1 30 14.1
Table XCV pour C et B	−	1 21.9
Déclinaison demandée *boréale*		19 15 25.1

Latitude de la Lune.		*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 5 à midi	− 0°54' 34"5		
		− 30' 45"1	
à min.t	− 1 25 19.6		+ 1' 7"6
		$A =$ − 29 37.5	
Le 6 à midi	− 1 54 57.1		+ 1 22.5
		− 28 15.0	
à min.t	2 23 12.2		+ 2 30.1
			$B =$ + 1 15.0

Latitude le 5 à minuit	−	1° 25' 19"6
Part. proport. pour $C = 5^h\ 30^m$	−	13 34.7
Table XCV pour B et C	−	9.3
Latitude demandée *boréale*		1 39 3.6

Exemple 4. Le 2 Décembre 1836, on demande l'ascension droite et la déclinaison de la lune pour $18^h\ 40^m$, temps moyen de Paris.

Ascension droite de la Lune.		*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 2 à midi	174°46' 35"7		
		+ 5°40' 33"0	
à min.t	180 27 8.7		+ 3' 9"9
		$A =$ + 5 43 42.9	
Le 3 à midi	186 10 51.6		+ 5 19.1
		+ 5 49 2.0	
à min.t	191 59 53.6		8 29.0
			$B =$ + 4 14.5

Ascension droite le 2 à minuit		180° 27' 8"7
Part. proport. pour $C = 6^h\ 40^m$	+	3 10 57.2
Table XCV pour C et B	−	31.3
Ascension droite demandée		183 37 34.6

Déclinaison de la Lune.		*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 2 à midi	− 6°29' 31"9		
		+ 2°54' 13"7	
à min.t	− 3 35 18.2		+ 4' 51"5
		$A =$ + 2 59 5.2	
Le 3 à midi	− 0 36 13.0		+ 3 17.8
		+ 3 2 23.0	
à min.t	+ 2 26 10.0		+ 8 9.3
			$B =$ + 4 4.6

Déclinaison le 2 à minuit	−	3° 35' 18"2
Part. proport. pour $C = 6^h\ 40^m$	+	1 39 29.6
Table XCV pour C et B	−	0 30.2
Déclinaison demandée *boréale*		1 56 18.8

Remarque 1. La Table XCV de correction *des différences secondes* s'applique aux nombres quelconques qui correspondent à des époques équidistantes, mais on observera que n'ayant été calculée que pour des époques éloignées les unes des autres de 12 heures, il faudra y entrer avec ½ C au lieu de C, quand l'intervalle sera de 24 heures, ou avec $2C$ au lieu de C lorsque l'intervalle sera de 6 heures, ou enfin avec $4C$ au lieu de C quand l'intervalle de temps entre les époques sera de 3 heures.

Exemple 1. On demande la déclinaison du soleil pour le 19 Décembre 1836, à $20^h\ 40^m$ temps moyen astronomique de Paris.

Déclinaison du Soleil.		*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 18 à midi	23°25' 16"2		
		+ 1' 18"0	
19	23 26 34.2		− 28"2
		$A =$ + 0 49.8	
20	23 27 24.0		− 28.4
		+ 0 21.4	
21	23 27 45.4		− 56.6
			$B =$ − 28.3

Déclinaison le 19 à midi		23° 26' 34"2
Part. proport. pour $C = 20^h\ 40^m$	+	6.9
Table XCV pour demi C et B	+	1.7
Déclinaison demandée *australe*		23 26 42.8

Exemple 2. On demande la distance vraie de la lune au soleil pour le 19 Octobre 1836, à $19^h\ 10^m$, temps moyen astronomique de Paris.

Distance vraie.		*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 19 à 15^h	83° 57' 58"		
		+ 1°43' 31"	
à 18	85 41 29		− 7"
		$A =$ + 1 43 24	
à 21	87 24 53		− 9
		+ 1 43 15	
Le 20 à 0	89 8 8		16
			$B =$ − 8

Distance vraie le 19 à 18 heures		85° 41' 29"
Part. proport. pour $C = 1^h\ 10^m$	+	0 40 12.7
Table XCV pour $4C = 4$ 40 et B	+	0.9
Distance vraie demandée		86 21 42.6

Remarque 2. Cette Table peut aussi servir à calculer la correction *des différences secondes*, lorsque les intervalles entre les époques de la Connaissance des Temps sont de 3, 6, 8 jours, etc. (comme il arrive dans les élémens des lieux des planètes), mais alors au lieu d'entrer dans la Table XCV avec C, il faudra y entrer avec le *quotient* de la division de C, par le nombre de fois 12 heures qui est contenu dans l'intervalle de temps qui sépare deux époques consécutives; de sorte que si l'intervalle est 1 jour, le diviseur est 2; si l'intervalle est de 3 jours, le diviseur est 6; si l'intervalle est de 6 jours, le diviseur est 12 et ainsi de suite.

Exemple 1. On demande la longitude géocentrique de Jupiter, le 11 Octobre 1836, à $13^h\ 30^m$, temps moyen de Paris.

Longitude.		Diff. prem.	Diff. sec.
Le 1 Oct. à midi	132° 17'		
		+ 1° 16'	
9	133 33		− 7'
		A = + 1 9	
17	134 42		− 9
		+ 1 0	
25	135 42		
			− 16
			B = − 8

Longitude le 9	133° 33'
Part. proport. pour C = 2j $13^h\ 30^m$	+ 0 22 6"1
Table XCV, pour le quotient de C divisé par 16 = $3^h\ 51^m$ et B	+ 0 52.3
Longitude demandée	133 55 58.4

Exemple 2. On demande la longitude géocentrique de Vénus, le 4 Octobre 1836, à 8 heures, temps moyen de Paris.

Longitude.		Diff. prem.	Diff. sec.
Le 25 Septemb.	136° 34'		
		+ 5° 34'	
Le 1 Octobre	142 8		+ 19'
		A = + 5 53	
7	148 1		+ 15
		+ 6 8	
13	154 9		
			34
			B = + 17

Longitude le 1 Octobre	142° 8'
Part. proport. pour C = 3j 8^h	+ 3 3 51"2
Table XCV, pour le quotient de C divisé par 12 = $6^h\ 40^m$ et B	− 2 6.0
Longitude demandée	145 9 45.2

PROBLÈME V.

Corriger l'heure de Paris correspondante à la longitude de la lune, en ayant égard aux différences secondes.

1. Prenez dans la Connaissance des Temps les deux longitudes qui précèdent et qui suivent immédiatement la longitude donnée; déterminez les différences premières et secondes comme dans le Problème précédent, appelez A la différence première intermédiaire, et B la demi-somme algébrique des différences secondes.

2. Maintenant (en faisant usage de la Table XXVII et en y prenant l'argument relatif à la lune), au logarithme de $12^h = 4.158362$, ajoutez le logarithme de la différence entre la longitude donnée et celle de la Connaissance des Temps qui précède immédiatement et le complément arithmétique de A: la somme de ces trois logarithmes, diminuée d'une dizaine, sera logarithme du nombre d'heures approchées C.

3. Cherchez dans la Table XCV le nombre correspondant à C et B et appelez-le N, avec le nombre A et le nombre N vous trouverez dans la Table XCVI la correction de l'heure approchée C, que vous appliquerez avec le signe de B, vous aurez alors l'heure corrigée comptée de la seconde époque.

Exemple 1. Le 4 Mars 1836, la longitude de la lune étant de 180° 59' 1",4, on demande l'heure temps moyen de Paris.

Longitude de la Lune.		Diff. prem.	Diff. sec.
Le 3 à min.t	170° 43' 39"1		
		+ 6° 47' 2"3	
4 à midi	177 30 41.4		+ 3' 5"1
		A = + 6 50 7.4	
4 à min.t	184 20 48.8		+ 2 40.9
		+ 6 52 48.4	
5 à midi	191 13 37.1		
			+ 5 46.0
			B = + 2 53.0

12^h	log.	4.158362
Différ. des long. 5° 28' 20"0	log.	3.817345
A = 6 50 7.4	c. log.	6.186055
Heure appr. C = $9^h\ 36^m$ 24.6		4.061762
Table XCV pour C et B	N =	$0^h\ 0^m$ 13"9
Table XCVI pour A et N	+	0 0 25
Heure approchée C		9 36 24.6
Heure cherchée de Paris le 4		9 36 49.6

Exemple 2. Le 12 Mars 1836, la longitude de la lune étant de 299° 59' 48",5, on demande l'heure temps moyen astronomique de Paris.

Longitude de la Lune.		Diff. prem.	Diff. sec.
Le 12 à midi	289° 31' 41"2		
		+ 7° 2' 13"5	
12 à min.t	296 33 54.7		− 0' 59"3
		A = + 7 1 14.2	
13 à midi	303 35 8.9		− 1 19.9
		+ 6 59 54.3	
13 à min.t	310 35 3.2		
			− 2 19.2
			B = − 1 9.6

12^h	log.	4.158362
Différ. des long. 3° 25' 53"8	log.	3.614679
A = 7 1 14.2	c. log.	6.074445
Heure app. C = $5^h\ 51^m$ 53"8		3.847486
Table XCV pour C et B	N =	$0^h\ 0^m$ 8"7
Table XCVI pour A et N	−	0 0 17.4
Heure approchée C		5 51 55.8
Heure cherchée de Paris le 12 Mars 12^h +		5 51 38.4

Remarque 1. L'heure de Paris correspondante à l'ascension droite de la lune, en ayant égard aux différences secondes, se trouvera au moyen des principes donnés pour la longitude de la lune.

Exemple 1. Le 5 Août 1836, l'ascension droite de la lune étant de 63° 59' 6",2, on demande l'heure correspondante au T. M. astronomique de Paris.

	Ascension droite.	*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 5 à midi	53°46'50"2		
		+ 6° 7'55"3	
5 à min.t	59 54 45.5		+ 6'33"6
		A = + 6 14 28.9	
Le 6 à midi	66 9 14.4		+ 6 33.1
		+ 6 21 2.0	
6 à min.t	72 30 16.4		+13 6.7
			B = + 6 33.3

	12^h	log	4.158362
Différ. des ascen. dr.	4° 4' 20"7	log.	3.689033
A	6 14 28.9	c. log.	6.125539
Heure approchée	$12^h + C = 7^h\ 49^m\ 47^s,4$		3.972934
Table XCV pour C et B		N =	0' 44"6
Table XCVI pour A et N		+	1 27.0
Heure approchée $C + 12^h$			7° 49 47.4
Heure de Paris le 5 Août		12^h +	7 51 14.4

Exemple 2. Le 27 Août 1836, l'ascension droite de la lune étant de 1° 7' 43", on demande l'heure correspondante au T. M. astronomique de Paris.

	Ascension droite.	*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 27 à midi	349°16'43"9		
		+ 6°22' 0"7	
27 à min.t	355 38 44.6		− 9'30"1
		A = + 6 12 30.6	
Le 28 à midi	1 51 15.2		− 7 24.9
		+ 6 5 5.7	
28 à min.t	7 56 20.9		−16 55.0
			B = − 8 27.5

	12^h	log.	4.158362
Différ. des ascen. dr.	5° 28' 58"4	log.	3.818191
A	6 12 30.6	c. log.	6.127832
Heure approchée	$12^h + C = 10^h\ 35^m\ 51^s$		4.104385
Table XCV pour C et B		N =	0' 26"3
Table XCVI pour A et N		−	0 51.0
Heure approchée $C + 12^h$			10 35 51.0
Heure de Paris le 27 Août		12^h +	10 35 0

Remarque 2. Ce Problème pourra servir aussi à corriger l'heure de Paris correspondante à une distance vraie de la lune au soleil, à une étoile ou à une planète, mais on se rappellera qu'il faudra entrer dans la Table XCV avec $4C$ au lieu de C, et dans la Table XCVI avec $4A$ au lieu de A, et que la correction sera d'un signe contraire à celui de B lorque A sera négatif.

Exemple 1. Le 2 Août 1836, la distance vraie du centre de la lune au centre du soleil étant de 107° 30' 20", on demande l'heure correspondante T. M. de Paris.

	Distance vraie.	*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 2 à 3^h	109° 27' 22"		
		− 1°28'54"	
6	107 58 78		+ 22"
		A = − 1 28 32	
9	106 19 56		+ 21
		− 1 28 11	
12	105 1 45		43
			B = + 21.5

Exemple 2. Le 31 Août 1836, la distance vraie des centres de la lune et du soleil étant de 113° 1' 15", on demande l'heure correspondante T. M. de Paris.

	Distance vraie.	*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 21 à 0^h	110° 32' 28"		
		+ 1°39'56"	
3	112 12 24		+ 12"
		A = + 1 40 8	
6	113 52 32		+ 13
		+ 1 40 21	
9	115 32 53		25
			B = + 12.5

Calcul de l'heure approchée C, en faisant usage de la Table XXVII.

	3^h	log.	4.033424
Différ. des distances	0° 28' 8"	log.	3.227372
A	1 28 32	c. log.	6.274742
Heure appr.	$6^h + C = 0^h\ 57^m\ 11^s9$	log.	3.535538
Table XCV pour $4C$ et B		N =	0' 2"4
Table XCVI pour $4A$ et N		−	0 24.5
Heure approchée $6^h + C$			6 57 11.9
Heure de Paris T. M. le 2 Août			6 56 47.4

	3^h	log.	4.033424
Différ. des distances	0° 48' 51"	log.	3.467016
A	1 40 8	c. log.	6.221270
Heure appr.	$3^h + C$ = 1 27 48.7	log.	3.721710
Table XCV pour $4C$ et B		N =	0' 1"6
Table XCVI pour $4A$ et N		+	0 2.9
Heure approchée $3^h + C$			4 2 48.7
Heure de Paris T. M. le 21 Août			4 2 51.6

Exemple 3. Le 28 Septembre 1836, la distance vraie de la lune à Pollux étant de 58° 1' 20", on demande l'heure correspondante T. M. de Paris.

	Distance vraie.	*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 28 à 6^h	60° 6' 51"		
		− 1°33'34"	
9	58 33 17		+ 17"
		A = − 1 33 17	
12	57 0 0		+ 17
		− 1 33 0	
15	55 27 0		34
			B = + 17

Exemple 4. Le 26 Avril 1836, la distance vraie des centres de la lune à Jupiter étant de 62° 20' 15", on demande l'heore correspondante T. M. de Paris.

	Distance vraie.	*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 26 à 12^h	59° 49' 23"		
		+ 1°36'56"	
15	61 26 19		+ 24"
		A = + 1 37 20	
18	63 3 39		+ 25
		+ 1 37 45	
21	64 41 24		49
			B = + 24.5

	3^h	log.	4.033424
Differ. des distances	0° 31' 57"	log.	3.282622
A	1 33 17	c. log.	6.252045
Heure appr. $9^h + C = 1^h\ 1^m\ 39^s1$		log.	3.568091
Table XCV pour 4 *C* et *B*	*N* =		0' 1"9
Table XCVI pour 4 *A* et *N*	−		0 4
Heure approchée			$10^h\ 1^m\ 39^s1$
Heure de Paris T. M. le 28			10 1 35.1

	3^h	log.	4.033424
Differ. des distances	0° 53' 56"	log.	3.510009
A	1 37 20	c. log.	6.233587
Heure appr. $15^h + C = 1^h\ 39^m\ 44^s4$		log.	3.777020
Table XCV pour 4 *C* et *B*	*N* =		0' 3"0
Table XCVI pour 4 *A* et *N*	+		0 5.5
Heure approchée			$16^h\ 39^m\ 44^s4$
Heure de Paris T. M. le 26			16 39 49.9

PROBLÈME VI.

Déterminer le mouvement horaire de la lune en longitude, latitude, etc., pour une heure donnée, temps moyen de Paris.

1. Prenez dans la Connaissance des Temps les deux longitudes, latitudes, etc., qui précèdent et celles qui suivent immédiatement l'heure de Paris. Faites précéder du signe + les latitudes et les déclinaisons Sud, et du signe − celles qui sont Nord. Déterminez les différences premières, secondes, l'arc *B* et le temps *C*, comme dans le Problème IV. La moyenne des deux premières différences, prise avec son signe, donnera le mouvement approché en 12 heures.

2. Au logarithme constant 5.841638, ajoutez le logarithme de *C* et le logarithme de *B*, la somme de ces trois logarithmes sera celui de la correction du mouvement approché; cette correction étant employée avec le même signe que l'arc *B*, donnera le mouvement en 12 heures, le divisant par 12, on aura le mouvement horaire.

Dans le calcul de cette correction par le moyen des logarithmes, on obtiendra plus de précision en prenant le logarithme d'un nombre 60 fois plus grand que *B*, mais il faudra alors rendre la correction trouvée 60 fois plus petite, opération très-simple lorsqu'il s'agit de quantités sexagésimales.

Exemple 1. On demande les mouvemens horaires de la lune en longitude et en latitude pour le 8 Juin 1836, à $4^h\ 20^m$, T. M. astronomique de Paris.

	Longitude.	*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 7 à min.t	7°38' 59"8		
		+ 6°18' 41"7	
8 à midi	13 57 31.5		− 4' 17"2
		+ 6 14 24.5	
8 à min.t	20 11 56.0		− 3 59.2
		+ 6 10 35.3	
9 à midi	26 22 34.3		8 16.4
		B =	− 4 8.2

Première différence			6° 18' 41"7
Deuxième différence			6 14 24.5
		somme	12 33 6.2
Moyenne différence des 2 premières			6 16 33.1
		log. constant	5.841638
C	= $4^h\ 20^m$	log.	3.716003
60 *B*	= 4° 8' 12"	log.	3.695832
60 corr. = 1 29 36		log.	3.253473
Correction		−	0° 1' 29"6
Moyenne différence			6 16 33.1
Mouvement en 12 heures			6 15 3.5
Mouvement horaire en longitude			0 31 15.3

Exemple 2. On demande les mouvemens horaires de la lune en ascension droite et en déclinaison pour le 28 Septembre 1836, à $7^h\ 40^m$, T. M. astronomique de Paris.

	Ascension droite.	*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 27 à min.t	39° 5' 9"7		
		+ 6° 6' 19"2	
28 à midi	45 11 28.9		+ 4' 54"7
		+ 6 11 13.9	
28 à min.t	51 22 42.8		+ 5 27.3
		+ 6 16 41.2	
29 à midi	57 39 24.0		10 22.0
		B =	+ 5 11.0

Première différence			6° 6' 19"2
Deuxième différence			6 11 13.9
		somme	12 17 33.1
Moyenne différence des 2 premières			6 8 46.5
		log. constant	5.841638
C	= $7^h\ 40^m$	log.	3.963788
60 *B*	= 5° 11' 0"	log.	3.793790
60 corr. = 3 19 12		log.	3.599216
Correction		+	0° 3' 19"2
Moyenne différence			6 8 46.5
Mouvement en 12 heures			6 12 5.7
Mouvement horaire en ascension droite			0 31 0.5

Latitude.		*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 7 à min.t	+ 3°31' 33"7		
		— 26' 53"8	
8 à midi	+ 3 4 39.9		— 1' 53"9
		— 28 47.7	
8 à min.t	+ 2 35 52.2		— 1 32.2
		— 30 19.9	
9 à midi	+ 2 5 32.3		3 26.1
			B = — 1 43.0

Première différence		—	26 53.8
Deuxième différence		—	28 47.7
		somme	55 41.5
Mouvement approché en 12h		*moyenne* —	27 50.7
		log. constant	5.841638
C = 4h 20m		log.	3.716003
60 B = 1° 43'		log.	3.313867
60 corr. = 0 37 12		log.	2.871508
Mouvement approché en 12 heures	—		0° 27' 50"7
Correction	—		0 0 37.2
Mouvement en 12 heures	—		0 28 27.9
Mouvement horaire en latitude	—		0 2 22.3

Déclinaison.		*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 27 à min.t	— 15° 19' 26"2		
		— 2° 24' 26"9	
28 à midi	— 17 43 49.1		+ 13' 7"8
		— 2 11 15.1	
28 à min.t	— 19 55 4.2		+ 14 24.7
		— 1 56 50.4	
29 à midi	— 21 51 54.6		27 32.5
			B = + 13 46.2

Première différence		—	2° 24' 22"9
Deuxième différence		—	2 11 15.1
		somme	4 35 38.0
Mouvem.t approché en 12h		*moyenne* —	2 17 49.0
		log. constant	5.841638
C = 7h 40m		log.	3.963788
B = 0° 13' 46"2		log.	2.439964
Correct. 0 8 47.7		log.	2.245390
Mouvement approché en 12 heures	—		2° 17' 49"0
Correction	+		0 8 47.7
Mouvement en 12 heures	+		2 9 1.3
Mouvement horaire en déclinaison	+		0 10 45.1

Remarque 1. Le mouvement en 12 heures ainsi obtenu et que nous désignerons par M, n'est pas parfaitement exact, puisque les différences troisièmes et celles des ordres supérieurs sont négligées; cependant le mouvement horaire que l'on en tire sera suffisamment exact dans le calcul d'une éclipse ou d'une occultation. S'il était nécessaire d'obtenir une plus grande exactitude, on pourra tenir compte des différences troisièmes de la manière suivante.

Prenez les différences secondes comme nous l'avons fait précédemment, et retranchez la première de la seconde, en ayant égard à la règle des signes, et vous aurez la différence troisième que vous représenterez par b.

Entrez dans la Table XCV avec l'arc b et le temps C, vous aurez une correction à laquelle vous ajouterez la sixième partie de b, sans avoir égard aux signes: la somme ainsi trouvée sera d'un signe différent de celui de l'arc b, en l'appliquant alors à l'arc M vous obtiendrez le mouvement vrai en 12 heures.

Application au second exemple ci-dessus, dans lequel il s'agissait de déterminer le mouvement horaire de la lune en ascension droite.

Différences secondes	+	4' 54"7
	+	5 27.3
Différence troisième ou b	+	0 32.6
Table XCV pour C = 7h 40m et b		0 3.76
Sixième partie de b		0 5.43
Correction	—	0 9.19
Mouvement en 12 heures		6° 12 5.7
Mouvement en 12 heures		6 11 56.51
Mouvement horaire corrigé		0 30 59.71

Remarque 2. Lorsqu'on cherche le mouvement de la lune dans un intervalle quelconque de temps, le mouvement en 12 heures peut être pris pour l'instant correspondant au milieu de cet intervalle. Ainsi pour avoir le mouvement en longitude de la lune de 5h 20m à 11h 50m, c'est-à-dire en 6h 30m, on calculerait le mouvement horaire en 12h pour 5h 20m augmentée de la moitié de 6h 30m, c'est-à-dire pour 8h 35m; l'ayant obtenu, sa partie relative à 6h 30m donnerait le mouvement en longitude pour l'intervalle donné.

Dans le calcul d'une occultation d'étoile par la lune, le mouvement horaire relatif en longitude est le même que le mouvement horaire de la lune, puisque celui de l'étoile peut être regardé comme nul; mais dans le calcul d'une éclipse solaire, pour obtenir

le mouvement horaire relatif en longitude, il faudra prendre le mouvement horaire du soleil dans la neuvième page du mois de la Connaissance des Temps et le retrancher du mouvement horaire de la lune en longitude; la différence donnera le *mouvement horaire de la lune par rapport au soleil en longitude.* Ainsi le 8 Juin 1836 le mouvement horaire du soleil étant de 2′ 33″,36, si nous le retranchons du mouvement horaire de la lune en longitude, trouvé dans le premier des exemples ci-dessus de 0° 31′ 15″,3, nous aurons 0° 28′ 41″,94 pour le mouvement horaire relatif de la lune et du soleil en longitude.

Comme le soleil n'a pas de mouvement sensible en latitude, le mouvement horaire relatif de la lune et du soleil en latitude, sera le meme que celui de la lune.

On déterminera le mouvement horaire d'une planète d'une manière semblable, en faisant usage des arcs *A*, *B* et *C*, comme nous l'avons dit dans la remarque du Problème IV. Le mouvement de la planète sera rétrograde lorsque le mouvement horaire trouvé sera négatif, et ce mouvement sera direct ou suivant l'ordre des signes, lorsque le mouvement horaire sera positif; dans le premier cas le mouvement relatif de la lune et de la planète sera la somme des mouvemens horaires, et dans le second cas, le mouvement relatif sera égal à leur différence. Des remarques semblables peuvent être faites pour trouver le mouvement de la lune par rapport à la planète en latitude.

PROBLÈME VII.

Déterminer l'heure solaire moyenne ou vraie du passage des astres au méridien

L'heure du passage d'un astre au méridien du lieu, est l'heure temps moyen ou temps vrai, comptée astronomiquement à l'instant du passage de l'astre au demi-méridien supérieur, ou l'intervalle de temps écoulé depuis le passage du soleil jusqu'à l'instant du passage de l'astre.

Pour une étoile l'on a

Heure T. M. du passage = Æ apparente de l'★ − Æ moyenne du ☉

Heure T. V. du passage = Æ apparente de l'★ − Æ vraie du ☉

1. Si l'étoile proposée est une des soixante-sept principales dont les positions apparentes sont données dans la *Connaissance des Temps* à partir de la page 230, prenez son ascension droite apparente pour le jour donné; dans le cas où l'étoile ne ferait point partie de ces 67, procurez-vous son ascension droite moyenne calculée pour le jour donné, que vous corrigerez ensuite de l'aberration et de la nutation afin d'obtenir son ascension droite apparente.

2. Prenez dans la *Connaissance des Temps*, première page du mois, l'ascension droite moyenne du soleil pour le midi moyen de Paris qui correspond au commencement du jour proposé.

3. La seconde de ces deux quantités, retranchée de la première, (celle-ci étant augmentée de 24 heures s'il est nécessaire), vous donnera pour reste, le temps sidéral compté du midi moyen, ou l'heure T. M. approchée du passage dans le lieu proposé.

4. Maintenant, avec l'heure T. M. approchée du lieu et sa longitude exprimée en temps, déterminez l'heure de Paris correspondante (Problème II), avec laquelle vous entrerez dans la colonne * de la Table XCVIII, le nombre correspondant de la colonne *R*, vous donnera la quantité à retrancher de l'heure approchée, pour avoir l'heure T. M. du passage proposé.

5. Pour obtenir l'heure T. V. de ce passage, calculez le temps moyen au midi vrai (comme nous l'avons fait *Exemp.* 3 et 4 de la page 96, et retranchez-le de l'heure T. M. trouvée, le reste vous donnera l'heure T. V. du passage pour le lieu proposé.

Exemple 1. Le 10 Avril 1836, étant par 40° de longitude Est, on demande l'heore T. M. du passage da Sirius au méridien.

		h	m	s
Le 10 Avril Æ apparente de Sirius		6	37	54.80
Æ moyeone du ☉	−	1	14	56.48
T. sid. compté de midi M. ou heure appr.		5	22	58.32
Longitude eu temps *retranchez*		2	40	0
Heore de Paris corresp. à l'heore appr.		2	42	58.32
Table XCVIII avec 2h 42m 58s	−		0	26.70
Heure approchéa		5	22	58.32
Le 10, heure T. M. du passage de Sirius		5	22	31.62
Temps moyan an midi vrai	−	0	1	13.17
Le 10, heure T. V. du passage de Sirius		5	21	18.45

Exemple 2. Le 8 Août 1836 étant par 54° de longitude Ouest, on demaode l'heure T. M. du passage de l'Epi ou α de la Vierge au méridien.

		h	m	s
Le 8 Août Æ apparente de l'Epi		13	16	34.33
Æ moyenne du ☉	−	9	8	3.31
T. sid. compté de midi M. ou heure appr.		4	8	31.02
Longitode en temps *ajoutez*		3	36	0
Heure de Paris corresp. à l'heure appr.		7	44	31.02
Table XCVIII, poor 7h 44m 31s	−		1	16.10
Heure approchée		4	8	31.02
Le 8, heure T. M. du passage de l'Epi		4	7	14.92
Temps moyeu au midi vrai	−	0	5	16.14
Le 8, heure T. V. du passage de l'Epi		4	1	58.78

L'heure solaire vraie dn passage d'nne étoile au méridien, peut être aussi déterminée par la méthode suivante :

1. Prenez dans la *Connaissance des Temps* l'ascension droite apparente de l'étoile, et dans la seconde page du mois l'ascension droite vraie du soleil pour le midi moyen de Paris qui correspond an commencement du jour proposé.

2. L'ascension droite du soleil étant retranchée de celle de l'étoile, augmentée de 24 heures s'il est nécessaire, vous donnera pour reste le temps sidéral compté du midi vrai, ou l'heure T. V. approchée du passage.

3. Avec l'heure approchée du lieu et sa longitude, vous déterminerez l'heure de Paris, qui sera exprimée en T. V.: ajoutez-lui le temps moyen au midi vrai, la somme, diminuée d'autant de fois 10 secondes qu'elle contient d'heure, vous donnera l'heure T. M. de Paris réduite.

4. Pour l'heure T. M. de Paris réduite, calculez la partie proportionnelle de la variation diurne en ascension droite vraie. Cette partie étaut retranchée de l'heure approchée vous donnera enfin le temps vrai du passage.

Applications faites aux deux exemples précédens.

		h	m	s
Le 10 Avril Æ apparente de Sirius		6	37	54.80
Æ vraie du ☉	−	1	16	11.49
T. sid. compté de midi V. ou heure appr.		5	21	43.31
Longituda co temps *retranchez*		2	40	0
Heure de Paris, T. V.		2	41	43.31
Temps moyeo au midi vrai	+	0	1	15
T. M. de Paris		2	42	58
Diminution de 10s par heore	−	0	0	28
Heure T. M. de Paris réduita		2	42	30
Changement diurne en Æ vraie		0	3	40.28
Part. prop. pour 2h 42m 30s	−	0	0	24.86
Heure approchée		5	21	43.31
Heura T. V. du passage demandé		5	21	18.45

		h	m	s
Le 8 Août Æ apparente de l'Epi		13	16	34.33
Æ vraie du ☉	−	9	13	22.00
T. sid. compté du midi V. ou heure appr.		4	3	12.33
Longitude eu temps *ajoutez*	+	3	36	0
Heure de Paris T. V.		7	39	12.33
Temps moyeu au midi vrai	+	0	5	18
T. M. de Paris		7	44	30
Diminution de 10s par heure	−	0	1	17
Heure T. M. de Paris réduita		7	43	13
Changement diurne en Æ vraie		0	3	48.58
Part. prop. pour 7h 43m 13s	−	0	1	13.53
Heure approchée		4	3	12.33
Heure T. V. du passage demandé		4	1	58.80

Remarque. 1. De ces deux manières de déterminer l'heure T. V. dn passage, la plus simple est la première, qui consiste à chercher d'abord l'heure T. M. et de la convertir en heure T. V.

Lorsqu'il s'agira de déterminer l'heure du passage au méridien pour se disposer à des observations, on pourra toujours se contenter de l'heure approchée.

Pour la lune, l'heure du passage au méridien pourra se déterminer comme nous l'avons fait page 104, toutes les fois qu'il ne s'agira que de trouver l'heure de son lever ou de son coucher, se disposer à observer sa hauteur méridienne, et l'employer dans le calcul des marées ; dans les cas qui demanderaient plus de précision, il faudra opérer de la manière suivante :

1. Déterminez d'abord l'heure T. M. du passage de la lune au méridien, au moyen de la colonne contenant l'heure de ce passage au méridien de Paris, placée dans la septième page de chaque mois de la *Connaissance des Temps*, en suivant la règle que nous avons donnée page 104.

2. Au moyen de la longitude du lieu et de cette première heure, déterminez l'heure correspondante T. M. de Paris.

3. Pour cette heure de Paris, calculez l'ascension droite de la lune en ayant égard aux différences secondes (Problème IV), puis vous la convertirez en heures.

4. Prenez dans la Connaissance des Temps, l'ascension droite moyenne du soleil (première page de chaque mois) pour le midi du jour, que vous retrancherez de l'ascension droite de la lune augmentée de 24 heures s'il est nécessaire, le reste vous donnera l'heure approchée du passage demandé.

5. Avec cette heure approchée, prise dans la colonne * de la Table XCVIII, vous trouverez dans la colonne R une quantité correspondante que vous retrancherez de l'heure approchée, le reste sera l'heure T. M. du passage demandé ; s'il est nécessaire vous la convertirez en T. V. en vous servant du temps moyen au midi vrai.

Remarque 2. Il arrivera le plus souvent que cette heure calculée différera de la première heure d'une quantité plus ou moins grande, alors il vous faudra calculer de nouveau l'ascension droite de la lune pour la dernière heure trouvée, et déterminer une nouvelle heure T. M. du passage ; le second calcul vous donnera généralement un degré suffisant d'exactitude, dans le cas contraire il faudrait en faire un troisième ou un nombre de fois suffisant pour que l'heure calculée ne diffère presque pas de celle qui a servi à calculer l'ascension droite de la lune.

Exemple 1. Le 25 Avril 1836, étant par 72° de longitude Ouest, on demande l'heure du passage de la lune au méridien.

Le 25 Avril, passage à Paris T. M.		7^h	41^m	0^s
Retard du 25 au 26		0	47	0
Pour 4^h 48^m de longitude et 47^m	+	0	9	24
Heure T. M. du passage		7	50	24
Longitude en temps *ajoutez*		4	48	0
Le 25, heure de Paris correspondante		12	38	24

Ascension droite de la ☾		*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 25 à midi	145° 8' 49''6		
		+ 6° 13' 52''1	
25 à min.t	151 22 41.7		− 3' 51''4
		+ 6 10 0.7	
26 à midi	157 32 42.4		− 2 52.6
		+ 6 7 8.1	
26 à min.t	163 39 50.5		6 44.0
			B = − 3 22.0

Pour 0^h 38^m 24^s p. p. de 6° 10' 0''7	+	0°	19'	41''04
Æ de la lune le 25 à minuit		151	22	41.70
Table XCV. Correc. des diff. sec.	+	0	0	5.10
Æ ☾ le 25, à 12^h 38^m 34^s		151	42	30.84
Æ ☾ en temps		10^h	6^m	50^s06
Æ moyenne du ☉ le 25 à midi	−	2	14	4.81
Passage heure approchée		7	52	45.25
Table XCVIII correction	−	0	1	17.45
Heure T. M. du passage le 25		7	51	27.80

Exemple 2. Le 28 Mai 1836, étant par 84° de longitude Est, on demande l'heure du passage de la lune au méridien.

Le 8 Mai, passage à Paris T. M.		10^h	18^m	0^s
Retard du 8 au 9		0	57	0
Pour 5^h 36^m de long. et 57^m	−	0	13	18
Heure T. M. du passage		10	4	42
Longitude en temps *retranchez*		5	36	0
Le 8 heure de Paris correspondante		4	28	42

Ascension droite de la ☾		*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 27 à min.t	208° 11' 0''7		
		+ 6° 42' 18''9	
28 à midi	214 53 19.6		+15' 15''1
		+ 6 57 34.0	
28 à min.t	221 50 53.6		+16 45.4
		+ 7 14 19.4	
29 à midi	229 5 13.0		32 0.5
			B = +16 0.2

Pour 4^h 28^m 42^s p. p. de 6° 57' 34''	+	2°	35'	50''05
Æ de la lune le 28 à midi		214	53	19.6
Table XCV. Correc. des diff. sec.	−	0	1	52.3
Æ ☾ le 8 à 4^h 28^m 42^s		217	27	17.3
Æ ☾ en temps		14^h	29^m	49^s15
Æ moyenne du ☉ le 28 à midi	−	4	24	11.15
Passage, heure approchée		10	5	38.00
Table XCVIII correction	−	0	1	39.22
Heure T. M. du passage le 28		10	3	58.78

Comme les heures de ces passages diffèrent de celles qui ont servi à calculer les Æ de la ☾, il est nécessaire de recommencer ces calculs.

Heure T. M. du passage le 25		7h	51m	27s80
Longitude en temps	+	4	48	0.00
Heure de Paris correspondante		12	39	27.80
Pour 0h 39m 28s p. p. de 6° 10′ 0″7	+	0°	20′	16″93
Æ de la ☾ le 25 à minuit		151	22	41.70
Table XCV, pour 39m 28s et *B*	+	0	0	5.10
Æ ☾ le 25 à 12h 39m 28s		151	43	3.73
en temps		10h	6m	52s25
Æ moyenne du ☉	−	2	14	4.81
Passage, heure approchée		7	52	47.44
Table XCVIII, correction	−	0	1	17.45
Heure T. M. du passage demandé		7	51	30.00

Heure T. M. du passage le 28		10h	3m	58s78
Longitude en temps	−	5	36	0.00
Heure de Paris correspondante		4	27	58.78
Pour 4h 27m 59s p. p. de 6° 57′ 34″	+	2	35	24.78
Æ de la ☾ le 28 à midi		214	53	19.60
Table XCV, pour 4h 28m et *B*	−	0	1	52.00
Æ ☾ le 28 à 4h 27m 59s		217	26	52.60
en temps		14h	29m	47s5
Æ moyenne du ☉	−	4	24	11.15
Passage, heure approchée		1n	5	36.35
Table XCVIII, correction	−	0	2	39.21
Heure T. M. du passage demandé		10	3	57.14

Pour les Planètes. L'heure du passage au méridien se déterminera d'une manière analogue à celle qui vient d'être employée pour la lune, seulement il suffira de calculer l'ascension droite de la planète en supposant que son changement est proportionnel au temps, et par conséquent à ne pas tenir compte de la correction relative aux différences secondes.

Exemple 1. Le 10 Juin 1836, étant par 105° de longitude Ouest, trouver l'heure du passage de Jupiter au méridien.

Heure T. M. du passage à Paris le 9		2h	9m	0s
Avance pour 8 jours		0	24	0
pour 1 jour	−	0	3	0
Passage le 9 à Paris T. M.		2	6	0
Pour 7h de long., part. prop. de 3m	−	0	0	45
Passage le 10 dans le lieu donné		2	5	15
Longitude	*ajoutez*	7	0	0
Heure de Paris correspondante		9	5	15
Æ de Jupiter		7	21	12.4
Æ moyenne du soleil le 10 à midi	−	5	15	26.4
Heure approchée		2	5	46.0
Table XCVIII, réduction	−	0	0	2n.6
Heure T. M. du passage demandé		2	5	25.4

Exemple 2. Le 24 Janvier 1836, étant par 90° de longitude Est, trouver le passage de Mercure au méridien.

Heure T. M. du passage à Paris le 22		0h	58m	0s
Retard pour 3 jours		0	9	0
pour 2 jours	+	0	6	0
Passage le 24 à Paris T. M.		1	4	0
Pour 6h de long., part. prop. de 3m	+	0	0	45
Passage le 24 dans le lieu donné		1	4	45
Longitude	*retranchez*	6	0	0
Heure de Paris correspondante le 23		19	4	46
Æ de Mercure		21	12	58
Æ moyenne du soleil le 23 à midi	−	20	7	25
Heure approchée		1	5	33
Table XCVIII, réduction	−	0	0	10.74
Heure T. M. du passage demandé		1	5	22.26

PROBLÈME VIII.

Connaissant l'heure vraie du lieu, comptée astronomiquement, déterminer l'angle horaire d'un astre, et conversion d'un intervalle de temps moyen en un intervalle de temps vrai.

L'angle horaire d'un astre est celui qui est formé au pôle élevé par le demi-méridien supérieur et le cercle de déclinaison de l'astre; cet angle, toujours plus petit que 12 heures ou 180 degrés, a pour mesure la différence en ascension droite qui existe à l'instant donné entre le demi-méridien supérieur et le cercle de déclinaison de l'astre ou le complément de cette différence à 24 heures ou 360 degrés.

1. Pour le soleil, l'angle horaire est égal à l'heure vraie du lieu après midi, et il est égal au complément de l'heure vraie à 24 heures avant midi.

2. Pour la lune, une étoile ou une planète, prenez dans la seconde page du mois de la *Connaissance des Temps* l'ascension droite vraie du soleil pour l'heure temps moyen de Paris correspondante à l'instant donné (Probleme III), que vous ajouterez à l'heure T. V. astronomique du lieu (si la somme surpasse 24 heures, diminuez-la de cette quantité), vous aurez l'ascension droite du demi-méridien supérieur, que vous convertirez en degrés.

3. La différence entre l'ascension droite du méridien et l'ascension droite de la lune, de l'étoile ou de la planète (calculée pour l'instant donné, converti en temps moyen), ou le complément de cette différence à 360°, donnera l'angle horaire demandé.

Exemple 1. L'heure vraie du lieu étant de $4^h\ 25^m\ 12^s$, on demande l'angle horaire du soleil.

Angle horaire demandé, en temps	$4^h\ 25^m\ 12^s$
en degrés	66° 18' 0"

Exemple 2. On demande l'angle horaire du soleil correspondant à $20^h\ 45^m\ 18^s$ T. V.

Angle horaire demandé, en temps	$3^h\ 14^m\ 42^s$
en degrés	48° 40' 30"

De la conversion d'un intervalle de T. M. en un intervalle de T. V. L'usage des montres marines conduit souvent à cette opération; pour l'effectuer, on remarquera que la colonne *différence* du temps moyen au midi vrai, insérée dans la Connaissance des Temps, fait connaître de combien la longueur du jour vrai diffère ou surpasse celle du jour moyen.

Elle en diffère, lorsque le temps moyen au midi vrai va en augmentant.

Elle surpasse, lorsque le temps moyen au midi vrai va en diminuant.

Dans le premier cas, la partie proportionnelle du nombre de la colonne *différence*, donne ce qu'il faut retrancher d'un intervalle exprimé en T. M. pour le convertir en un intervalle de T. V.

Dans le second cas, le nombre de cette colonne *différence*, fournit la partie proportionnelle qu'il faut ajouter à un intervalle en temps moyen pour le convertir en temps vrai.

Réciproquement, cette colonne *différence* fait connaître de combien le jour moyen avance ou retarde sur le jour vrai, et par conséquent donnerait la partie proportionelle qu'il faudrait ajouter à un intervalle de temps vrai, ou lui retrancher pour le convertir en un intervalle de temps moyen.

Exemple 3. Le 2 Octobre 1836, des hauteurs du soleil ont été observées pour déterminer la longitude du lieu par la montre marine n.° 2 (de la page 91), et à $8^h\ 35^m\ 19^s,65$ du matin T. V. du lieu, la montre n.° 2 marquait $3^h\ 11^m\ 8^s,61$; cela posé, après avoir fait route, qui a donné 20' à l'Est, on a observé des distances de la lune au soleil, dont la moyenne a donné pour heure correspondante à la montre n.° 2, $11^h\ 10^m\ 24^s,42$. On demande l'heure T. V. du second lieu, c'est-à-dire, l'angle horaire du soleil.

Heure à la montre, second lieu		11^h	10^m	$24^s 42$
premier lieu	−	3	11	10.61
Intervalle donné par la montre		7	59	13.81
P. prop. de la { marche diurne + $7^s 19$; dif. du jour vr. + 6.15 }	+	0	0	13.34
Intervalle en temps vrai		7	59	27.15
Heure T. V. du premier lieu le matin	+	8	35	19.65
Heure T. V. du premier lieu le soir		4	34	46.80
Différence en longitude	+	0	1	20.00
Heure T. V. du second lieu ou angle hor.		4	36	6.80
Angle horaire du ☉ en degrés		69°	1'	42"

Exemple 4. Le 21 Novembre 1836, la longitude du lieu a été déterminée par des hauteurs du soleil et au moyen de la montre n.° 3 (de la page 91), et à $6^h\ 28^m\ 3^s,49$ du soir T. V., cette montre marquait $2^h\ 20^m\ 30^s,79$; cela posé, on a fait route, qui a donné 1° de différence en longitude à l'Ouest, et dans ce lieu on a fait des observations de distances de la lune à Jupiter, dont la moyenne correspondait à $15^h\ 3^m\ 6^s,89$ de la montre n.° 3. On demande l'heure T. V. du second lieu, c'est-à-dire, l'angle horaire du soleil.

Heure à la montre, second lieu		15^h	3^m	$6^s 89$
premier lieu		2	20	30.79
Intervalle donné par la montre		12	42	36.10
P. prop. de la { marche diurne − $6^s 10$; dif. du jour vr. − 8.42 }	−			14.52
Intervalle en temps vrai		12	42	21.58
Heure T. V. du premier lieu le soir		6	28	3.49
Heure T. V. du premier lieu astr.		19	10	25.07
Différence en longitude	−	0	4	0.00
Heure T. V. du second lieu		19	6	25.07
Angle horaire du ☉ (compl. à 24^h)		4	53	34.93

Exemple 5. Le 1 Octobre 1836, à $20^h\ 35^m\ 19^s,65$ T. V., étant par 57° de longitude Ouest, on demande l'angle horaire de la lune, de Régulus et de Vénus.

Heure du lieu le 1, T. V. astronom.	20^h	35^m	19^s65
Longitude en temps *ajoutez*	3	48	0.0
Heure de Paris le 2, T. V.	0	23	19.65
Temps moyen au midi vrai *ajoutez*	11	49	16.35
Heure de Paris le 2, T. M. *somme*	0	12	36.00
Ascension droite vraie du soleil	12	34	12.09
Heure du lieu T. V. astronomique le 1	20	35	19.65
Asc. dr. du mérid. { en heures *somme* − 24^h	9	9	31.74
Asc. dr. du mérid. { en degrés	137°	22'	56"1
Æ de la lune 97° 5' 37"8 } Corr. des diff. sec. + 0 0 0.6 }	97	5	38.4
Angle horaire de la lune *différence*	40	17	17.7
Ascension droite du méridien	137°	22'	56"1
Æ de Vénus $14^h\ 6^m\ 21^s,4$ en degrés	211	35	21.0
Angle horaire de Vénus *différence*	74	12	24.9
Ascension droite du méridien	137°	22'	56"1
Æ ap. de Rég. (p. 240) $9^h\ 59^m\ 38^s,60$ ou	149	54	39.0
Angle horaire de Régulus *différence*	12	31	42.9

Exemple 6. Le 21 Novembre 1836, à $19^h\ 6^m\ 25^s,07$ T. V., étant par 44° de longitude Est, on demande l'angle horaire de la lune, d'Aldébaran et de Jupiter.

Heure du lieu le 21, T. V. astronom.	19^h	6^m	25^s07
Longitude en temps *retranchez*	2	56	0
Heure de Paris le 21, T. V.	16	10	25.07
Temps moyen au midi vrai *ajoutez*	11	46	19.93
Heure de Paris le 21 T. M. *somme*	15	56	45.10
Ascension droite vraie du soleil	15	58	58,83
Heure du lieu T. V. astronomique, le 21	19	6	25.07
Asc. dr. du mérid. { en heures *somme* − 24^h	11	5	23.90
Asc. dr. du mérid. { en degrés	166°	20'	58"5
Æ de la lune 45° 8' 24"7 } Corr. des diff. sec. − 0 0 44.2 }	45	7	40.5
Angle horaire de la lune *différence*	121	13	18.0
Ascension droite du méridien	166°	20'	58"5
Æ ap. d'Aldéb. (p. 233) $4^h\ 26^m\ 34^s,54$ ou	66	38	38.1
Angle horaire d'Aldébaran *différence*	99	42	20.4
Ascension droite du méridien	166°	20'	58"5
Æ de Jupiter $9^h\ 22^m\ 10^s$ en degrés	140	32	30.0
Angle horaire de Jupiter *différence*	25	48	28.5

Exemple 7. Le 24 Septembre 1836, la montre marine n.° 4 (de la page 91) marquait $11^h\ 40^m\ 0^s,43$; le même jour elle marquait $24^h\ 54^m\ 45^s,33$. On demande l'intervalle de temps écoulé de la première heure à la seconde, exprimé en temps vrai.

Seconde heure à la montre n.° 4	24^h	54^m	45^s33
Première heure	11	40	0.43
Intervalle de temps par la montre	13	14	44.90
Part. prop. de la marche diurne +			15.10
Intervalle en temps moyen	13	15	0.00
P. pr. de la dif. entre le j. V. et le j. M. +			11.35
Intervalle exprimé en temps vrai	13	15	11.35

Exemple 8. Le 9 Octobre 1836, la montre marine n.° 1 (de la page 91) marquait $7^h\ 40^m\ 38^s,29$; le même jour elle marquait $13^h\ 55^m\ 42^s,79$; on demande l'intervalle de temps écoulé de la première heure à la seconde, exprimé en temps vrai.

Deuxième heure à la montre n.° 1	13^h	55^m	42^s79
Première heure	7	40	38.29
Intervalle de temps par la montre	6	15	4.50
Part. prop. de la marche diurne −			4.50
Intervalle en temps moyen	6	15	0.00
P. pr. de la dif. entre le j. V. et le j. M. +			4.07
Intervalle exprimé en temps vrai	6	15	4.07

Remarque. Si la différence entre l'ascension droite du méridien et l'ascension droite de l'astre est nulle, l'astre se trouvera au demi-méridien supérieur; mais si cette différence est de 12 heures ou de 180 degrés, l'astre sera au demi-méridien inférieur. Il résulte de là un moyen facile de reconnaître quels sont les astres qui sont au méridien d'un lieu à un instant donné; pour y parvenir, il suffira de déterminer par approximation, l'ascension droite du méridien correspondante à l'heure approchée, puis de chercher dans un catalogue d'étoiles ou dans les lieux des planètes, celles dont les ascensions droites sont à peu près égales à celle du méridien ou qui en diffèrent d'environ 12 heures; dans chacun de ces cas les astres seront au méridien du lieu, et il ne s'agira plus que de faire usage de leurs déclinaisons pour pouvoir distinguer ces astres les uns des autres.

PROBLÊME IX.

Pour l'intelligence de ce problême, nous rappellerons qu'en général *l'horizon* est toujours un plan perpendiculaire à la *verticale* du lieu, c'est-à-dire à la droite indiquée par la direction que prend le *fil-à-plomb*, et qui étant prolongée jusqu'à la rencontre de la sphère céleste apparente, y détermine le zénit et le nadir.

On distingue trois sortes d'horizons ; 1.° *L'horizon astronomique* ou *vrai*, dont le plan passe par le centre de la terre, son intersection avec la sphère céleste détermine un grand cercle qui la divise en deux hémisphères égaux, c'est à cet horizon que les hauteurs vraies des astres sont rapportées. 2.° *L'horizon sensible*, dont le plan passe par l'œil de l'observateur et détermine dans la sphère céleste un petit cercle, placé au-dessus de l'horizon astronomique et à une distance égale à la longueur du rayon de la terre augmenté de l'élévation de l'œil au-dessus de sa surface. 3.° *L'horizon de la mer* ou *apparent* et le seul visible dont le plan sert de base à un cône droit, ayant son sommet à l'œil de l'observateur, et pour surface convexe, la réunion de tous les rayons visuels qui paraissent être menés tangents à la surface de la mer ; cet horizon détermine dans la sphère céleste un petit cercle qui sépare la partie visible du ciel de la partie invisible, et qui est placé au-dessous de l'horizon astronomique à une distance angulaire nommée *dépression de l'horizon ;* c'est à ce petit cercle que toutes les hauteurs observées sont rapportées.

Puisque ces horizons sont perpendiculaires à la verticale, on peut en conclure qu'ils sont parallèles entre eux et qu'ils ont pour pôles communs le zénit et le nadir.

Soit T (*fig.* 37) le centre de la terre, qui sera aussi celui de la sphère céleste apparente, TB le rayon de la terre supposée sphérique, A l'œil de l'observateur élevé au-dessus de la surface de la mer d'une quantité BA, et $HZON$ une section quelconque de la sphère céleste par un plan passant par le point A et le centre T.

La ligne AB prolongée donnera ZN pour la verticale du lieu, et les points Z et N pour le zénit et le nadir ; si dans le plan $HZON$ et par les points T et A on mène les lignes HO et ho perpendiculaire à ZN, la première représentera l'horizon astronomique ou vrai, et la seconde l'horizon sensible ; et si dans le même plan et par le point A on mène la tangente AC prolongée jusqu'en h', la ligne $h'o'$ menée perpendiculairement à la verticale représentera l'horizon de la mer ou visuel.

En général, on nomme *hauteur* d'un astre sa distance angulaire à l'un des horizons. 1.° Elle prend le nom de *hauteur observée* lorsqu'elle est la distance angulaire de l'astre à l'horizon de la mer, c'est-à-dire l'angle SAh', ayant son sommet à l'œil de l'observateur et dont les côtés sont formés par les rayons visuels AS' et Ah' menés à l'astre et à l'horizon de la mer. 2.° La *hauteur apparente*, qui est la distance angulaire de l'astre à l'horizon sensible, c'est-à-dire, l'angle SAh ayant son sommet à l'œil de l'observateur et dont les côtés sont les rayons visuels AS et Ah (le dernier est compris dans le plan de l'horizon sensible). 3.° La *hauteur vraie*, qui est la distance angulaire de l'astre à l'horizon astronomique ou vrai, ou l'angle STH ayant son sommet au centre de la terre et dont les côtés sont les rayons visuels TS et TH supposés menés de ce centre à l'astre et à l'horizon vrai.

L'image ou *disque* d'un astre, c'est l'aspect sous lequel on l'aperçoit, et par conséquent le cercle dont la circonférence est déterminée par la réunion des points ou les tangentes menées de l'œil de l'observateur à la surface sphérique de l'astre, cette circonférence reçoit le nom de *bord* ou *limbe* de l'astre et son rayon celui de *demi-diamètre apparent*, ainsi le demi-diamètre apparent d'un astre est l'angle formé par deux droites menées de l'œil de l'observateur, l'une au centre de l'astre et l'autre à l'un des points du limbe.

Le demi-diamètre apparent d'un astre se nomme *central*, lorsqu'il est supposé vu du centre de la terre ; *horizontal* lorsqu'il est vu à l'horizon, et en *hauteur* lorsqu'il est vu élevé au-dessus de l'horizon.

Cela posé, nous allons faire connaître toutes les corrections à faire aux hauteurs observées pour les dégager des effets de quelques illusions optiques qui les affectent et pour les rapporter au centre de la terre.

Soit T (*fig.* 38) le centre de la terre, Bxf une section de sa surface par le vertical de l'astre s, et $iunk$ l'extrémité supérieure de l'atmosphère, qui peut être regardée comme étant formée de plusieurs couches concentriques comprises entre les arcs ik, xl, etc. dont la première est extrêmement rare et dont les densités des autres vont successivement en augmentant jusqu'à la surface de la terre. Le cercle Sm représente une section de l'astre par le même vertical ; A l'œil de l'observateur, Z son zénit, HT l'horizon vrai, hA l'horizon sensible, et $h'o'$ celui de la mer.

On sait d'abord qu'un rayon de lumière qui traverse un milieu dont la densité augmente, souffre une *réfraction*, parce qu'il s'approche de la perpendiculaire à la surface des couches qu'il traverse successivement. Par cette raison, le rayon de lumière mn (qui dans le cas où il traverserait l'atmosphère en ligne droite, irait à l'œil A de l'observateur) arrivé à la première couche de l'atmosphère en n, commence à dévier et sa déviation va en augmentant à mesure qu'il parvient à des couches de plus en plus denses en décrivant la courbe nx. D'où il résulte que l'observateur A ne pourra voir le point m par le rayon lumineux mnx.

Mais comme *un point lumineux est le centre d'une sphère de lumière qui s'étend indéfiniment de tous côtés*, un autre rayon mu (qui dans le cas où il ne changerait pas de direction, parviendrait directement en d et passerait au-dessus de l'œil A) décrit la courbe uA et alors l'observateur A verra le point m dans la direction Am' de la tangente à la courbe uA.

D'où il résulte que l'observateur A verra le bord inférieur de l'astre mm', et pourra observer sa hauteur au-dessus de l'horizon de la mer en mesurant l'angle $m'Ah'$, que forme la droite Am' menée à ce bord avec la droite AC supposée tangente à la surface de la mer et dont le prolongement rencontre la sphère céleste en h'. La hauteur vraie du centre étant STH, il est évident que pour la déduire de la hauteur observée $m'Ah'$, il faudra faire à celle-ci les corrections suivantes :

1.° De $m'Ah'$, retrancher hAh' (ou la dépression de l'horizon, voyez l'explication de la Table II), ce qui donnera pour reste $m'Ah$, ou la hauteur apparente du bord inférieur (c'est-à-dire sa hauteur sur l'horizon sensible).

2.° De $m'Ah$, si l'on en retranche l'angle $h'Am$ (ou *la réfraction astronomique*) l'on aura mAh, c'est-à-dire la hauteur apparente du bord inférieur corrigée de la réfraction.

3.° Si à cette hauteur corrigée mAh, qui est l'un des angles intérieurs du triangle mAp, on ajoute l'un des deux autres angles Amp (qui se nomme *parallaxe en hauteur* du point m), la somme donnera l'angle externe mph de ce triangle, qui est égal à son correspondant mTH c'est-à-dire à la hauteur vraie du bord observé.

4.° Enfin, si à l'angle mTH nous ajoutons mTS (ou le *demi-diamètre apparent* vu du centre de la terre) nous aurons pour somme STH, c'est-à-dire la hauteur vraie du centre.

En réunissant ces corrections nous aurons donc :

$$STH = m'Ah' - hAh' - m'Am + Amp + mTS.$$

C'est-à-dire : de la hauteur observée du bord inférieur, 1.° retranchez la dépression, vous aurez la hauteur apparente de ce bord, 2.° de laquelle vous retrancherez la réfraction correspondante, 3.° puis au second reste vous ajouterez la parallaxe en hauteur qui lui correspond, cela vous donnera la hauteur vraie du bord observé, 4.° puis ajoutant à cette dernière le demi-diamètre apparent central, vous aurez enfin la hauteur vraie du centre de l'astre (de cette manière on est dispensé de calculer l'augmentation du demi-diamètre lorsqu'il s'agit de la lune).

Lorsque les hauteurs apparente et vraie du centre de l'astre doivent entrer dans le même calcul (celui des distances lunaires), il faut opérer de la manière suivante : après avoir obtenu $m'Ah$ c'est-à-dire, la hauteur apparente du bord inférieur observé, il faudra ajouter à cette hauteur, l'angle $S'Am'$ (qui doit être le demi-diamètre relatif à cette hauteur et le diminuer de l'accourcissement causé par la réfraction), la somme donnera $S'Ah$, ou la hauteur apparente du centre, puis de cette hauteur retranchant $S'AS$ (ou la réfraction pour la hauteur apparente du centre), l'on obtiendra SAh, c'est-à-dire, la hauteur apparente du centre corrigée de la réfraction, et enfin à cette dernière hauteur ajouter ASp' (ou la parallaxe pour cette hauteur), la somme donnera $Sp'h = STH$, c'est-à-dire la hauteur vraie du centre.

Ainsi nous aurons $STH = m'Ah' - h'Ah + SAm' - S'AS + ASp'$

ou bien comme la hauteur apparente du centre $SAh = m'Ah' - h'Ah + S'Am'$

$$STH = SAh - S'AS + ASp'.$$

Il ne faut pas oublier que les réfractions et les parallaxes employées, sont calculées pour les hauteurs réduites qui précèdent immédiatement la correction de la réfraction, et celle qui précède la correction de la parallaxe.

Si l'on avait observé la hauteur du bord supérieur, c'est-à-dire l'angle $n'Ah'$, pour comprendre ce cas dans la fig. 38, il suffirait de mener une ligne nT, qui remplacerait la ligne mT; cela fait, il est évident que les corrections doivent etre faites de la meme manière, à l'exception du demi diamètre central, ou du demi-diamètre en hauteur diminué de l'accourcissement, qui deviendra soustractif, pour réduire l'angle nTH, à l'angle STH.

Dans diverses circonstances il est nécessaire de déduire de la hauteur vraie calculée, soit la hauteur apparente du centre, soit celle qu'aurait donné l'observation; il est évident qu'il faudra suivre un ordre inverse, c'est-à-dire, appliquer à la hauteur vraie toutes les corrections dans un sens contraire, mais en faisant attention aux légères modifications qui sont indiquées dans le Problème où il s'agit de calculer la hauteur vraie d'un astre.

Hauteurs du soleil.

1. La rectification de l'octant ou du sextant doit s'ajouter à la hauteur observée ou s'en retrancher, selon que le o du vernier tombe à droite ou à gauche du o du limbe, lorsque les deux miroirs sont parallèles; cette correction doit etre toujours determinée immédiatement avant ou après les observations. (Nous ajouterons à ce qui a éte dit page 13, que le moyen le plus exact et le plus simple d'obtenir cette correction, c'est de mettre en contact l'image réfléchie du soleil avec son image directe, en tenant l'instrument de manière à ce que la ligne des centres de ces deux disques tangens soit parallèle au plan de l'instrument, puis lire sur le limbe le nombre de degrés et de minutes marqué par l'alidade, en prenant pour point de départ de la lecture une des divisions de degrés du limbe placée à la droite de son zéro: cela posé, viser de nouveau au soleil et faire mouvoir l'alidade de maniere à ce que l'image réflechie passe sur l'image directe pour mettre en contact les deux autres bords de ces images, la ligne des centres des deux disques tangens, étant toujours parallèles au plan de l'instrument; lire comme on l'a fait à la suite de la première observation, le nombre de degrés et de minutes marqués par l'alidade, en prenant pour point de départ la même division de degré déjà employée; ces deux arcs doivent différer entre eux de la grandeur du diamètre apparent de l'astre, c'est-à-dire d'environ 32 minutes, et leur demi-somme donnera la distance angulaire du point du limbe à la division de degré employée dans les deux lectures, auquel répondra le zéro du vernier pour que les deux miroirs soient parallèles, et par conséquent celui d'où l'on doit commencer à compter les angles observés. Il ne reste plus qu'à déterminer la valeur et le signe de la rectification, ou ce qui est de même, la distance de ce point du limbe à son zero ainsi que sa position; pour y parvenir prenez la différence entre la demi-somme trouvée et la distance du point de départ des lectures au zéro du limbe, vous aurez la valeur de la rectification, qui sera *additive* si la demi-somme est la plus petite, sera *nulle* si la demi-somme est égale à la distance du point de départ au zéro du limbe, et *soustractive* si cette demi-somme est la plus grande).

2. Cherchez dans la Table II, avec l'élévation de l'œil (ou plus exactement du plus élevé des deux miroirs), la dépression de l'horizon; retranchez-la de l'angle observé, corrigé de la réfraction, vous aurez la hauteur apparente du bord observé.

3. Avec la hauteur apparente du bord, vous trouverez dans la Table V la réfraction moyenne diminuée de la parallaxe du soleil, que vous retrancherez de la hauteur, le reste sera la hauteur vraie du bord observé.

4. Prenez dans la Table XVIII ou dans la seconde page de chaque mois de la Connaissance des Temps, le demi-diametre du soleil, vous l'ajouterez à la hauteur vraie du bord inférieur observé, la somme vous donnera la hauteur vraie du centre du soleil.

Exemple 1. Le 13 Janvier 1836, on a pris avec un sextant, plusieurs hauteurs du bord inférieur du soleil. La hauteur moyenne était de 10° 28' 30"; la rectification

Exemple 2. Le 19 Mai 1836, on a observé avec un sextant, plusieurs hauteurs du bord inférieur du soleil. La hauteur moyenne était de 9° 17' 15", la rectification

de l'instrument — 3' 10" ; l'élévation de l'œil de 15 pieds. On demande la hauteur vraie du centre.

Hauteur observée		10°	28'	30"
Rectification de l'instrument	—	0	3	10
Hauteur observée corrigée de la rectific.		10	25	20
Dépression pour 15 pieds (Tab. II)	—	0	3	55
Hauteur apparente du bord inférieur		10	21	25
Réfrac. moyenne — parall. (Tab. V)	—	0	5	1
Hauteur vraie du bord observé		10	16	24
Demi-diam. central (Connais. des T.)	+	0	16	17
Hauteur vraie du centre		10	32	41

de l'instrument de + 1' 20" ; l'élévation de l'œil de 19 pieds. On demande la hauteur vraie du centre.

Hauteur observée		9°	17'	15"
Rectification de l'instrument	+	0	1	20
Hauteur observée corrigée de la rectific.		9	18	35
Dépression pour 19 pieds (Tab. II)	—	0	4	25
Hauteur apparente du bord inférieur		9	14	10
Réfrac. moyenne — parallaxe (Tab. V)	—	0	5	36
Hauteur vraie du bord observé		9	8	34
Demi-diam. central (Connais. des T.)	+	0	15	50
Hauteur vraie du centre		9	24	24

Remarque. Comme l'exactitude avec laquelle on doit obtenir un résultat, dépend de l'emploi qui doit en être fait, si les deux hauteurs précédentes devaient être employées à calculer l'azimut du soleil, pour déterminer la déclinaison de l'aiguille aimantée ou si ces hauteurs étaient méridiennes pour servir à déterminer la latitude ; on pourrait se procurer les hauteurs vraies de la manière suivante : ayant trouvé la hauteur observée corrigée de la rectification, prendre dans la Table III, avec cette hauteur et l'élévation de l'œil, la quantité *additive* pour obtenir la hauteur vraie du centre.

Haut. observée corrigée de la rectificat.		10°	25'	20"
Table III avec 10° et 15 pieds + 6',9 ou	+	0	6	54
Hauteur vraie du centre		10	32	14

Haut. observée corrigée de la rectificat.		9°	18'	35"
Table III avec 9° et 19 pieds + 5',9 ou	+	0	5	54
Hauteur vraie du centre		9	24	29

Pour corriger les réfractions moyennes du poids et de la température de l'atmosphère, servez-vous des Tables VI et VII ; mais avant de faire usage de la dernière, vérifiez si la faute d'impression indiquée dans l'errata a été corrigée. Cette faute consiste en ce que dans la Table VII, l'argument inférieur se trouve avoir des signes contraires à ceux dont il devait être affectés, ainsi lisez :

+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	—	—	—	—	—	—
10.	9.	8.	7,1.	6,1.	5,2.	4,3.	3,4.	2,4.	1,4.	0,8.	0,2.	1	1,9.	2,7.	3,5.	4,3.	5,1 etc.

Exemple 3. Le 23 Mars 1836, on a observé avec un cercle à réflexion, six hauteurs du bord inférieur du soleil, dont la moyenne était de 11° 24' 35" ; l'élévation de l'œil était de 14 pieds ; la hauteur du baromètre de 0m,764 ; celle du thermomètre centigrade 20 degrés. On demande la hauteur vraie du centre.

Hauteur observée		11°	24'	35"
Dépression pour 14 pieds (Tab. II)	—	0	3	47
Hauteur apparente du bord inférieur		11	20	48
Réfract. moyenne — parall. (Tab. V)	—		4	34.5
Hauteur vraie approchée du bord observé		11	16	13.5
Corr. pour 764 et 11° (Tab. VI)	+		0	1.5
Corr. pour 20° et 11° 20' (Tab. VII)	—		0	10.2
Hauteur vraie du bord observé		11	16	4.8
Demi-diamètre central (Conn. des T.)	+		16	3.7
Hauteur vraie du centre		11	32	8.5

Exemple 4. Le 25 Décembre 1836, des hauteurs du bord inférieur du soleil ont été prises avec un cercle de réflexion, qui ont donné pour hauteur moyenne 12° 28' 30" ; l'élévation de l'œil était de 16 pieds ; celle du baromètre de 0m,752 ; et celle du thermomètre centigrade 4 degrés. On demande la hauteur vraie du centre.

Hauteur observée		12°	28'	30"
Dépression pour 16 pieds (Tab. II)	—	0	4	3
Hauteur apparente du bord inférieur		12	24	27
Réfract. moyenne — parall. (Tab. V)	—	0	4	11
Hauteur vraie approchée du bord observé		12	20	16
Corr. pour 752 et 12° 24' (Tab. VI)	—		0	2.7
Corr. pour + 4° et 12° 24' (Tab. VII)	+		0	5.7
Hauteur vraie du bord		12	20	19.
Demi-diamètre central (Conn. des T.)	+		16	17.7
Hauteur vraie du centre		12	36	36.7

Remarque 1. Dans les exemples précédens nous avons supposé que les hauteurs avaient été observées à l'horizon de la mer ; si les observations ont été faites à l'horizon artificiel, il faudra diviser la somme des angles observés par le double du nombre des observations ; le quotient sera la hauteur moyenne de celui des deux bords qui aura été observé. Si pour éviter l'addition ou la soustraction du demi-diamètre, on a observé alternativement le double de la hauteur du bord inférieur et celui de la hauteur du bord supérieur ; alors on obtiendrait directement la hauteur moyenne du centre, en divisant la somme des angles marqués par l'instrument, par le double du nombre des observations. Dans chacun de ces cas, la hauteur moyenne, provenant de l'usage du sextant, ne doit

être corrigée que de la moitié de la rectification de l'instrument pour obtenir soit la hauteur apparente du bord observé soit la hauteur apparente du centre, avec l'une ou l'autre on cherchera comme précédemment la hauteur vraie du centre.

Exemple 1. Le 7 Avril 1836, on a observé avec un sextant une série composée de six hauteurs du bord inférieur du soleil à l'horizon artificiel, la rectification de l'instrument était de − 3' 30'', la hauteur du baromètre de 746 millimètres, et celle du thermomètre de − 2°,7 centigrades. On demande les hauteurs apparente et vraie du centre.

Observations des hauteurs du bord inférieur du soleil.		24°	5'	30''
		24	20	30
		24	34	45
		24	51	15
		25	7	30
		25	23	30
somme		148	23	0
Hauteur du bord inférieur, *le douzième*		12	21	55
Rectification de l'instrument, *la moitié*	−		1	45
Hauteur apparente du bord inférieur		12	20	10
Demi-diamè. (Conn. des T.) 16' 0''9 / Accourcissem.[t] (T. XXI) − 5.4	+		15	55.5
Hauteur apparente du centre		12	36	5.5
Réfract. moyenne − parall. (Tab. V)	−	0	4	7.0
Hauteur vraie approchée du centre		12	31	58.5
Baromètre (Table VI)	−		0	4.7
Thermomètre (Table VII)	+		0	12.8
Hauteur vraie du centre		12	32	6.6

Exemple 2. Le 18 Août 1836, on a observé avec un sextant, une série composée de six hauteurs du soleil à l'horizon artificiel, en prenant alternativement le bord inférieur et le bord supérieur; la rectification de l'instrument était de + 2' 20''; la hauteur du baromètre de 780 millimètres, et celle du thermomètre de 28° centigrades. On demande les hauteurs appar. et vr. du centre.

Observations alternatives des bords inférieur et supérieur du soleil.		23°	2'	15''
		23	17	45
		23	32	0
		23	47	30
		24	1	15
		24	16	15
somme		141	57	0
Hauteur du centre, *le douzième*		11	49	45
Rectification de l'instrument, *la moitié*	+		1	10
Hauteur apparente du centre		11	50	55
Réfract. moyenne − parall. (Tabl. V)	−		4	23
Hauteur vraie approchée du centre		11	46	32
Baromètre (Table VI)	+		0	7.2
Thermomètre (Table VII)	−		0	17.4
Hauteur vraie du centre		11	46	21.8

Exemple 3. Le 6 Janvier 1836, on a observé avec un cercle une série composée de six hauteurs du soleil à l'horizon artificiel, en prenant alternativement le bord inférieur et le bord supérieur, le point de départ était de 4° 20', celui d'arrivée de 130° 26', la hauteur du baromètre de 778 millimètres, et celle du thermomètre de − 5°,1 centigrade. On demande la haut. vraie du centre.

Point de dép. ou lieu de l'alid. du gr. mir.		4°	20'	0''
Point d'arrivée ou lieu de la même alidade		130	26	0
Arc parcouru *différence*		126	6	0
Hauteur appar. du centre, *le douzième*		10	30	30
Réfract. moyenne − parall. (Tabl. V)	−		4	56
Hauteur vraie approchée du centre		10	25	34
Correct. pour le baromètre (Tab. VI)	+		0	7.2
Correct. pour le thermom. (Tabl. VII)	+		0	18.4
Hauteur vraie du centre		10	25	59.6

Exemple 4. Le 11 Juillet 1836, on a observé avec un cercle une série composée de six hauteurs du bord inférieur du soleil à l'horizon artificiel; pour commencer la série, l'alidade du grand miroir était placée sur 6° 24' 30'', à la fin cette alidade s'est trouvée sur 159° 27' 30''; la hauteur du baromètre de 740 millimètres, et celle du thermomètre de 30° centigrades. On demande la hauteur vraie du centre.

Position de l'alidade au commencement		6°	24'	30''
à la fin de la série		159	27	30
Arc parcouru *différence*		153	3	0
Haut. appar. du bord infér., *le douzième*		12	45	15
Réfract. moyenne − parall. (Tab. V)	−	0	4	4
Haut. vraie approchée du bord inférieur		12	41	11
Corr. pour le baromètre (Tab. VI)	−		0	6.6
thermomètre (Tab. VII)	−		0	17.5
Hauteur vraie du bord inférieur		12	40	46.9
Demi-diamètre central (Conn. des T.)	+		15	45.7
Hauteur vraie du centre		12	56	32.6

Hauteur de la lune.

Les corrections à faire à la hauteur observée de l'un des bords de la lune au sextant, pour la réduire en hauteur apparente et vraie du centre, sont les mêmes que celles qui ont été faites à la hauteur du soleil.

1. Déterminez l'heure de Paris T. M. correspondante à l'heure du lieu de l'observation (Probl. II et II *bis*), pour laquelle vous calculerez la parallaxe horizontale équatoriale de la lune (Probl. III); de cette parallaxe retranchez une quantité donnée par la Table XX pour obtenir celle qui convient à la latitude du lieu.

2. Corrigez la hauteur observée de la rectification de l'instrument, et retranchez la dépression de l'horizon. Ces deux corrections faites, vous aurez la hauteur apparente du bord observé.

3. Cherchez dans la Table XXIII le demi diamètre horizontal ou central correspondant à la parallaxe horizontale équatoriale, que vous corrigerez de l'accourcissement donné par la Table XXI et de l'augmentation donnée par la Table XXIV; vous ajouterez ce diamètre corrigé a la hauteur apparente du bord inférieur ou vous le retrancherez de celle du bord supérieur, cela vous donnera la hauteur apparente du centre.

4. Maintenant avec la parallaxe horizontale réduite à la latitude du lieu et la hauteur apparente du centre, prenez dans la Table XXVI la parallaxe en hauteur, diminuée de la réfraction, que vous ajouterez à la hauteur apparente du centre, et vous aurez la hauteur vraie du même point.

Pour les cas qui demanderaient plus de précision, prenez dans la Table VI la correction relative à l'état du baromètre, et dans la Table VII la correction dépendante du thermomètre, pour les appliquer avec un signe contraire au nombre donné par la Table XXVI.

On peut aussi se procurer la hauteur vraie du centre de la lune sans passer par la hauteur apparente de ce point; pour y parvenir, avec la parallaxe horizontale réduite à la latitude du lieu et la hauteur apparente du bord observé, prenez dans la Table XXVI la parallaxe en hauteur diminuée de la réfraction, que vous corrigerez, s'il y a lieu, de l'état de l'atmosphère Tables VI et VII; cette parallaxe en hauteur moins la réfraction, ainsi corrigée, étant ajoutée à la hauteur apparente du bord observé, vous donnera pour somme la hauteur vraie du meme bord; ensuite ajoutez ou retranchez le demi-diamètre horizontal ou central, tel qu'il est donné par la Table XXIII, vous aurez la hauteur vraie du centre de la lune.

Exemple 1. Le 5 Avril 1836, étant par 50° de latitude Sud et par 45° de longitude Ouest à $7^h\ 30^m$ du matin T. V., on a trouvé que la hauteur moyenne observée du bord inférieur de la lune était de 13° 40' 20"; la rectification de l'instrument de + 3' 40"; l'élévation de l'œil de 25 pieds; la hauteur du baromètre de 764 millimètres, et celle du thermometre centigrade de + 18°. On demande les hauteurs vraie et apparente du centre.

Heure du lieu le 4 Avril T. V.			19^h	30^m	0^s
Longitude en temps		*ajoutez*	3	0	0
Heure de Paris T. V. le 4			22	30	0
Temps moyen au midi vrai		*ajoutez*	0	2	41.7
Heure de Paris T. M. le 4		*somme*	22	32	41.7
Parall. équatoriale (Connais. des Temps)			0°	59'	47"8
Diminotion pour 50° de latit. (T. XX)		−		0	7.2
Parrallaxe horiaontale corrigée			0	59	40,6
Demi-diam. horiaontal (Tab. XXIII)			0	16	18.1
Hauteur observée du bord inférieur			13°	40'	20"
Rectification de l'instrumeot		+	0	3	40
			13	44	0
Dépression pour 26 pieds (Table II)		−	0	5	10
Hauteur apparente du bord inférieur			13	38	50
Demi-diamèt. horiaontal	0° 16' 18"1				
Augmentation (T. XXIV) +	0 4.0	+	0	16	17.8
Accourcissem.t (T. XXI) −	0 4.3				
Hauteur apparente du centre			13	55	7.8
Paral. − refr. (T. XXVI)	54' 6"0				
Baromètre (Tab. VI) −	1.2	+		54	11.5
Thermomètre (T. VII) +	6.7				
Hauteur vraie du centre			14	49	19.3

Exemple 2. Le 23 Juillet 1836, par 38° de latitude Sud et par 50° de longitude Est, on a trouvé à $4^h\ 50^m$ T. V. du soir, que la hauteur moyenne observée du bord supérieur de la lune était de 52° 4' 10"; la rectification de l'instrument de − 2' 40"; l'élévation de l'œil de 24 pieds; la hauteur du baromètre de 747 millimètres, et celle du thermometre de + 3° à l'echelle centigrade. On demande les hauteurs vraie et apparente du centre.

Heure du lieu le 23 Juillet T. V.			4^h	50^m	0^s
Longitude en temps		*retranchez*	3	20	0
Heure de Paris T. V. le 23			1	30	0
Temps moyen au midi vrai		*ajoutez*	0	6	7.4
Heure de Paris T. M. le 23		*somme*	1	36	7.4
Parall. équatoriale (Connais. des Temps)			0°	59'	27"2
Diminutioo pour 38° de latit. (T. XX)		−		0	4.7
Parallaxe horisootale corrigée			0	59	22.5
Demi-diam. horizontal (Tab. XXIII)			0	16	12.6
Hauteur observée du bord supérieur			52°	4'	10"
Rectification de l'instrumeot		−		2	40
			52	1	30
Dépression pour 24 pieds (Table II)		−	0	4	57
Hauteur apparente du bord supérieur			51	56	33
Demi-diamèt. horizontal	0° 16' 12"6				
Augmentation (T. XXIV) +	0 13.3	−	0	16	25.5
Accourcissem.t (T. XXI) −	0.4				
Hauteur apparente du centre			51	40	7.5
Paral. − réfr. (T. XXVI)	36' 4"0				
Baromètre (Tab. VI) +	0.7	+	0	36	3.4
Thermomètre (T. VII) −	1.3				
Hauteur vraie du centre			52	16	10.9

Cette hauteur vraie peut aussi s'obtenir comme il suit :

Hauteur apparente du bord inférieur		13°	38'	50"
Paral. – réfr. (T. XXVI) 54' 5"o				
Baromètre (Tab. VI) – 1.5	+		54	10.6
Thermomètre (T. VII) + 6.9				
Hauteur vraie du bord inférieur		14	33	0.6
Demi-diamètre horizontal ou central	+		16	18.1
Hauteur vraie du centre		14	49	18.7

Exemple 3. Le 22 Septembre 1836, étant par 37° 54' de latitude Nord et par 30° 12' de longitude Ouest, le soir, on a observé au cercle de réflexion six hauteurs du bord inférieur de la lune, le point de départ de l'alidade du grand miroir était de 12° 4' 20", et le point d'arrivée de 230° 12' 20"; l'heure moyenne à la montre N.° 4 était de 7ʰ 10ᵐ 46ˢ,6; on demande les hauteurs apparente et vraie du centre, sachant que l'élévation de l'œil était de 20 pieds, la hauteur du baromètre de 28 pouces 8 lignes, et celle du thermomètre de + 20° à l'échelle de Réaumur.

Heure à la montre n.° 4 (page 91)		7ʰ	10ᵐ	46ˢ6o
Etat de la montre le 22 à midi, *retard*	+	4	48	59.72
Le 22 T. M. approché de Paris		11	59	46.32
Retard pour 12 heures	+	0	0	13.68
Le 22, heure T. M. de Paris		12	0	0.00
Demi-diam. horizontal (Connais. des T.)		0°	16'	3"6
Parallaxe équatoriale		0	58	56.5
Diminution pour 38° de latit. (T. XX)	–	0	0	4.3
Parallaxe horizontale corrigée		0	58	52.2
Point de départ de l'alidade		12°	4'	20"
Point d'arrivée		230	12	20
Arc parcouru		218	8	0
Hauteur moyenne observée, *le sixième*		36	21	20
Dépression pour 20 pieds (Tab. II)	–	0	4	32
Hauteur apparente du bord inférieur		36	16	48
Demi-diamèt. central 16' 3"6				
Augment. (T. XXIV) + 9.9	+	0	16	12.8
Accourcissem.ᵗ (T. XXI) – 0 0.7				
Hauteur apparente du centre		36	33	0.8
Baromètre pour 28ᵖ 8ˡⁱ (T. XII) 0ᵐ776				
Thermom. pour + 20° (T. VIII) 25 grad.				
Paral. – réf. (T. XXVI) 46' 0"u				
Barom. pour 776 (T. VI) – 1.7	+	0	46	2.5
Therm. pour 25 (T. VII) + 4.2				
Hauteur vraie du centre		37	19	3.3

Cette hauteur vraie peut aussi s'obtenir comme il suit :

Hauteur apparente du bord supérieur		51°	56'	33"
Paral. – réfr. (T. XXVI) 35' 51"o				
Baromètre (Tab. VI) + 0.8	+		35	50.6
Thermomètre (T. VII) – 1.2				
Hauteur vraie du bord supérieur		52	32	23.6
Demi-diamètre horizontal ou central	–		16	12.6
Hauteur vraie du centre		52	16	11.0

Exemple 4. Le 14 Octobre 1836, au matin, étant par 14° 30' de latitude Nord et par 42° de longitude Est, on a observé au cercle de réflexion une série de six hauteurs du bord inférieur de la lune; l'alidade du grand miroir est partie de 9° 40' 30", et à la fin de la série elle se trouvait sur 176° 3' 40"; l'heure moyenne à la montre n.° 3 était 6ʰ 56ᵐ 58ˢ,5; la hauteur du baromètre était de 27 pouces 4 lignes, celle du thermomètre de – 2° à l'échelle de Réaumur, et l'élévation de l'œil de 14 pieds. On demande les hauteurs apparente et vraie du centre.

Heure à la montre n.° 3 (page 91) le 13		18ʰ	56ᵐ	58ˢ5
Etat de la montre le 13 à midi, *retard*	+	1	1	15.04
Le 13, T. M. approché de Paris		19	58	13.54
Avance pour 19ʰ 58ᵐ	–	0	0	9.58
Le 13, heure T. M. de Paris		19	58	3.96
Demi-diam. horizontal (Connais. des T.)		0	16	10.6
Parallaxe équatoriale		0	59	22.1
Dimin. pour 14° 30' de latit. (T. XX)	–	0	0	0.8
Parallaxe horizontale corrigée		0	59	21.3
Alidade, point de départ		9°	40'	30"
point d'arrivée		176	3	40
Arc parcouru		166	23	10
Hauteur moyenne observée, *le sixième*		27	43	51.7
Dépression pour 14 pieds (T. II)	–		3	47
Hauteur apparente du bord inférieur		27	40	4.7
Demi-diamèt. central 16' 10"6				
Augment. (T. XXIX) + 0 7.8	+	0	16	17.2
Accourcissem.ᵗ (T. XXI) – 0 1.2				
Hauteur apparente du centre		27	56	21.9
Baromètre pour 27ᵖ 4ˡⁱ (T. XII) 0ᵐ740				
Thermomètre pour – 2° (T. VIII) – 2.5				
Paral. – réf. (T. XXVI) 50' 38"o				
Barom. pour 740 (T. VI) + 2.9	+	0	50	35.5
Ther. pour – 2,5 (T. VII) – 5.4				
Hauteur vraie du centre		28	46	57.4

Hauteurs des Planètes.

La hauteur observée d'une planète peut exiger les mêmes corrections que celles qui sont faites à la hauteur de la lune, car il peut arriver que la parallaxe de la planète ainsi que son demi-diamètre apparent ne puissent être négligés; les élémens de ces deux corrections sont placés dans la *Connaissance des Temps*, à la suite des distances de la lune aux quatre planètes Vénus, Mars, Jupiter et Saturne; le commencement de ces distances se trouve à la page 253 et se terminent à la page 306 (année 1836).

Exemple 1. Le 3 Octobre 1836 au matin, on a observé au cercle une série de six hauteurs du bord inférieur de Vénus, dont la moyenne était de 19° 5'; élévation de l'œil 17 pieds; on demande les hauteurs apparente et vraie du centre.

Pour le 3 Octobre Conn. des Temps	Par. hor. de Vénus, p. 307	0°0' 12"8
	Demi-diam. hor. ou central	0 0 11.7

Hauteur observée du bord inférieur		19°	5'	0"
Dépression pour 17 pieds (Tab. II)	−	0	4	10
Hauteur apparente du bord inférieur		19	0	50
Demi-diamètre central	+	0	0	11.7
Hauteur apparente du centre		19	1	1.7
Refraction (Table V)	−	0	2	48.0
Pour 19° de h. et 12"8 de par. (T. XXII)	+	0	0	11.1
Hauteur vraie du centre de Vénus		18	58	24.8

Exemple 2. Le 22 Novembre 1836 au matin, on a observé au cercle une série de six hauteurs du bord inférieur de Jupiter, dont la moyenne était de 64° 45'; élévation de l'œil 19 pieds; on demande les hauteurs apparente et vraie du centre.

Pour le 22 Nov. Conn. des Temps	Par. hor. de Jupit., p. 307	0°0' 1"8
	Demi-diam. hor. ou central	0 0 20.3

Hauteur observée du bord inférieur		64°	45'	0"
Dépression pour 19 pieds (Tab. II)	−	0	4	25
Hauteur apparente du bord observé		64	40	35
Demi-diamètre central	+	0	0	20.3
Hauteur apparente du centre		64	40	55.3
Réfraction (Table V)	−	0	0	28.0
Pour 65° de h. et 1"8 de par. (T. XXII)	+	0	0	0.8
Hauteur vraie du centre de Jupiter		64	40	28.1

Hauteurs des Etoiles.

La hauteur observée d'une étoile ne demande que les trois corrections suivantes : la rectification du sextant, la dépression de l'horizon, et la réfraction relative à l'état de l'atmosphère.

Exemple 1. On a observé la hauteur d'Aldébaran de 24° 20' 30"; la rectification du sextant était de + 3' 12"; l'élévation de l'œil de 18 pieds; la hauteur du baromètre de 742 millimètres, et celle du thermomètre de + 15 degrés centigrades. On demande les hauteurs apparente et vraie.

Hauteur observée d'Aldébaran		24°	20'	30"
Rectification du sextant	+	0	3	12
Dépression pour 18 pieds	−	0	4	18
Hauteur apparente d'Aldébaran		24	19	24
Réfraction moyenne (Table V)	−	0	2	8
Baromètre 742 (Table VI)	−	0	0	3.0
Thermomètre + 15 (Table VII)	−	0	0	2.4
Hauteur vraie d'Aldébaran		24	17	10.6

Exemple 2. On a observé la hauteur de Régulus de 12° 4' 20"; la rectification du sextant était de − 1' 15"; l'élévation de l'œil de 15 pieds; la hauteur du baromètre de 738 millimètres, et celle du thermomètre de − 4 degrés centigrades. On demande les hauteurs apparente et vraie.

Hauteur observée de Régulus		12°	4'	20"
Rectification du sextant	−	0	1	15
Dépression pour 15 pieds	−	0	3	56
Hauteur apparente de Régulus		11	59	10
Réfraction moyenne (Tabls V)	−	0	4	28
Baromètre 738 (Table VI)	−	0	0	7.7
Thermomètre − 4 (Table VII)	+	0	0	14.7
Hauteur vraie de Régulus		11	54	49

Réduction de la hauteur vraie d'un astre à ce qu'elle eût été, si la hauteur observée avait été prise dans un autre lieu.

Plusieurs Problèmes d'astronomie nautique exigent deux hauteurs vraies d'un astre, provenant d'observations faites à des heures différentes dans un même lieu; mais le changement continuel de position sur la surface de la mer, permet rarement l'unité de lieu, alors il est nécessaire de corriger une des deux hauteurs vraies, pour la ramener à ce qu'elle eût été dans le lieu de l'autre. (En théorie il est indifférent de ramener l'une quelconque des deux, au lieu de l'autre, mais dans la pratique, il est préférable de ramener la plus petite des deux hauteurs vraies, au lieu de la grande hauteur).

Pour trouver cette correction, faites relever l'astre au compas azimutal aux instans des observations de la petite hauteur, et déterminez l'azimut moyen observé correspondant à la hauteur moyenne; obtenez au même compas azimutal le rhumb de vent (corrigé seulement de la dérive) qu'il faut suivre pour aller du lieu de la petite hauteur au lieu de la grande (d'où il résulte que si l'on fait usage du compas de route, il faudra tenir compte de la différence qui peut exister entre les résultats donnés par les deux compas, et que si dans l'intervalle de temps écoulé entre les deux hauteurs on avait fait plusieurs petites routes, il faudrait les réduire à une seule route, courue sur le rhumb de vent qui conduit de l'un des lieux à l'autre), sans avoir égard à la déclinaison de l'aiguille aimantée qui doit être la même pour les deux compas.

Cela posé, avec l'angle compris entre le rhumb de vent et l'azimut observé, exprimé par R, et le nombre de milles contenus dans la distance des deux lieux, représenté par M, vous calculerez le quatrième terme de la proportion suivante :

$$1 : \cos. R :: M : \text{la correction cherchée.}$$

La Table L donnera facilement cette correction, en cherchant au bas des pages l'angle compris R, puis en remontant la colonne jusqu'à la ligne horizontale dont *l'argument* est égal au nombre de milles M, le nombre correspondant à la rencontre de ces deux lignes, sera la correction cherchée exprimée en minutes et décimales, celles-ci vous les convertirez en secondes.

Si la petite hauteur a été observée la première, la correction doit lui être ajoutée, lorsque l'angle compris est plus petit que 90°; mais elle doit en être retranchée si cet angle surpasse 90°; la correction doit être employée en sens contraire si la petite hauteur avait été observée après la grande hauteur. Lorsque l'angle compris est droit, la correction est nulle.

Exemple 1. On a observé d'abord plusieurs hauteurs du bord inférieur du soleil, dont la moyenne a donné pour hauteur vraie du centre 10° 34' 44''; l'azimut observé correspondant était le S. E. 8° S.; le bâtiment a fait route au S. S. E. en filant 10,8 nœuds et 2ʰ 38ᵐ après on a fait de nouvelles observations de hauteurs dont la moyenne était plus grande que la première, On demande quelle correction il faut faire à celle-ci pour la ramener au lieu de la grande.

Azimut observé S. E. 8° S. ou du S. vers l'E.	37°	0'	0''
Rhumb de vent S. S. E. ou du S. vers l'E.	22	30	0
Angles compris	14	30	0
Temps écoulé entre les deux observations	2ʰ	38ᵐ	0ˢ

Pour 1ʰ		10.8 milles	Chemin fait	0 28.4
1		10.8		
0	30ᵐ	5.4		
0	6	1.05		
0	2	0.35		

Pour 14° 30' et 28 (Tab. L) 27.108
0.4 0.387

Correction demandée + 27.495 ou +	0°	27'	29''7
Hauteur vraie	10	34	44.0
Haut. vraie ramenée au lieu de la grande	11	2	13.7

Exemple 2. Etant en mer, on a observé une série de hauteurs du bord inférieur du soleil, qui a donné pour hauteur vraie du centre 36° 4' 15'', puis faisant route au N. O. $\frac{1}{4}$ N. en filant 9 nœuds, 2ʰ 50ᵐ après on a observé une seconde série qui a donné pour hauteur vraie 28° 3' 20''; le centre du soleil répondait alors au S. O. On demande la correction à faire à la seconde hauteur pour la ramener au lieu de la première.

Azimut observé S. O. ou du N. vers l'O.	135°	0'	0''
Rhumb de vent N. O. $\frac{1}{4}$ N. ou du N. vers l'O.	33	45	0
Angle compris	101	15	0
Temps écoulé entre les deux observations	2ʰ	50ᵐ	0ˢ

Pour 1ʰ		9.0 milles	Chemin fait	25.5
1		9.0		
0	30ᵐ	4.5		
0	15	2.25		
0	0	0.75		

Pour 101° 15' et 25 (Tab. L) 4.877
et 0.5 0.097

Correction cherchée — 4.974 ou —	0°	4'	58''44
Hauteur vraie à réduire	28	3	20
Hauteur vraie réduite	27	58	21.6

Exemple 3. A bord d'un bâtiment des observations ont fait connaître que la hauteur vraie du centre du soleil était de 13° 18', et qu'au même instant l'azimut observé était de 11° 15' du S. vers l'E., on a fait route au N. E. $\frac{1}{4}$ E., avec une vitesse de 9,6 nœuds, et 3ʰ 25ᵐ après on a fait de nouvelles observations de hauteurs, dont la moyenne s'est trouvée plus grande que la première. On demande la correction à faire à la première hauteur pour la réduire au lieu de la seconde.

Azimut observé du S. vers l'E.	11°	15'	0''
Rhumb de vent N. E. $\frac{1}{4}$ E. ou du S. vers l'E.	123	45	0
Angle compris	112	30	0
Temps écoulé entre les deux hauteurs	3ʰ	25ᵐ	0ˢ

Pour 1ʰ		9.6 milles	Chemin fait	0 32.8
2		19.2		
0	20ᵐ	3.2		
0	5	0.8		

Exemple 4. Naviguant au N. E. 3° E. et fesant 8,4 nœuds on a déterminé la hauteur vraie du soleil, et 2ʰ 36ᵐ 40ˢ après on a fait de nouvelles observations de hauteurs, dont la moyenne a donné pour hauteur vraie du centre 16° 40' 20'', à cet instant l'azimut observé correspondant était le S. O. 4° S. On demande la correction qu'il faut faire à la seconde hauteur, pour la ramener au lieu de la première.

Azimut obser. le S. O. 4° S. ou du S. vers l'O	41°	0'	0''
Rh. de vent N. E. 3° E. ou du N. vers l'E. 48°			
Rh. de vent compté de la sec. h. du S. vers l'O.	42	0	0
Angle compris	1	0	0
Intervalle de temps	2ʰ	36ᵐ	40ˢ

Pour 2ʰ		16.8 milles	Chemin fait	21.93
0	30ᵐ	4.2		
0	6	0.84		
0	0 40ˢ	0.09		

Pour 112° 30' et 32 (Tab. L) 12.246				
et 0.8 0.306				
Correction demandée — 12.552 ou —	0°	12'	33"1	
Hauteur vraie à réduire	13	18	0.0	
Haut. vraie réduite au lieu de la grande	13	5	26.9	

Pour 1° et 21 (Tab. L) 20.994			
et 0.93 0.930			
Correction demandée — 21.924 ou —	0°	21'	53"44
Hauteur vraie à réduire	16	40	20.00
Petite haut. vr. réduite au lieu de la gran.	16	18	24.56

PROBLÊME X.

Trouver l'heure du lever ou du coucher vrai et apparent des astres.

Le *lever* d'un astre est son apparition au-dessus de l'horizon, lorsqu'il passe de l'hémisphère inférieur à l'hémisphère supérieur, par l'effet du mouvement diurne que paraît avoir la sphère céleste. Le *coucher* est l'instant où l'astre disparaît, c'est-à-dire passe sous l'horizon; ils prennent les noms de *vrais* ou *d'apparens*, selon qu'il s'agit de l'horizon vrai ou de l'horizon apparent.

Pour trouver l'heure T. V. approchée du lever ou du coucher vrai du soleil.

1. Prenez la déclinaison du soleil pour midi du lieu donné (Problême III).

2. Entrez dans la Table XXVIII avec la déclinaison prise dans la ligne horizontale supérieure et la latitude du lieu contenue dans la première colonne à gauche, le nombre d'heures et de minutes correspondant à ces deux quantités, étant ajouté à 6 heures ou retranché de 6 heures, selon que la déclinaison est de même ou de différente dénomination que la latitude, donnera l'arc semi-diurne exprimé en temps.

3. Cet arc semi-diurne, donne l'heure approchée du coucher vrai du soleil et le complément de cet arc à 12 heures donne celle du lever vrai.

Remarque 1. Si la latitude et la déclinaison étaient nulles, ou bien que l'une seulement de ces quantités fût nulle, l'arc semi-diurne serait égal à 6 heures. Quand la somme de la latitude et de la déclinaison est égale ou surpasse 90° et que la déclinaison est de même dénomination que la latitude, l'arc semi-diurne est imaginaire, l'astre est de perpétuelle apparition, c'est-à-dire, est toujours au-dessus de l'horizon du lieu; la somme de ces deux quantités étant égale ou surpassant 90°, mais la déclinaison étant d'une différente dénomination que la latitude, l'astre est de perpétuelle disparition, c'est-à-dire, qu'il ne paraît pas au-dessus de l'horizon.

Exemple 1. Déterminez les heures du lever et du coucher vrais du soleil le 13 Juillet 1836, étant par 50° 48' de latitude N. et par 120° de longitude O.

Heure de Paris correspondante au midi du lieu		8h	0m
Déclinaison du soleil correspondante	B	21°	46'
Pour 50° de lat. et 21° de décl. (T. XXVIII)		1h	49m
Part. prop. pour 48' de latitude	+		3.2
pour 46' de déclinaison	+		4.6
Heure approchée du coucher, T. V.		7	56.8
Heure approchée du lever; T. V.		4	3.2
2 fois l'heure du cou. donnent la long. du jour		15	53.6
du lev. donnent la long. de la nuit		8	6.4

Exemple 2. Déterminez les heures du lever et du coucher vrais du soleil le 1 Octobre 1836, étant par 40° 30' de latitude N. et par 105° de longitude E.

Heure de Paris corres. au midi du lieu le 30		17h	0m
Déclin. du soleil pour le 30 Sept. à 17h	A	3°	9
Pour 40° de latit. et 3° de décl. (T. XXVIII)		0h	10m
Part. prop. pour 30' de latitude	+	0	0
pour 9' de déclinaison	+	0	0.5
Heure T. V. approchée du lever vrai		6	10.5
Heure T. V. approchée du coucher vrai		5	49.5
2 fois l'heure du cou. donnent la long. du jour		11	39.0
l'heure du lev. donnent la long. de la nuit		12	21.0

Pour trouver l'heure exacte T. V. du lever ou du coucher vrais du soleil;

Déterminez les heures approchées, par le moyen de la Table XXVIII, qui, combinées avec la longitude du lieu, vous donneront les heures T. V. de Paris, que vous convertirez en temps moyen, et pour ces dernières vous calculerez les déclinaisons du soleil.

Cela posé, au logarithme tangente de la déclinaison, ajoutez le logarithme tangente de la latitude du lieu; la somme, diminuée d'une dizaine, vous donnera le logarithme cosinus de l'arc semi-diurne, qui sera plus grand que 90°, lorsque la déclinaison est de même dénomination que la latitude; mais qui sera plus petit que 90°, lorsque la déclinaison est d'une dénomination différente.

L'arc semi-diurne converti en heure vous donnera l'heure T. V. du coucher vrai du soleil, et son complément à 12 heures vous fera connaître l'heure civile T. V. du lever.

Applications de ces principes aux deux exemples précédens.

Exemple 1.

Heure appr. T. V. du lever le 12		16h	3m	12s
Longitude Ouest	+	8	0	0
Heure de Paris T. V. du lever le 13		0	3	12
Longueur du jour		15	53	36
Heure de Paris T. V. du coucher le 13		15	56	48
Heure de Paris T. M. du lever le 13		0h	8m	33s
du coucher le 13		16	2	14
Déclinaison pour l'heure du lever	B	21°	49'	2"
du coucher		21	43	5

Exemple 2.

Heure appr. T. V. du lever le 30 Septemb.		18h	10m	30s
Longitude Est	−	7	0	0
Heure de Paris T. V. du lever le 30		11	10	30
Longueur du jour		11	39	0
Heure de Paris T. V. du coucher		22	49	30
Heure de Paris T. M. de lever le 30		11h	0m	16s
du coucher le 30		22	39	6
Déclinaison pour l'heure du lever	A	3°	5'	24"
du coucher		3	16	43

Heure du lever. (Exemple 1)

Déclinaison	21°	49'	2"	B	log. tang.	9.602408
Latitude	50	48	0	B	log. tang.	10.088533
Arc semi-diur.	119	23	45		log. cos.	9.690941
Arc semi-diurne exprimé en temps						7h 57m 35s
Heure civile T. V. du lever le 13 Juillet						4 2 25

Heure du lever. (Exemple 2)

Déclinaison	3°	5'	24"	A	log. tang.	8.732257
Latitude	40	30	0	B	log. tang.	9.931499
Arc semi-diur.	87	21	28		log. cos.	8.663756
Arc semi-diurne exprimé en temps						5h 49m 26s
Heure civile T. V. du lever le 1 Octobre						6 10 34

Heure du coucher. (Exemple 1)

Déclinaison	21°	43'	5"	B	log. tang.	9.600225
Latitude	50	48	0	B	log. tang.	10.088533
Arc semi-diur.	119	14	3		log. cos.	9.688758
Arc semi-diurne en temps ou heure du cou.						7h 56m 56s

Heure du coucher. (Exemple 2)

Déclinaison	3°	16'	43"	A	log. tang.	8.758042
Latitude	40	30	0	B	log. tang.	9.931499
Arc semi-diur.	87	11	44		log. cos.	8.689541
Arc semi-diurne en temps ou heure du cou.						5h 48m 47s

Connaissant l'heure T. V. du lever ou du coucher vrai, pour obtenir le lever ou le coucher apparent du centre du soleil, déterminez la somme et la différence de la latitude et de la déclinaison, et prenez le complément arithmétique de la moitié de la somme des logarithmes de ces deux quantités.

Augmentez la dépression relative à l'élévation de l'œil de 33' 38", vous aurez un arc *A* dont vous prendrez le logarithme dans la Table XXVII; maintenant faites une somme du complément trouvé du logarithme de *A* et du logarithme constant 8.823909, puis cherchez cette somme de ces trois logarithmes diminuée d'une dizaine dans la Table XXVII, vous obtiendrez un nombre de minutes et secondes qui, retranché de l'heure T. V. du lever vrai, vous donnera pour reste l'heure T. V. du lever apparent, ou, qui étant ajouté au T. V. du coucher vrai, vous donnera l'heure du coucher apparent.

Applications aux exemples 1 et 2.

Exemple 1. Elévation de l'œil 19 pieds.

Latitude du lieu		50°	48'	0"		
Déclinaison du soleil		21	49	2		
Somme		72	37	2	l. cos.	9.475314
Différence		28	58	58	l. cos.	9.941892
Somme						19.417206
Demi-somme						9.708603
c. a. demi-somme						0.291397
Log. (réfr. hor. − par. + dépres.)						3.358469
log. constant						8.823909
Correction	−	0h	4m	57s	log.	2.473775
Lever vrai		4	2	25		
Lever apparent		3	57	28		

Exemple 2. Elévation de l'œil 18 pieds.

Latitude du lieu		40°	30'	0"		
Déclinaison du soleil		3	5	24		
Somme		43	35	24	l. cos.	9.859914
Différence		37	24	36	l. cos.	9.899989
Somme						19.759903
Demi-somme						9.879951
c. a. Demi-somme						0.120049
(Réf. hor. − par. hor. + dép.)		0	33	38	log.	3.357115
log. constant						8.823909
Correction	−	0h	3m	20s	log.	2.301073
Lever vrai		6	10	34		
Lever apparent		6	7	14		

Au lieu de chercher la correction à faire à l'heure du lever et du coucher vrai, pour avoir celle du lever ou du coucher apparent, nous allons donner la methode qui sert à calculer directement cette dernière.

1. Pour le soleil. Déterminez comme précédemment l'heure approchée dn lever ou du coucher, en faisant usage de la Table XXVIII, et cherchez l'heure T. M. de Paris correspondante, pour laquelle vous calculerez la déclinaison du soleil et sa distance polaire.

2. Preuez dans la Table II la dépression de l'horizon relative à l'élévation de l'œil, que vous augmenterez de 33′ 38″ (valeur de la réfraction horizontale, diminuée de la parallaxe horizontale du soleil), et nommerez *A* l'arc qui en résultera.

3. Ecrivez dans l'ordre suivant, l'arc *A*, la latitude du lieu et la distance polaire; prenez la somme de ces trois quantités et la moitié de cette somme; ensuite de la demi-somme retranchez l'arc *A*: cherchez dans la Table LIII le complément arithmétique du logarithme cosinus de la latitude et le complément arithmétique du logarithme sinus de la distance polaire, ajoutez ces deux complémens arithmétiques au logarithme sinus de la demi-somme, et au logarithme cosinus de la demi-somme moins l'arc *A*, vous aurez un nombre dont la moitié sera le logarithme sinus du demi-angle horaire. Vous trouverez dans la même Table l'arc correspondant; ce sera la moitié de l'arc semi-diurne compté en degrés.

Pour avoir l'arc semi-diurne réduit en heures, il suffira de multiplier cet arc par 8 et de compter les secondes du produit pour des tierces, les minutes pour des secondes, et les degrés pour des minutes; alors vous aurez l'arc semi-diurne avec lequel il sera facile de trouver l'heure T. V. du lever ou du coucher apparent. Pour avoir le lever ou le coucher du bord supérieur ou inférieur, ajoutez à l'arc *A* ou retranchez-lui le demi-diamètre du soleil.

Exemple 1. Le 13 Juillet 1836, étant par 50° 48′ de latitude Nord et par 120° de longitude Ouest, trouver l'heure T. V. du coucher apparent du centre du soleil, élévation de l'œil 18 pieds 8 pouces.

On trouvera

Arc *A*	0°	44′	39″		
Latitude du lieu	50	48	0	c. l. cos.	0.199263
Distance polaire	68	16	55	c. l. sin.	0.031977
Somme	119	49	34		
Demi-somme	59	54	47	l. sin.	9.937149
Demi-somme − *A*	59	10	8	l. cos.	9.709702
					19.878091
Demi-angle hor.	60	20	55	l. sin.	9.939045
			8		
Arc semi-diurne	8h	2m	47s ou heure du cou. app.		

Exemple 2. Le 1 Octobre 1836, étant par 40° 30′ de latitude Nord et par 105° de longitude Est, déterminer l'heure T. V. du coucher apparent du centre du soleil; élévation de l'œil 52 pieds.

On aura

Arc *A*	0°	44′	56″		
Latitude	40	30	0	c. l. cos.	0.118955
Distance polaire	93	16	43	c. l. sin.	0.000711
Somme	134	31	39		
Demi-somme	67	15	49.5	l. sin.	9.964869
Demi-somme − *A*	66	30	53.5	l. cos.	9.600440
					19.684975
Demi-angle hor.	44	5	29	l. sin.	9.842487
			8		
Arc semi-diurne	5h	52m	44s ou heure du cou. app.		

Remarque. Si la déclinaison était nulle, retranchez le logarithme cosinus de la latitude, du logarithme sinus de l'arc *A*.

Si la latitude était nulle, retranchez le logarithme sinus de la distance polaire, du logarithme sinus de l'arc *A*.

} Vous aurez le logarithme cosinus de l'arc semi-diurne toujours plus grand que 90°.

Enfin, si la déclinaison et la latitude sont nulles, augmentez l'arc *A* de 90°, et vous aurez l'arc semi-diurne.

De la durée du crépuscule.

Le calcul de l'instant du lever et du coucher du soleil, conduit à la détermination de la durée du *crépuscule* (on appelle ainsi la clarté due à la réflexion des rayons du soleil par l'atmosphère terrestre, soit avant le lever de cet astre, soit après son coucher), parce qu'il suffit de prendre l'arc *A* de 18°, mesuré de l'abaissement, passé lequel les rayons du soleil, réfléchis par l'atmosphère, ue peuvent plus atteindre la surface de la terre et y produire cette faible lumière.

Le crépuscule est un des principaux avantages que nous retirons de notre atmosphère; en effet, si nous n'en avions point, nous n'aurions pas les réfractions qu'elle produit, la nuit viendrait dès que le soleil se cacherait sous l'horizon, ou le jour naîtrait dès que le soleil reparaîtrait, et nous passerions ainsi subitement d'une lumière vive à une obscurité totale, et des ténèbres à la lumière. L'atmosphère dont nous sommes environnés fait que le jour et la nuit ne viennent que par des degrés insensibles.

Pour un jour et un lieu donnés, trouver l'heure du commencement et de la fin du crépuscule; ainsi que le temps de sa durée.

1. Calculez la déclinaison du soleil pour le minuit du lieu qui précède ou qui suit, selon qu'il s'agit du commencement du crépuscule du matin ou de la fin de celui du soir.

2. A l'arc A de 18°, ajoutez la latitude du lieu et la distance polaire, et de la moitié de la somme de ces trois quantités, retranchez l'arc A.

3. Maintenant au complément arithmétique du logarithme cosinus de la latitude, ajoutez le complément arithmétique du logarithme sinus de la distance polaire, le logarithme sinus de la demi-somme et le logarithme cosinus de la moitié de la somme moins l'arc A; la moitié de la somme de ces quatre logarithmes sera le logarithme cosinus ou sinus d'un arc qui, multiplié par 8, donnera l'heure du commencement ou de la fin du crépuscule.

4. Calculez l'heure du lever ou du coucher apparent du soleil, comme il a été dit précédemment, la différence entre l'heure du commencement du crépuscule et celle du lever apparent du soleil, donnera la durée du crépuscule du matin; et la différence entre l'heure du coucher apparent et la fin, donnera la durée du crépuscule du soir.

Exemple. Le 10 Mai 1836, à Brest, dont la latitude Nord est de 48° 23′ 35″, et la longitude Ouest de 27m. 18s, calculer le commencement, la fin et la durée du crépuscule du matin.

Heure du commencement.						*Heure du lever apparent.*					
Arc A	18°	0′	0″			Arc A	0°	33′	38″		
Latitude	48	23	35	c. l. cos.	0.177821	Latitude	48	33	35	c. l. cos.	0.177821
Distance polaire	72	24	2	c. l. sin.	0.020819	Distance polaire	72	22	45	c. l. sin.	0.020870
Somme	138	47	37			Somme	121	19	58		
Demi-somme	69	23	48	l. sin.	9.971294	Demi-somme	60	39	59	l. sin.	9.940408
Demi-somme − A	51	23	48	l. cos.	9.795131	Demi-somme − A	60	6	21	l. cos.	9.677578
					19.965065						19.836677
	16	8	29	l. cos.	9.982533	Arc semi-diurne	55	57	10	l. sin.	9.918333
				Heure du lever apparent			4h	32m	23s		
				Commencement du crépuscule			2	9	8		
				Durée du crépuscule			2	23	15		

Puisque le crépuscule du soir ne finit que quand le soleil est abaissé de 18° au-dessous de l'horizon, il ne finira pas si le soleil ne descend pas de 18°; donc il n'y aura pas de nuit close si la latitude ajoutée à la déclinaison, de même dénomination que la latitude, donne une somme qui surpasse 72°.

De l'époque et de la durée du plus court crépuscule.

Pour avoir les époques de l'année correspondantes au plus court crépuscule, il suffit de calculer quelle doit être la déclinaison du soleil; pour l'obtenir, ajoutez au logarithme constant 9.199712 (qui est celui de la tangente de la moitié de 18°), le logarithme sinus de la latitude du lieu, la somme de ces deux logarithmes, diminuée de 10, sera le logarithme sinus de la déclinaison, toujours d'une dénomination contraire à celle de la latitude: maintenant il sera facile de déterminer les deux jours de l'année correspondans au plus court crépuscule, en cherchant dans la Connaissance des Temps les deux époques dans lesquelles la déclinaison du soleil est égale à la déclinaison calculée.

Pour avoir la durée du plus court crépuscule, il faut retrancher du logarithme constant 9.194332, le logarithme cosinus de la latitude du lieu, la différence sera le logarithme sinus d'un arc qui, multiplié par 8, donnera la durée cherchée.

Exemple. Trouver l'époque et la durée du plus court crépuscule, à Brest, dont la latitude Nord est de 48° 23′ 35″.

Calcul de la déclinaison.

Logarithme constant			9.199712
Latitude	48° 23′ 35″	l. sin.	9.873738
Déclinaison A.	6 48 4	l. sin,	9.073450

Calcul de la durée.

Logarithme constant			19.194332
Latitude	48° 23′ 35″	l. cos.	9.822179
	13 37 34	l. sin.	9.372153

Avec la déclinaison australe 6° 48′ 4″, on trouvera dans la Connaissance des Temps que les jours de l'année correspondans au plus court crépuscule sont vers le 3 Mars et le 8 Octobre.

L'arc 13° 37′ 34″ multiplié par 8 pour le convertir en temps, donne 1h 49m pour la durée du plus court crepuscule.

Détermination du temps que le diamètre du soleil emploie à se lever ou à se coucher.

Déterminez l'heure T. V. approchée du lever ou du coucher du soleil, en faisant usage de la Table XXVIII, et vous calculerez la déclinaison du soleil pour l'heure trouvée.

Au logarithme cosinus de la somme de la latitude et de la déclinaison, ajoutez le logarithme cosinus de leur différence, vous aurez une somme dont vous prendrez le complément arithmétique de sa moitié.

Maintenant au complément trouvé, ajoutez le logarithme du diamètre du soleil, pris dans la Table XXVII, et le logarithme constant 8.823909, la somme de ces trois logarithmes, diminuée de 10, cherchée dans la Table XXVII, vous donnera le temps demandé.

Exemple. Le 18 Avril 1836, étant situé par 50° 24′ de latitude Nord et par 16° de longitude Ouest, trouver le temps que le diamètre du soleil mettra à se lever.

Heure approchée du lever.

Délinaison B 10° 52′ ; latitude B		50° 24′
Table XXVIII pour 10 et 50°		0h 49m
Part. prop. pour 52′	+	4
Part. prop. pour 24	+	0
Somme		0 53
Heure epprochée du lever		5 7
Longitude	+	1 4
Heure de Paris le 17 T. V.		18 11
le 17 T. M.		18 10
Déclinaison correspondante		10° 50′ 59″

Temps demandé.

Latitude	50° 24′ 0″		
Déclinaison	10 50 59		
Somme	61 14 59	L. cos.	9.682139
Différence	39 33 1	L. cos.	9.887092
Somme			19.569231
Demi-somme			9.784615
c. arithmétique			0.215385
Diamètre du soleil	31′ 54″2		3.281987
Log. constant			8.823909
Temps demandé	3m 29s5		2.321281

Pour trouver l'heure du lever ou du coucher d'une *étoile*.

1. Déterminez l'heure du passage de l'étoile au méridien (Problème VII, page 113), et prenez la déclinaison de l'étoile pour le jour proposé.

2. Entrez dans la Table XXVIII avec la déclinaison de l'étoile prise dans la ligne horizontale supérieure et la latitude du lieu, placée dans la première colonne à gauche, le nombre correspondant à ces deux quantités étant ajouté à 6 heures ou retranché de 6 heures, selon que la déclinaison est de même ou de différente dénomination que la latitude, donnera l'arc semi-diurne de l'étoile, c'est-à-dire la moitié de la durée de sa présence sur l'horizon, cet arc étant retranché de l'heure du passage de l'étoile, donnera l'heure approchée de son lever; ou qui lui étant ajouté, donnera l'heure approchée de son coucher.

Exemple 1. Le 8 Mars 1836, étant par 33° de latitude Sud et par 2° de longitude Est, trouver l'heure du lever de l'Epi de la Vierge.

Le 8 Mars Æ apparente de l'Epi		13h	16m	34s46
Æ moyenne du ⊙	−	23	4	50.20
T. sid. compté de midi M. ou passa. appr.		14	11	44.26
Longitude en temps *retranchez*		0	8	0
Heure de Paris corresp. au pas. approché		14	3	44.26
Table XCVIII avec 14h 3m 44s	−	0	2	18.23
Heure approchée du passage		14	11	44.26
Le 8, heure T. M. du passage de l'Epi		14	9	26.03
Temps moyen au midi vrai	−	0	10	47 71
Le 8, heure T. V. du passage de l'Epi		13	58	38.32
Déclinaison apparente de l'Epi	A	10°	18'	15"
Latitude du lieu	A	33	0	0
Table XXVIII pour 10° et 33°		0h	26m	0s
Part. prop. pour 18' + 0m,9 ou	+		0	54
Arc semi-diurne	−	6	26	54
Heure T. V. du passage		13	58	38.32
Heure T. V. appr. du lever vrai		7	31	44.32

Exemple 2. Le 28 Avril 1836, étant par 5° de latitude Nord et par 18° de longitude Ouest, trouver l'heure du coucher d'Antarès.

Le 28 Avril Æ apparente d'Antarès		16h	19m	23s16
Æ moyenne du ⊙	−	2	25	54.47
T. sid. compté de midi M. ou passe. appr.		13	53	28.69
Longitude en temps *ajoutez*		1	12	0
Heure de Paris corresp. au pas. approché		15	5	28.69
Table XCVIII avec 15h 5m 29s	−	0	2	28.34
Heure approchée du passage		13	53	28.69
Le 28, heure T. M. du passage d'Antarès		13	51	0.35
Temps moyen au midi vrai	−	11	57	13.55
Le 28, heure T. V. du passage d'Antarès		13	53	46.80
Déclinaison apparente d'Antarès	A	26°	3'	42"
Latitude du lieu	B	5	0	0
Table XXVIII pour 26° et 5°		0h	10m	0s9
Part. prop. pour 4' de déclin.	+		0	0
Arc semi-diurne	+	5	50	0
Heure T. V. du passage		13	53	46.80
Heure T. V. appr. du coucher vrai		19	43	46.80

Exemple 3. Le 18 Mai 1836, étant par 52° 30' de latitude Nord et par 17° de longitude Ouest, trouver l'heure du lever vrai de Régulus.

Le 18, heure T. M. du pass. de Régulus		6h	13m	40s06
heure T. V. du passage		6	17	31.28
Déclinaison apparente de Régulus	B	12°	46'	0"7
Latitude du lieu	B	52	30	0.0
Table XXVIII pour 12° et 52°		1h	3m	0s
Part. prop. pour 46'	+		4	36
pour 30	+		1	30
Arc semi-diurne de Régulus	−	7	9	6
Heure T. V. du passage le 18		6	17	31
Heure T. V. approchée du lever vrai le 17		23	8	25

Exemple 4. Le 28 Juin 1836, étant par 45° 30' de latitude Sud et par 33° de longitude Ouest, trouver l'heure du coucher vrai de Fomalhaut.

Le 28, heure T. M. du pas. de Fomalhaut		16h	19m	9s04
heure T. V. du passage		16	16	8.48
Déclinaison apparente de Fomalhaut	A	30°	29'	9"0
Latitude du lieu	A	45	30	0
Table XXVIII pour 30° et 45°		2h	21m	0s
Part. prop. pour 29'	+	0	3	23
pour 30	+	0	3	0
Arc semi-diurne de Fomalhaut	+	8	27	23
Heure T. V. du passage le 28		16	16	8
Heure T. V. appr. du coucher vrai le 29		0	43	31

Pour trouver l'heure du lever ou du coucher apparent d'une étoile.

1. Déterminez la déclinaison apparente de l'étoile, si la déclinaison est de même dénomination que la latitude, retranchez-la de 90°; et si elle est de différente dénomination, ajoutez-lui 90°, vous aurez la distance polaire de l'étoile.

2. Prenez dans la Table II la dépression de l'horizon relative à l'élévation de l'œil, que vous ajouterez à 33' 46" (valeur de la réfraction moyenne horizontale), et nommerez A la somme.

3. Ecrivez dans l'ordre suivant l'arc A, la latitude du lieu et la distance polaire de l'étoile; prenez la somme de ces trois quantités et la moitié de cette somme; ensuite de la demi-somme retranchez l'arc A: cherchez dans la Table LIII le complément arithmétique du logarithme cosinus de la latitude, et le complément arithmétique du logarithme sinus de la distance polaire, ajoutez ces deux complémens arithmétiques au logarithme sinus de la demi somme, et au logarithme cosinus de la demi-somme, diminuée de l'arc A, vous aurez un nombre dont la moitié sera le logarithme sinus du demi-angle horaire. Vous trouverez dans la même Table l'arc correspondant, il sera la moitié de l'angle horaire compté en degrés.

Pour avoir l'angle horaire réduit en heures, il suffira de multiplier cet arc par 8, et de compter les secondes du produit pour des tierces d'heure, les minutes pour des secondes, et les degrés pour des minutes; alors vous aurez l'angle horaire de l'étoile, ou ce qui est de même, l'arc semi-diurne avec lequel il sera facile de trouver l'heure T. V. du lever ou du coucher apparent.

Applications aux deux premiers exemples qui prééèdent.

Exemple 1. Le 8 Mars 1836 etc. Elévation de l'œil 30 pi.

Arc *A*	0°	39'	18"		
Latitude	33	0	0	c. l. cos.	0.076409
Distance polaire	79	41	45	c. l. sin.	0.007061
Somme	113	21	3		
Demi-somme	56	40	31.5	l. sin.	9.921984
Demi-somme — *A*	56	1	13.5	l. cos.	9.747332
					19.752786
	48	47	25	l. sin.	9.876393
Arc semi-diurne				—	6h 30m 19s3
Heure T. V. du passage					13 58 38.3
Heure T. V. du lever apparent de l'Epi					7 28 19.0

Exemple 2. Le 28 Avril 1836 etc. Elévation de l'œil 35 pi.

Arc *A*	0°	39'	45"		
Latitude	5	0	0	c. l. cos.	0.001656
Distance polaire	116	3	43	c. l. sin.	0.046569
Somme	121	43	28		
Demi-somme	60	51	44	l. sin.	9.941239
Demi-somme — *A*	60	11	59	l. cos.	9.696337
					19.685801
	44	8	39	l. sin.	9.842900
Arc semi-diurne				+	5h 53m 9s2
Heure T. V. du passage					13 53 46.8
Heure T. V. du coucher apparent					19 46 56.0

Pour trouver l'heure du lever ou du coucher d'une *planète*.

1. Déterminez l'heure du passage de la planète au méridien du lieu (Problême VII page 116), et prenez sa déclinaison pour l'heure de ce passage.

2. Entrez dans la Table XXVIII avec la déclinaison de la planète, prise dans la partie supérieure de la Table, et la latitude du lieu, contenue dans la première colonne à gauche, le nombre correspondant à ces deux quantités étant ajouté à 6 heures ou retranché de 6 heures, selon que la déclinaison est de même ou de différente dénomination que la latitude, vous donnera l'arc semi-diurne de la planète, c'est-à-dire la moitié de la durée de sa présence sur l'horizon, cet arc étant retranché de l'heure de son passage au méridien, donnera pour reste l'heure approchée de son lever; ou qui étant ajoutée à l'heure du passage, donnera pour somme l'heure approchée de son coucher.

Exemple 1. Le 10 Juin 1836, étant par 48° 24' de latitude Nord et par 105 de longitude Ouest, trouver l'heure du lever de Jupiter.

Le 10, heure T. V. du passage de Jupiter.		2h	6m	18s
Déclinaison de Jupiter	B	22°	26'	0"
Latitude du lieu	B	48	24	0
Table XXVIII pour 22° et 48°		1h	47m	0s
Part. proport. pour 26'	+		2	36
pour 24	+		1	36
Arc semi-diurne de Jupiter	—	7	51	12
Heure T. V. du passage le 10		2	6	18
Heure T. V. appr. du lever vrai le 9		18	15	6

Exemple 2. Le 24 Janvier 1836, étant par 42° 40' de latitude Nurd et par 90° de longitude Est, trouver l'heure du coucher de Mercure.

Le 24, heure T. V. du passage de Mercure		0h	53m	8s
Déclinaison de Mercure	A	17°	52'	0"
Latitude du lieu	B	42	40	0
Table XXVIII pour 17° et 42°		2h	4m	0s
Part. prop. pour 52'	+		3	28
pour 40	+		1	20
Arc semi-diurne de Mercure	+	4	51	12
Heure T. V. du passage le 24		0	53	8
Heure T. V. appr. du coucher vrai le 24		5	44	20

L'heure du lever ou du coucher apparent d'une planète se déterminera par la même méthode que celle qui a été donnée précédemment pour trouver l'heure du lever ou du coucher apparent du soleil.

Pour trouver l'heure du lever ou du coucher de la *lune*.

Nous ferons remarquer que pour tous les astres, à l'exception de la lune, les levers vrais sont toujours précédés par les levers apparens, et que leurs couchers vrais sont toujours suivis par les couchers apparens, parce que la dépression ajoutée à la réfraction horizontale, donne une somme qui surpasse toujours la parallaxe horizontale de l'astre; mais il n'en est pas de même pour la lune, le minimum de sa parallaxe horizontale surpasse toujours la somme des deux premières; d'où il résulte que pour la lune il n'y a que les levers ou couchers apparens qui peuvent être observés.

1. Déterminez l'heure T. M. du passage de la lune au méridien du lieu (Problème VII page 115); ensuite pour l'heure de Paris correspondante vous calculerez la déclinaison de la lune. (Lorsqu'un grand degré de précision n'est pas exigé, il suffira de prendre dans la septième page du mois de la Connaissance des Temps, le passage de la lune au méridien de Paris pour le jour donné et de le réduire au méridien du lieu, soit par la proportion indiquée page 104, ou par le moyen de la Table XVI).

2. Avec la déclinaison de la lune et la latitude du lieu, déterminez par la Table XXVIII, l'arc semi-diurne approché de la lune; cet arc étant retranché de l'heure T. M. du passage vous fera connaître l'heure du lever, et cet arc étant ajouté à l'heure T. M. du passage vous donnera l'heure du coucher. Pour l'un et l'autre cas vous n'obtiendrez que des heures *estimées*.

3. Pour les heures *estimées* du lever et du coucher de la lune, et par le moyen de la longitude du lieu, déterminez les heures correspondantes au méridien de Paris, pour lesquelles vous calculerez les deux déclinaisons de la lune, qui vous serviront avec la latitude du lieu, à déterminer par la Table XXVIII les deux arcs semi-diurnes correspondans aux heures *estimées*.

4. Pour ces deux arcs semi-diurnes, vous prendrez sur le retard diurne du passage de la lune au méridien, deux parties proportionnelles (soit en faisant usage de la proportion indiquée page 104, ou par la Table XVI), ces parties vous donneront les corrections additives à faire à ces arcs, pour les obtenir avec plus de précision.

5. L'arc semi-diurne corrigé, correspondant à l'heure *estimée* du lever, étant retranché de l'heure du passage pour le lieu donné, vous donnera l'heure *approchée* du lever, et l'arc corrigé correspondant à l'heure éstimée du coucher étant ajouté à l'heure du passage, vous donnera l'heure *approchée* du coucher de la lune dans le lieu donné.

Exemple 1. Le 14 Octobre 1836, étant situé par 14° 30' de latitude Nord et par 42° de longitude Est, déterminer les heures du lever et du coucher de la lune.

Heure T. M. du passa. de la ☾ le 14 à Paris		3h	17m	0s
Retard diurne du passage		1	1	0
P. p. du ret. p. 2h 48m de long. (T. XVI)	−	0	7	6
Heure T. M. du passage dans le lieu donné		3	9	54
Longitude Est *retranchez*	−	2	48	0
Heure T. M. le 14 à Paris		1	21	54
Déclin. de la ☾ pour l'heure de Paris	A	25°	8'	26"
Table XXVIII pour 25° et 14°		0h	27m	0s
Part. proport. pour 8'	+		0	8
pour 30	+		1	0
Diff. ascensionnelle à retrancher de 6h		0	28	8
Arc semi-diurne approché		5	31	52
Heure T. M. du passage le 14		3	9	54
Heure T. M. *estimée* du lever le 13 *différ.*		21	38	2
estimée du couch. le 14 *somme*		8	41	46

Calcul de l'heure *approchée* du lever.

Heure T. M. *estimée* du lever le 13		21h	38m	2s
Longitude Est *retranchez*		2	48	0
Heure T. M. le 13 à Paris		18	50	2
Déclin. de la ☾ pour l'heure de Paris	A	24	15	47
Table XXVIII pour 24° et 14°		0h	25m	0s
Part. prop. pour 16'	+		0	32
pour 30	+		1	0
Différ. ascensionnelle à retrancher de 6h		0	26	32
Arc semi-diurne		5	33	28
T. XVI pour 61m et 5h 33m *correction*	+	0	14	6
Arc semi-diurne corrigé		5	47	34
Heure T. M. du passage le 14		3	9	54
approchée du lever le 13 *diffé.*		21	22	20

Exemple 2. Le 21 Février 1836, étant situé par 15° 18' de latitude Nord et par 45° 20' de longitude Ouest, déterminer les heures du lever et du coucher de la lune.

Heure T. M. du passa. de la ☾ le 21 à Paris		3h	55m	0s
Retard diurne du passage		0	43	0
P. p. du ret. p. 3h 1m 20s le lon. (T. XVI)	+	0	5	39
Heure T. M. du passage dans le lieu donné		4	0	39
Longitude Ouest *ajoutez*		3	1	20
Heure T. M. le 21 à Paris		7	1	59
Déclin. de la ☾ pour l'heure de Paris	B	10	37	15
Table XXVIII pour 10° et 15°		0h	11m	0s
Part. proport. pour 37'	+		0	37
pour 18	+		0	18
Diff. ascensionnelle à ajouter à 6h		0	11	55
Arc semi-diurne approché		6	11	55
Heure T. M. du passage le 21		4	0	39
Heure T. M. *estimée* du lever le 20 *différ.*		21	48	44
estimée du couch. le 21 *somme*		10	12	34

Calcul de l'heure *approchée* du lever.

Heure T. M. *estimée* du lever le 20		21h	48m	44s
Longitude Ouest *ajoutez*		3	1	20
Heure T. M. le 21 à Paris		0	50	4
Déclin. de la ☾ pour l'heure de Paris	B	9	17	1
Table XXVIII pour 9° et 15°		0h	10m	0s
Part. prop. pour 17'	+		0	17
pour 18	+		0	0
Différ. ascensionnelle à ajouter à 6h		0	10	17
Arc semi-diurne		6	10	17
T. XVI pour 43m et 6h 10m *correction*	+	0	11	28
Arc semi-diurne corrigé		6	21	45
Heure T. M. du passage le 21		4	0	39
approchée du lever le 20 *diffé.*		21	38	54

Calcul de l'heure *approchée* du coucher.

Heure T. M. *estimée* du coucher le 14		8h	41m	46s
Longitude Est	*retranchez*	2	48	0
Heure T. M. le 14 à Paris		5	53	46
Déclin. de la ☾ pour l'heure de Paris	A	25°	37'	56"
Table XXVIII pour 25° 38' et 14° 30'		0h	28m	38s
Arc semi-diurne		5	31	22
T. XVI pour 61m et 5h 32m *correction*	+	0	13	38
Arc semi-diurne corrigé		5	45	0
Heure T. M. du passage le 14		3	9	54
approchée du coucher le 14		8	54	54

Calcul de l'heure *approchée* du coucher.

Heure T. M. *estimée* du coucher le 21		10h	12m	34s
Longitude Ouest	*ajoutez*	3	1	20
Heure T. M. le 21 à Paris		13	13	54
Déclin. de la ☾ pour l'heure de Paris		11°	56'	36"
Table XXVIII pour 11° 57' et 15° 18'		0h	13m	15s
Arc semi-diurne		6	13	15
T. XVI pour 43m et 6h 13m *correction*	+	0	11	8
Arc semi-diurne corrigé		6	24	23
Heure T. M. du passage le 21		4	0	39
approchée du coucher le 21		10	25	2

L'heure approchée du lever ou du coucher de la lune, peut facilement se réduire à l'heure du lever ou du coucher apparent de la lune, par la règle suivante :

1. Pour l'heure approchée, calculez la déclinaison et la parallaxe horizontale de la lune, ensuite déterminez la somme et la différence de la latitude et de la déclinaison et prenez le complément arithmétique de la moitié de la somme des logarithmes cosinus de ces deux quantités.

2. De la parallaxe horizontale de la lune, retranchez la dépression correspondante à l'élévation de l'œil augmentée de 33' 46", vous obtiendrez un arc *A*.

3. Au complément trouvé, ajoutez le logarithme de l'arc *A*, pris dans la Table XXVII et le logarithme constant 8,823909 ; la somme de ces trois logarithmes, diminuée de 10, vous donnera le logarithme de la *réduction*, qui étant cherché dans la même Table, vous donnera le nombre de minutes qu'elle contient. Cette réduction étant *ajoutée* à l'heure approchée du lever et *retranchée* de celle du coucher, vous fera connaître les heures du lever et du coucher apparens.

Applications au premier des deux exemples précédens, dans lequel on supposera que la dépression est de 3' 47".

Calcul du lever apparent de la lune.

Parallaxe horizontale de la ☾						0°	59'	22"
Dépression + 33' 46"					−	0	37	33
Arc *A*						0	21	49
Latitude	14°	30'	0"					
Déclinaison	24	13	34					
Somme	38	43	34	l. cos.		9.892175		
Différence	9	43	34	l. cos.		9.993714		
				Somme		19.885889		
				Demi-som.		9.942944		
Compl. arithm. de la demi-somme						0.057056		
Table XXVII log. de *A*						3.116940		
log. constant						8.823909		
Somme − 10						1.997905		
Correction					+	0h	1m	40s
Heure approchée du lever le 13						21	22	20
Lever apparent de la ☾ le 13						21	24	0

Calcul du coucher apparent de la lune.

Parallaxe horizontale de la ☾						0°	59'	24"
Dépression + 33' 46"					−	0	37	33
Arc *A*						0	21	51
Latitude	14°	30'	0"					
Déclinaison	25	29	31					
Somme	39	59	31	l. cos.		9.884287		
Différence	10	59	31	l. cos.		9.991959		
				Somme		19.876246		
				Demi-som.		9.938123		
Compl. arithm. de la demi-somme						0.061877		
Table XXVII log. de *A*						3.117603		
log. constant						8.823909		
Somme − 10						2.003389		
Correction					−	0h	1m	41s
Heure approchée du coucher le 14						8	54	54
Coucher apparent de la ☾ le 14						8	53	31

La méthode qui a servi à calculer directement le lever ou le coucher apparent du soleil, peut être employée à calculer le lever ou le coucher apparent de la lune.

PROBLÈME XI.

Déterminer la déclinaison de l'aiguille aimantée par le moyen de l'amplitude vraie et apparente du soleil.

La déclinaison de l'aiguille aimantée est l'angle que fait le méridien magnétique avec le méridien du lieu, cet angle est mesuré par l'arc de l'horizon compris entre la ligne méridienne du lieu et celle d'une aiguille aimantée. Cette declinaison est dite *Nord-Est* ou *Tribord*, quand le point Nord du méridien magnétique se trouve placé à l'Est du vrai point Nord de l'horizon ; la déclinaison prend le nom de *Nord-Ouest* ou *Babord* quand le point Nord du méridien magnétique est situé à l'Ouest du vrai point Nord de l'horizon.

L'amplitude d'un astre est généralement l'angle formé au zénith par le premier vertical du lieu et le vertical de l'astre, il est mesuré par l'arc de l'horizon compris entre ces deux cercles, ou ce qui est de même, par l'arc de l'horizon compris entre le vrai point *Est* ou *Ouest* et le point d'intersection du vertical de l'astre avec l'horizon. L'amplitude est *boréale* lorsque ce point d'intersection est situé au Nord du premier vertical, et l'amplitude est *australe* lorsqu'il est placé au Sud de ce cercle. L'amplitude d'un astre qui se lève se nomme *ortive*, et celle d'un astre qui se couche s'appelle *occase* ; ces dernières prennent les noms de *vraies* ou *d'apparentes* selon que l'astre est à l'horizon vrai ou à l'horizon de la mer.

L'amplitude magnétique d'un astre est l'arc de l'horizon compris entre le point Est ou Ouest marqué par la boussole et le point d'intersection du vertical de l'astre avec l'horizon ; cette amplitude est *boréale* ou *australe* selon que ce point est placé au Nord ou au Sud de la ligne Est et Ouest de la boussole. L'observation de l'amplitude magnétique se fait à la boussole, et le résultat se désigne par le nom d'amplitude *observée* ; en général, observer sur une boussole l'air de vent sur le prolongement duquel se trouve placé un point quelconque, c'est le *relever* au compas.

Pour trouver la déclinaison de l'aiguille aimantée par l'amplitude vraie du soleil.

1. Déterminez l'heure approchée du lever ou du coucher du soleil pour le lieu et le jour donnés (Problème X, page 128), et réduisez-la à l'heure correspondante de Paris (Problème II).

2. Prenez la déclinaison du soleil pour l'heure de Paris (Problème III).

3. Entrez dans la Table XXIX avec la déclinaison du soleil, prise dans la ligne horizontale supérieure et la latitude du lieu contenue dans la première colonne à gauche, le nombre de degrés et de minutes correspondant à ces deux quantités, donnera l'amplitude *vraie* du soleil, qui sera toujours de même dénomination que sa déclinaison.

4. Pour obtenir l'amplitude *observée*, relevez le centre du soleil au compas, à l'instant où ce point est à l'horizon vrai, cet instant correspond à peu près à celui où le bord inférieur du soleil paraît élevé au-dessus de l'horizon de la mer d'environ les deux tiers de son diamètre, écrivez le relèvement fait et vous aurez l'amplitude *observée* et sa dénomination.

5. Pour avoir la déclinaison de l'aiguille, comparez l'amplitude *vraie* à l'amplitude *observée* ; si ces deux amplitudes sont égales et de même dénomination, la déclinaison de l'aiguille est nulle ; si ces deux amplitudes sont inégales et de même dénomination, leur différence donnera la déclinaison demandée ; enfin, si ces deux amplitudes sont de différentes dénominations, leur somme donnera la déclinaison de l'aiguille.

6. Pour trouver de quel côté du méridien la déclinaison de l'aiguille se trouve située, conformez-vous aux préceptes suivans : 1.° Si l'amplitude observée est plus près du Nord que l'amplitude vraie, la déclinaison sera du côté de l'astre observé, c'est-à-dire Nord-Est ou à tribord de la ligne Nord et Sud le matin, et Nord-Ouest ou à babord le soir. 2.° Si l'amplitude observée est plus éloignée du Nord que l'amplitude vraie, la déclinaison sera du côté opposé à l'astre observé, c'est-à-dire Nord-Ouest ou à babord de la ligne Nord et Sud le matin, et Nord-Est ou à tribord le soir.

Exemple 1. Le 20 Mai 1836, au matin, étant par 49° de latitude Nord et par 18° de longitude Ouest, l'amplitude ortive du soleil a été observée de 56° 45' boréale, on demande la déclinaison de l'aiguille.

Heure approchée du lever le 19 à		17h	21m
Longitude Ouest	*ajoutez*	1	12
Heure de Paris le 19	*somme*	18	33
Déclinaison du soleil	B	20°	0'
Table XXIX pour 20° et 49° ampl. vr.	B —	31	25
Amplitude observée	B	56	45
Déclinaison de l'aiguille N.-O. ou babord		25	20

Dans cet exemple, l'amplitude observée le matin est plus éloignée du Nord que l'amplitude vraie; la déclinaison de l'aiguille est donc N.-O. ou babord.

Exemple 3. Le 17 Octobre 1836, étant par 42° 10' de atitude Nord et par 15° 30' de longitude Ouest, on a relevé le centre du soleil à l'instant de son coucher vrai, et l'on a trouvé qu'il restait à l'Ouest 7° 33' Nord: on demande la déclinaison de l'aiguille.

Table XXVIII, heure approchée du coucher		5h	26m
Longitude Ouest	*ajoutez*	1	2
Heure de Paris le 17 Octobre	*somme*	6	28
Déclinaison du soleil	A	9°	28'
Table XXIX pour 9° et 42°		12	9.0
Part. prop. pour 28'	+	0	38.3
pour 10	+	0	2.0
Amplitude vraie	A	12	49.3
Amplitude observée	B	7	33.0
Déclinaison de l'aiguille N.-O. ou babord		20	22.3

La déclinaison est N.-O. ou babord parce que l'amplitude observée le soir est plus près du Nord que 'amplitude vraie.

Exemple 1. Le 10 Juillet 1836, au soir, étant par 19° 10' de latitude Nord et par 74° 30' de longitude Ouest, l'amplitude occase du soleil a été observée de 30° 12' boréale, on demande la déclinaison de l'aiguille.

Heure approchée du coucher le 10 à		6h	33m
Longitude Ouest	*ajoutez*	4	58
Heure de Paris le 19	*somme*	11	31
Déclinaison du soleil	B	22°	10'
T. XXIX pour 22° 10' et 19° 10' amp. vr.	B —	23	34
Amplitude observée	B	30	12
Déclinaison de l'aiguille N.-E. ou tribord		6	38

La déclinaison de l'aiguille est donc N.-E. ou tribord, parce que l'amplitude observée le soir est plus éloignée du Nord que l'amplitude vraie.

Exemple 4. Le 15 Février 1836, étant par 43° 36' de latitude Nord et par 30° 15' de longitude Ouest, on a relevé le centre du soleil à l'instant de son coucher vrai, et l'on a trouvé qu'il restait à l'Ouest 5° 45' Nord: on demande la déclinaison de l'aiguille.

Table XXVIII, heure approchée du coucher		5h	13m
Longitude Ouest	*ajoutez*	2	1
Heure de Paris le 15 Février		7	14
Déclinaison du soleil	A	12°	48'
Table XXIX pour 12° 30' et 43°		17	43.0
Part. prop. pour 18'	+	0	25.2
pour 36	+	0	10.8
Amplitude vraie	A	17	49.0
Amplitude observée	B	5	45.0
Déclinaison de l'aiguille N.-O. ou babord		23	34.0

La déclinaison est N.-O. ou babord parce que l'amplitude observée le soir est plus près du Nord que l'amplitude vraie.

L'amplitude vraie du soleil peut se calculer directement au moyen de la règle suivante:

Déterminez la déclinaison du soleil pour l'heure de Paris correspondante à l'heure approchée du lever ou du coucher; cela posé, retranchez du logarithme sinus de la déclinaison du soleil, le logarithme cosinus de la latitude du lieu; le reste vous donnera le logarithme sinus de l'amplitude vraie du soleil, qui sera toujours de même dénomination que sa déclinaison.

Si la latitude et la déclinaison du soleil étaient nulles, ou bien que l'une seulement de ces quantités fut nulle, l'amplitude vraie serait égale à la déclinaison du soleil, et aurait toujours même dénomination.

Du calcul de l'amplitude apparente du soleil.

La Table XXX sert à trouver la correction à faire à l'amplitude vraie du centre pour obtenir l'amplitude apparente du même point ou de l'un des bords du soleil; pour y parvenir, ajoutez à la dépression de l'horizon 33' 38" (réfraction horizontale diminuée de la parallaxe horizontale du soleil), cela vous donnera la somme à employer s'il s'agit du centre, mais augmentez ou diminuez cette somme du demi-diamètre du soleil, si c'est de son bord supérieur ou inférieur; maintenant, multipliez la somme ou la différence, exprimée en minutes et décimales s'il y a lieu, par le nombre de la Table XXX correspondant à la latitude du lieu et à l'amplitude vraie, et le produit, sur la droite duquel vous séparerez deux chiffres décimaux, vous donnera le nombre

de minutes de la correction cherchée, qui, étant ajoutée ou retranchée de l'amplitude vraie du centre, selon que la latitude et la déclinaison sont de memes ou de différentes dénominations, donnera l'amplitude apparente demandée.

Pour déterminer la déclinaison de l'aiguille par l'amplitude apparente, il suffit d'observer l'amplitude correspondante et de suivre la règle qui a été donnée pour l'amplitude vraie.

Exemple 1. Quelle est l'amplitude apparente du bord inférieur du soleil, sa déclinaison étant de 18° australe, la latitude du lieu de 46° Nord, l'élévation de l'œil de 24 pieds, et le demi-diamètre du soleil de 16' 32''

Table XXIX amplitude vraie		A	26°	25'	0''
T. II, Dépression 4' 57'' / Réf. horiz. — paral. 33 38	*somme*		0	38	35
Demi-diamètre du soleil	*retranchez*		0	16	32
	différence		0	22	3
Table XXX, pour 26° 25' et 46°					118
Produit de 22',05 par 118 ou correction	−			26' 02	
Amplitude vraie		A	26°	25'	0''
Amplitude apparente	*différence*	A	25	59	0

Exemple 2. Quelle est l'amplitude apparente du bord supérieur du soleil, sa déclinaison étant de 22° boréale, la latitude du lieu de 48° Nord, l'élévation de l'œil de 28 pieds, et le demi-diamètre du soleil de 15' 48''.

Table XXIX, amplitude vraie		B	34°	3'	0''
T. II, Dépression 5' 21'' / Réf. horiz. — paral. 33 38	*somme*		0	38	59
Demi-diamètre du soleil	*ajoutez*		0	15	48
	somme		0	54	47
Table XXX pour 34° 3' et 48°					133.5
Produit de 54',8 par 133,5 ou correction	+		1°	18' 7	
Amplitude vraie		B	34	3	0
Amplitude apparente	*somme*	B	35	21.7	

L'amplitude apparente peut se calculer directement par la règle suivante : ajoutez 33' 38'' à la dépression, vous aurez l'arc *A* à employer lorsqu'il s'agit de calculer pour l'instant où le centre du soleil est à l'horizon de la mer, mais que vous augmenterez ou diminuerez du demi-diamètre du soleil pour avoir l'arc *A* à employer s'il s'agit de son bord inférieur ou supérieur.

Faites une somme de la distance polaire du soleil, de la latitude du lieu et de l'arc *A*; prenez la demi-somme ainsi que la différence entre la demi-somme et la distance polaire.

Aux complémens arithmétiques des logarithmes cosinus de la latitude et de l'arc *A*, ajoutez les logarithmes sinus de la demi-somme et de la différence ; la moitié de la somme de ces quatre logarithmes sera le logarithme sinus d'un arc *B* ; le complément du double de cet arc sera l'amplitude apparente de même dénomination que la déclinaison.

Applications de cette méthode aux deux exemples précédens.

Exemple 1.

Distance polaire	108°	0'	0''		
Latitude	46	0	0	c. l. cos.	0.158229
Arc *A*	0	22	3	c. l. cos.	0.000009
Somme	154	22	3		
Demi-somme	77	11	1.5	l. sin.	9.989042
Demi-somme — dist.	30	48	58.5	l. sin.	9.709513
					19.856793
Arc *B*	57	59	41	l. sin.	9.928396
Double	115	59	22		
Amplitude app. *A*	25	59	22		

Exemple 2.

Distance polaire	68°	0'	0''		
Latitude	48	0	0	c. l. cos.	0.174489
Arc *A*	0	54	47	c. l. cos.	0.000055
Somme	116	54	47		
Demi-somme	58	27	23.5	l. sin.	9.930564
Dist. — demi-somme	9	32	36.5	l. sin.	9.219569
					19.324677
Arc *B*	27	21	30	l. sin.	9.662338
Double	54	43	0		
Amplitude app. *B*	35	17	0		

PROBLÈME XII.

Déterminer la déclinaison de l'aiguille aimantée par l'azimut vrai d'un astre, connaissant sa hauteur et son azimut magnétique ou observé.

L'azimut vrai d'un astre, est l'angle formé au zénith du lieu par le vertical de l'astre et la partie du méridien qui contient le pôle élevé ; cet angle est mesuré par l'arc de l'horizon compris entre ces deux cercles. L'azimut a pour complément l'amplitude du même astre.

L'azimut magnétique ou observé, est l'angle formé au zénith par le vertical de l'astre ou de l'objet et la partie du méridien magnétique qui contient le pôle élevé ; cet angle

a pour mesure l'arc de l'horizon compris entre le point Nord ou Sud marqué par la boussole correspondant au pôle élevé, et le point d'intersection du vertical de l'astre ou de l'objet avec l'horizon. L'azimut magnétique a pour complément l'amplitude magnétique.

De ces deux azimuts, le premier se détermine par le calcul et le second par une observation faite avec la boussole, mais l'un et l'autre se compte à partir du point de l'horizon correspondant au pôle élevé.

1. Prenez dans la *Connaissance des Temps* la déclinaison du soleil pour l'heure T. M. de Paris correspondante à l'instant de l'observation (Problème II ou II *bis*), de laquelle vous déduirez sa distance polaire.

2. Corrigez la hauteur observée du soleil, de manière à avoir la hauteur vraie de son centre. (Problème IX.)

3. Faites une somme de la distance polaire, de la hauteur vraie et de la latitude du lieu, prenez-en la moitié et prenez aussi la différence entre la demi-somme et la distance polaire, c'est-à-dire retranchez la plus petite de ces deux quantités de la plus grande.

4. Prenez dans la Table LIII les complémens arithmétiques des logarithmes cosinus de la hauteur vraie du soleil et de la latitude; ensuite vous écrirez au-dessous de ces complémens, les deux logarithmes des cosinus de la demi-somme et de la différence entre cette demi-somme et la distance polaire; ajoutez ces quatre quantités ensemble, et la moitié de leur somme sera le logarithme cosinus du demi-angle azimutal; le double de l'arc correspondant sera l'azimut du soleil qui sera toujours compté en partant du pôle élevé, c'est-à-dire que si la latitude est Nord, l'azimut sera compté en partant du Nord; et si la latitude est Sud, l'azimut sera compté en partant du Sud. Généralement le résultat sera suffisamment exact, en n'employant dans le calcul que les dizaines de secondes de degrés.

5. Pour obtenir la déclinaison de l'aiguille, il faut que l'azimut magnétique observé au compas, à l'instant de l'observation de la hauteur du soleil, soit compté en partant du point de l'horizon correspondant au pôle élevé, c'est-à-dire du même côté que l'azimut calculé. Cela posé, si l'azimut observé est égal à l'azimut calculé, la déclinaison de l'aiguille est nulle; dans le cas contraire, cette déclinaison sera égale à leur différence.

6. Pour déterminer la dénomination de la déclinaison de l'aiguille, ou ce qui est de même, de quel côté elle a lieu, on suivra la règle donnée dans le Problème XI. Si l'azimut observé est plus près du Nord que l'azimut vrai, la déclinaison sera du côté de l'astre observé, c'est-à-dire Nord-Est ou tribord le matin et Nord-Ouest ou babord le soir; si l'azimut observé est plus éloigné du Nord que l'azimut vrai, la déclinaison sera du côté opposé à l'astre, c'est-à-dire Nord-Ouest ou babord le matin, et Nord-Est ou Tribord le soir.

Remarque 1. Dans le calcul de l'azimut vrai, s'il arrivait que la latitude fût nulle, retranchez le logarithme cosinus de la hauteur vraie du logarithme cosinus de la distance polaire, la différence sera le logarithme cosinus de l'angle azimutal. Cet angle sera de même espèce que la distance polaire, et sera compté à partir du même pôle.

Lorsque la déclinaison du soleil est nulle, ajoutez le logarithme tangente de la hauteur vraie au logarithme tangente de la latitude, la somme sera le logarithme cosinus de l'angle azimutal, toujours plus grand que 90°.

Enfin, quand la latitude et la déclinaison du soleil sont nulles, l'angle azimutal est égal à 90°

Exemple 1. Le 15 Avril 1836, étant par 39° 40' de latitude Nord et par 16° 20' de longitude Ouest, à 4h 20m temps vrai marqué par une montre, on a observé la hauteur du bord inférieur du soleil de 27° 14', le même bord ayant été relevé au même instant à l'O. 2/4 N.-O. 1° Ouest du compas, élévation de l'œil 22 pi., on demande la déclinaison de l'aiguille aimantée.

Exemple 2. Le 10 Mars 1836, étant par 42° 41' 30'' de latitude Sud et par 146° 15' de longitude Est à 19h 24m temps vrai donné par une montre, on a observé la hauteur du bord inférieur du soleil de 18° 2' 15'', et le relèvement de son centre, par un compas azimutal était de 108° 37' 30'' du Sud vers l'Est, l'élévation de l'œil de 19 pieds; on demande la déclinaison de l'aiguille.

Heure du lieu T. V.		4ʰ	10ᵐ	0ˢ
Longitude Ouest	+	1	5	20
Heure T. V. de Paris le 15		5	15	20
Heure T. M. de Paris		5	15	14
Déclinaison du ☉	B	9°	57'	18"
Distance polaire		80	2	42
Hauteur observée		27	14	0
Table III, avec 27° et 22 pieds	+	0	9	30
Hauteur vraie du centre		27	23	30

Distance polaire	80°	2'	42"		
Hauteur vraie	27	23	30	c. l. cos.	0.051645
Latitude	39	40	0	c. l. cos.	0.113632
Somme	147	6	12		
Demi-somme	73	33	6	l. cos.	9.452017
Différence	6	29	36	l. cos.	9.997205
				somme	19.614500
Demi-azimut	50	5	25	l. cos.	9.807250
Azimut vrai du N. vers l'O.					100° 10' 50"
Azimut observé du N. vers l'O.					79 45 0
Déclinaison de l'aiguille N.-O.					20 25 50

Cette déclinaison est N.-O. ou babord, parce que l'azimut observé est plus près du Nord que l'azimut vrai.

Heure du lieu T. V.		19ʰ	24ᵐ	0ˢ
Longitude Est	−	9	45	0
Heure T. V. de Paris le 10		9	39	0
Heure T. M. de Paris		9	49	19
Déclinaison du ☉	A	3°	48'	52"
Distance polaire		86	11	8
Hauteur observée		18	2	15
Table III, avec 18° et 19 pieds	+	0	8	48
Hauteur vraie du centre		18	10	53

Distance polaire	86°	11'	8"		
Hauteur vraie	18	10	53	c. l. cos.	0.022243
Latitude	42	41	30	c. l. cos.	0.133705
Somme	147	3	31		
Demi-somme	73	31	45	l. cos.	9.452595
Différence	12	39	23	l. cos.	9.989317
				somme	19.597860
Demi-azimut	50	59	37	l. cos.	9.798930
Azimut vrai du S. vers l'E.					101° 59' 14"
Azimut observé du S. vers l'E.					108 37 30
Déclinaison de l'aiguille N.-E.					6 38 16

Cette déclinaison est N.-E. ou tribord, parce que l'azimut observé est plus près du Nord que l'azimut vrai.

Exemple 3. Le 17 Octobre 1836, étant par 42° 10' de latitude Nord et par 16° 50' de longitude Ouest, la hauteur moyenne de plusieurs hauteurs observées du bord inférieur du soleil, a été de 23° 39' 34", et l'azimut moyen d'un égal nombre d'azimuts observés de 109° 29' du Nord vers l'Ouest; l'heure moyenne correspondante à la montre n.° 2 (page 91) était de 6ʰ 47ᵐ 56ˢ,5, l'élévation de l'œil de 17 pieds; on demande la déclinaison de l'aiguille aimantée.

Heure à la montre n.° 2		8ʰ	47ᵐ	56ˢ5
Etat le 17 à midi	−	2	53	10.8
Heure appr. T. M. de Paris		3	54	45.7
Déclinaison du soleil	A	9°	26'	6"
Distance polaire		99	26	6
Hauteur observée		23	39	34
Table III *correction*	+	0	9	42
Hauteur vraie du centre		23	49	16

Distance polaire	99°	26'	6"		
Hauteur vraie	23	49	16	c. l. cos.	0.038669
Latitude	42	10	0	c. l. cos.	0.130067
Somme	165	25	22		
Demi-somme	82	42	41	l. cos.	9.103350
Différence	16	43	25	l. cos.	9.981231
				somme	19.253317
Demi-azimut	64	57	23	l. cos.	9.626658
Azimut vrai du N. vers l'O.					129° 54' 46"
Azimut observé du N. vers l'O.					109 29 0
Déclinaison de l'aiguille N.-O.					20 25 46

Cette déclinaison est N.-O. ou babord, parce que l'azimut observé est plus près du Nord que l'azimut vrai.

Exemple 4. Le 19 Novembre 1836, étant par 50° 22' de latitude Nord et par 26° 50' de longitude Ouest, on a observé une série composée de quatre hauteurs du bord inférieur du soleil dont la moyenne était de 8° 10' 15", et l'azimut moyen résultant d'une série correspondante d'azimuts observés était de 158° 42' du Nord vers l'Est, l'heure moyenne à la montre marine n.° 1 (page 91) était de 0ʰ 39ᵐ 51ˢ,6; l'élévation de l'œil 20 pieds; on demande la déclinaison de l'aiguille aimantée.

Heure à la montre n.° 1		0ʰ	39ᵐ	51ˢ6
Etat le 18 à midi	−	2	21	35.5
Heure appr. T. M. de Paris		22	18	16.1
Déclinaison du soleil	A	19°	32'	44"
Distance polaire		109	32	44
Hauteur observée		8	10	15
Table III *correction*		0	5	0
Hauteur vraie du centre		8	15	15

Distance polaire	109°	32'	44"		
Hauteur vraie	8	15	15	c. l. cos.	0.004522
Latitude	50	22	0	c. l. cos.	0.195265
Somme	168	9	59		
Demi-somme	84	4	59.5	l. cos.	9.013182
Différence	25	27	44.5	l. cos.	9.955624
				somme	19.168594
Demi-azimut	67	25	13	l. cos.	9.584297
Azimut vrai du N. vers l'E.					134° 50' 26"
Azimut observé du N. vers l'E.					158 42 0
Déclinaison de l'aiguille N.-O.					23 51 34

Cette déclinaison est N.-O. ou babord, parce que l'azimut observé est plus éloigné du Nord que l'azimut vrai.

Remarque 2. Le soleil n'est pas le seul astre dont l'azimut puisse servir à déterminer la déclinaison de l'aiguille aimantée; les planètes et les étoiles de la première grandeur, dont les hauteurs sont observées pendant le crépuscule du matin ou du soir, jouissent de la même propriété; la lune surtout paraît offrir un moyen commode de l'obtenir pendant la nuit, lorsqu'elle est près de son lever et de son coucher, parce qu'elle forme sur la surface de la mer une traînée de lumière répondant exactement à son vertical, et dont le relèvement facile, donne avec exactitude l'azimut observé, à l'instant où un second observateur prend la hauteur de cet astre : la difficulté ne consistera alors que dans l'observation de la hauteur, pour laquelle il sera bon de se rappeler ce qui a été dit précédemment (page 19). Pour obvier aux inconvéniens de cette dernière observation, on pourra calculer l'azimut vrai de la lune par le moyen de son angle horaire (Problème XIII), ou par son passage au premier vertical (Problème XIV).

Exemple 1. Le 9 Décembre 1836, étant par 19° 45' de latitude Nord, on a observé des hauteurs de la Chèvre, et aux mêmes instans où ces observations ont été faites, cet astre a été relevé au compas; par un milieu pris entre ces observations, on a trouvé une hauteur moyenne de 20° 9' 30" et un azimut moyen observé de 41° 50' du Nord vers l'Est; élévation de l'œil 21 pieds; on demande la déclinaison de l'aiguille aimantée.

Déclinaison		B	45°	49'	32"
Distance polaire			44	10	28
Hauteur observée			20	9	30
Table III,	*correction*	+	0	7	0
Hauteur vraie			20	16	30

Distance polaire	44°	10'	28"		
Hauteur vraie	20	16	30	c. l. cos.	0.027779
Latitude	19	45	0	c. l. cos.	0.026329
Somme	84	11	58		
Demi-somme	42	5	59	l. cos.	9.870392
Différence	2	4	29	l. cos.	9.999715
				somme	19.924215
Demi-azimut	23	35	16	l. cos.	9.962107
Azimut vrai du N. vers l'E.					47° 10' 32"
Azimut observé du N. vers l'E.					41 50 0
Déclinaison de l'aiguille N.-E.					5 20 32

Exemple 3. Le 7 Msi 1836, étant par 17° de latitude Nord et par 24° 35' de longitude Est, à 23h 57m 42s T. M. du lieu, on a observé plusieurs hauteurs de l'un des bords de la lune, dont la moyenne a donné pour hauteur vraie du centre 5° 44' 6"; l'azimut moyen observé correspondant était le O. 1/4 S.-O.; on demande la déclinaison de l'aiguille aimantée.

Heure du lieu le 7, T. M.		23h	57m	42s
Longitude Est	−	1	38	20
Heure de Paris T. M. le 7		22	19	22
Déclinaison de la ☾	A	18°	34'	8"
Distance polaire		108	34	8

Calcul de l'azimut de la ☾

Distance polaire	108°	34'	8"		
Hauteur vraie	5	44	6	c. l. cos.	0.002179
Latitude	17	0	0	c. l. cos.	0.019404
Somme	131	18	14		

Exemple 2. Le 10 Septembre 1836, étant par 15° 18' de latitude Nord, on a observé des hauteurs de Syrius, et aux mêmes instans où ces observations ont été faites, cet astre a été relevé au compas; par un milieu pris entre ces observations, on a trouvé une hauteur moyenne de 14° 25' 30" et un azimut moyen observé de 124° 20' du Nord vers l'Est; élévation de l'œil 23 pieds; on demande la déclinaison de l'aiguille.

Déclinaison		A	16°	29'	30"
Distance polaire			106	29	30
Hauteur observée			14	25	30
Table III,	*correction*	+	0	8	36
Hauteur vraie			14	34	6

Distance polaire	106°	29'	30"		
Hauteur vraie	14	34	6	c. l. cos.	0.014193
Latitude	15	18	0	c. l. cos.	0.015672
Somme	136	21	36		
Demi-somme	68	10	48	l. cos.	9.570183
Différence	38	18	43	l. cos.	9.894676
				somme	19.494724
Demi-azimut	56	1	4	l. cos.	9.747362
Azimut vrai du N. vers l'E.					112° 2' 8"
Azimut observé du N. vers l'E.					124 20 0
Déclinaison de l'aiguille N.-O.					12 17 52

Exemple 4. Le 20 Février 1836, étant par 40° 10' de latitude Nord et par 36° 1' de longitude Est, à 9h 3m 24s T. M. du lieu, on a observé plusieurs hauteurs de l'un des bords de la lune, dont la moyenne a donné pour hauteur vraie du centre 6° 12' 33"; l'azimut moyen observé correspondant était le O.-N.-O. 7° O.; on demande la déclinaison de l'aiguille aimantée.

Heure du lieu le 20, T. M.		9h	3m	24s
Longitude Est	−	2	24	4
Heure de Paris T. M. le 20		6	39	20
Déclinaison de la ☾	B	5°	9'	22"
Distance polaire		84	50	38

Calcul de l'azimut de la ☾

Distance polaire	84°	50'	38"		
Hauteur vraie	6	12	33	c. l. cos.	0.002555
Latitude	40	10	0	c. l. cos.	0.116809
Somme	131	13	11		

Demi-somme	65° 39' 7''	l. cos. 9.615191	Demi-somme	65° 36' 35''	l. cos. 9.615894
Différence	59 55 1	l. cos. 9.864713	Différence	18 14 3	l. cos. 9.975055
Somme		19.501487	Somme		19.710313
Demi-somme		l. cos. 9.750743	Demi-somme		9.855157
Demi-angle azimutal		55° 42' 55''.5	Demi-angle azimutal		44° 14' 30''
Azimut calculé	double	111 25 51	Azimut calculé	double	88 29 0
Azimut observé		101 15 0	Azimut observé		74 30 0
Déclinaison N.-O. ou babord		10 10 51	Déclinaison N.-O. ou babord		13 59 0

Remarque 3. Lorsque la déclinaison de l'astre est plus grande que la latitude du lieu et de même dénomination, à l'instant où l'astre est le plus près du premier vertical, une erreur sur la hauteur ne produit pas d'erreur sur l'azimut.

Quand la déclinaison est égale à la latitude, ou plus petite et de même dénomination, à une erreur sur la hauteur correspondra la plus petite erreur sur l'azimut, lorsque l'angle horaire de l'astre sera de 6 heures; c'est aussi à cet instant qu'une erreur sur la latitude estimée n'altérera pas l'azimut; si la déclinaison de l'astre est d'une dénomination contraire à la latitude, l'instant le plus favorable sera celui du lever ou du coucher de l'astre.

Lorsqu'un lieu est situé par une grande latitude, l'azimut observé, près du lever ou du coucher, peut être très-altéré, parce que le changement en hauteur est insensible, tandis que le changement en azimut est très-grand; dans ce cas il est préférable d'attendre que l'astre ait déjà une certaine hauteur.

L'azimut observé sera d'autant plus exact que l'astre sera moins élevé, surtout si les mouvemens de roulis et de tangage étaient grands; parce que ces mouvemens peuvent altérer sensiblement la position du plan déterminé par les deux pinnules du compas, et dont la vraie position est d'être toujours perpendiculaire à l'horizon du lieu.

PROBLÈME XIII.

Déterminer la déclinaison de l'aiguille par le moyen de l'azimut d'un astre, connaissant son angle horaire.

1. La connaissance de l'angle horaire d'un astre, exige celle du temps vrai du lieu (Problème VIII), qui ne peut être déterminé que par une montre marine dont on connaît l'avance ou le retard sur ce temps vrai.

2. Prenez dans la *Connaissance des Temps* la déclinaison de l'astre pour l'heure T. M. de Paris, correspondante à l'heure T. V. du lieu (Problème III), et vous en conclurez la distance polaire de l'astre.

3. Ajoutez au logarithme tangente de la distance polaire, le logarithme cosinus de l'angle horaire exprimé en degrés, la somme sera le logarithme cotangente d'un arc M', toujours plus petit que 90°, et de même dénomination que la latitude lorsque la distance polaire et l'angle horaire seront de même espèce, et d'une différente dénomination, lorsque la distance polaire et l'angle horaire seront de différentes espèces.

4. Prenez la différence entre l'arc M' et la latitude, si ces deux quantités sont de même dénomination, ou leurs sommes si elles sont de différentes dénominations, vous aurez un arc N'.

5. Au logarithme cotangente de l'angle horaire (pris en même temps que le logarithme cosinus de cet angle), ajoutez le complément arithmétique du logarithme cosinus de l'arc M' et le logarithme sinus de l'arc N', la somme de ces trois logarithmes, diminuée d'une dizaine à la caractéristique, sera le logarithme cotangente de l'azimut demandé, qui sera toujours d'une espèce différente que l'angle horaire, excepté le cas dans lequel l'arc M' serait plus grand que la latitude du lieu et de même dénomination, alors l'azimut est de même espèce que l'angle horaire.

Remarque 1. Si la latitude est nulle, retranchez du logarithme cotangente de la distance polaire, le logarithme sinus de l'angle horaire, la différence sera le logarithme cotangente de l'angle azimutal, qui sera de même espèce que la distance polaire et compté à partir du même pôle.

Si la déclinaison est nulle, au logarithme cotangente de l'angle horaire, ajoutez le logarithme sinus de la latitude, la somme sera le logarithme cotangente de l'angle azimutal, d'une espèce différente de l'angle horaire.

Enfin, si la latitude et la déclinaison sont nulles, l'angle azimutal sera droit, c'est-à-dire égal à 90°.

Remarque 2. Si l'angle horaire est de 90°, ajoutez au logarithme cosinus de la latitude, le logarithme cotangente de la distance polaire, la somme, diminuée d'une dizaine, sera le logarithme cotangente de l'angle azimutal de même espèce que la distance polaire.

Si l'angle horaire est de 90° et que la latitude soit nulle, l'angle azimutal sera égal à la distance polaire.

Si l'angle horaire est de 90° et que la déclinaison soit nulle, l'angle azimutal sera droit ou de 90°.

Enfin, si l'angle horaire est de 90° et que la latitude et la déclinaison soient nulles, l'angle azimutal sera droit ou de 90°.

Exemple 1. Le 18 Octobre 1836, étaet par 41° 46' de latitude Nord et par 145° 30' de longitude Ouest, à 9h 41m 44s du matin, temps vrai, on a relevé le centre du soleil au compas; il répondeit à l'E. 1/4 S.-E. 3° E. On demande la déclinaison de l'aiguille.

Heure T. V. du lieu le 17		21h	41m	44s
Longitude en temps	+	9	42	0
Heure T. V. de Paris le 18		7	23	44
Temps moyen au midi vrai	+	11	45	9
Heure T. M. de Paris le 18		7	8	53
Déclinaison du ☉	A	9°	50'	54"5
Distance polaira		99	50	54.5
Angle horaire du ☉		2h	18m	16s
en degrés		34°	34'	0"

Dist. pol.	99°50' 54"5	l. tan. 10.760447		
Ang. hor.	34 34 0	l. cos. 9.915646	l. cot.	10.161784
Arc M' S.	11 54 16.7	l. cot. 10.676093	c. l. c.	0.009443
Latit. N.	41 46 0			
Arc N'	53 40 16.7		l. sin.	9.906137
Aimut calculé	140° 4' 35"		l. cot.	10.077364
Aimut observé	98 15 0			
Déclinaison de l'eiguille	41 49 35 N.-E. ou tribord.			

Exemple 2. Le 22 Septembre 1836, étant par 37° 51' de latitude Nord et par 28° 34' de longitude Ouest, à 4h 16m 43s,1 du soir, temps vrai, on a relevé le centre du soleil au compas: l'azimut observé a été de l'O. 1/4 N.-O. 6° O. On demande la déclinaison de l'aiguille.

Heure T. V. du lieu le 22		4h	16m	43s 1
Longitude en temps	+	1	54	16
Heure T. V. de Paris le 22		6	10	59.1
Temps moyen au midi vrai	+	11	52	31
Heure T. M. de Paris le 22		6	3	30.2
Déclinaison du ☉	B	0°	6'	38"
Distance polaire		89	53	22
Angle horaire du ☉		4h	16m	43s 1
en degrés		64°	10'	46"5

Dist. pol.	89°53' 22"	l. tan. 12.714498		
Ang. hor.	64 10 46.5	l. cos. 9.639041	l. cot.	9.684719
Arc M' N.	0 15 13.9	l. cot. 12.353539	c. l. c.	0.000004
Latit. N.	37 51 0			
Arc N'	37 35 46.1		l. sin.	9.785395
Azimut calculé	106° 26' 48"9		l. cot.	9.470118
Azimut observé	84 45 0			
Déclinaison de l'aiguilla	21 41 48.9 N.-O. ou babord.			

Exemple 3. Le 2 Octobre 1836, étant situé par 20° 32' de latitude Nord et par 57° de longitude Ouest, le matin, on a fait plusieurs relevemens du centre de la lune; l'azimut moyen observé était de 92° 4' 15" du N. vers l'E., et l'heure correspondante à la montre marine n.° 4 (page 91), était 7h 19m 2s,44; on demande la déclinaison de l'aiguille.

Heure astronomique à la montre le 1		19h	19m	2s 44
Etat de la montra pour le midi du 1	+	4	53	5.96
Heure approchée T. M. de Paris le 1		24	12	8.40
Part. prop. pour 24h 12m 36s	+		0	27.60
Heure de Paris T. M. le 2		0	12	36.00
Temps moyen au midi vrai	−	11	49	16.35
Heure de Paris T. V. le 2		0	23	19.65
Longitude au temps Ouest	−	3	48	0.00
Heure astronomique T. V. du lieu le 1		20	35	19.65

Exemple 4. Le 22 Novembre 1836, étant situé par 12° 8' de latitude Nord et par 44° de longitude Est, le matin, on a observé plusieurs azimuts du centre de la lune, le résultat moyen était de 64° 29' 30" du N. vers l'O., et l'heure correspondante à la montre n.° 3 (page 91), était 10h 42m 19s,81. On demande la déclinaison de l'aiguille.

Heure astronomique à la montre le 21		10h	42m	19s 81
Etat de la montre le 21 à midi	+	0	53	45.76
Heure approchée T. M. de Paris le 21		11	36	5.57
Part. prop. pour 15h 56m 45s	−		0	5 57
Heure de Paris T. M. le 21		11	36	0.00
Temps moyen au midi vrai	−	11	46	17.20
Heure de Paris T. V. le 21		11	49	42.80
Longitude en temps Est	+	2	56	0.00
Heure astronomique T. V. du lieu le 21		14	45	42.80

Æ vraie du ☉	+	12h 34m 12s09
Æ du méridien		9 9 31.74
en degrés		137° 22' 56"1
Æ de la lune		97 5 38.4
Angle horaire de la ☾	*différence*	40 17 17.7
Déclinaison de la ☾	B	27 34 39.6
Distance polaire		62 25 20.4

Dist. pol.	62°25' 20"4	l. tan.	10.282087		
Ang. hor.	40 17 17.7	l. cos.	9.882411	l. cot.	10.071753
Arc M' B	34 23 58.2	l. cot.	10.164498	c. l. c.	0.083484
Latit. B	20 32 0.0				
Arc N'	13 51 58.2			l. sin.	9.379586
Azimut calculé	71° 5' 13"6			l. cot.	9.534823
Azimut observé	92 4 15				
Déclinaison de l'aiguille	20 59 0 N.-O. ou babord.				

Exemple 5. Le 2 Octobre 1836, étant situé par 20° 32' de latitude Nord et par 57° de longitude Ouest, le matin, on a fait plusieurs relevemens de Vénus; l'azimut moyen observé était de 104° 15' du N. vers l'E., et l'heure à la montre marine n.° 1 (page 91) était 2h 20m 39s,5; on demanda la déclinaison de l'aiguille.

Heure astronôm. à la montre n.° 1 le 2		2h 20m 39s5
Etat de la montre pour le midi du 2	−	2 8 13.36
Heure approchée T. M. de Paris le 2		0 12 36.14
Part. prop. pour 12m 36s	−	0 0.14
Heure de Paris T. M. le 2		0 12 36.00
Angle horaire de Vénus (page 118)		74° 12' 24"9
Distance polaire		77 25 22

Dist. pol.	77° 15' 22"	l. tan.	10.651483		
Ang. hor.	74 12 24.9	l. cos.	9.434830	l. cot.	9.451542
Arc M' B	39 20 36.8	l. cot.	10.086313	c. l. c.	9.111619
Latit. B	20 32 0.0				
Arc N'	18 48 36.8			l. sin.	9.508442
Azimut calculé	83° 16' 28"			l. cot.	9.071603
Azimut observé	104 15 0				
Déclinaison de l'aiguille	20 58 32 N.-O. ou babord.				

Æ vraie du ☉	+	15h 50m 13s11
Æ du méridien		6 35 55.91
en degrés		98° 58' 58"65
Æ de la lune		42 55 29.90
Angle horaire de la ☾	*différence*	56 3 28.75
Déclinaison de la ☾	B	16 54 13.4
Distance polaire		73 5 46.4

Dist. pol.	73° 5' 46"6	l. tan.	10.517278		
Ang. hor.	56 3 28.75	l. cos.	9.746909	l. cot.	9.828039
Arc M' B	28 33 29.0	l. cot.	10.264187	c. l. c.	0.056341
Latit. B	12 8 0.0				
Arc N'	16 25 29.0			l. sin.	9.451411
Azimut calculé	77° 46' 29"7			l. cot.	9.335791
Azimut observé	64 29 30				
Déclinaison de l'aiguille	13 17 0 N.-O. ou babord.				

Exemple 6. Le 22 Novembre 1836, étant situé par 12° 8' de latitude Nord et par 44° de longitude Est, le matin, on a observé plusieurs azimuts de Jupiter, la résultat moyen était de 64° 33' 30" du N. vers l'O., et l'heure correspondante à la montre n.° 2 (page 91) était 6h 37m 5s,55; on demande la déclinaison de l'aiguille.

Heure astronom. à la montre n.° 2 le 21		18h 37m 5.55
Etat de la montre pour le midi du 21	−	2 40 ,34.80
Heure approchée T. M. de Paris le 21		15 56 30.75
Part. prop. pour 15h 56m 45s	+	0 14.35
Heure de Paris T. M. le 21		15 56 45.10
Angle horaire de Jupiter (page 118)		25" 48' 23"5
Distance polaire		73 51 19

Dist. pol.	73° 51' 19"	l. tan.	10.538380		
Ang. hor.	25 48 28	l. cos.	9.954368	l. cot.	10.315526
Arc M' B	17 49 31.2	l. cot.	10.492748	c. l. c.	0.021366
Latit. B	12 8 0				
Arc N'	5 41 31.2			l. sin.	8.996428
Azimut calculé	77° 50' 32"			l. cot.	9.333320
Azimut observé	64 33 30				
	13 17 2 N.-O. ou babord.				

PROBLÈME XIV.

Déterminer la déclinaison de l'aiguille aimantée par le passage du soleil au premier vertical.

Un vertical est un grand cercle de la sphère passant par les pôles de l'horizon; on nomme *premier vertical*, celui qui passe par les points *Est* et *Ouest*.

Un astre quelconque ne peut passer au premier vertical au-dessus de l'horizon, qu'autant que sa déclinaison est plus petite que la latitude du lieu et qu'elle est de même dénomination; comme il répond alors au vrai point d'Est ou d'Ouest, en relevant cet astre au compas à l'instant de son passage, on se procurera immédiatement la déclinaison de l'aiguille. En effet, si l'astre observé répond à l'Est ou à l'Ouest du compas, la déclinaison de l'aiguille sera nulle; s'il répond à droite de l'un ou de l'autre de ces points, elle sera égale à la différence et. N.-O. ou babord; et s'il répond à gauche, elle sera N.-E. ou tribord.

On peut déterminer de deux manières le moment auquel le centre d'un astre est dans le premier vertical : l'une consiste à calculer d'avance quel sera l'angle horaire de l'astre, ou ce qui est de même, l'heure de ce passage ; et l'autre à calculer quelle sera sa hauteur à cet instant. Le premier exige la mesure exacte du temps, et par conséquent qu'on ait à sa disposition une montre marine bien réglée ; mais le second n'exige pas la connaissance de l'heure, et par cette raison paraît plus commode à employer.

Pour trouver l'heure T. V. approchée du passage du soleil au premier vertical.

1. Prenez la déclinaison du soleil pour l'heure de Paris correspondante à six heures du matin ou du soir, dans le lieu proposé.

2. Entrez dans la Table XXXI avec la déclinaison du soleil, prise dans la ligne horizontale supérieure, et la latitude du lieu contenue dans la première colonne à gauche, le nombre d'heures et de minutes correspondant à ces deux quantités, donnera l'angle horaire du soleil au premier vertical ; cet angle sera l'heure T. V. du passage pour le soir, et le complément de cet angle à 24 heures donnera l'heure astronomique T. V. du même passage pour le matin.

3. Si vous avez une montre marine. Connaissant l'heure T. V. du passage au premier vertical du lieu, déterminez le temps correspondant de Paris (Problème II), et par le Problème II *bis*, cherchez l'heure que doit marquer la montre à cet instant ; cette heure sera celle qu'il faudra saisir pour relever le centre du soleil au compas azimutal.

Pour trouver la hauteur approchée du soleil à son passage au premier vertical.

1. Prenez la déclinaison du soleil pour l'heure de Paris correspondante à six heures du matin ou du soir.

2. Entrez dans la Table XXXI avec la déclinaison du soleil, prise dans la ligne supérieure, et la latitude du lieu contenue dans la première colonne à gauche, le nombre de degrés et de minutes correspondant à ces deux quantités, donnera la hauteur vraie approchée du centre du soleil au premier vertical.

3. Pour avoir la hauteur du bord inférieur que doit donner l'observation, retranchez de la hauteur vraie le demi-diamètre du soleil, vous obtiendrez la hauteur vraie du bord inférieur, à laquelle vous ajouterez la réfraction moins la parallaxe qui lui convient (Table V), la somme vous donnera la hauteur apparente du bord inférieur qui, étant augmentée de la dépression relative à l'élévation de l'œil (Table II), vous donnera pour résultat la hauteur observée. On observera que si la hauteur est petite, il faudra entrer de nouveau dans la Table V avec la hauteur apparente trouvée, pour y prendre une correction plus exacte de la hauteur vraie du bord inférieur.

C'est sur cette hauteur observée qu'il faudra fixer l'alidade de l'instrument (en tenant compte de la rectification de l'instrument s'il y a lieu), pour attendre le passage du soleil au premier vertical, et le faire relever au compas à l'instant où le soleil est à la hauteur trouvée.

Remarque 1. Pour employer cette méthode, il faudra se rappeler 1.° que la déclinaison du soleil doit être plus petite et de même dénomination que la latitude du lieu. 2.° D'éviter les cas dans lesquels l'astre est trop élevé au-dessus de l'horizon, par rapport à l'inexactitude qui pourrait s'introduire dans l'observation du relèvement.

Ces conditions remplies, on peut faire usage de la méthode en employant les planètes principales et même les étoiles des premières grandeurs.

Exemple 1. Le 15 Juillet 1836, au matin, étant par 50° 45' de latitude Nord et par 35° de longitude Ouest, on demande l'heure T. V. du passage du soleil au premier vertical, et quelle sera la hauteur observée du bord inférieur de cet astre, en supposant que l'élévation de l'œil soit de 18 pieds.

Heure approchée du lieu le 14		18h	0m
Longitude en temps	*ajoutez*	2	20
Heure de Paris le 14		20	20
Déclinaison du soleil	*boréale*	21°	31'
Latitude du lieu	*boréale*	50	45

Exemple 2. Le 25 Février 1836, au soir, étant par 29° 50' de latitude Sud et par 30° de longitude Ouest, on demande l'heure T. V. du passage du soleil au premier vertical, et quelle sera la hauteur observée du bord inférieur de cet astre, en supposant que l'élévation de l'œil soit de 16 pieds.

Heure approchée du lieu le 25		6h	0m
Longitude en temps	*ajoutez*	2	0
Heure de Paris le 25		8	0
Déclinaison du soleil	*australe*	9°	13'
Latitude du lieu	*australe*	29	50

Calcul de l'heure approchée du passage.

Pour 21° de décl. et 50° de lat. (T. XXXI)		4h	45m	0s
Part. prop. pour 31' de déclinaison	−	0	2	4
pour 45' de latitude	+	0	1	52
Angle horaire *somme algébrique*		4	44	48
Heure approchée T. V. le 14		19	15	12

Calcul de l'heure approchée du passage.

Pour 9° de décl. et 29° de lat. (T. XXXI)		4h	54m	0s
Part. prop. pour 13' de déclinaison	−	0	1	44
pour 50' de latitude	+	0	1	20
Angle horaire *somme algébrique*		4	53	36
Heure approchée T. V. le 25		4	53	36

Calcul de la hauteur approchée.

Pour 21° de décl. et 50° de latitnde		27°	54'	0"
Part. prop. pour 31' de déclinaison	+	0	42	53
pour 45' de latitude	−	0	19	7
Hauteur vraie approchée du centre		28	17	46

Calcul de la hauteur approchée.

Pour 9° de décl. et 29° de latitude		18°	49'	0"
Part. prop. pour 13' de déclinaison	+	0	28	10
pour 50' de latitude	−	0	29	10
Hauteur vraie approchée du centre		18	48	0

Pour trouver l'heure exacte T. V. du passage du soleil au premier vertical.

1. Déterminez l'heure approchée, par le moyen de la Table XXXI, puis avec la longitude du lieu, obtenez l'heure T. V. de Paris, que vous convertirez en temps moyen, et pour cette dernière vous calculerez la déclinaison du soleil.

2. Au logarithme tangente de la déclinaison, ajoutez le logarithme cotangente de la latitude, la somme, diminuée de 10, sera le logarithme cosinus de l'angle horaire toujours plus petit que 90°.

3. Convertissez l'angle horaire en heures, vous aurez l'heure T. V. du passage du soleil au premier vertical pour le soir, et son complément à 24 heures donnera l'heure astronomique T. V. du même passage pour le matin.

4. Ayant une montre marine, déterminez l'heure T. M. de Paris correspondante à l'heure vraie du passage, puis, par le Problême II *bis*, l'heure que doit marquer la montre à cet instant.

Pour trouver avec exactitude la hauteur vraie du soleil à son passage au premier vertical.

1. Déterminez la déclinaison du soleil pour l'heure approchée, calculée par la Table XXXI.

2. Du logarithme sinus de la déclinaison, augmenté de 10, retranchez le logarithme sinus de la latitude du lieu; le reste sera le logarithme sinus de la hauteur vraie du centre du soleil, à laquelle vous ferez les corrections nécessaires pour obtenir la hauteur observée.

Applications de ces règles aux deux exemples précédens.

Exemple 1.

Heure approchée T. V. le 14		19h	15m	12s
Longituda en temps	*ajoutez*	2	20	0
Heure T. V. de Paris le 14		21	35	12
Heure T. M. de Paris		21	40	46
Déclinaison du soleil	*boréale*	21°	31'	38"

Calcul de l'heure.

Déclinaison	21°	31'	38"	l. tang.	9.596002
Latitude	50	45	0	l. cotang.	9.912240
Angle horaire	71	11	55	l. cos.	9.508242
Angle horaire en temps					4h 44m 47s7
Heure T. V. du passage le 14					19 15 12,3

Calcul de la hauteur.

Déclinaison	21°	31'	38"	l. sin.	19.564599
Latitude	50	45	0	l. sin.	9.888961
Hauteur vraie	28	17	3	l. sin.	9.675638

Exemple 2.

Heure approchée T. V. le 25		4h	53m	36s
Longitude en temps	*ajoutez*	2	0	0
Heure T. V. de Paris le 25		6	53	36
Heure T. M. de Paris		7	7	1
Déclinaison du soleil	*australe*	9°	13'	27"

Calcul de l'heure.

Déclinaison	9°	13'	27"	l. tang.	9.210579
Latitude	29	50	0	l. cotang.	10.241483
Angle horaire	73	33	0	l. cos.	9.452062
Angle horaire en temps					4h 54m 12s
Heure T. V. du passage le 25					4 54 12

Calcul de la hauteur.

Déclinaison	9°	13'	27"	l. sin.	19.204927
Latitude	29	50	0	l. sin.	9.696774
Hauteur vraie	18	47	50	l. sin.	9.508153

Réduction des hauteurs.

Hauteur vraie du centre		28°	17'	3"
Demi-diamètre	−	0	15	46
Hauteur vraie du bord inférieur		28	1	17
Réfraction − parallaxe (Table V)	+	0	1	41
Dépression pour 18 pieds (Table II)	+	0	4	18
Hauteur observée du bord inférieur		28	7	16

Hauteur vraie du centre		18°	47'	50"
Demi-diamètre	−	0	16	10
Hauteur vraie du bord inférieur		18	31	40
Réfraction − parallaxe (Table V)	+	0	2	43
Dépression pour 16 pieds (Table II)	+	0	4	3
Hauteur observée du bord inférieur		18	38	26

Exemple 3. Le 31 Octobre 1836, au matin, étant par 43° 18' de latitude Sud et par 105° 45' de longitude Ouest, on demande l'heure T. V. du passage du soleil au premier vertical, et quelle sera l'heure marquée par la montre n.° 2 (page 91) à cet instant; on demande aussi quelle sera la hauteur observée du bord inférieur de cet astre, sachant que l'élévation de l'œil sera de 17 pieds et que le sextant qui mesurera cette hauteur a une rectification de − 2' 20.

Déclinaison du soleil	*australe*	14°	15'	
Heure approc. du passage (Tab. XXXI)		19h	2m	39s
Longitude en temps	*ajoutez*	7	3	0
Heure T. V. de Paris le 31		2	5	39
Temps moyen au midi vrai	+	11	43	45
Heure T. M. de Paris le 31		1	49	24
Déclinaison	*australe*	14°	15'	8"

Calcul de l'heure.

Déclinaison	14°	15'	8"	l. tang.	9.404849
Latitude	43	18	0	l. cotang	10.025787
Angle horaire	74	21	45	l. cos.	9.430636

Angle horaire en temps		4h	57m	27s
Heure T. V. du passage le 30		19	2	33
Longitude en temps	*ajoutez*	7	3	0
Heure T. V. de Paris le 31		2	5	33
Temps moyen au midi vrai	+	11	43	45
Heure T. M. de Paris le 31		1	49	18
Etat du n.° 2 le 31 à midi	+	2	48	8.4
Part. prop. pour 1h 49m	−	0	0	1.6
Heure au n.° 2, *somme algébrique*		4	37	24.8

Exemple 4. Le 12 Octobre 1836, au soir, étant par 49° 38' de latitude Sud et par 64° de longitude Est; on demande l'heure T. V. du passage du soleil au premier vertical, ainsi que l'heure que marquera la montre n.° 4 (page 91) à cet instant; on demande aussi quelle sera la hauteur observée du bord inférieur de cet astre, sachant que l'élévation de l'œil sera de 21 pieds et que le sextant dont on fera usage a une rectification de + 3' 40".

Déclinaison du soleil	*australe*	7°	32'	
Heure approc. du passage (Tab. XXXI)		5h	34m	2s
Longitude en temps	*retranchez*	4	16	0
Heure T. V. de Paris le 12		1	18	2
Temps moyen au midi vrai	.	11	46	29
Heure T. M. de Paris le 12		1	4	31
Déclinaison	*australe*	7°	32'	9"

Calcul de l'heure.

Déclinaison	7°	32'	9"	l. tang.	9.121523
Latitude	49	38	0	l. cotang.	9.929452
Angle horaire	83	32	36	l. cos.	9.050975

Angle horaire en temps		5h	34m	10s4
Heure T. V. du passage le 12		5	34	10.4
Longitude en temps	*retranchez*	4	16	0
Heure T. V. de Paris le 12		1	18	10.4
Temps moyen au midi vrai	+	11	46	28.9
Heure T. M. de Paris le 12		1	4	39.3
Etat du n.° 4 le 12 à midi	−	4	58	6.9
Part. prop. pour 1h 4m 39s	−	0	1	1.2
Heure au n.° 4, *somme algébrique*		8	5	30.8

Remarque 2. Ce n'est point ici le lieu d'indiquer la manière d'installer une montre marine à bord d'un bâtiment, nous préviendrons seulement que dès qu'un de ces instrumens est réglé et ensuite installé à bord, il ne doit plus recevoir que les mouvemens attachés au remontage et au sol mobile sur lequel il repose : tous les transports de cette montre, soit sur le pont du bâtiment, pour y servir aux observations journalières; soit à terre, dans les relaches, pour y vérifier ou pour y déterminer de nouveau sa marche diurne, doivent être totalement bannis; car ce n'est qu'autant que ces conditions essentielles seront scrupuleusement remplies, qu'on pourra réellement acquérir de la sécurité sur leurs bons services. L'usage d'une montre marine exige donc l'emploi intermédiaire et indispensable d'une montre à secondes, qui doit toujours faire partie des instrumens dont les marins doivent se munir. (Sur les batimens à bord desquels il ne s'y trouve point de montre marine, la nécessité d'une montre à secondes y est en quelque sorte plus absolue).

Nous supposerons donc, dans l'application du Problème qui nous occupe, l'emploi d'une montre à secondes pour indiquer l'instant auquel le centre du soleil doit être relevé au compas.

Peu de temps avant que la montre marine indique l'heure du passage, comparez-lui la montre à secondes, le résultat de cette comparaison vous fera connaître combien la seconde avance ou retarde sur la première.

Pour une *avance*, ajoutez-la à l'heure, et pour un *retard* retranchez-le de l'heure que doit marquer la montre marine, la *somme* ou la *différence* indiquera l'heure marquée par la montre à secondes a l'instant du passage.

Comparaison des montres.

Heure à la montre n.° 2	4h	30m	0s
Heure à la montre à secondes	5	14	25
Avance de la montre à secondes	0	44	25
Instant du passage au n.° 2	4	37	24.8
Instant à la montre à secondes *somme*	5	21	49.8

Heure à la montre n.° 4	8h	0m	0s
Heure à la montre à secondes	7	2	48
Retard de la montre à secondes	0	57	12
Instant du passage au n.° 4	8	5	30.8
Instant à la montre à secondes *différence*	7	8	18.8

Si aux instans donnés par les montres à secondes on fait relever le centre du soleil au compas, la différence entre l'azimut vrai (qui est alors de 90°) et l'azimut observé donnera la déclinaison de l'aiguille, et pour avoir sa dénomination, on suivra la règle donnée dans le Problème XI.

Calcul de la hauteur.

Déclinaison	14°	15'	8"	l. sin.	19.391272
Latitude	43	18	0	l. sin.	9.836209
Hauteur vraie	21	2	14	l. sin.	9.555063
Hauteur vraie à l'instant du passage		21°	2'	14"	
Demi-diamètre	−	0	16	8	
Hauteur vraie du bord inférieur		20	46	6	
Réfraction − parallaxe	+	0	2	24	
Dépression pour 17 pieds	+	0	4	10	
Rectification du sextant	+	0	2	20	
Hauteur observée *somme algébrique*		20	55	0	

Calcul de la hauteur.

Déclinaison	7°	32'	9"	l. sin.	19.117756
Latitude	49	38	0	l. sin.	9.881907
Hauteur vraie	9	54	41	l. sin.	9.235849
Hauteur vraie à l'instant du passage		9°	54'	41"	
Demi-diamètre	−	0	16	4	
Hauteur vraie du bord inférieur		9	38	37	
Réfraction − parallaxe	+	0	5	19	
Dépression pour 21 pieds	+	0	4	38	
Rectification du sextant	−	0	3	40	
Hauteur observée *somme algébrique*		9	44	54	

Connaissant ainsi quelle sera la hauteur observée, à l'instant où le centre du soleil sera dans le premier vertical, il sera peut-être plus commode d'observer immédiatement sa hauteur vers l'instant, et de ne cesser les observations qu'après que la hauteur déterminée aura eu lieu.

PROBLÈME XV.

Déterminer la déclinaison de l'aiguille aimantée par des hauteurs correspondantes du bord inférieur du soleil.

1. Observez au compas azimutal les azimuts correspondans aux instans où le bord inférieur du soleil se trouve le matin et le soir à la même hauteur sur l'horizon, le point de la rose à égale distance des deux azimuts observés, sera celui qui répond au vrai Nord ou au vrai Sud de l'horizon dans le lieu de l'observation, et la différence entre ce point et le Nord ou le Sud du compas, sera la déclinaison de l'aiguille.

Dans l'application de ce Problème, il est peut-être plus facile de compter toujours les azimuts observés à partir du même point de la ligne N. et S. du compas azimutal, du Sud par exemple, en appelant *E* ceux qui sont évalués du Sud à l'Est, et nommant *O* les azimuts comptés du Sud à l'Ouest.

2. Si les deux azimuts sont de dénominations différentes, c'est-à-dire l'un *E* et l'autre *O*, leur différence sera la déclinaison de l'aiguille; mais s'ils sont de même dénomination, c'est-à-dire tous deux *E* ou tous deux *O*, leur demi-somme donnera la déclinaison de l'aiguille de même nom que le plus grand azimut, excepté seulement lorsque la demi-somme surpasse 90°, alors son supplément sera la déclinaison d'une dénomination différente de l'azimut.

3. Lorsque le changement du soleil en déclinaison, pendant l'intervalle de temps écoulé entre les observations, ne peut pas être négligé, déterminez-le par le moyen

de la Table suivante, et corrigez l'azimut observé après midi, par cette règle : au logarithme du changement en déclinaison (pris dans la Table XXVII), ajoutez le logarithme cosinus de la latitude du lieu pour midi et le logarithme sinus d'un arc correspondant au demi-intervalle de temps écoulé entre les observations, la somme, diminuée de 20, sera le logarithme (Table XXVII) de la correction à appliquer à l'azimut Ouest, par soustraction, quand il s'approche du pôle Nord, et par addition lorsqu'il s'approche du pôle Sud : l'azimut du soir ainsi corrigé, sera employé suivant la règle précédente, au lieu de l'azimut observé.

4. Si les observations n'ont pas été faites dans le même lieu, déterminez le chemin parcouru dans l'intervalle de temps écoulé, ainsi que la différence en latitude et en longitude ; corrigez l'intervalle de la différence en longitude, ensuite au logarithme de la différence en latitude (pris dans la Table XXVII), ajoutez le complément arithmétique du logarithme cosinus de la latitude et le logarithme cotangente d'un arc exprimé en degrés, égal à la moitié de l'intervalle corrigé, la somme, diminuée de 20, sera le logarithme de la correction à appliquer à l'azimut Ouest, par addition ou par soustraction, selon que la latitude a été en diminuant ou en augmentant.

MOUVEMENT HORAIRE DU SOLEIL EN DÉCLINAISON.

MOIS et jours.	Mouv. horaire.	Différence.	MOIS et jours.	Mouv. horaire.	Différence.	MOIS et jours.	Mouv. horaire.	Différence.
Janvier .. 1	+ 12"62		Mai 1	+ 45"33		Septemb. 8	− 56"50	
		+ 11"09			− 6"91			+ 1.71
11	23.71		11	38.42		18	58.21	
		9.91			8.05			0.33
21	33.62		21	30.37		28	58.54	
		8.46			9.04			− 1.17
31	42.08		31	21 33		Octobre.. 8	57.37	
		6.76			9.87			2.75
Fevrier.. 10	48.84		Juin 10	11.46		18	54.62	
		5.03			10.24			4.29
20	53.87		20	1.22		28	50.33	
		3.38			10.29			6.04
Mars 2	57.25		30	− 9.07		Novemb.. 7	44.29	
		1.62			+ 9.89			7.71
12	58.87		Juillet... 10	18.96		17	36.58	
		0.21			9.16			9.25
22	59.08		20	28.12		27	27.33	
		− 1.29			8.21			10.62
Avril 1	57.79		30	36.33		Décemb.. 7	16.71	
		2.79			6.96			11.50
11	55.00		Août.... 9	43.29		17	5.21	
		4.04			5.46			11.75
21	50.96		19	48.75		27	+ 6.54	
		5.63			4.75			11.71
Mai 1	45.33		29	53.50		Janvier 6	18.25	
					3.00			
			Septemb. 8	56.50				

Remarque 1. Nous avons supposé (parag. 1, 3), que l'azimut du soleil, observé après midi, répondait à l'Ouest de la ligne Nord et Sud du compas ; mais si par une grande déclinaison de l'aiguille cet azimut répondait à l'Est, la correction à faire à l'azimut du soir devrait être appliquée dans un sens opposé à celui qui a été indiqué.

La méthode précédente a l'avantage de ne pas exiger un grand degré d'exactitude, soit dans la latitude, soit dans le changement en déclinaison, ainsi que dans l'intervalle de temps qui peut être mesuré avec une montre ordinaire, et comme on peut prendre plusieurs azimuts le matin et leurs correspondans le soir, les erreurs des relèvemens se trouveront atténuées : on pourra donc obtenir par cette méthode la déclinaison de l'aiguille avec précision.

Exemple 1. On suppose que le matin, lorsque le bord inférieur du soleil a été observé à une certaine hauteur, son azimut observé au compas a été de 31° du Sud vers l'Est ; et que le soir, lorsque le même bord s'est trouvé à la même hauteur, son azimut observé a été de 60° du Sud vers l'Ouest. On demande la déclinaison de l'aiguille.

Azimut du matin du S. vers l'E.	31°	0'
du soir du S. vers l'O.	60	0
différence	29	0
Déclinaison de l'aiguille N.-O.	14	30

Cette déclinaison est N.-O. ou babord, parce que l'azimut du soir S.-O. est plus grand que celui du matin.

Exemple 2. On suppose qu'avant midi, l'azimut du soleil s'est trouvé de 52° 30' du Nord vers l'Est, et que le soir, parvenu de nouveau à la même hauteur, son azimut a été observé de 68° 40' du Nord vers l'Ouest. On demande la déclinaison de l'aiguille.

Azimut du matin du N. vers l'E.	52°	30'
du soir du N. vers l'O.	68	40
différence	16	10
Déclinaison de l'aiguille N.-E.	8	5

Cette déclinaison est N.-E., parce que l'azimut du soir, s'il avait été compté du Sud, serait plus petit que celui du matin, compté du même point.

Exemple 3. Cinq hauteurs égales ont été prises matin et soir, ainsi que les azimuts observés correspondans; on demande la déclinaison de l'aiguille.

1° le m. du S. vers l'O.	16° 0'	le s. du S. vers l'O.	40° 50'
2	16 45		40 25
3	17 30		39 50
4	18 0		39 40
5	18 45		38 45
somme	87 0		199 30
Azimuts moyens	17 24		39 56
Azimut du matin du Sud vers l'Ouest			17 24
du soir du Sud vers l'Ouest			39 56
		somme	57 20
Déclinaison de l'aiguille N.-O.			28 40

Exemple 4. Supposons que le 10 Avril 1836, étant situé par 43° 18' de latitude Nord, l'azimut du soleil a été observé le matin de 59° 15' du Sud vers l'Est; et qu'après midi, lorsque le soleil s'est trouvé à la même hauteur, son azimut observé était de 45° 12' du Sud vers l'Ouest, l'intervalle de temps mesuré par une montre ordinaire entre les observations du matin et du soir est supposé de 6h 30m. On demande la déclinaison de l'aiguille.

Mouvement horaire en déclinaison le 10					55''28
Mouvem. pour 6h 30m	0°	5'	59''	log.	2.555094
Latitude du lieu	43	18	0	c. l. cos.	0.138004
Demi-intervalle	48	45	0	c. l. sin.	0.123875
Correct. de l'azimut −	0	10	56	log.	2.816973
Azimut Ouest	45	12	0		
Azimut corrigé	45	1	4		
du matin	59	15	0		
différence	14	13	56		
Déclin. de l'aiguille	7	6	58	N.-E. ou tribord.	

Exemple 5. Le 23 Avril 1836, au matin, à 8h 52m d'une montre, l'azimut du soleil a été observé de 59° 4' du S. vers l'E., et à 3h 28m l'azimut du soleil a été observé de 81° 34' du Sud vers l'Ouest, sa hauteur étant la même à l'instant de chacun de ces relèvemens: la latitude du vaisseau à midi était de 42° 53' Nord, la direction de la route en compas le S.-O., la vitesse 8 nœuds, déterminer la déclinaison de l'aiguille.

Intervalle de temps	6h 36m
Chemin parcouru en milles	52, 8

Les azimuts observés font connaître que la déclinaison approchée est de 1 rhumb de vent N.-O.

Direct. de la route corrigée S.-O. 1/4 S. ou				33°	45'
Différence en latitude *Sud*					43.9
en longitude *Ouest*			−		40.2
Demi-intervalle en degrés				49	30
corrigé				48	49.9
Mouvement horaire en déclinaison le 23					49''83
Mouvem. pour 6h 36m	0°	5'	29''	log.	2.517196
Latitude à midi	42	43	0	c. l. cos.	0.135050
Demi-intervalle	48	49	54	c. l. sin.	0.123333
Correct. de l'azimut +	0	9	56	log.	2.775579
Différence en latitude	0	43	54	log.	3.420616
Latitude à midi	42	53	0	c. l. cos.	0.135050
Demi-intervalle	48	49	54	l. cot.	9.941739
Deuxième correct. +	0	52	23		3.497405
Première correct. +	0	9	56		
Azimut Ouest	81	34	0		
Azimut O. corrigé	82	36	19		
Azimut E.	59	4	0		
différence	23	32	19		
Déclin. de l'aiguille	11	46	9	N.-O. ou babord.	

Remarque 2. Les hauteurs correspondantes d'une étoile peuvent aussi être employées à déterminer la déclinaison de l'aiguille; on y parviendra en observant d'abord sa hauteur au moins deux heures avant son passage au méridien, ainsi que l'azimut correspondant; ensuite après son passage on observera la même hauteur et l'azimut au même instant; ces observations donneront deux azimuts avec lesquels on déterminera la déclinaison de l'aiguille, par les mêmes règles que celles qui ont été données pour le soleil.

Tous les astres dont la déclinaison est plus grande et de même dénomination que la latitude du lieu, fournissent une méthode très-simple pour déterminer la déclinaison de l'aiguille aimantée. Elle consiste à calculer quelle sera la hauteur de cet astre à l'instant où son vertical est perpendiculaire à son cercle de déclinaison, ainsi que son azimut vrai à cet instant; cet azimut est le plus grand que puisse avoir cet astre (compté à partir du pôle élevé), soit avant, soit après son passage au méridien.

Pour obtenir la hauteur vraie que doit avoir un astre à l'instant de son plus grand azimut Est ou Ouest.

Du logarithme sinus de la latitude du lieu + 10, retranchez le logarithme sinus de la déclinaison de l'astre, vous aurez pour reste le logarithme sinus de sa hauteur vraie, que vous convertirez en hauteur observée (Problème XIV).

Pour le soleil, sa hauteur vraie peut être donnée par la Table XXXI.

Pour obtenir l'azimut vrai correspondant à cette hauteur:

Du logarithme cosinus de la déclinaison de l'astre, augmenté de 10, retranchez le

logarithme cosinus de la latitude du lieu, le reste sera le logarithme sinus de l'azimut vrai, toujours plus petit que 90°, compté à partir du pôle élevé Est ou Ouest, selon que le relèvement doit se faire le matin ou le soir, et qui sera le plus grand que puisse avoir cet astre.

Cela posé, si vous fixez l'alidade d'un instrument sur la hauteur observée, déduite de celle qui a été calculée, pour attendre l'instant du plus grand azimut, et que vous fassiez relever l'astre lorsqu'il sera parvenu à cette hauteur, la différence entre l'azimut vrai et l'azimut observé vous donnera la déclinaison de l'aiguille, dont la dénomination se déterminera suivant la règle du Problème XI, page 137.

Exemple 1. Le 3 Janvier 1836, au soir, étant situé par 7° 57' de latitude Sud et par 16° 41' de longitude Ouest, on demande quelle sera la hauteur observée du bord inférieur du soleil et son azimut vrai, à l'instant où son vertical sera perpendiculaire à son cercle de déclinaison; élévation de l'œil 14 pieds.

Latitude du lieu A	7°	57'	0"	l. sin.		19.140850
Déclinais. du ☉ A	22	52	0	l. sin.		9.589489
Hauteur vraie ☉	20	51	1	l. sin.		9.551361
ou						20° 51' 1"
Demi-diamètre					−	0 16 18
Hauteur vraie du bord inférieur						20 34 43
Refraction − parallaxe (Tab. V)					+	0 2 26
Dépression pour 14 pieds (Tab. II)					+	0 3 47
Hauteur observée du bord inférieur						20 40 56
Déclinais. du ☉	22°	52'	0"	l. cos.		19.964454
Latitude	7	57	0	l. cos.	−	9.995806
Asimut vrai	68	24	24	l. sin.		9.968648
Azimut vrai du Sud vers l'Ouest						68° 24' 24"
ou du Nord vers l'Ouest						111 35 36
L'alidade de l'instrument étant mise sur la hauteur observée; supposons qu'à l'instant où le soleil s'est trouvé à cette hauteur, l'azimut observé était du Nord vers l'Ouest de						95 30 0
Déclinaison de l'aiguille N.-O.						16 5 36

Exemple 2. Le 25 Novembre 1836, au matin, étant par 3° 45' de latitude Sud et par 99° 30' de longitude Est, on demande quelle sera la hauteur observée du bord inférieur du soleil et son plus grand azimut, qui correspondent à l'instant où son vertical est perpendiculaire à son cercle de déclinaison; élévation de l'œil 16 pieds.

Latitude du lieu A	3°	45'	0"	l. sin.		18.815598
Déclinaison du ☉ A	20	55	54	l. sin.	−	9.552977
Hauteur vraie	10	32	55	l. sin.		9.262621
ou						10° 32' 55"
Demi-diamètre					−	0 16 15
Hauteur vraie du bord inférieur						10 16 40
Réfraction − parallaxe (Tab. V)					+	0 5 0
Dépression pour 16 pieds (Tab. II)					+	0 4 3
Hauteur observée du bord inférieur						10 25 43
Déclinais. du ☉	20°	55'	54"	l. cos.		19.970350
Latitude	3	45	0	l. cos.	−	9.999069
Azimut vrai	69	23	32	l. sin.		9.971281
Azimut vrai du Sud vers l'Est						69° 23' 32"
ou du Nord vers l'Est						110 36 28
Ayant fait marquer à l'instrument la hauteur 10° 25' 43", supposons qu'à l'instant où le soleil y est parvenu, le relèvement du soleil au compas a donné pour azimut observé du Nord vers l'Est						109 20 0
Déclinaison de l'aiguille N.-E.						1 16 28

Exemple 3. Le 20 Février 1836, étant par 14° 53' 40" de latitude Nord, on demande quelle sera la hauteur observée de α du Cocher ou *La Chèvre*, et son azimut vrai à l'instant où son vertical sera perpendiculaire à son cercle de declinaison; élévation de l'œil 10 pieds.

Latitude du lieu B	14°	53'	40"	l. sin.		19.409999
Déc. de la Chèvre B	45	49	34	l. sin.	−	9.855658
Hauteur vraie	21	0	2	l. sin.		9.554349
ou						21° 0' 2"
Réfraction (Tab, V)					+	0 2 31
Dépression pour 10 pieds (Tab. II)					+	0 3 12
Hauteur observée de la Chèvre						21 5 45
Décli. de la Chèvre	45°	49'	34"	l. cos.		19.843132
Latitude	14	53	40	l. cos.	−	9.985157
Asimut vrai	46	8	33	l. sin.		9.857975

Nous supposerons que cet azimut est compté du N. vers l'E., c'est-à-dire que le relèvement doit etre fait avant le passage de la Chèvre au méridien.

Azimut vrai du N. vers l'E.	46° 8' 33"
Asimut observé du N. vers l'E.	58 30 0
Déclinaison de l'aiguille N.-O.	12 22 27

Exemple 4. Le 15 Mai 1836, étant par 15° 55' de latitude Sud, on demande quelle sera la hauteur observée de α du Navire ou *Canopus* et son azimut vrai, lorsque son vertical sera perpendiculaire à son cercle de déclinaison; élévation de l'œil 21 pieds.

Latitude du lieu A	15°	55'	0"	l. sin.		19.438129
Déc. de Canopus A	52	36	45	l. sin.	−	9.900120
Hauteur vraie	20	11	28	l. sin.		9.538009
ou						20° 11' 28"
Réfraction (Tab. V)					+	0 2 37
Dépression pour 21 pieds					+	0 4 38
Hauteur observée de Canopus						20 18 43
Décli. de Canopus	52°	36'	45"	l. cos.		19.783334
Latitude	15	55	0	l. cos.	−	9.983022
Azimut vrai	39	9	15	l. sin.		9.800312

Cet azimut est compté du Sud vers l'E. ou vers l'O., en le supposant après le passage au méridien, on aura

Asimut vrai du S. vers l'O.	39° 9' 15"
Ce qui revient du N. vers l'O.	140 50 45
Asimut observé du N. vers l'O.	123 30 0
Déclinaison de l'aiguille N.-O.	17 20 45

Au lieu d'employer la hauteur de l'astre pour avoir l'instant du plus grand azimut E. ou O., si on preferait se servir de l'heure du lieu, il faudrait calculer l'angle horaire de l'astre de la maniere suivante : pour le soleil, son angle horaire serait donné au moyen de la Table XXXI; et pour un autre astre, au logarithme tangente de la latitude du lieu, ajouter le logarithme cotangente de la déclinaison, la somme serait le logarithme cosinus de l'angle horaire demandé, toujours plus petit que 90°.

PROBLÈME XVI.

Déterminer l'azimut ou le relèvement astronomique d'un objet terrestre.

Le relèvement astronomique d'un objet, sert non-seulement à déterminer sa position, mais encore à trouver les relèvemens de tous les points qui sont à vue, au moyen des angles observés avec le cercle à réflexion ou le sextant, ainsi qu'à en conclure la déclinaison de l'aiguille aimantée.

L'observation des relèvemens astronomiques exige le concours de trois observateurs pour prendre au même instant l'un la hauteur du soleil, l'autre la distance de l'objet au bord le plus voisin de l'astre, et le dernier la hauteur de l'objet; mais comme cette dernière hauteur ne peut pas varier sensiblement dans quelques minutes, l'un des deux premiers pourra aussi la mesurer peu de temps avant ou après les observations de la hauteur du soleil et de la distance.

1. Déterminez l'heure de Paris correspondante à l'heure approchée du lieu (Probl. II); ensuite vous chercherez dans la *Connaissance des Temps*, la déclinaison que le soleil avait à cet instant (Problème III), et vous en conclurez sa distance au pôle élevé.

2. Avec la hauteur observée du soleil, calculez la hauteur apparente et la hauteur vraie du centre (Problème IX).

3. Maintenant, avec la distance polaire, la latitude du lieu et la hauteur vraie, calculez l'azimut du soleil (Problème XII), que vous désignerez par A.

4. Ajoutez le demi-diamètre du soleil à la distance observée, si vous avez mis l'objet en contact avec le bord du soleil qui en était le plus voisin; retranchez au contraire le demi-diamètre du soleil de la distance, si vous avez mis l'objet en contact avec le bord qui en était le plus éloigné. Dans ces deux cas, vous obtiendrez la distance apparente de l'objet au centre du soleil.

5. Corrigez la hauteur de l'objet de la dépression de l'horizon, vous aurez la hauteur apparente de cet objet qui, avec la distance apparente et la hauteur apparente du soleil, doit vous servir à calculer la différence d'azimuts.

6. Faites une somme de la distance apparente, de la hauteur apparente du soleil et de la hauteur apparente de l'objet, prenez-en la moitié et la différence entre la demi-somme et la distance apparente; ensuite cherchez dans les Tables les complémens arithmétiques des logarithmes cosinus de la hauteur apparente du soleil et de la hauteur apparente de l'objet; vous placerez au-dessous les logarithmes cosinus de la demi-somme, et de la différence de la demi-somme à la distance apparente; la moitié de la somme de ces quatre nombres, sera le logarithme cosinus de la demi-différence des azimuts du soleil et de l'objet : prenez le double de l'angle correspondant, et vous aurez la différence des azimuts que vous appellerez B.

7. Pour avoir l'azimut de l'objet, remarquez de quel côté le soleil est placé par rapport au pôle élevé, c'est-à-dire si son vertical est à droite ou à gauche de ce pôle; remarquez aussi de quel côté l'objet est placé par rapport au vertical du soleil.

Cela posé, si le soleil et l'objet sont placés d'un même côté, la somme de A et de B donnera l'azimut de l'objet compté comme celui du soleil, à partir du pôle élevé et dans le même sens; c'est-à-dire que si l'azimut du soleil est du Nord ou du Sud vers l'Est, celui de l'objet sera du Nord ou du Sud vers l'Est; que si l'azimut du soleil est du Nord ou du Sud vers l'Ouest, celui de l'objet sera du Nord ou du Sud vers

l'Ouest. Si cependant la somme excède 180°, son complément à 360° donnera alors l'azimut de l'objet, compté toujours comme celui du soleil, à partir du pôle élevé, mais dans un sens opposé ; c'est-à-dire que si l'azimut du soleil est du Nord vers l'est, celui de l'objet sera du Nord vers l'Ouest et réciproquement.

Si le soleil et l'objet sont placés de différens côtés, et que A soit plus grand que B, la différence entre A et B donnera l'azimut de l'objet, compté comme celui du soleil et dans le même sens ; mais si B est plus grand que A, cette différence donnera l'azimut de l'objet, compté toujours comme celui du soleil, à partir du pôle élevé mais dans un sens opposé.

Remarque 1. Si la hauteur de l'objet était nulle, c'est-à-dire s'il était au niveau de la mer, on obtiendrait la différence d'azimut en retranchant du logarithme cosinus de la distance apparente, le logarithme cosinus de la hauteur apparente du soleil, et la différence serait le logarithme cosinus de la différence d'azimut E, qui sera toujours de même espèce que la distance.

Remarque 2. Lorsque le relèvement astronomique d'un objet terrestre est employé à déterminer la déclinaison de l'aiguille aimantée, il faut que deux autres observateurs prennent, avec une boussole, l'azimut ou le relèvement du même objet, à l'instant où l'on observe sa distance au soleil, si le relèvement observé est égal au relèvement astronomique, la déclinaison est nulle; dans le cas contraire, elle sera égale à leur différence : pour savoir de quel côté du méridien la déclinaison doit avoir lieu, on suivra la règle qui a été donnée pour la déterminer par le moyen de l'azimut du soleil (Prob. XII).

Remarque 3. Les circonstances sont favorables à l'observation de la différence de l'azimut du soleil à celui de l'objet, quand le soleil a moins de 60° de hauteur, qu'il est à plus d'une heure du méridien, et que la distance de son vertical à celui de l'objet est d'environ 90°. Il faut toujours éviter de prendre un objet tellement situé que, dans l'observation de sa distance angulaire au soleil, le plan de l'instrument fasse avec l'horizon du lieu un angle de plus de 45°. Si le soleil était dans le voisinage du méridien et qu'à son passage sa hauteur soit au-dessous de 60°, il faudrait déterminer son azimut par son angle horaire (Problème XIII) : dans ce cas, il faut compter les heures correspondantes aux distances du soleil à l'objet, sur une montre à secondes dont on a observé l'avance ou le retard sur le temps vrai, quelque temps avant de prendre cette distance, ou quelque temps après l'avoir mesurée ; l'avance ou le retard de la montre servira à trouver l'heure que l'on devait compter dans le lieu de l'observation d'angle horaire, à l'instant où l'on a observé le relèvement astronomique. Il faudra, au moyen du chemin fait en longitude, rapporter cette heure au lieu où l'on a observé le relèvement, et l'on obtiendra l'heure vraie correspondante à la distance du soleil à l'objet, et par conséquent l'angle horaire du soleil (Problème VIII).

Exemple 1. Le 2 Juin 1836, à 7ʰ 28ᵐ T. V. du matin, étant par 7° 26' de latitude Sud et par 153° de longitude Est, on a observé la hauteur du bord inférieur du soleil de 11° 8' ; au même instant on a pris la distance de la flèche d'un clocher au bord le plus proche du soleil ; cette distance a été de 95° 52'. Ce clocher se trouvait à gauche du vertical du soleil, et la hauteur observée de la flèche était à l'instant de l'observation, de 3° 12' ; l'élévation de l'œil de l'observateur était de 13 pieds ; on demande l'azimut de ce clocher, ou ce qui est de même, son relèvement astronomique.

Heure du lieu T. V. le 1 Juin		19ʰ	28ᵐ	0ˢ
Longitude en temps	*retranchez*	10	12	0
Heure de Paris T. V. le 1	*différence*	9	16	0
Temps moyen au midi vrai	+	11	57	31
Heure de Paris T. M. le 1 Juin		9	13	31
Déclinaison du soleil	*boréale*	22°	9'	21"
Distance polaire du soleil		112	9	21
Distance du bord du soleil à la flèche		95	52	0
Demi-diamètre du soleil	+	0	15	48
Distance du centre à la flèche		96	7	48

Hauteur observée du bord inférieur		11°	8'	0"
Dépression pour 13 pieds (Tab. II)	−	0	3	39
Hauteur apparente du bord inférieur		11	4	21
Demi-diam. horisontal 15' 47"55 ; Accourcissem. (T. XXI) − 6.4	+		15	41
Hauteur apparente du centre		11	20	2
Réfraction − parallaxe (Table V)	−	0	4	35
Hauteur vraie du centre du soleil		11	15	27
Hauteur observée de la flèche		3	12	0
Dépression pour 13 pieds	−	0	3	39
Hauteur apparente de la flèche		3	8	21

Calcul de l'azimut du soleil.

Distance polaire	112° 9' 21"		
Hauteur vraie	11 15 27	c. l. cos.	0.008437
Latitude	7 26 0	c. l. cos.	0.003665
Somme	130 50 48		
Demi-somme	65 25 24	l. cos.	9.619000
Demi-som. — la dist.	46 43 57	l. cos.	9.835948
Somme			19.467050
Demi-somme		l. cos.	9.733525
Demi-angle azimutal	57° 13' 14"		
Azimut du soleil *double*	114 26 28		

Calcul de la différence des azimuts.

Dist. au centre du ☉	96° 7' 48"		
Hauteur appar. du soleil	11 20 2	c. l. cos.	0.008553
Hauteur appar. de la flèche	3 8 21	c. l. cos.	0.000652
Somme	110 36 11		
Demi-somme	55 18 5	l. cos.	9.755309
Demi-som. — la dist.	40 49 42	l. cos.	9.878907
Somme			19.643421
Demi-somme		l. cos.	9.821710
Demi-diff. des azimuts	48° 26' 53"		
Différ. des azimuts *double*	96 53 46		

Calcul de l'azimut du Clocher.

Le clocher à gauche du vertical du soleil,	*différence des azimuts*	96° 53' 46"
Le soleil à gauche du pôle élevé	*azimut du soleil*	114 26 28
Azimut du clocher compté du Sud vers l'Est	*somme*	211 20 14
compté du Sud vers l'Ouest		148 39 46
Supposons que l'azimut observé de ce clocher soit du Sud vers l'Ouest de		156 30 0
La déclinaison de l'aiguille aimantée sera N.-O. ou babord de		7 50 14

Exemple 2. Le 12 Juillet 1836, à 5h 20m T. V. du soir, étant par 48° 6' 10" de latitude Nord et par 9° de longitude Ouest, on a observé la hauteur du bord inferieur du soleil de 23° 4'; au même instant on a pris la distance du bord le plus voisin du soleil à une pointe remarquable; cette distance a été trouvée de 113° 16'; cette pointe se trouvait à droite du vertical du soleil, et la hauteur observée de sa partie la plus élevée était à l'instant de l'observation de 1° 56'; élévation de l'œil 17 pieds, on demande le relèvement astronomique de cette pointe, ainsi que la déclinaison de l'aiguille aimantée, sachant que le sommet restait au N.-E. 13° Est du compas azimutal, à l'instant des observations.

Heure du lieu T. V. le 12		5h 20m 0s
Longitude en temps	*ajoutez*	0 36 0
Heure de Paris T. V. le 12	*somme*	5 56 0
Temps moyen au midi vrai	+	0 5 16
Heure de Paris T. M. le 12 Juillet		6 1 16
Déclinaison du soleil	*boréale*	21° 55' 33"
Distance polaire du soleil		68 4 27
Distance observée du bord à la pointe		113 16 0
Demi-diamètre du soleil	+	0 15 46
Distance du centre du ☉ à la pointe		113 31 46

Hauteur observée du bord inférieur		23° 4' 0"
Dépression pour 17 pieds (Tab. II)	—	0 4 10
Hauteur apparente du bord inférieur		22 59 50
Demi-diamètre horizontal réduit	+	0 15 44
Hauteur apparente du centre		23 15 34
Réfraction — parallaxe (Table V)	—	0 2 6
Hauteur vraie du centre du soleil		23 13 28
Hauteur observée du sommet de la pointe		1 56 0
Dépression pour 17 pieds	—	0 4 10
Hauteur apparente du sommet		1 51 50

Calcul de l'azimut du soleil.

Distance polaire	68° 4' 27"		
Hauteur vraie	23 13 28	c. l. cos.	0.036700
Latitude	48 6 10	c. l. cos.	0.175356
Somme	139 24 5		
Demi-somme	69 42 2	l. cos.	9.540237
Demi-som. — dist.	1 37 35	l. cos.	9.999825
Somme			19.752118
Demi-somme		l. cos.	9.876059
Demi-angle azimutal	41° 15' 36"		
Azimut du soleil *double*	82 31 12		

Calcul de la différence des azimuts.

Dist. au centre du ☉	113° 31' 46"		
Hauteur appar. du soleil	23 15 34	c. l. cos.	0.036814
Hauteur appar. du sommet	1 51 50	c. l. cos.	0.000230
Somme	138 39 10		
Demi-somme	69 19 35	l. cos.	9.547829
Demi-som. — dist.	44 12 11	l. cos.	9.855443
Somme			19.440316
Demi-somme		l. cos.	9.720158
Demi diff. des azimuts	58° 19' 55"		
Différ. des azimuts *double*	116 39 50		

Calcul du relèvement astronomique.

La pointe à droite du vertical du soleil	*différence des azimuts*	116° 39' 50"
Le soleil à gauche du pôle élevé	*azimut du soleil*	82 31 12
Relèvement astronomique de la pointe du Nord vers l'Est		34 8 38
Azimut observé de la pointe		58 0 0
Déclinaison de l'aiguille aimantée N.-O. ou babord		23 51 22

Exemple 3. Le 27 Juillet 1836, étant par 43° 43' 30'' de latitude Nord, et par 10° 50' de longitude Ouest, lorsqu'une montre marquait $10^h\ 4^m\ 26^s$, on a observé la distance du bord le plus proche du soleil au sommet d'une pointe du cap Prior; elle a été trouvée de 61° 41' 50'', cette pointe se trouvait à gauche du vertical du soleil, et la hauteur observée de sa partie la plus élevée était de 4° 3'; la hauteur du bord inférieur du soleil au même instant, de 62° 58', élévation de l'œil 20 pieds. Des observations faites dans la matinée, ont fait connaître que la montre retardait alors de $1^h\ 8^m\ 42^s$; le lieu de l'observation du relèvement se trouvait de 14' 45'' de degré dans l'Est du lieu de l'angle horaire; on demande l'azimut du sommet de cette pointe et la déclinaison de l'aiguille aimantée, sachant que son azimut observé au compas était le S.-S.-E. 10° Est.

Heure à la montre		10^h	4^m	26^s
Retard sur le temps vrai	+	1	8	42
Différence en longitude	+	0	0	59
Heure T. V. du lieu du relèvement		11	14	7
Angle horaire du soleil en temps		0	45	53
en degrés		11°	28'	15''
Heure du lieu le 26 Juillet		23^h	14^m	7^s
Longitude en temps	*ajoutez*	0	43	20
Heure T. V. de Paris le 26		23	57	27
Temps moyen au midi vrai	+	0	6	9
Heure T. M. de Paris le 27		0	3	36
Déclinaison du soleil	*boréale*	19°	10'	54''
Distance polaire du soleil		70	49	6

Hauteur observée du soleil		62°	58'	0''
Dépression pour 20 pieds (Tab. II)	−	0	4	32
Hauteur apparente du bord inférieur		62	53	28
Demi-diamètre du soleil	+	0	15	47
Hauteur apparente du centre		63	9	15
Distance au bord du soleil		61	41	50
Demi-diamètre du soleil	+	0	15	47
Distance du sommet au centre		61	57	37
Hauteur observée du sommet		4	3	0
Dépression pour 20 pieds	−	0	4	32
Hauteur apparente du sommet		3	58	28

Calcul de l'azimut du soleil par son angle hor.

Angle horaire		11° 28' 15''	l. cos.	9.991238
Distance polaire		70 49 6	l. tang.	10.458573
Premier arc	B	19 32 36	l. cotan.	10.449811
Latitude	B	43 43 30		
Second arc		24 10 54	l. sin.	9.612393
Angle horaire		11 28 15	l. cot.	10.692670
Premier arc		19 32 36	c. l. cos.	0.025770
Azimut du soleil		154 58 30	l. cot.	10.330833

Calcul de la différence des azimuts.

Distance apparente	61° 57' 37''		
Hauteurs appar. du soleil	63 9 15	c. l. cos.	0.345254
Hauteurs appar. du sommet	3 58 28	c. l. cos.	0.001046
Somme	129 5 20		
Demi-somme	64 32 40	l. cos.	9.633277
Demi-som. − la dist.	2 35 3	l. cos.	9.999558
Somme			19.979135
Demi-somme	12 30 31	l. cos.	9.989567
Différ. des azimuts	25 1 2		

Azimut du soleil du Nord vers l'Est	154 58 30
Azimut du sommet de la pointe du Nord vers l'Est	129 57 28
Azimut observé du Nord vers l'Est	147 30 0
Déclinaison de l'aiguille N.-O. ou babord	17 32 32

Exemple 4. Le 18 Juin 1836, étant par 22° 50' de latitude Sud, et par 166° de longitude Est; lorsqu'une montre marquait $4^h\ 5^m\ 18^s$, on a observé la distance du bord le plus proche du soleil au sommet d'un édifice; elle était de 86° 4'; cet édifice se trouvait à droite du vertical du soleil, dont la hauteur du bord inférieur au même instant était de 42° 54' 30'', celle de l'édifice était de 5° 15'; élévation de l'œil 20 pieds.

Des observations faites dans la matinée, ont fait reconnaître que la montre avançait sur le temps vrai de $3^h\ 37^m\ 28^s$; le lieu de l'observation du relèvement se trouvait de 8' de degré dans l'Ouest du lieu où l'on avait observé l'angle horaire. On demande l'azimut vrai du sommet de l'édifice, ainsi que la déclinaison de l'aiguille, en supposant que cet édifice, relevé au compas, répondait au Nord vers l'Est 85° 52'.

Heure à la montre		4^h	5^m	18^s
Avance de la montre sur le T. V.	−	3	37	28
Différence en longitude	−	0	0	32
T. V. du lieu du relèvement *somme algéb.*		0	27	18
Angle horaire en temps		0	27	18
en degrés		6°	49'	30''
Heure du lieu T. V. le 18 Juin		0^h	27^m	18^s
Longitude en temps	*retranchez*	11	4	0
Heure de Paris T. V. le 17 Juin		13	23	18
Temps moyen au midi vrai	+	0	0	38
Heure de Paris T. M. le 17 Juin		13	23	56
Déclinaison du soleil	*boréale*	23°	25'	49''

Hauteur observée du soleil		42°	54'	30''
Dépression pour 20 pieds (Tab. II)	−	0	4	32
Hauteur apparente du bord inférieur		42	49	58
Demi-diamètre	+	0	15	46
Hauteur apparente du centre		43	5	44
Distance au bord du soleil		86	4	0
Demi-diamètre du soleil	+	0	15	46
Distance du centre à l'édifice		86	19	46
Hauteur observée du sommet		5	15	0
Dépression pour 20 pieds	−	0	4	32
Hauteur apparente du sommet		5	10	28

Azimut du soleil par l'angle horaire.

Angle horaire		6° 49' 30"	l. cos.	9.996911
Distence polaire		113 25 19	l. leng.	10.363318
Premier erc	B	23 34 15	l. cotan.	10.360229
Latitode	S	22 50 0		
Second erc		46 24 15	l. sin.	9.859872
Angle horaire			l. cot.	10.921959
Premier arc		23 34 15	c. l. cos.	0.037836
			l. cot.	10.819667
Azimut du soleit				171° 23' 12"

Différence des azimuts.

Distaoce epparente	86° 19' 46"		
Hauteur appar. du soleil	43 5 44	c. l. cos.	0.136549
Hauteur appar. du sommel	5 10 28	c. l. cos.	0.001773
Somme	134 35 58		
Demi-somme	67 17 59	l. cos.	9.586487
Differ. evce la dist.	19 1 47	l. cos.	9.975592
Somme			19.700401
Demi-somme	44 54 19		9.850200
Differ. des ezimots	89 48 38		

Relèvement astronomique et déclinaison de l'aiguille.

L'édifice à droite du verticel du soleil	*différence des azimuts*	89° 48' 38"
Le soleil à droite du pôle élevé	*azimut du soleil* du S. vers l'O.	171 23 12
L'édifice restait au Sod vers l'Ouest de	*somme*	261 11 50
ou eu Sud vers l'Est de		98 48 10
Azimul observé du sommet de l'édifice du Sud vers l'Est		94 8 10
Déclinaison de l'eiguille N.-O. ou babord		4 40 10

Remarque 3. Quoique les relèvemens astronomiques déterminés près de midi, ne soient pas toujours capables d'nne aussi graude précision que ceux qui proviennent d'observations faites à des instans où le soleil est plus près de l'horizon; cependant l'erreur dont ils pourront etre affectés, dans les circonstances les plus défavorables, ne dépassant jamais 10 ou 12 minutes, leur degré d'exactitude sera toujours plus grand que celui des relèvemens observés avec une boussole.

Pour employer les relèvemens astronomiques à la construction des cartes marines, on choisit l'objet de la cote le mieux terminé et le mieux placé par rapport au vertical du soleil, pour observer son relèvement. Pendant que l'on fait cette observation, il faut que plusieurs observateurs mesurent simultanément, avec des instrumens à réflexion, les distances angulaires de l'objet relevé, à tous les autres objets qui doivent être placés sur la carte: ces angles observés donneront le relèvement de chaque objet en particulier, à 1 ou 2 minutes près, ce qui est d'une exactitude suffisante pour la construction des cartes.

PROBLÈME XVII.

Déterminer l'heure du lieu par la hauteur observée du soleil.

Déterminer l'heure, temps vrai on temps moyen, correspondante à un instant donné, c'est évaluer l'intervalle de temps qui s'est écoulé depuis le passage du soleil vrai ou fictif au méridien du lieu, jusqu'à cet instant.

1. Observez plusieurs hauteurs de l'un des bords du soleil, et prenez à une montre l'heure, la minute et la seconde correspondante à chaque observation.

2. Faites la somme des hauteurs, et divisez-la par leur nombre; divisez aussi par ce nombre la somme des heures des observations, et vous aurez une hauteur moyenne correspondante à l'heure moyenne des observations.

3. Calculez la décliuaison du soleil pour l'heure de Paris correspondante à l'heure approchée du lieu: si la déclinaison est de même dénomination que la latitude, retranchez-la de 90°; et si elle est de différente dénomination, ajoutez-lui 90°, vous aurez la distance du soleil au pôle élevé.

4. Corrigez la hauteur moyenne du bord observé, de la rectification de l'instrument, des effets de la dépression, de la réfraction, de la parallaxe et du demi-diamètre (Problème IX), pour avoir la hauteur vraie du centre.

5. Ajoutez ensemble la hanteur vraie, la latitude du lieu, et la distance du soleil au pôle élevé, et prenez la moitié de la somme; de cette demi-somme retranchez la hauteur

vraie; ensuite aux compléments arithmétiques du logarithme cosinus de la latitude et du logarithme sinus de la distance polaire, ajoutez le logarithme cosinus de la demi-somme et le logarithme sinus de la demi-somme moins la hauteur, la moitié de la somme de ces quatre logarithmes, sera le logarithme sinus du nombre de degrés du demi-angle horaire du soleil. Pour avoir l'angle horaire réduit en heures, il suffira de le multiplier par 8, et de compter les secondes du produit comme des tierces, les minutes comme des secondes et les degrés pour des minutes. Si les observations ont été faites après midi, l'angle horaire ainsi réduit en temps, donnera l'heure vraie; mais si elles ont été faites avant midi, son complément à 24 heure donnera l'heure vraie.

6. Déterminez l'heure de la montre marine correspondante à la hauteur moyenne, en vous servant des comparaisons faites avant et après les hauteurs observées, de la montre à secondes qui a servi aux observations à la montre marine; comparez à l'heure vraie l'heure de la montre marine correspondante à la hauteur moyenne, et vous aurez l'avance ou le retard de la montre sur le temps vrai du lieu. Pour avoir cette avance ou ce retard, par rapport au temps moyen, il faudra prendre dans la *Connaissance des Temps* le temps moyen au midi vrai, calculé pour l'heure de Paris correspondante à l'heure vraie du lieu, et l'ajouter à l'heure vraie; la somme, diminuée de 12 heures ou de 24 heures, donnera le temps moyen correspondant, dont la comparaison avec l'heure de la montre marine fera connaître son avance ou son retard absolu sur le temps moyen.

Remarque 1. Les circonstances les plus favorables à la détermination de l'heure par la hauteur, ont lieu, 1.° lorsque l'astre ayant une déclinaison moindre que la latitude du lieu et de même dénomination, est dans le premier vertical; 2.° lorsqu'ayant une déclinaison plus grande que la latitude et de même dénomination, son vertical est perpendiculaire à son cercle de déclinaison; 3.° lorsque la déclinaison étant d'une dénomination contraire à la latitude, l'astre est à l'horizon (l'incertitude des réfractions fait attendre qu'il ait au moins 8 ou 9 degrés de hauteur).

La Table XXXI donnant l'angle horaire de l'astre et sa hauteur, dans l'une et l'autre des deux premières circonstances, servira à faire choix de l'instant favorable pour observer, ou du moins pour le faire le plus près possible de cet instant. On remarquera qu'il faut prendre avec exactitude les hauteurs qui servent à déterminer l'heure, parce que même dans les circonstances favorables l'erreur sur l'angle horaire est toujours plus grande que l'erreur sur la hauteur, excepté dans le cas particulier où la latitude du lieu et la déclinaison de l'astre seraient nulles, car alors ces deux erreurs sont égales.

Remarque 2. Quand la latitude est nulle, il suffit de retrancher le logarithme cosinus de la déclinaison du logarithme sinus de la hauteur, pour avoir le logarithme cosinus de l'angle horaire qui, dans ce cas, sera toujours plus petit que 90°.

Lorsque la déclinaison est nulle, retranchez le logarithme cosinus de la latitude du logarithme sinus de la hauteur, la différence sera le logarithme cosinus de l'angle horaire qui, comme dans le cas précédent, sera toujours plus petit que 90°.

Exemple 1. Le 2 Janvier 1836, étant situé par 40° 26' 30" de latitude Nord et par 61° 25' 30" de longitude Ouest, on a observé des hauteurs du bord inférieur du soleil, ainsi que les heures correspondantes à une montre marine, dont l'installation à bord dans le voisinage d'une écoutille, permettait de compter sur elle, sans déplacement, les instans des observations; l'élévation de l'œil était de 20 pieds, la montre marquait à peu près l'heure temps vrai du lieu, on demande l'avance ou le retard de cette montre.

	Heures.	*Hauteurs observ.*
	3h 0m 30s	13° 49' 40"
	1 16	44 10
	2 4	38 28
	2 42	32 22
	3 28	26 40
	10 0	191 20
Moyenne	3 2 0	13 38 16

Exemple 2. Le 8 Juin 1836, étant situé par 50° 45' de latitude Nord et par 45° 36' 15" de longitude Est, on a observé une série de plusieurs hauteurs du bord inférieur du soleil, et sans déplacer la montre marine on a déterminé les heures correspondantes qui exprimaient les heures, temps vrai du lieu, par approximation; l'élévation de l'œil était de 22 pieds. On demande l'heure du lieu ainsi que l'état absolu de la montre sur le méridien de Paris.

	Heures.	*Hauteurs observ.*
	19h 20m 45s	29° 1' 50"
	21 36	9 40
	22 28	17 30
	23 14	25 0
	24 2	33 20
	112 5	87 20
Moyenne	19 22 25	29 17 28

Heure approchée T. V. du lieu le 2		3h	2m	0s
Longitude en temps	+	4	5	42
Heure T. V. de Paris le 2		7	7	42
Temps moyen au midi vrai	+	0	4	12
Heure approchée T. M. de Paris le 2		7	11	54
Déclinaison du soleil	*australe*	22°	57'	50"
Distance polaire		112	57	50
Hauteur moyenne observée		13	38	16
Dépression pour 20 pieds (Tab. II)	−	0	4	32
Hauteur apparente du bord inférieur		13	33	44
Réfraction − parallaxe (Tab. V)	−	0	3	49
Hauteur vraie du bord inférieur		13	29	55
Demi-diamètre	+	0	16	18
Hauteur vraie du centre		13	46	13

Calcul d'heure.

Hauteur vraie	13°	46'	13"		
Latitude	40	26	30	e. l. cos.	0.118577
Distance polaire	112	57	50	e. l. sin.	0.035858
Somme	167	10	33		
Demi-somme	83	35	16	l. cos.	9.047979
Différence	69	49	3	l. sin.	9.972480
					19.174894
Demi-angle horaire	22	45	12	l. sin.	9.587447
Multiplié par			8		
Angle horaire	3h	2m	1s6		

Heure T. V. du lieu		3h	2m	1s6
Temps moyen au midi vrai	+	0	4	11.5
Heure T. M. du lieu le 2		3	6	13.1
Heure moyenne à la montre	−	3	2	0.0
Retard sur le T. M. du lieu		0	4	13.1
Retard sur le T. M. de Paris		4	9	55.1

Exemple 3. Le 10 Janvier 1836, étant situé par 40° 30' de latitude Nord et par 61° 22' 45" de longitude Ouest, on a observé plusieurs hauteurs du bord inférieur du soleil dont la moyenne a été de 14° 31' 42"; les heures correspondantes à ces observations ont été prises à une montre à secondes marquant le temps vrai approché du lieu; la moyenne de ces heures a été de 3h 1m 4s; l'élévation de l'œil de 18 pieds; on demande l'heure du lieu ainsi que l'état absolu d'une montre marine, à laquelle la montre à secondes avait été comparée.

Comparaisons des montres.

Heure à la montre marine 1re compar.	5h	8m	0s
à la montre à secondes	2	45	6
Retard de la montre à secondes	2	22	54
Heure à la montre marine 2e compar.	5	40	0
à la montre à secondes	3	17	0
Retard de la montre à secondes	2	23	0

Heure approchée T. V. du lieu le 7		19h	22m	25s
Longitude en temps	−	3	2	25
Heure T. V. de Paris le 7		16	20	0
Temps moyen au midi vrai	+	11	58	36
Heure approchée T. M. de Paris le 7		16	18	36
Déclinaison du soleil	*boréale*	22°	51'	25"
Distance polaire		67	8	35
Hauteur moyenne observée		29	17	28
Dépression pour 22 pieds (Tab. II)	−	0	4	45
Hauteur apparente du bord inférieur		29	12	43
Réfraction − parallaxe (Tab. V)	−	0	1	36
Hauteur vraie du bord inférieur		29	11	7
Demi-diamètre du soleil	+	0	15	47
Hauteur vraie du centre		29	26	54

Calcul d'heure.

Hauteur vraie	29°	26'	54"		
Latitude	50	45	0	e. l. cos.	0.198798
Distance polaire	67	8	35	e. l. sin.	0.035515
Somme	147	20	29		
Demi-somme	73	40	14	l. cos.	9.448953
Différence	44	13	20	l. sin.	9.843509
					19.526775
Demi-angle horaire	35	26	48	l. sin.	9.763387
Multiplié par			8		
Angle horaire	4h	43m	34s4		

Heure T. V. du lieu le 7		19h	16m	25s6
Temps moyen au midi vrai	+	11	58	36.1
Heure T. M. du lieu le 7 Juin	−	19	15	1.7
Heure moyenne à la montre		19	22	25.0
Avance sur le T. M. du lieu		0	7	23.3
Avance sur le T. M. de Paris		3	9	48.3

Exemple 4. Le 20 Janvier 1836, étant par 37° 20' 50" de latitude Sud et par 47° 30' de longitude Est, la moyenne de plusieurs hauteurs observées du bord inférieur du soleil a été de 26° 39' 52" et l'heure moyenne correspondante à une montre à secondes donnant le temps vrai approché du lieu de 19h 12m 15s. L'élévation de l'œil étant de 16 pieds; on demande l'heure du lieu ainsi que l'état absolu d'une montre marine à laquelle la montre à secondes avait été comparée avant et après les observations.

Comparaisons des montres.

Première compar. Montre marine	17h	21m	0s
à secondes	18	54	15
Avance de la montre à secondes	1	33	15
Deuxième compar. Montre marine	17	57	0
à secondes	19	30	19
Avance de la montre à secondes	1	33	19

Heure approchée T. V. du lieu le 10		3^h	1^m	4^s
Longitude en temps	+	4	5	31
Heure T. V. de Paris le 10		7	6	35
Temps moyen au midi vrai	+	0	7	43
Heure approchée T. M. de Paris		7	14	18
Déclinaison du soleil	*australe*	22°	1'	17''
Distance polaire		112	1	17
Hauteur moyenne observée		14	31	42
Dépression pour 18 pieds (Tab. II)	−	0	4	18
Hauteur apparente du bord inférieur		14	27	24
Réfraction − parallaxe (Tab. V)	−	0	3	34
Hauteur vraie du bord		14	23	50
Demi-diamètre	+	0	16	18
Hauteur vraie du centre		14	40	8

Calcul d'heure.

Hauteur vraie	14°	40'	8''		
Latitude du lieu	40	30	0	c. l. cos.	0.118954
Distance polaire	112	1	17	c. l. sin.	0.032900
Somme	167	11	25		
Demi-somme	83	35	42	l. cos.	9.047478
Différence	68	55	34	l. sin.	9.969937
		Somme			19.169269
Demi-angle horaire	22	35	54	l. sin.	9.584634
Multiplié par			8		
Angle horaire	3^h	0^m	$47^s.2$		

Heure T. V. du lieu le 10		3^h	0^m	$47^s.2$
Temps moyen au midi vrai	+	0	7	42.5
Heure T. M. du lieu le 10		3	8	29.7

Heure approchée T. V. du lieu le 19		19^h	12^m	15^s
Longitude en temps	−	3	10	0
Heure T. V. de Paris le 19		16	2	15
Temps moyen au midi vrai	+	0	11	5
Heure approchée T. M. de Paris		16	13	20
Déclinaison du soleil	*australe*	20°	20'	15''
Distance polaire		69	39	45
Hauteur moyenne observée		26	39	52
Dépression pour 16 pieds (Tab. II)	−	0	4	3
Hauteur apparente du bord inférieur		26	35	49
Réfraction − parallaxe (Tab. V)	−	0	1	48
Hauteur vraie du bord		26	34	1
Demi-diamètre	+	0	16	17
Hauteur vraie du centre		26	50	18

Calcul d'heure.

Hauteur vraie	26°	50'	18''		
Latitude du lieu	37	20	50	c. l. cos.	0.099647
Distance polaire	69	39	45	c. l. sin.	0.027954
Somme	133	50	53		
Demi-somme	66	55	26	l. cos.	9.593232
Différence	40	5	8	l. sin.	9.808840
		Somme			19.529673
Demi-angle horaire	35	35	0	l. sin.	9.764837
Multiplié par			8		
Angle horaire	4^h	44^m	40^s		

Heure T. V. du lieu le 19		19^h	15^m	20^s
Temps moyen au midi vrai	+	0	11	5.4
Heure T. M. du lieu le 19		19	26	25.4

Etats absolus des montres marines sur les T. M. des lieux.

Montre à secondes	Comparaison	(1)		2^h	45^m	6^s
	H. moy. de la haut. obser.			3	1	4
	Intervalle	(1)		0	15	58
Montre marine.	Comparaison	(1)		5	8	0
	Comparaison	(2)		5	40	0
	Intervalle	(2)		0	32	0
Montre à secondes	Retard de la compar.	(1)		2	22	54
	de la compar.	(2)		2	23	0
	Retard dans l'intervalle	(2)		0	0	6
Part. propor.	Retard dans l'intervalle	(1)	+	0	0	3
Heure moyenne des observations				3	1	4
	corrigée			3	1	7
	Retard de la compar.	(1)	+	2	22	54
Heure correspond. à la montre marine				5	24	1
Heure T. M. du lieu le 10				3	8	29.7
Etat absolu de la montre marine			+	2	15	31.3

Montre à secondes	Comparaison	(1)		18^h	54^m	15^s
	Heure moy. de la haut.			19	12	15
	Intervalle	(1)		0	18	0
Montre marine	Comparaison	(1)		17	21	0
	Comparaison	(2)		17	57	0
	Intervalle	(2)		0	36	0
Montre à secondes	Avance de la compar.	(1)		1	33	15
	Avance de la compar.	(2)		1	33	19
	Avance dans l'intervalle	(2)		0	0	4
Part. propor.	Avance dans l'intervalle	(1)	−	0	0	2
Heure moyenne des observations				19	12	15
	corrigée			19	12	13
	Avance de la compar.	(1)	−	1	33	15
Heure correspond. à la montre marine				17	38	58
Heure T. M. du lieu le 19				19	26	25.4
Etat absolu de la montre marine			−	1	47	27.4

Exemple 5. Le 1 Mai 1836, étant par 40° 35' 40" de latitude Sud et par 60° 54' de longitude Est, on a observé plusieurs hauteurs du bord inférieur du soleil, dont le moyenne a été de 19° 43' 36", les heures correspondantes à une montre à secondes ont donné pour heure moyenne 19h 23m 51s; cette montre retardait d'environ 1h 33m 54s sur le temps vrai du lieu; l'élévation de l'œil était de 14 pieds. On demande l'heure T. M. du lieu, ainsi que l'état absolu d'une montre marine, ayant une marche diurne de + 28s,8 et à laquelle la montre à seconde a été comparée avant et après les observations.

Exemple 6. Le 10 Novembre 1836, étant par 49° 12' 55' de latitude Sud et par 39° 12' de longitude Ouest, on a observé plusieurs hauteurs du bord inférieur du soleil, dont la moyenne a été de 22° 28' 36"; l'heure moyenne correspondante à une montre à secondes était de 7h 8m 1s, cette montre avançait d'environ 2h 3m 36s sur le temps vrai du lieu; l'élévation de l'œil était de 17 pieds. On demande l'heure T. M. du lieu, ainsi que l'état absolu d'une montre marine ayant une marche diurne de − 38s,4 et à laquelle la montre à secondes a été comparée avant et après les observations des hauteurs.

Comparaisons des montres.

Montre marine, comparaison	(1)		20h	18m	0s
à secondes			18	59	21
Retard	(1)		1	18	39
Montre marine, comparaison	(2)		21	3	0
à secondes			19	44	14.5
Retard	(2)		1	18	45.5
Heure à la montre à secondes			19h	33m	51s
Retard sur le T. V. du lieu		+	1	33	54
Heure approchée T. V. du lieu le 1			21	7	45
Longitude en temps		−	4	3	36
Heure T. V. de Paris le 1			17	4	59
Temps moyen au midi vrai		+	11	56	49
Heure approchée T. M. de Paris le 1			17	0	58
Déclinaison du soleil	*boréale*		15°	22'	56"
Distance polaire			105	22	56
Hauteur moyenne observée			19	43	36
Dépression pour 14 pieds (Tab. II)		−	0	3	47
Hauteur appar. du bord inférieur			19	39	49
Réfraction − parallaxe (Tab V)		−	0	2	33
Hauteur vraie du bord			19	37	16
Demi-diametre du soleil		+	0	15	53
Hauteur vraie du centre			19	53	9

Montre marine, comparaison	(1)		5h	4m	0s
à secondes			6	28	2
Avance	(1)		1	24	2
Montre marine, comparaison	(2)		6	7	0
à secondes			7	31	53
Avance	(2)		1	24	53
Heure à la montre à secondes			7h	8m	1s
Avance sur le T. V. du lieu		−	2	3	36
Heure approchée T. V. du lieu le 10			5	4	25
Longitude en temps		+	2	36	48
Heure T. V. de Paris le 10			7	41	13
Temps moyen au midi vrai		+	11	44	10
Heure approchée T. M. de Paris le 10			7	25	23
Déclinaison du soleil	*australe*		17°	20'	31"
Distance polaire			72	39	29
Hauteur moyenne observée			22	28	36
Dépression pour 17 pieds (Tab. II)		−	0	4	10
Hauteur appar. du bord inférieur			22	24	26
Réfraction − parallaxe (Tab. V)		−	0	2	13
Hauteur vraie du bord			22	22	13
Demi-diamètre du soleil		+	0	16	12
Hauteur vraie du centre			22	38	25

Calculs des heures.

Hauteur vraie	19°	53'	9"					
Latitude	40	35	40	c. l. cos.	0.119567			
Distance polaire	105	22	56	c. l. sin.	0.015847			
Somme	165	51	45					
Demi-somme	82	55	52	l. cos.	9.090126			
Différence	63	2	43	l. sin.	9.950056			
					19.175596			
Demi-angle horaire	22	46	22	l. sin.	9.587798			
Multiplié par			8					
Angle horaire	3h	2m	10s9					
Heure T. V. du lieu le 1						20h	57m	49s1
Temps moyen au midi vrai					+	11	56	48.7
Heure T. M. du lieu le 1						20	54	37.8

Hauteur vraie	22°	38'	25"					
Latitude	49	12	55	c. l. cos.	0.184941			
Distance polaire	72	39	29	c. l. sin.	0.020205			
Somme	144	30	49					
Demi-somme	72	15	24	l. cos.	9.483949			
Différence	49	36	59	l. sin.	9.881797			
					19.570892			
Demi-angle horaire	37	36	5	l. sin.	9.785446			
Multiplié par			8					
Angle horaire	5h	0m	48s7					
Heure T. V. du lieu le 10						5h	0m	48s7
Temps moyen au midi vrai					+	11	44	9.9
Heure T. M. du lieu le 10						4	44	58.6

Etats absolus des montres marines sur les T. M. des lieux.

			h	m	s
Montre à secondes	Comparaison	(1)	18h	59m	21s
	Heure moy. de la hauteur		19	23	51
	Intervalle	(1)	0	24	30
Montre marine.	Comparaison	(1)	20	18	0
	Comparaison	(2)	21	3	0.0
	Intervalle approché		0	45	0.0
Part. prop. de + 28s,8			− 0	0	0.9
	Intervalle	(2)	0	44	59.1
Montre à secondes	Retard	(1)	1	18	39.0
	Retard	(2)	1	18	45.5
	Retard dans l'intervalle	(2)	0	0	6.5
Part. prop. de 6s,5 dans l'intervalle		(1)	+ 0	0	3.5
Heure moyenne des observations			19	23	51.0
	corrigée		19	23	54.5
	Retard de la compar.	(1)	+ 1	18	39.0
Heure correspond. à la montre marine			20	42	33.5
Heure T. M. du lieu			20	54	37.8
Etat absolu de la montre marine			− 0	12	4.3

			h	m	s
Montre à secondes	Comparaison	(1)	6h	28m	2s
	Heure moy. de la hauteur.		7	8	1
	Intervalle	(1)	0	39	59
Montre marine	Comparaison	(1)	5	4	0
	Comparaison	(2)	6	7	0
	Intervalle approché		1	3	0
Part. prop. de − 38s,4			+ 0	0	1.7
	Intervalle	(2)	1	3	1.7
Montre à secondes	Avance	(1)	1	24	2
	Avance	(2)	1	24	53
	Avance dans l'intervalle	(2)	0	0	51
Part. prop. de 51s dans l'intervalle		(1)	− 0	0	32.4
Heure moyenne des observations			7	8	1.0
	corrigée		7	7	28.6
	Avance de la compar.	(1)	− 1	24	2.0
Heure correspond. à la montre marine			5	43	26.6
Heure T. M. du lieu			4	44	58.6
Etat absolu de la montre marine			+ 0	58	28.0

Remarque 3. En astronomie nautique, l'observateur doit avoir pour principe de multiplier ses données, afin d'être à même de résoudre le plus grand nombre de Problèmes, avec le plus petit nombre d'observations; c'est par cette pratique attentive et prévoyante que généralement il pourra satisfaire à des exigences imprévues et parvenir à éclairer la route avec sûreté. D'où il résulte qu'un observateur vigilant ne se dispensera pas de faire relever le soleil à l'instant de l'observation de sa hauteur, quoiqu'elle ne paraisse destinée qu'à déterminer l'heure du lieu, puisque cette hauteur peut être employée (Problème XII) à déterminer la déclinaison de l'aiguille aimantée, élément qui varie suivant les temps et les lieux, afin qu'il sache exactement sur quel air de vent doit être dirigée la marche du bâtiment, d'ailleurs quand même il connaîtrait cette déclinaison, ce relèvement peut servir utilement à vérifier la latitude du lieu, puisqu'il est employé avec la mesure du chemin (Problème XXIII), à calculer la latitude, par deux hauteurs du soleil; d'un autre côté, l'azimut calculé du soleil peut servir aussi à déterminer l'erreur sur l'angle horaire provenant soit d'une erreur commise sur la hauteur de l'astre, soit sur la latitude du lieu, etc.

Lorsque l'azimut de l'astre aura été déterminé en même temps que son angle horaire, l'erreur dont celui-ci pourra être affecté, par suite d'une erreur sur sa hauteur, se calculera de la manière suivante.

Au logarithme constant 8,823909, ajoutez le logarithme de l'erreur sur la hauteur, ainsi que les compléments arithmétiques des logarithmes cosinus de la latitude et sinus de l'angle azimutal; la somme de ces quatre quantités, diminuée des dizaines, sera le logarithme de l'erreur sur l'angle horaire, exprimée en temps, qui sera toujours d'un signe contraire à celui de l'erreur sur la hauteur.

Pour obtenir l'erreur sur l'angle horaire, provenant de celle qui a été commise sur la latitude, faites une somme du logarithme constant 8,823909, du logarithme de l'erreur sur la latitude, du complément arithmétique du logarithme cosinus de la latitude et du logarithme cotangente de l'angle azimutal, cette somme de quatre logarithmes, diminuée des dizaines, sera celui de l'erreur sur l'angle horaire, de même ou de différent signe que celui de l'erreur sur la latitude, selon que l'angle azimutal sera plus petit ou plus grand que 90°.

Enfin pour déterminer l'erreur sur l'angle horaire correspondante à une erreur commise sur la distance polaire de l'astre. 1.° Du logarithme sinus de l'angle azimutal, retranchez

le complément arithmétique du logarithme cosinus de la latitude (déjà employé), et nommez A le reste, auquel vous ajouterez le complément arithmétique du logarithme sinus de la distance polaire (employé dans le calcul de l'angle horaire), la somme sera le logarithme sinus d'un arc B; 2.° Faites une somme du complément arithmétique de A, du logarithme cosinus de B, du logarithme de l'erreur sur la distance polaire et du logarithme constant 8,823909, la somme de ces quatre logarithmes, diminuée des dizaines, sera celui de la correction cherchée qui sera toujours d'un signe contraire à celui de l'erreur sur la distance polaire, c'est-à-dire, que si la distance polaire employée est trop grande, l'angle horaire calculé sera trop petit, ainsi la correction de la distance polaire étant alors soustractive, donnera pour l'angle horaire une correction additive, et réciproquement.

On remarquera que dans chacun de ces trois calculs s'y trouve le complément arithmétique du logarithme cosinus de la latitude déjà employé dans le calcul de l'angle horaire, et que les signes des erreurs calculées, sont donnés pour être employés sur les angles horaires et non pas sur les heures du lieu.

Exemple 7. Le 17 Octubre 1836, dans la matinée, étaut par 9° 10' 25" de letilode Sud et par 30° 6' 15" de longitude Ouest, on e observé plusieurs hauteurs du bord inférieur du soleil dunt la moyenne était de 30° 48' 43",6; l'heure currespondante à le montre à secondes était de 20ʰ 14ᵐ 56ˢ, el à cet instant elle evençait sur la montre marine N° 4 (page 91) de 3ʰ 29ᵐ 27ˢ,5. L'aeimul moyeu observé a été trouvé de 77° do Sud vers l'Est, l'élévation de l'œil 25 pieds; la rectification du sextant de − 4' 40"; on demande l'état absolu de la montre N° 4 sor le temps moyen du lieu; la déclinsison de l'aiguille aimantée.

Cela posé, noue supposerons successivement:

1.° Que la hauteur employée dens le caleul de l'angle horeire était trop petite de 10' 3",3, c'est-à-dire, que l'erreur commise cor la hauteur éteit de − 10' 3",3.

2.° Que la lalitude employée différait de la vraie de 10' 5"; c'est-à-dire que l'erreur sur la latitude était de − 10' 5".

3.° Que la distauee polaire employée surpassait la distance exacte de 10', c'est à-dire, que l'erreur commise sur la distance poleire était de + 10'.

Troover pour ehaenne de ees erreurs, quelle est l'erreur correspoodante sur l'eugle horaire.

Heure à la montre à secondes le 16		20ʰ	14ᵐ	56ˢ0
Avance sur la montre marine	−	3	29	27.5
Heure à le montre merine le 16		16	45	28.5
Etat ebsulo le 16 à midi	+	4	59	56.4
Heore approchée T. M. de Paris		21	45	24.9
Pert. prop. pour 21ʰ 45ᵐ 50ˢ	+	0	0	24.8
Heure T. M. de Paris le 16		21	45	49.7
Distance polaire		80°	39'	31"0

Hauteur observée		30°	46'	43"5
Rectification de l'instrument	−	0	4	40.0
Dépression pour 25 pieds (Tab. II)	−	0	5	4.0
Hauteur apparente du bord inférieur		30	36	59.6
Réfraction − parallaxe (Tab. V)	−	0	1	30.5
Hauteur vraie du bord inférieur		30	35	29.1
Demi-diemètre	+	0	16	5.6
Hauteur vraie du eentre		30	51	34.7

Calcul de l'heure.

Heuteur vraie	30°	51'	34"7		
Latitude	9	10	25.0	c. l. cos.	0.005590
Distanee polaire	80	39	31.0	c. l. sin.	0.005798
Somme	120	41	30.7		
Demi-somme	60	20	45.3	l. cos.	9.694397
Différence	29	29	10.6	l. sin.	9.692155
					19.397940
Demi-angle hor.	30	0'	0	l. sin.	9.698970
Multiplié par			8		
Angle horeire	4ʰ	0ᵐ	0ˢ		

Heure T. V. du lieo le 16		20ʰ	0ᵐ	0ˢ
Temps moyen eu midi vrai	+	11	45	25.1
Heure T. M. du lieu le 16		19	45	25.1
Heure à la montre marine		16	45	28.5
Etat absolu sur le T. M. du lieu	−	2	59	56.6

Calcul de l'azimut.

Distance polaire	80°	39'	31"0		
Latitude	9	10	25.0	c. l. cos.	0.005590
Hauteur vraie	30	51	34.7	c. l. cos.	0.066297
Somme	120	41	30.7		
Demi-somme	60	20	45.3	l. cos.	9.694397
Différence	20	18	45.7	l. cos.	9.972116
					19.738400
Demi-azimut	42	16	23.5	l. cos.	9.869200
Multiplié par			2		
Azimut	84	32	47		

Azimut du Sud vers l'Est		84°	32'	47"
Azimut observé du Sud vers l'Est		77	0	0
Déclinaison de l'aiguille	N.-O.	7	32	47

1.° *Calcul de l'erreur sur l'angle horaire, provenant d'une erreur de − 10′ 3″,3 sur la hauteur.*

Logarithme constant			8.823909
Erreur de − 0°10′ 3″3 (T. XXVII)		l.	2.780533
Latitude	9 10 25	c. l. cos.	0.005591
Azimut	84 32 47	c. l. sin.	0.001970
		l.	1.612003
Erreur demandée (Tab. XXVII)		−	0h 0m 40s9
Angle horaire trouvé			4 0 0
Angle horaire corrigé			3 59 19.1
Heure T. V. du lieu le 16			20 0 40.9

2.° *Calcul de l'erreur sur l'angle horaire, provenant d'une erreur de − 10′ 5″ sur la latitude.*

Logarithme constant			8.823909
Erreur de − 0°10′ 5″ (Tab. XXVII)			2.781755
Latitude	9 10 25	c. l. cos.	0.005591
Azimut	84 32 47	l. cot.	8.979875
		l.	0.591130
Erreur demandée (Tab. XXVII)		+	0h 0m 3s9
Angle horaire trouvé			4 0 0.0
Angle horaire corrigé			4 0 3.9
Heure T. V. du lieu le 16			19 59 56.1

3.° *Calcul de l'erreur sur l'angle horaire, provenant d'une erreur de + 10′ sur la distance polaire.*

Azimut	84°32′47″	l. sin.	9.998030
Latitude	9 10 25	c. l. cos.	− 0.005591
		Reste *A*	9.992439
Dist. polaire	80 39 31	c. l. sin.	0.005798
Angle *B*	84 50 27	l. sin.	9.998237
Logarithme constant			8.823909
Erreur de +	0°10′ 0″ (T. XXVII)		2.778151
Angle *B*	84 50 27	l. cos.	8.953870
Complément arithmétique du reste *A*			0.007561
		l.	0.563491
Erreur demandée		+	0h 0m 3s7
Angle horaire trouvé			4 0 0
Angle horaire corrigé			4 0 3.7
Heure T. V. du lieu le 16			19 59 56.3

Remarque 4. Dans les exemples précédens, les angles horaires ont été obtenus conformément à la règle donnée dans le paragraphe 5, page 158, qui consiste d'abord à donner le demi angle horaire exprimé en degrés, et par sa multiplication par 8 à en tirer ensuite l'angle horaire entier exprimé en heures.

Nous allons donner le moyen d'abréger le calcul en se procurant immédiatement l'heure du lieu. Pour y parvenir, il suffit d'ajouter à la somme des quatre logarithmes indiqués, le logarithme constant 5,301030; cette dernière somme, diminuée des dizaines placées à la caractéristique, donnera le logarithme de l'heure du lieu (ou de la distance horaire de l'astre au méridien), qu'il faudra chercher dans la Table XXXVIII, en observant de prendre les heures dans la partie supérieure de cette Table, quand les hauteurs ont été prises après le passage de l'astre au méridien, et de prendre les heures dans la partie inférieure de la Table, lorsque les hauteurs auront été observées avant le passage de l'astre au méridien.

Applications de cette méthode aux sept exemples précédens.

Exemple 1	*somme* 19.174894	+	5.301030	= 4.475924	Tabl. XXXVIII	=	3h 2m 1s5
2	19.526775	+		= 4.827805		=	19 16 25.6
3	19.169269	+		= 4.470299		=	3 0 47.3
4	19.529673			= 4.830703		=	19 15 20.0
5	19.175235			= 4.476265		=	20 57 54.0
6	19.570892			= 4.871922		=	5 0 49.0
7	19.397940			= 4.698770		=	20 0 0.0

PROBLÈME XVIII.

Déterminer l'heure du lieu par la hauteur observée d'une étoile, d'une planète et de la lune.

Par une étoile 1. Corrigez la hauteur moyenne observée, de manière à en conclure la hauteur vraie, Problème IX, page 126.

2. Si l'étoile observée est une des soixante-sept principales dont les positions apparentes sont données dans la *Connaissance des Temps* à partir de la page 230, prenez son

ascension droite ainsi que sa déclinaison, pour le jour donné ; dans le cas où l'étoile observée ne ferait point partie de ces 67, procurez-vous son ascension droite et sa déclinaison moyennes, pour le jour donné, que vous corrigerez ensuite de l'aberration et de la nutation, afin d'obtenir sa position apparente ; de la déclinaison vous en déduirez sa distance polaire.

3. Ecrivez dans l'ordre suivant, la hauteur vraie, la latitude du lieu et la distance polaire, prenez la somme de ces trois quantités et la moitié de cette somme ; ensuite la différence entre la demi-somme et la hauteur vraie : cela posé, cherchez dans la Table LIII le complément arithmétique du logarithme cosinus de la latitude et le complément arithmétique du logarithme sinus de la distance polaire, ajoutez ces deux complémens arithmétiques au logarithme constant 5,301030, au logarithme cosinus de la demi-somme, et au logarithme sinus de la différence, la somme de ces cinq logarithmes, diminuée des dizaines placées à la caractéristique, donnera un logarithme qu'il faudra chercher dans la Table XXXVIII, en observant de prendre les heures dans la partie supérieure de cette Table, quand la hauteur de l'étoile a été prise à l'Ouest du méridien, et de prendre les heures dans la partie inférieure de cette Table lorsque la hauteur a été prise à l'Est, vous aurez l'angle horaire de l'étoile, ou plus exactement l'intervalle de temps sidéral écoulé depuis le passage de l'étoile au méridien du lieu.

4. Ajoutez l'ascension droite apparente de l'étoile à son angle horaire, la somme (diminuée de 24 heures, si elle surpasse cette quantité), vous donnera l'ascension droite du méridien, c'est-à-dire le temps sidéral du lieu.

5. Prenez dans la *Connaissance des Temps* (première page du mois) l'ascension droite moyenne du soleil pour le midi du jour proposé, que vous retrancherez de l'ascension droite du méridien (après avoir augmenté celle-ci de 24 heures, s'il est nécessaire), le reste sera le T. M. approché du lieu.

6. Avec ce T. M. et la longitude du lieu, déterminez l'heure de Paris T. M. correspondante (Probleme II), que vous chercherez dans la colonne * de la Table XCVIII, vous trouverez à côté la correction *soustractive* qu'il faudra appliquer au T. M. approché du lieu, pour l'obtenir avec exactitude.

7. L'avance ou le retard, c'est-à-dire, l'état absolu de la montre sur le temps moyen, s'obtiendra comme dans le Probleme XVII. On observera que toutes les remarques de ce Probleme sont communes à celui qui nous occupe.

Exemple 1. Le 1 Janvier 1836, étant par 40° 29' de latitude Nord et par 62° 5' de longitude Ouest, la moyenne de plusieurs hauteurs observées de α Belier, à l'Ouest du méridien a été trouvée de 36° 29' 48" ; l'heure correspondante à la montre marine était de 11h 9m 29s : l'élévation de l'œil de 19 pieds ; on demande l'heure T. M. du lieu ainsi que l'état absolu de la montre.

Hauteur observée de α Bélier		36°	29'	48"
Dépression pour 19 pieds (Tab. II)	−	0	4	25
Hauteur apparente de α Bélier		36	25	23
Réfraction moyenne (Tab. V)	−	0	1	22
Hauteur vraie de α Bélier		36	24	1
Æ apparente de α Bélier		1h	57m	56s0
Déclinaison apparente	*boréale*	22°	41'	5"
Distance polaire		67	18	55

Calcul de l'angle horaire.

Hauteur vraie	36°	24'	1"		
Latitude du lieu	40	29	0	c. l. cos.	0.118847
Distance polaire	67	18	55	c. l. sin.	0.034967
Somme	144	11	56	l. const.	5.301030
Demi-somme	72	5	58	l. cos.	9.487656
Différence	35	41	57	l. sin.	9.766063
Tab. XXXVIII (argument supérieur)					4.708563

Exemple 2. Le 1 Janvier 1836, étant par 39° 20' 30" de latitude Sud et par 73° 20' de longitude Est, on a observé plusieurs hauteurs de Procyon à l'Est du méridien dont la moyenne était de 27° 15' 47" ; l'heure correspondante à la montre marine était de 9h 30m 23s ; l'élévation de l'œil 18 pieds ; on demande l'heure T. M. du lieu, ainsi que l'état absolu de la montre.

Hauteur observée de Procyon		27°	15'	47"
Dépression pour 18 pieds (Tab. II)	−	0	4	18
Hauteur apparente de Procyon		27	11	29
Réfraction moyenne (Tab. V)	−	0		53
Hauteur vraie de Procyon.		27	9	36
Æ apparente de Procyon		7h	30m	43s3
Déclinaison apparente	*boréale*	5°	38'	28"
Distance polaire		95	38	28

Calcul de l'angle horaire.

Hauteur vraie	27°	9'	36"		
Latitude du lieu	39	20	30	c. l. cos.	0.111607
Distance polaire	95	38	28	c. l. sin.	0.002108
Somme	162	8	34	l. const.	5.301030
Demi-somme	81	4	17	l. cos.	9.190902
Différence	53	54	41	l. sin.	9.907469
Tab. XXXVIII (argument inférieur)					4.513116

Angle horaire du α Bélier		4h	2m	56s7
Æ apparente de l'étoile	+	1	57	56.0
Æ du méridien ou T. sidéral		6	0	52.7
Æ moyenne du soleil	−	18	40	40.9
Heure approchée T. M. du lieu		11	20	11.8
Longitude en temps	+	4	8	20
Heure T. M. de Paris		15	28	31.8
Tabl. XCVIII *réduction*	−	0	2	32.11
Heure approchée T. M.		11	20	11.8
Heure T. M. du lieu		11	17	39.7
Heure à la montre		11	9	29
Etat absolu de la montre *retard* ou	−	0	8	10.7

Angle horaire de Procyon		20h	49m	34s8
Æ apparente de l'étoile	+	7	30	43.3
Æ du méridien ou T. sidéral		4	20	15.1
Æ moyenne du soleil	−	18	40	40.9
Heure approchée T. M. du lieu		9	39	34.2
Longitude en temps	−	4	53	20
Heure T. M. de Paris		4	46	14.2
Tabl. XCVIII *réduction*	−	0	0	46.9
Heure approchée T. M.		9	39	34.2
Heure T. M. du lieu		9	38	47.3
Heure à la montre		9	30	23
Etat absolu de la montre *retard* ou	−	0	8	24.3

Remarque 1. Nous avons déjà recommandé les observations des hauteurs d'étoiles (page 19), nous insisterons de nouveau pour engager à y acquérir le *savoir-faire* qui seul constitue le bon observateur. L'expérience a confirmé depuis plus de soixante-ans que l'on peut faire de bonnes observations de nuit et qu'elles peuvent préserver de plus d'un danger éminent (c'est à des hauteurs d'étoiles, prises au milieu de la nuit, par un observateur habile, qu'une frégate a due sa conservation). Le vouloir persévérant parvient presque toujours à vaincre les plus grandes difficultés. Nous répéterons, qu'en général, les observations ne donneront des résultats sur lesquel on puisse compter, qu'autant que des observations semblables auront été faites sur des astres ayant des positions opposées à l'égard du plan auquel la quantité cherchée est rapportée, ce plan, dans le Problème dont nous nous occupons, est celui du méridien du lieu, parce que la valeur moyenne de la quantité cherchée ne sera point ou ne sera que peu affectée des erreurs de l'instrument, de celles du coup-d'œil, etc.

Exemple 3. Le 1 Mars 1836, étant par 28° 7' de latitude Nord et par 38° 40' de longitude Ouest, on a observé à l'Est du méridien une hauteur moyenne de β du Lion de 43° 20'; l'heure correspondante à la montre était de 7h 3m 50s; immédiatement après, on a observé à l'Ouest du méridien, plusieurs hauteurs d'Aldébaran, dont la moyenne était de 32° 11' 45", l'heure à la montre était de 7h 12m 17s; élévation de l'œil 15 pieds; on demande l'heure T. M. et l'état absolu de la montre.

Hauteur observée de β du Lion		43°	20'	0"
Dépression pour 15 pieds	−	0	3	55
Hauteur apparente		43	16	5
Réfraction moyenne	−	0	1	2
Hauteur vraie de β du Lion		43	15	3
Æ apparente de β du Lion		11h	40m	42s4
Déclinaison apparente	*boréale*	15°	29'	14"3
Distance polaire		74	30	45.7

Hauteur observée d'Aldébaran		32°	11'	45"
Dépression pour 15 pieds	−	0	3	55
Hauteur apparente		32	7	50
Réfraction moyenne	−	0	1	33
Hauteur vraie d'Aldébaran		32	6	17
Æ apparente d'Aldébaran		4h	36m	30s5
Déclinaison apparente	*boréale*	16°	10'	27"2
Distance polaire		73	49	32.8

Calcul de l'angle horaire.

Hauteur vraie	43°	15'	3"		
Latitude du lieu	28	8	0	c. l. cos.	0.054536
Distance polaire	74	30	46	c. l. sin.	0.016063
Somme	145	52	49	l. const.	5.301030
Demi-somme	76	56	28.5	l. cos.	9.467389
Différence	29	41	25.5	l. sin.	9.694880
Tab. XXXVIII (argument inférieur)					4.533898

Calcul de l'angle horaire.

Hauteur vraie	32°	6'	17"		
Latitude du lieu	28	7	0	c. l. cos.	0.054536
Distance polaire	73	49	33	c. l. sin.	0.017539
Somme	134	2	50	l. const.	5.301030
Demi-somme	67	1	25	l. cos.	9.591456
Différence	34	55	8	l. sin.	9.757742
Tabl. XXXVIII (argument supérieur)					4.722273

Angle horaire de β du Lion			20h	44m	37s2
Æ apparente de l'étoile		+	11	40	42.4
Æ du méridien, ou T. sidéral			8	25	19.6
Æ moyenne du soleil		−	22	37	14.3
Heure approchée du lieu T. M.			9	48	5.3
Longitude en temps.		+	2	34	40
Heure T. M. de Paris			12	22	45.3
Tabl. XCVIII	*réduction*	−	0	2	1.7
Heure approchée T. M.			9	48	5.3
Heure T. M. du lieu			9	46	3.6
Heure à la montre			7	3	50
Etat absolu de la montre	*retard*		2	42	13.6

Angle horaire d'Aldébaran			4h	7m	13s5
Æ apparente de l'étoile		+	4	26	30.5
Æ du méridien, ou T. sidéral			8	33	44.0
Æ moyenne du soleil		−	22	37	14.3
Heure approchée du lieu T. M.			9	56	29.7
Longitude en temps		+	2	34	40.0
Heure T. M. de Paris			12	31	9.7
Tabl. XCVIII	*réduction*	−	0	2	3.1
Heure approchée T. M.			9	56	29.7
Heure T. M. du lieu			9	54	26.6
Heure à la montre			7	12	17.0
Etat absolu de la montre	*retard*		2	42	9.6

Etat moyen absolu *retard* 2h 42m 11s,6

Pour une planète. 1. Connaissant le temps astronomique approché du lieu, déterminez le temps moyen correspondant de Paris (Problème II); ou connaissant l'heure à une montre marine réglée, déterminez l'heure correspondante au temps moyen de Paris (Problème II *bis*), pour laquelle vous prendrez dans la Connaissance des Temps, l'ascension droite et la déclinaison de la planète.

2. Corrigez la hauteur observée de la dépression, du demi-diamètre, de la réfraction et de la parallaxe (Problème IX, page 125), vous obtiendrez la hauteur vraie du centre.

3. Avec la hauteur vraie, la latitude du lieu et la distance polaire de la planète, calculez son angle horaire, en suivant la règle donnée pour calculer celui d'une étoile, page 165.

4. Ajoutez à l'angle horaire calculé, l'ascension droite de la planète, la somme (diminuée de 24 heures, si elle surpasse cette quantité) vous donnera l'ascension droite du méridien, ou le temps sidéral.

5. Prenez dans la première page du mois de la *Connaissance des Temps*, l'ascension droite moyenne du soleil pour le midi du jour donné, et retranchez-la de l'ascension droite du méridien, vous obtiendrez pour reste l'heure approchée T. M. du lieu de l'observation, avec laquelle et la longitude du lieu vous déterminerez l'heure correspondante T. M. de Paris.

6. Prenez dans la colonne * de la Table XCVIII, l'heure de Paris, vous aurez la réduction *soustractive* à faire à l'heure approchée du lieu, pour avoir l'heure exacte, dont la différence avec celle de la montre vous donnera son état absolu.

Exemple 1. Le 20 Février 1836, étant par 40° 10' de latitude Nord et par 36° 1' de longitude Est, à environ 5h 52m 16s T. M., on a observé à l'Est du méridien plusieurs hauteurs du bord inférieur de Jupiter, dont la moyenne était de 53° 22' 52",4, l'heure à la montre était de 7h 4m 52s,6, élévation de l'œil 20 pieds, on demande l'état absolu de la montre.

Heure approchée du lieu T. M.			5h	52m	16s
Longitude Est		−	2	24	4
Heure T. M. de Paris le 20 Février			3	28	12
Ascension droite de Jupiter			6	26	36.4
Déclinaison	*boréale*		23°	28'	47"
Hauteur observée du bord inférieur			53°	22'	52"4
Dépression pour 20 pieds		−	0	4	32.0
Hauteur apparente du bord inférieur			53	18	20.4
Demi-diamètre central		+	0	0	21.7
Hauteur apparente du centre			53	18	42.1
Réfraction		−	0	0	43.5
Parallaxe horiz. 1",9 (Tabl. XXII)		+	0	0	0.6
Hauteur vraie du centre			53	17	59.2

Exemple 2. Le 22 Décembre 1836, à environ 19h 4m 24s T. M., étant par 41° 15' de latitude Nord et par 38° de longitude Est, on a observé à l'Ouest du méridien plusieurs hauteurs du bord inférieur de Mars, dont la moyenne était de 48° 15' 53",2, l'heure à la montre était de 4h 25m 18s,4, élévation de l'œil 25 pieds, on demande l'état absolu de la montre.

Heure approchée du lieu T. M.			19h	4m	24s
Longitude Est		−	2	32	0
Heure T. M. de Paris le 12 Décembre			16	32	24
Ascension droite de Mars			9	55	44.4
Déclinaison	*boréale*		15°	41'	37"
Hauteur observée du bord inférieur			48°	15'	53"2
Dépression pour 25 pieds		−	0	5	4
Hauteur apparente du bord inférieur			48	10	49.2
Demi-diamètre central		+	0	0	4.9
Hauteur apparente du centre			48	10	54.1
Réfraction		−	0	0	52.0
Parallaxe horiz. 9",5 (Tabl. XXII)		+	0	0	6.3
Hauteur vraie du centre			48	10	8.4

Calcul de l'angle horaire.

Hauteur vraie		53°	17'	59"		
Latitude du lieu		40	10	0	c. l. cos.	0.116809
Distance polaire		66	31	13	c. l. sin.	0.037536
Somme		159	59	22	l. const.	5.301030
Demi-somme		79	59	41	l. cos.	9.239898
Différence		26	42	42	l. sin.	9.652479
Tab. XXXVIII (argument inférieur)						4.347752
Angle horaire de Jupiter		21^{h}	24^{m}	3^{s}		
Asc. droite de la planete	+	6	26	36.4		
Asc. droite du mérid. ou T. sidéral		3	50	39.4		
Æ moyenne du ☉ pour le 20 à midi	−	21	57	48.8		
Heure approchée T. M. du lieu		5	52	50.6		
Longitude du lieu	−	2	24	4		
Heure correspondante à Paris		3	28	46.6		
Tabl. XCVIII colonne * réduction	−	0	0	34.2		
Heure approchée T. M. du lieu		5	52	50.6		
Heure exacte T. M.		5	52	16.4		
Heure à la montre		7	4	53.6		
Etat absolu *avance* ou	+	1	12	37.2		

Calcul de l'angle horaire.

Hauteur vraie		48°	16'	8"		
Latitude du lieu		40	15	0	c. l. cos.	0.117343
Distance polaire		74	18	23	c. l. sin.	0.016499
Somme		162	43	31	l. const.	5.301030
Demi-somme		81	21	45.5	l. cos.	9.176612
Différence		33	11	37.5	l. sin.	9.738362
Tab. XXXVIII (argument supérieur)						4.349846
Angle horaire de Mars		2^{h}	36^{m}	$20^{s}5$		
Asc. droite de la planète	+	9	55	44.4		
Asc. droite du méridien ou T. sidéral		12	32	4.9		
Æ moyenne du ☉ pour le 12 à midi	−	17	24	49.3		
Heure approchée T. M. du lieu		19	7	15.6		
Longitude du lieu	−	2	32	0		
Heure correspondante à Paris		16	35	15.6		
Tabl. XCVIII colonne * réduction	−	0	2	43.0		
Heure approchée T. M. du lieu		19	7	15.6		
Heure exacte T. M.		19	4	32.6		
Heure à la montre		16	25	18.4		
Etat absolu *retard* ou	−	2	39	14.2		

Pour la lune. Cet astre peut être employé avec avantage pour déterminer l'heure du lieu, toutes les fois que la hauteur aura été prise avec précision pendant la durée du crépuscule, et qu'il se trouvait placé dans une des circonstances favorables pour calculer son angle horaire par le moyen de sa hauteur (*Remarque* 1, page 158); surtout lorsque l'heure de Paris, correspondante à l'observation de la hauteur moyenne, se trouve connue par une distance vraie, résultante de la distance observée de la lune à une planète ou à une étoile; parce que tous les élémens du calcul d'heure pourront être déterminés exactement, en corrigeant ceux qui en sont susceptibles par l'équation des secondes differences. (Problême IV, page 106).

Exemple. Le 20 Février 1836, au soir, étant par 40° 10' de latitude Nord, on a pris à l'Ouest six hauteurs du bord supérieur de la lune, dont la moyenne était de 39° 2' 8",2; l'heure T. M. de Paris correspondante, obtenue par les distances de la lune à Jupiter, a été trouvée de 3^{h} 28^{m} 12^{s}; élévation de l'œil 23 pieds; on demande l'heure T. M. du lieu.

Heure T. M. de Paris le 20 Février		3^{h}	28^{m}	12^{s}
Æ de la lune le 20 à midi		16°	11'	35"7
Part. prop. pour l'heure de Paris	+	1	38	57.3
Correction des secondes différences	+	0	0	10.5
Asc. droite cherchée		17	50	43.5
Déclinaison de la ☾ le 20 à midi		3	35	19.8
Part. prop. pour l'heure de Paris	+	0	48	41.4
Correction des secondes différences	+	0	0	31.5
Déclinaison cherchée *boréale*		4	24	32.7
Distance polaire		85	35	27.3
Parallaxe horizontale équatoriale		0	56	0.9
Diminution (Tabl. XX)	−	0	0	4.6
Parallaxe horizontale cherchée		0	55	56.3
Demi-diametre horizontal		0	15	15.8
Hauteur moyenne observée		39°	2'	8"2
Dépression pour 23 pieds	−	0	4	51
Hauteur apparente du bord		38	57	17.2
Demi-diamètre en hauteur	−	0	15	25.2
Hauteur apparente du centre		38	41	52
Parallaxe − réfraction	+	0	42	28
Hauteur vraie du centre		39	24	20

Calcul de l'angle horaire.

Hauteur vraie		39°	24'	20"		
Latitude du lieu		40	10	0	c. l. cos.	0.116809
Distance polaire		85	35	27.3	c. l. sin.	0.001287
Somme		165	9	47.3	l. const.	5.301030
Demi-somme		82	34	53.6	l. cos.	9.110976
Différence		43	10	33.6	l. sin.	9.835209
Tab. XXXVIII (argument supérieur)						4.365311
Angle horaire de la lune		2^{h}	39^{m}	16^{s}		
Æ de la lune, en temps	+	1	11	22.9		
Æ du méridien ou T. sidéral		3	50	38.9		
Æ moyenne du ☉ le 20 à midi	−	21	57	48.8		
Heure approchée T. M. du lieu		5	52	50.1		
Heure correspondante à Paris		3	28	12		
Tab. XCVIII colonne * réduction	−	0	0	34.1		
Heure approchée T. M.		5	52	50.1		
Heure exacte T. M. du lieu		5	52	16.0		
Heure de Paris		3	28	12		
Longitude du lieu en temps		2	24	4		
en degrés		36°	1'	0"		

Cette longitude est orientale.

PROBLÊME XIX.

Calculer la hauteur d'un astre, connaissant l'heure T. V. ou T. M. du lieu, ainsi que sa latitude et sa longitude estimées.

Ce Problême est un auxiliaire important dans diverses circonstances et notamment pour la réduction de la distance apparente de deux astres à leur distance vraie.

1. Pour se procurer l'heure du lieu pour laquelle la hauteur doit être calculée, il faut avoir une bonne montre à secondes ou une montre marine, qui ait été réglée par des observations faites le jour ou la veille et qui auront fait connaître *l'avance* ou le *retard* de la montre sur le temps compté au méridien du lieu dans lequel on se trouvait; c'est au moyen de cet élément, de la marche diurne de la montre, et de la différence en longitude qui a eu lieu depuis l'angle horaire observé, que l'on obtiendra l'heure T. V. ou T. M. du lieu de la hauteur. Si la longitude estimée est suffisamment exacte, la montre marine pourra donner d'abord l'heure de Paris correspondante à l'instant de la hauteur à calculer, puis avec la longitude du lieu exprimée en temps on déterminera l'heure du lieu correspondante à l'heure de Paris.

2. Cherchez dans la *Connaissance des Temps* la déclinaison de l'astre, pour l'heure T. M. de Paris, correspondante à l'heure du lieu, et vous en conclurez sa distance polaire.

3. Déterminez l'angle horaire de l'astre (Problême VIII, page 116).

On peut aussi déterminer l'angle horaire de l'astre par la règle suivante :

Pour la lune, une étoile ou une planète, déterminez le T. M. astronomique de Paris correspondant à l'instant donné (Problême III), et prenez dans la première page du mois de la *Connaissance des Temps* l'ascension droite moyenne du soleil pour le midi moyen, maintenant pour avoir la correction *additive* qu'il faut lui faire, cherchez dans la Table XCVIII, colonne ⊙ le T. M. astronomique de Paris, vous trouverez à côté, dans la colonne R, la correction demandée. L'ascension droite moyenne ainsi trouvée, étant ajoutée à l'heure T. M. astronomique du lieu, vous donnera pour somme (diminuée de 24 heures s'il y a lieu), l'ascension droite du demi-méridien supérieur, que vous convertirez en degrés.

La différence entre l'ascension droite du méridien et l'ascension droite de l'astre (calculée pour l'heure T. M. de Paris), ou le complément de cette différence à 360°, donnera l'angle horaire demandé.

Première méthode 4. Au logarithme cotangente de la latitude ajoutez le logarithme cosinus de l'angle horaire, exprimé en degrés, la somme sera le logarithme tangente d'un arc M, de même espèce que l'angle horaire.

5. Prenez la différence entre la distance polaire et l'arc M, vous aurez un arc N.

6. Au complément arithmétique du logarithme cosinus de l'arc M, ajoutez le logarithme sinus de la latitude (pris en même temps que le logarithme cotangente) et le logarithme cosinus de l'arc N; la somme de ces trois quantités, diminuée d'une dizaine, sera le logarithme sinus de la hauteur vraie.

Remarque 1. L'astre sera au-dessous de l'horizon, lorsque les arcs M et N seront de différentes espèces.

Lorsque la latitude est zéro, ajoutez au logarithme cosinus de l'angle horaire, le logarithme sinus de la distance polaire, la somme, diminuée d'une dizaine, sera le logarithme sinus de la hauteur. Dans ce cas l'astre sera au-dessous de l'horizon, lorsque l'angle horaire sera plus grand que 90°.

Quand la déclinaison est zéro, ajoutez au logarithme cosinus de l'angle horaire le logarithme cosinus de la latitude, la somme, diminuée d'une dizaine, sera le logarithme sinus de la hauteur. L'astre sera au-dessous de l'horizon lorsque l'angle horaire sera > 90°.

Lorsque l'astre se trouve au premier vertical, du logarithme sinus de la déclinaison, augmenté de 10, retranchez le logarithme sinus de la latitude du lieu, le reste sera le logarithme sinus de la hauteur.

Quand la latitude et la déclinaison sont nulles, le complément de l'angle horaire donnera la hauteur vraie.

Enfin, lorsque l'angle horaire est de 90°, ajoutez au logarithme cosinus de la distance polaire, le logarithme sinus de la latitude, la somme, diminuée d'une dizaine, sera le logarithme sinus de la hauteur.

Seconde méthode 4. Ajoutez aux logarithme tangente de la distance polaire, le logarithme cosinus de l'angle horaire exprimé en degrés, la somme sera le logarithme cotangente d'un arc M' toujours plus petit que 90°, et de même dénomination que la latitude lorsque la distance polaire et l'angle horaire seront de même espèce, et d'une différente dénomination, lorsque la distance polaire et l'angle horaire seront de différentes espèces.

5. Prenez la différence entre l'arc M' et la latitude, si ces deux quantités sont de même dénomination, ou leur somme si elles sont de différentes dénominations, vous aurez un arc N'.

6. Au complément arithmétique du logarithme sinus de l'arc M', ajoutez le logarithme cosinus de la distance polaire (pris en même temps que son logarithme tangente), et le logarithme cosinus de l'arc N'; la somme de ces trois quantités, diminuée d'une dizaine, sera le logarithme sinus de la hauteur vraie.

Remarque 2. L'astre sera au-dessous de l'horizon, lorsque l'arc N' sera d'une espèce différente que l'angle horaire.

Chacune des deux méthodes précédentes a ses avantages particuliers; la première sera plus commode toutes les fois qu'il s'agira de calculer pour le même instant les hauteurs de deux astres, comme cela peut arriver fréquemment dans la réduction des distances lunaires; mais la seconde sera préférable, quand avec la hauteur d'un astre il s'agira de calculer pour le même instant son azimut.

Par l'une ou l'autre méthode, on doit parvenir toujours au même degré d'exactitude.

Remarque 3. Les hauteurs obtenues par le calcul, sont les hauteurs vraies des centres des astres: pour avoir les hauteurs apparentes des centres, il faut, pour le soleil, ajouter à la hauteur vraie, la réfraction moins la parallaxe qui convient à cette hauteur (Table V); pour une étoile, ajouter la réfraction prise dans la même Table; pour une planète, retrancher d'abord la parallaxe en hauteur donnée par la Table XXII, puis ajouter au reste la réfraction qui lui correspond, prise dans la colonne * de la Table V. Comme cette Table de réfraction a pour argument la hauteur apparente de l'astre, on observera que si la hauteur vraie est petite, il faudra entrer de nouveau dans la Table V avec la hauteur apparente trouvée, pour y prendre une correction plus exacte de la hauteur vraie.

Pour avoir la hauteur apparente du centre de la lune, on cherchera d'abord dans la *Connaissance des Temps* la parallaxe horizontale équatoriale pour l'heure T. M. de Paris, correspondante à l'heure du lieu, que l'on diminuera du nombre de secondes données par la Table XX; puis on prendra dans la Table LIV la *quantité* correspondante à la hauteur vraie et à la parallaxe corrigée; cette *quantité* étant retranchée de la hauteur vraie, donnera pour reste la hauteur apparente du centre de la lune.

Pour obtenir la hauteur apparente d'un astre avec plus d'exactitude, il faut corriger la réfraction moyenne contenue dans les Tables V et LIV des effets produits par l'état de l'atmosphère; cette correction se trouvera par le moyen des Tables VI et VII.

Exemple 1. Le 24 Octobre 1836, à Lorient, calculer la hauteur vraie et la hauteur apparente du centre du soleil, pour $3^h\ 40^m\ 15^s$ T. V. du soir.

Heure du lieu le 24 Octobre		3^h	40^m	15^s
Longitude en temps	*ajoutez*	0	22	45
Heure de Paris T. V. le 24		4	3	0
Temps moyen au midi vrai	+	11	44	16
Heure T. M. de Paris le 24		3	47	16

Angle horaire du soleil { en temps		3^h	40^m	15^s
Angle horaire du soleil { en degrés		55°	3'	45"
Latitude du lieu	*boréale*	47	45	11
Declinaison du soleil	*australe*	11	55	49.5
Distance polaire		101	55	49.5

Première méthode.

Latitrde	47°	45'	11"		l. cot.	9.958200
Angle horeire	55	3	45		l. cos.	9.757914
					l. tang.	9.716114
Arc *M*	27	28	49		c. l. cos.	0.051994
Dist. polaire	101	55	49	Lat.	l. sin.	9.869381
Arc *N*	74	27	0		l. cos.	9.428262
Hauteur vreie	12	55	32		l. sin.	9.349637

Seconde méthode.

Dist. polaire		101°	55'	49"5		l. tang.	10.675126
Angle horaire		55	3	45		l. cos.	9.757914
						l. cot.	10.433040
Arc *M'*		20	15	4		c. l. sin.	0.460752
Latitude		47	45	11	Dist.	l. cos.	9.315390
Arc *N'*		68	0	15		l. cos.	9.573495
Hauteur vreie		12	55	32		l. sin.	9.349637
Réfraction – parallaxe	+		4	1			
Haoteur appareute *approchée*		12	59	33			
Pour la heuteur epparente Teble V	+	0	3	59			
Hauteur epparente		12	59	31			

Dans la réduction des distances lunaires se sont les petites erreurs sur les différences entre les hauteurs vraies et apparentes, qui produisent les plus grandes erreurs sur les distances vraies.

Exemple 2. Le 1 Août 1836, étant par 49° 2' 20" de latitude Nord et par 17° 12' de longitude Ouest, calcular le hauteur vraie et la hauteur apparente du centre du soleil pour $8^h\ 32^m\ 36^s$ T. V. du matin.

Heure du lieu le 31 Juillet		20^h	32^m	36^s
Longitude en temps	*ajoutez*	1	8	48
Heure T. V. de Paris le 31 Juillet		21	41	24
Temps moyen au midi vrai	+	0	5	58.7
Heure T. M. de Paris le 31		21	47	22.7

Angle horaire du soleil	en temps	3^h	27^m	24^s
	en degrés	51°	51'	0"
Latitude du lieu	*boréale*	49	2	20
Déclinaison du soleil	*boréale*	18	0	11.4
Distance polaire		71	59	48.6

Première méthode.

Latitude	49°	2'	20"		l. cot.	9.938568
Angle horaire	51	51	0		l. cos.	9.790793
					l. tang.	9.729361
Arc *M*	28	12	7.5		c. l. cos.	0.054883
Dist. polaire	71	59	48.6	Lat.	l. sin.	9.878036
Arc *N*	43	47	41.1		l. cos.	9.858431
Hauteur vraie	38	12	28		l. sin.	9.791350

Seconde méthode.

Dist. polaire		71°	59'	48"6		l. tang.	10.488142
Angle horaire		51	51	0		l. cos.	9.790793
						l. cot.	10.278935
Arc *M'*		27	44	55.1		c. l. sin.	0.331993
Latitude		49	2	20	Dist.	l. cos.	9.490056
Arc *N'*		21	17	24		l. cos.	9.069301
Hauteur vraie		38	12	28		l. sin.	9.791350
Réfraction – parallaxe	+	0	1	7			
Heuteur epparente		38	13	35			

Exemple 3. Le 25 Mai 1836, étant par 7° 5' de latitude Nord et par 32° 25' de longitude Ouest, calculer pour $4^h\ 43^m\ 20^s$ du soir T. V., la hauteur vraie et la hauteur appareote du centre du soleil.

Heure du lieu T. V. le 25 Mai		4^h	43^m	20^s
Longituda en temps	*ajoutez*	2	9	40
Heure T. V. de Paris le 25 Mai		6	52	0
Temps moyen au midi vrai	+	11	56	38
Heure T. M. de Paris le 25		6	48	38

Angle horaire du soleil	en temps	4^h	43^m	20^s
	en degrés	70°	50'	0"
Latitude du lieu	*nord*	7	5	0
Déclineison du soleil	*boréale*	21	3	38.6
Distance polaire		68	56	21.4

Première méthode.

Latitude	7°	5'	0"		l. cot.	10.905664
Angle horaire	70	50	0		l. cos.	9.516294
					l. taug.	10.421958
Arc *M*	69	16	9.8		c. l. cos.	0.451028
Dist. polaire	68	56	21.4	Lat.	l. sin.	9.091008
Arc *N*	0	19	48.4		l. cos.	9.999993
Hauteur vraie	20	23	13.5		l. sin.	9.542029

Seconde méthode.

Dist. polaire		68°	56'	21"4		l. tang.	10.414448
Angle horeire		70	50	0		l. cos.	9.516294
						l. eot.	9.930742
Arc *M'*		49	32	57.5		c. l. sin.	0.118636
Latitude		7	5	0	Dist.	l. cos.	9.555626
Arc *N'*		42	27	57		l. cos.	9.867867
Hauteur vraie		20	23	13.5		l. sio.	9.542029
Réfraction – parallaxe	+	0	2	27			
Hauteur epparente		20	25	40.5			

Exemple 4. Le 20 Décembre 1836, étant par 49° 34' de latitude Sud et par 43° 38' de longitude Est, calculer pour $7^h\ 22^m\ 58^s$ T. V. du matin, la hauteur vraie et la hauteur apparente du centre du soleil. Etat de l'atmosphère, baromètre 749 millimètres, thermomètre + 24 degrés de Réaumur.

Heure du lieu T. V. le 19 Décembre		19^h	22^m	58^s
Longitude en temps	−	2	54	32
Heure T. V. de Paris le 19 Décembre		16	28	26
Temps moyen au midi vrai	+	11	57	53
Heure T. M. de Paris le 19 Décembre		16	26	19

Angle horaire du soleil { en temps		4^h	37^m	2^s
Angle horaire du soleil { en degrés		69°	15'	30"
Latitude du lieu	*sud*	49	34	0
Déclinaison du soleil	*australe*	23	27	8.3
Distance polaire		66	32	51.7

Première méthode.

Latitude	49°	34'	0"		l. cot.	9.930476
Angle horaire	69	15	30		l. cos.	9.549193
					l. tang.	9.479669
Arc *M*	16	47	31.1		e. l. cos.	0.018925
Dist. polaire	66	32	51.7	Lat.	l. sin.	9.881477
Arc *N*	49	45	20.6		l. cos.	9.810265
Hauteur vraie	30	54	25.8		l. sin.	9.710667

Seconde Méthode.

Dist. polaire	66°	32'	51"7		l. tang.	10.362688
Angle horaire	69	15	30		l. cos.	9.549193
					l. cot.	9.911881
Arc *M'*	50	46	23.6		e. l. sin.	0.110895
Latitude	49	34	0	Dist.	l. cos.	9.599867
Arc *N'*	1	12	23.6		l. cos.	9.999904
Hauteur vraie	30	54	25.8		l. sin.	9.710666
Réfraction − parallaxe	+	0	1	30.0		
Table VI pour 749	−	0	0	1.4		
Table VII pour 30	−	0	0	6.8		
Hauteur apparente		30	55	47.6		

Remarque 4. Nous avons donné deux méthodes pour déterminer l'angle horaire d'un astre autre que le soleil; ces méthodes ne diffèrent entre elles que par la manière de trouver l'ascension droite du méridien du lieu : dans la première, page 116, on y fait usage de l'ascension droite vraie du soleil, prise dans la deuxième page du mois de la *Connaissance des Temps*; et dans la seconde, de l'ascension droite moyenne de cet astre, prise dans la première page. Quoique la théorie fasse connaître que les résultats de ces deux méthodes doivent être identiques, nous allons reprendre les deux exemples 5 et 6 de la page 118 et y appliquer les deux méthodes; d'ailleurs cela nous donnera l'occasion de relever une erreur commise dans l'ascension droite vraie de l'exemple 6.

Exemple 5. *Première méthode.*

Heure T. V. du lieu le 1 Octobre		20^h	35^m	19^s65
Longitude en temps	+	3	48	0
Heure T. V. le 2 à Paris		0	23	19.65
Temps moyen au midi vrai	+	11	49	16.21
Heure T. M. de Paris le 2		0	12	35.86
Æ vraie du soleil		12	34	12.09
Heure T. V. du lieu		20	35	19.65
Æ du méridien ou T. sidéral		9	9	31.74

Seconde méthode.

Heure T. M. du lieu le 1 Octobre		20^h	24^m	35^s86
Longitude	+	3	48	0
Heure T. M. de Paris le 2		0	12	35.86
Æ moyenne du ☉ à midi		12	44	53.81
Pour l'h. de Paris T. XCVIII col. ☉	+	0	0	2.07
Heure T. M. du lieu		20	24	35.86
Æ du méridien du lieu		9	9	31.74

Exemple 6. *Première méthode.*

Heure T. V. du lieu le 21 Novembre		19^h	6^m	25^s07
Longitude en temps	−	2	56	0
Heure T. V. le 21 à Paris		16	10	25.07
Temps moyen au midi vrai	+	11	46	20.08
Heure T. M. de Paris le 21		15	56	45.15
Æ vraie du soleil		15	50	58.83
Heure T. V. du lieu		19	6	25.07
Æ du méridien ou T. sidéral		10	57	23.90

Seconde méthode.

Heure T. M. du lieu le 21		18^h	52^m	45^s15
Longitude	−	2	56	0
Heure T. M. de Paris le 21		15	56	45.15
Æ moyenne du ☉ à midi		16	2	1.57
Pour l'h. de Paris T. XCVIII col. ☉	+	0	2	37.17
Heure T. M. du lieu		18	52	45.15
Æ du méridien du lieu		10	57	23.89

Exemple 5. Le 22 Septembre 1836, au soir, étant par 37° 54' de latitude Nord et par 30° 12' de longitude Ouest, des observations de distances lunaires ont été faites et la moyenne répondait à 7h 10m 46s,6 de la montre N.° 4, (page 91); on demande les hauteurs vraies et apparentes de la lune et de α du Bélier.

Heure à la montre N.° 4		7h	10m	46.6
État le 23 à midi	+	4	49	27.08
Heure T. M. appr. de Paris le 22		12	0	13.68
Part. prop. de la marche diurne	−	0	0	13.68
Heure T. M. de Paris le 22		12	0	0.0
Temps moyen au midi vrai	−	11	52	25.75
Heure T. V. de Paris le 22		12	7	34.25
Longitude du lieu	−	2	0	48.0
Heure T. V du lieu le 22		10	6	46.25
Heure T. M. du lieu		9	59	12.0
Æ de la lune		337°	41'	47"8
Angle horaire de la lune		6	2	9.6
Distance polaire		104	28	39.0

Æ vraie du ☉ le 22		11h	58m	4s44
Part. prop. pour 12h	+	0	1	47.85
Heure T. V. du lieu		10	6	46.25
Æ du méridien		22	6	38.54

On peut aussi la trouver comme il suit :

Æ moyenne du ☉ le 22 à midi		12h	5m	28s27
Pour l'h. de Paris T. XCVIII col. ☉	+	0	1	58.28
H. T. M. du lieu		9	59	12.00
Æ du méridien { en temps		22	6	38.55
Æ du méridien { en degrés		331°	39'	38"10
Æ de α du Bélier		1h	57m	59s21
Angle horaire de α Bélier		57°	50'	9"9
Distance polaire		68	18	42.5

Calcul des hauteurs. *Première méthode.*

Latitude	37°	54'	0"0		l. cot.	10.108753
Angle horaire	6	2	9.6		l. cos.	9.997586
					l. tang.	10.106339
Arc *M*	51	56	43.8		c. l. cos.	0.210129
Dist. polaire	104	28	39.0	Lat.	l. sin.	9.788370
Arc *N*	52	31	55.2		l. cos.	9.784131
Hauteur vraie	37	18	59.9		l. sin.	9.782630

Latitude	37°	54'	0"0		l. cot.	10.108753
Angle horaire	57	50	10.0		l. cos.	9.726191
					l. tang.	9.834944
Arc *M*	34	21	55.0		c. l. cos.	0.083306
Dist. polaire	68	18	42.5	Lat.	l. sin.	9.788370
Arc *N*	33	56	47.5		l. cos.	9.918847
Hauteur vraie	38	7	19.4		l. sin.	9.790523

Seconde méthode.

Dist. polaire	104°	28'	39"		l. tang.	10.588046
Angle horaire	6	2	9.6		l. cos.	9.997586
					l. cot.	10.585632
Arc *M'*	14	33	17.3		c. l. sin.	0.599797
Latitude	37	54	0.0	Dist.	l. cos.	9.397940
Arc. *N'*	52	27	17.3		l. cos.	9.784893
Hauteur vraie	37	19	0.0		l. sin.	9.782630

Dist. polaire	68°	18'	42"5		l. tang.	10.400434
Angle horaire	57	50	10.0		l. cos.	9.726191
					l. cot.	10.126625
Arc *M'*	36	45	47.3		c. l. sin.	0.222930
Latitude	37	54	0.0	Dist.	l. cos.	9.567679
Arc *N'*	1	8	12.7		l. cos.	9.999915
Hauteur vraie	38	7	19.4		l. sin.	9.790524

Parallaxe horizontale équatoriale			58'	56"2
Pour la latitude, diminution Tab. XX	−		0	4.5
Parallaxe horizontale du lieu			58	51.7
Hauteur vraie de la lune		37°	19'	0"0
Pour la hauteur et la parallaxe horiz. Tabl. LIV	−		46	0.0
Hauteur apparente de la lune		36	33	0.0
Hauteur vraie de α du Bélier		38°	7'	19"4
Réfraction Tabl. V	+	0	1	14.0
Hauteur apparente de l'étoile		30	8	33.4

Exemple 6. Le 20 Février 1836, étant situé par 40° 10' de latitude Nord et par 36° 1' de longitude Est, on a pris des distances lunaires, l'heure d'une montre marine correspondante à la distance moyenne observée, a donné pour l'heure T. M. de Paris 6h 39m 20s; baromètre 777 millimètres; thermomètre − 7,4 centigrades; on demande les hauteurs vraies et apparentes de la lune et de Jupiter.

Heure T. M. de Paris le 20		6h	39m	20s
Longitude du lieu *Est*	+	2	24	4
Heure T. M. du lieu le 20		9	3	24
Æ moyenne du ☉ à midi		21	57	48.78
Pour l'h. de Paris T. XCVIII col. ☉	+	0	1	5.60
Æ du méridien du lieu, en temps		7	2	18.38
en degrés		105°	34'	35"7

Æ de la ☾ correc. des diff. secondes	19°	21'	36"3
Angle horaire de la ☾	86	12	59.4
Distance polaire de la ☾	84	50	38.7
Æ de Jupiter	6h	26m	57s92
Angle horaire de Jupiter	0	35	20.46
en degrés	8°	50'	6"9
Distance polaire de Jupiter	66	31	55.8

Calcul des hauteurs. *Première méthode.*

Latitude	40°	10'	0"	l. cot.	10.073622
Angle horaire	86	12	59.4	l. cos.	8.819455
				l. tang.	8.893077
Arc *M*	4	28	12.4	c. l. cos.	0.001323
Dist. polaire	84	50	38.7	Lat. l. sin.	9.809569
Arc *N*	80	22	26.3	l. cos.	9.223279
Hauteur vraie	6	12	38.7	l. sin.	9.034171

Latitude	40°	10'	0"0	l. cot.	10.073622
Angle horaire	8	50	6.9	l. cos.	9.994816
				l. tang.	10.068438
Arc *M*	49	29	45.2	c. l. cos.	0.187419
Dist. polaire	66	31	55.8	Lat. l. sin.	9.809569
Arc *N*	17	2	10.6	l. cos.	9.980512
Hauteur vraie	71	42	56.0	l. sin.	9.977500

Seconde méthode.

Dist. polaire	84°	50'	38"7	l. tang.	11.044642
Angle horaire	86	12	59.4	l. cos.	8.819455
				l. cot.	9.864097
Arc *M'*	53	49	18.7	c. l. sin.	0.093027
Latitude	40	10	0.0	Dist. l. cos.	8.953597
Arc *N'*	13	39	18.7	l. cos.	9.987547
Hauteur vraie	6	12	38.7	l. sin.	9.034171

Dist. polaire	66°	31'	55"8	l. tang.	10.362365
Angle horaire	8	50	6.9	l. cos.	9.994816
				l. cot.	10.357181
Arc *M'*	23	43	7.3	c. l. sin.	0.395508
Latitude	40	10	0.0	Dist. l. cos.	9.600138
Arc *N'*	16	26	52.7	l. sin.	9.981854
Hauteur vraie	71	42	56.0	l. sin.	9.977500

Parallaxe horizontale équatoriale			0°	55'	55"2
Diminution pour la latitude, Tabl. XX		−	0	0	4.6
Parallaxe horizontale de la lune			0	55	50.6

Hauteur vraie du centre de la lune			6°	12'	38"7
Pour la hauteur et la parallaxe horiz. Tabl. LIV		−	0	46	24.0
Hauteur apparente approchée			5	26	14.7
Baromètre 777 m. m.	Tabl. VI	+	0	0	12.4
Thermomètre − 7,4 centigrade	Tabl. VII		0	0	38.7
Hauteur apparente du centre de la lune			5	27	5.8

Hauteur vraie du centre de Jupiter			71°	42'	56"0
Parallaxe en hauteur, pour 1",8	Tabl. XXII	−	0	0	0.7
Réfraction	Tabl. V	+	0	0	19.0
Baromètre	Tabl. VI	+	0	0	0.2
Thermomètre	Tabl. VII	+	0	0	1.4
Hauteur apparente du centre de Jupiter			71	43	15.9

Remarque 5. Il peut être utile de déterminer quelle a été ou quelle sera la position d'un astre par rapport à l'horizon d'un lieu à une epoque déterminée.

La hauteur se calculera par la seconde des méthodes précédentes, et l'azimut par le Problème XIII, et s'il arrivait que l'astre soit au-dessous de l'horizon, ou ce qui est de même, que sa hauteur soit *négative*, cette circonstance se manifesterait au moyen de ce qui a été dit dans la remarque 2,

Exemple. On demanda quelle devait être la position de la lune le 20 Mai 1836, à environ 8h 4m T. M. du soir, dans un lieu situé par 19° de latitude Sud et par 61° de longitude Est.

Heure T. M. de Paris le 20 Mai		4h	0m	0s0	Æ du méridien	179°	19'	31''95
Æ moyenne du ☉ à midi		3	52	38.70	Æ de la luna	117	46	13.36
Tabla XCVIII colonne ☉	+	0	0	39.43	Angle horaire de la lune	61	33	18.59
Heure T. M. du lieu		8	4	0.00	Déclinaison *boréale*	25	50	26
Æ du méridien en temps		11	57	18.13	Distance polaire	115	50	26
Æ du méridien en degrés		179°	19'	31''95				

Calculs de la hauteur et de l'azimut.

Distance polaire	115°	50'	26''		l. tang.	10.314892		
Angle horaire	61	33	19		l. cos.	9.677890	l. cot.	9.733765
					l. cot.	9.992782		
Arc M'	45	28	33.9		c. l. sin.	0.146936	c. l. cos.	0.154154
Latitude	19	0	0.0	Dist.	l. cos.	9.639355		
Arc N'	64	28	33.9		l. cos.	9.634364	l. sin.	9.955402
Hauteur vraie	15	16	24		l. sin.	9.424655	l. cot.	9.843321
					Du Sud vers l'Ouest azimut	124°	52'	55''

Exemple. Le 22 Septembre 1836, au soir, étant par 37° 54' de latitude Nord et par 30° 12' de longitude, à 9h 59m 12s T. M. du lieu, on demande quelle sera la hauteur d'Antarès.

Première méthode.

Latitude	37°	54'	0''		l. cot.	10.108753
Angle horaire	86	48	53		l. cos.	8.744797
					l. tang.	8.853550
Arc M	4	4	57.4		c. l. cos.	0.001103
Dist. polaire	116	3	46.7	Lat.	l. sin.	9.788370
Arc N	111	58	49.3		l. cos.	9.573207
Hauteur vraie	13	19	36.5		l. sin.	9.362680

Seconde méthode.

Dist. polaire	116°	3'	46''7		l. tang.	10.310608
Angle horaire	86	48	53		l. cos.	8.744797
					l. cot.	9.055405
Arc M'	83	31	6.9		c. l. sin.	0.002785
Latitude	37	54	0	Dist.	l. cos.	9.642819
Arc N'	121	25	6.9		l. cos.	9.717076
Hauteur vraie	13	19	36.5		l. sin.	9.362680

Dans la première méthode les arcs M et N étant de différentes espèces, on doit en conclure que l'astre sera au-dessous de l'horizon. *Remarque* 1.

Dans la seconde méthode l'arc N' étant d'une espèce différente que l'angle horaire, il s'en suit que l'astre aura une hauteur négative, ou ce qui est de même, sera au-dessous de l'horizon. *Remarque* 2.

Troisième méthode. Prenez le logarithme de l'angle horaire, exprimé en temps, dans la Table XXXVIII et ajoutez-le au logarithme correspondant à la latitude et à la déclinaison pris dans la Table XXXIX (vous lui donnerez pour caractéristique 9), la Table XL vous donnera les parties proportionnelles toujours *additives*; la somme de ces deux logarithmes, diminuée de 10 à la caractéristique, vous donnera un logarithme que vous chercherez parmi ceux de la Table XLI, cela vous donnera dans la colonne *Nom.*, un nombre correspondant A.

2. Si la déclinaison de l'astre et la latitude du lieu sont de même dénomination, déterminez leur différence, et dans le cas contraire prenez leur somme.

3. Avec la différence ou la somme de la latitude et de la déclinaison, entrez dans la Table XLI (argument supérieur), prenez dans la colonne *Nom.* le nombre B correspondant; la différence des nombres A et B, étant cherchée dans la même Table, vous donnera (argument inférieur) la hauteur demandée.

Le nombre A est toujours plus petit que B, lorsque l'astre est au-dessus de l'horizon. Mais A est plus grand que B, lorsque l'astre est au-dessous de l'horizon.

Applications de cette méthode aux exemples donnés sous les n.os 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

Exemple 1.

Angle hor.	3h	40m	15s	T. XXXVIII	4.63075	
Déclin.	21°	55'	49"	T. XXXIX	9.81813	
Latitude	47	45	21			
					4.44888	A 28113
Somme	59	41	0	T. XLI		B 50478
Haut. vr.	12	56	0			
					différence	22365

Exemple 2.

Angle hor.	3h	27m	24s	T. XXXVIII	4.58238	
Déclin.	18°	0'	11"	T. XXXIX	9.79486	
Latitude	49	2	20			
					4.37724	A 23853
Differ.	31	2	9	T. XLI		B 85687
Haut. vr.	38	12	0			
					différence	61834

Exemple 3.

Angle hor.	4h	43m	20s	T. XXXVIII	4.82716	
Déclin.	21°	3'	39"	T. XXXIX	9.96663	
Latitude	7	5	0			
					4.79379	A 62206
Differ.	13	58	39	T. XLI		B 97040
Haut. vr.	20	24	0			
					différence	34834

Exemple 4.

Angle hor.	4h	37m	2s	T. XXXVIII	4.81013	
Déclin.	23°	27'	8"	T. XXXIX	9.77446	
Latitude	49	34	0			
					4.58459	A 38430
Differ.	26	6	52	T. XLI		B 89790
Haut. vr.	30	54	0			
					différence	51360

Exemple 5.

Angle hor.	0h	24m	8·6	T. XXXVIII	2.74355	
Déclin.	14°	28'	39"	T. XXXIX	9.88307	
Latitude	37	54	0			
					2.62662	A 436
Somme	52	22	39	T. XLI		B 61046
Haut. vr.	37	18	0			
					différence	60610

Exemple 5 bis.

Angle hor.	3h	51m	21s	T. XXXVIII	4.66993	
Déclin.	21°	41'	17"	T. XXXIX	9.86522	
Latitude	37	54	0			
					4.53515	A 34311
Differ.	16	12	43	T. XLI		B 96023
Haut. vr.	38	6	0			
					différence	61712

Exemple 6.

Angle hor.	5h	44m	52s	T. XXXVIII	4.97036	
Déclin.	5°	9'	21"	T. XXXIX	9.88141	
Latitude	40	10	10			
					4.85177	A 71080
Differ.	35	0	39	T. XLI		B 81898
Haut. vr.	6	12	0			
					différence	10818

Exemple 6 bis.

Angle hor.	0h	35m	20s	T. XXXVIII	3.07430	
Déclin.	23°	28'	4"	T. XXXIX	9.84567	
Latitude	40	10	0			
					2.91997	A 844
Differ.	16	42	0	T. XLI		R 95782
Haut. vr.	71	42	0			
					différence	94938

Exemples dans lesquels l'astre se trouve au-dessous de l'horizon.

Angle hor.	5h	47m	15s	T. XXXVIII	4.97517	
Déclin.	26°	3'	47"	T. XXXIX	9.85052	
Latitude	37	54	0			
					4.82569	A 66956
Somme	63	57	47	T. XLI		B 43889
Haut. vr.	13	20	0			
					différence	23067

Angle hor.	5h	47m	15s	T. XXXVIII	4.97517	
Déclin.	26°	4'	0"	T. XXXIX	9.84633	
Latitude	37	54	0			
					4.82250	A 66458
Somme	63	58	0	T. XLI		B 43942
Haut. vr.	13	0	0			
					différence	22216

Cette méthode donnera toujours des hauteurs vraies assez exactes, pour qu'elles puissent être employées avec succès dans toutes les méthodes de réduction des distances lunaires observées en distances vraies.

Quant à la manière de se procurer les hauteurs apparentes, on remarquera que si la méthode de réduction employée, donne *directement* la distance vraie, il faudra déterminer les hauteurs apparentes par la règle donnée dans la remarque 3, page 170; mais que si cette méthode ne donne *seulement* que la correction à faire à la distance apparente pour en déduire la distance vraie, la recherche des hauteurs apparentes pourra se faire avec plus de facilité par la règle suivante : pour la lune, cherchez

d'abord sa parallaxe horizontale, puis avec cette parallaxe et sa hauteur vraie, vous trouverez dans la Table une correction *soustractive* correspondante, cette quantité étant retranchée de la hauteur vraie, vous donnera pour reste la hauteur apparente du centre de la lune; pour le second astre (le soleil, une étoile ou une planète), prenez dans la Table XLIII la correction *additive*, correspondante à sa hauteur vraie, cette quantité étant ajoutée à la hauteur vraie, vous donnera pour somme la hauteur apparente du second astre.

PROBLÈME XX.

Déterminer la latitude d'un lieu par la hauteur méridienne d'un astre.

La terre étant un ellipsoïde applati, la *latitude* d'un lieu est rigoureusement l'angle que la verticale de ce lieu forme avec le plan de l'équateur. Mais en supposant la terre sphérique, on peut dire que la latitude d'un lieu est la distance de ce lieu à l'equateur et qu'elle doit être comptée sur la circonférence du méridien circulaire de ce lieu; elle prend le nom de *Nord* ou *Sud*, selon celui de l'hémisphère dans lequel le lieu est situé.

La latitude d'un lieu quelconque est égale à l'élévation du pôle de l'équateur céleste au dessus de l'horizon *astronomique* ou *vrai* de ce lieu, ou encore est égale à la distance du-zénit du lieu à l'équateur céleste. D'où il résulte que le *complément* de la latitude est égal à la distance du zénit d'un lieu quelconque au pole de l'équateur céleste, ou encore à l'élévation de l'équateur céleste, au-dessus de l'horizon.

Hauteur méridienne du soleil.

1. Déterminez l'heure de Paris correspondante à l'instant de l'observation (Problême II); puis pour cette heure prenez dans la *Connaissance des Temps* ou dans la Table XXXVII la déclinaison du soleil.

2. Corrigez la hauteur observée du soleil, d'après les règles qui ont été données dans le Probleme IX (page 121), ou au moyen de la Table III; vous aurez la hauteur vraie, qui, étant retranchée de 90°, vous donnera la distance méridienne de l'astre au zénit, d'une dénomination contraire au point de l'horizon vers lequel le soleil a été observé (l'observateur était tourné vers le Sud si le mouvement de l'astre avait lieu de gauche à droite; au contraire il était tourné vers le Nord, si dans le mouvement diurne l'astre paraissait se mouvoir de la droite vers la gauche); c'est-à dire que, si l'astre a été observé au Sud du zénit, la distance sera Nord; et que si l'astre a été observé au Nord, la distance méridienne sera Sud.

3. Si la déclinaison et la distance ont une même dénomination, leur somme donnera la latitude, qui est aussi de meme dénomination.

Si la déclinaison et la distance ont une dénomination contraire, leur différence donnera la latitude de même dénomination que la plus grande des deux quantités.

Si l'astre n'avait point de déclinaison, la latitude serait égale à la distance de l'astre au zénit, et serait d'une même denomination.

Si l'astre était au zénit, la latitude serait égale à la déclinaison et de même dénomination.

Remarque 1. Si l'on observait la hauteur méridienne de l'astre lorsqu'il est au-dessous du pôle, c'est-à-dire, lorsque sa hauteur est la plus petite possible, alors il faudrait ajouter le complément de la déclinaison avec la hauteur méridienne, la somme donnerait la latitude, qui aurait même dénomination que la déclinaison.

Exemple 1. Le 25 Juin 1836, par 54° de longitude, la hauteur méridienne du bord inférieur du soleil a été observée de 42° 25', l'astre allait de le gauche vers la droite de l'observateur; élévation de l'œil 19 pieds; on demande la latitude.

Déclinaison du ⊙ (Tabl. XXXVII)	N.	23°	24'3
Correction pour l'année	−	0	0.1
pour la longitude	+	0	0.3
Déclinaison cherchée	N.	23	24.5

Exemple 2. Le 20 Septembre 1836, par 78° de longitude Est, la hauteur méridienne du bord inférieur du soleil a été prise au Nord de 47° 45'; élévation de l'œil 21 pieds; on demande la latitude.

Déclinaison du ⊙ (Tabl. XXXVII)	N.	1°	0'2
Correction pour l'année	−	0	0.7
pour la longitude	+	0	5.1
Déclinaison cherchée	N.	1	4.6

Hauteur observée		42°	25'0
Pour 42° et 19 pieds (Tab. III)	+	0	10.6
Hauteur vraie du centre	S.	42	35.6
Distance au zénit	N.	47	24.4
Déclinaison du soleil	N.	23	24.5
Latitude demandée *somme*	N.	70	48.9

Hauteur observée		47°	46'0
Pour 48° et 21 pieds (Tabl. III)	+	0	10.6
Hauteur vraie du centre	N.	47	55.6
Distance au zénit	S.	42	4.4
Déclinaison du soleil	N.	1	4.6
Latitude demandée *différence*	S.	40	59.8

Si dans ces calculs on avait fait usage de la Connaissance des Temps pour se procurer les déclinaisons et les demi-diamètres, et que de plus les hauteurs vraies eussent été corrigées sans se servir de la Table III, on aurait trouvé pour la latitude de l'exemple 1, 70° 49',2, et pour la latitude de l'exemple 2, 41° 0',1.

Exemple 3. Le 18 Décembre 1836, par 82° de longitude Ouest, la hauteur méridienne du bord inférieur du soleil a été observée au Sud de 35° 42'; élévation de l'œil 25 pieds; on demande la latitude.

Déclinaison du ☉ (Tabl. XXXVII)	S.	23°	25'0
Correction pour l'année		0	0.0
pour la longitude	+	0	0.3
Déclinaison cherchée	S.	23	25.3
Hauteur observée		35	42
Pour 36° et 25 pieds (Tabl. III)	+	0	9.7
Hauteur vraie du centre	S.	35	51.7
Distance au zénit	N.	54	8.3
Déclinaison du soleil	S.	23	25.3
Latitude demandée *différence*	N.	30	43.0

Exemple 4. Le 14 Janvier 1836, par 40° de longitude Ouest, la hauteur méridienne du bord inférieur du soleil a été observée de 56° 48' vers le Nord; élévation de l'œil 23 pieds; on demande la latitude.

Déclinaison du ☉ (Tabl. XXXVII)		21°	25'8
Correction pour l'année	−	0	0.3
pour la longitude	−	0	1.1
Déclinaison cherchée	S.	21	24.4
Hauteur observée		56	48
Pour 57° et 23 pieds	+	0	10.6
Hauteur vraie du centre	N.	56	58.6
Distance au zénit	S.	33	1.4
Déclinaison du soleil	S.	21	24.4
Latitude demandée *somme*	S.	54	25.8

Exemple 5. Le 28 Juin 1836, par 178° de longitude Ouest, la hauteur méridienne du bord inférieur du soleil a été observée en-dessous du pôle de 8° 3'; l'astre paraissait se mouvoir de la droite vers la gauche; élévation de l'œil 17 pieds; on demande la latitude du lieu.

Déclinaison du ☉ (Tabl. XXXVII)	N.	23°	17'4
Correction pour l'année	−	0	0.1
pour la longitude	−	0	1.6
Déclinaison cherchée	N.	23	15.7
Hauteur observée		8	3
Pour 8° et 17 pieds (Tabl. III)	+	0	5.4
Hauteur vraie du centre		8	8.4
Complément de la déclinaison		66	44.3
Latitude demandée *somme*	N.	74	52.7

Exemple 6. Le 23 Septembre 1836, par 167° 7' de longitude Est, on a observé la hauteur méridienne du bord inférieur du soleil de 48° 52'; l'astre paraissait se mouvoir de la droite vers la gauche; élévation de l'œil 13 pieds; on demande la latitude.

Déclinaison du ☉ (Tabl. XXXVII)	S.	0	9.9
Correction pour l'année	+	0	0.7
pour la longitude	−	0	10.6
Déclinaison cherchée		0	0.0
Hauteur observée		48	52.0
Pour 49° et 13 pieds	+	0	11.6
Hauteur vraie du centre		49	3.6
Distance au zénit	S.	40	56.4
Latitude demandée	S.	40	56.4

Hauteur méridienne de la lune.

1. Déterminez l'heure T. M. du passage de la lune au méridien du lieu (Problème VII, page 115).

2. Calculez au moyen de la longitude estimée, l'heure T. M. de Paris correspondante, pour laquelle vous prendrez dans la *Connaissance des Temps* la déclinaison de la lune, sa parallaxe horizontale et son demi-diamètre.

3. Corrigez la hauteur observée, suivant les règles du Problème IX, page 123.

4. Connaissant la déclinaison de la lune et sa hauteur vraie, vous déterminerez la latitude du lieu de la même manière que pour le soleil.

Exemple 1. Le 25 Avril 1836, étant par 72° de longitude Ouest, on a pris au Sud la hauteur méridienne du bord supérieur de la lune de 82° 25'; élévation de l'œil 24 pieds; on demande la latitude.

Heure T. M. du passage, page 115		7h	51m	28s
Longitude en temps	+	4	48	0
Heure T. M. de Paris le 25		12	39	28
Déclinaison de la lune	*boréale*	17°	12'	0"
Parallaxe horizontale		0	56	11
Demi-diamètre horizontal		0	15	19
Hauteur moyenne observée		82°	25'	0"
Dépression pour 24 pieds	−	0	4	57
Hauteur apparente du bord observé		82	20	3
Demi-diamètre en hauteur	−	0	15	33
Hauteur apparente du centre		82	4	30
Parallaxe − réfraction (Tabl. XXVI)	+	0	7	37
Hauteur vraie du centre	S.	82	12	7
Distance au zénit	N.	7	47	53
Déclinaison de la lune	N.	17	12	0
Latitude demandée	*Nord*	24	59	53

Exemple 2. Le 28 Mai 1836, étant par 84° de longitude Est, on a observé la hauteur méridienne du bord inférieur de la lune de 63° 6' vers le Nord; élévation de l'œil 26 pieds; on demande la latitude.

Heure T. M. du passage, page 115		10h	3m	59s
Longitude en temps	−	5	36	0
Heure T. M. de Paris le 28		4	27	59
Déclinaison de la lune	*australe*	13°	44'	0"
Parallaxe horizontale		0	60	13
Demi-diamètre horizontal		0	16	25
Hauteur moyenne observée		63°	6'	0"
Dépression pour 26 pieds	−	0	5	10
Hauteur apparente du bord observé		63	0	50
Demi-diamètre en hauteur	+	0	16	40
Hauteur apparente du centre		63	17	30
Parallaxe − réfraction (Tabl. XXVI)	+	0	26	36
Hauteur vraie du centre	N.	63	44	6
Distance au zénit	S.	26	15	54
Déclinaison de la lune	S.	13	44	0
Latitude demandée	*Sud*	39	59	54

Remarque. Pour obtenir plus de précision dans le résultat, il sera nécessaire de calculer la déclinaison de la lune en tenant compte de la correction des secondes différences (Problème IV), qui peut s'élever à 4'.

Pour que l'observation de la hauteur méridienne de la lune conduise toujours à trouver la latitude avec précision, non seulement il est nécessaire que la longitude du lieu soit parfaitement déterminée, mais il faut encore que l'instant du passage de cet astre au méridien soit indiqué par un autre moyen que celui que peut fournir l'observation, car ce n'est qu'en remplissant ces conditions simultanées que l'on pourra éviter de prendre pour hauteur méridienne une de celles qui précèdent ou suivent son passage. Cet inconvénient est particulier à la lune, c'est le seul astre dont la hauteur méridienne ne soit pas toujours la plus grande de toutes celles qu'il peut avoir pendant la durée de sa présence sur l'horizon; cette particularité provient, d'une part, de ce que cet astre parvenant près de l'équateur, son mouvement en déclinaison va en augmentant et devient très-grand (il peut aller jusqu'à 4° dans 12h, ce qui donne 20" dans une minute de temps); d'autre part, de ce que son changement en hauteur près du méridien peut être très-petit (voyez la Table XXXII); il résulte de ces deux causes que toutes les fois que le premier changement surpassera le second, la hauteur *maximum* de la lune précédera ou suivra son passage au méridien. Le seul moyen de se prémunir contre les erreurs qui peuvent en résulter, c'est de se servir d'une montre marine ou d'une bonne montre à secondes bien réglée par rapport au méridien du lieu, au moyen de laquelle on trouvera l'instant de l'arrivée de la lune au méridien, pour prendre sa hauteur correspondante.

Hauteur méridienne d'une étoile.

1. Déterminez l'heure du passage de l'étoile au méridien du lieu (Problème VII, page 113); il suffira de se contenter de l'heure approchée, et prenez sa déclinaison pour le jour donné.

2. Corrigez la hauteur méridienne observée, suivant les règles du Problème IX, page 126.

3. Calculez ensuite la latitude de la même manière que lorsqu'il s'agissait de la hauteur méridienne du soleil, page 177.

Exemple 1. Le 22 Mai 1836, on a observé au Sud, pendant le crépuscule du soir, la hauteur méridienne de l'Epi de la Vierge de 18° 6', élévation de l'œil 17 pieds; on demande la latitude du lieu.

Le 22 Mai Æ apparente de l'Epi			13h	41m	6s
Æ moyenne du ☉		–	4	0	32
			9	40	34
Table XCVIII avec 9h 40m 34s		–	0	1	35
Heure T. M. du passage			9	39	0
Hauteur observée			18°	6'	0''
Dépression pour 17 pieds		–	0	4	10
Hauteur apparente			18	1	50
Réfraction		–	0	2	58
Hauteur vraie		S.	17	58	52
Distance au zénit	*complément*	N.	72	1	8
Déclinaison de l'Epi		S.	10	18	19
Latitude demandée	*différence*	N.	61	42	49

Exemple 2. Le 12 Novembre 1836, la hauteur méridienne de Fomalhaut a été prise pendant le crépuscule du matin de 34° 52' vers le Sud; élévation de l'œil 23 pieds; on demande la latitude du lieu.

Le 12 Novembre Æ apparente			12h	48m	37s
Æ moyenne du ☉		–	15	22	36
			21	26	1
Tabl. XCVIII avec 21h 26m		–	0	3	31
Heure T. M. du passage le 11			21	22	30
Hauteur observée			34°	52'	0''
Dépression pour 23 pieds		–	0	4	51
Hauteur apparente			34	47	9
Réfraction		–	0	1	23
Hauteur vraie		S.	34	45	46
Distance au zénit	*complément*	N.	55	14	14
Déclinaison de Fomalhaut		S.	30	29	17
Latitude demandée	*différence*	N.	24	44	57

Pour plus d'exactitude, observez successivement les hauteurs méridiennes de deux étoiles.

Exemple 3. Le 1 Janvier 1836, on a observé au Sud la hauteur méridienne de Castor de 71° 25', élévation de l'œil 17 pieds; on demande la latitude du lieu.

Le 1 Janvier Æ apparente de Castor			7h	24m	8s
Æ moyenne du ☉		–	18	40	41
			12	43	27
Table XCVIII avec 12h 43m		–	0	2	5
Le 1 Janvier heure T. M. du passage			12	41	22
Hauteur observée			71°	25'	0''
Table III, pour 71° et 17 pieds		–		4	30
Hauteur vraie		S.	71	20	30
Distance au zénit		N.	18	39	30
Déclinaison de Castor		N.	32	14	30
Latitude demandée	*somme*	N.	50	54	0

Exemple 4. Le 1 Janvier 1836, la hauteur méridienne de Procyon a été prise au Sud de 44° 49'; élévation de l'œil 15 pieds; on demande la latitude du lieu.

Le 1 Janvier Æ apparente de Procyon			7h	30m	43s
Æ moyenne du ☉		–	18	40	41
			12	50	2
Table XCVIII avec 12h 50m		–	0	2	6
Le 1 Janvier heure T. M. du passage			12	47	56
Hauteur observée			44°	49'	0''
Table III, pour 45° et 15 pieds		–	0	4	48
Hauteur vraie		S.	44	44	12
Distance au zénit		N.	45	15	48
Déclinaison de Procyon		N.	5	38	28
Latitude demandée	*somme*	N.	50	54	16

Hauteur méridienne d'une planète.

1. Déterminez à moins d'une minute près l'heure du passage de la planète au méridien du lieu, pour vous disposer à l'observation (Probleme VII), et calculez sa déclinaison pour cet instant.

2. Corrigez la hauteur méridienne observée, suivant les règles du Problème IX, page 125.

3. Calculez ensuite la latitude de la même manière que celle qui a été indiquée pour le soleil.

Exemple 1. Le 9 Février 1836, étant par 52° de longitude Est, on a observé au Sud la hauteur méridienne de Jupiter de 69° 12'; élévation de l'œil 28 pieds; on demande la latitude.

Heure T. M. du passage le 9			9h	14m	0s
Hauteur observée			69°	12'	0''
Dépression pour 28 pieds		–	0	5	21
Hauteur apparente			69	6	39
Réfraction (Tabl. V)		–	0	0	22
Hauteur vraie de Jupiter		S.	69	6	17
Distance au zénit		N.	20	53	43
Déclinaison de Jupiter		N.	23	26	0
Latitude demandée	*somme*	N.	44	19	43

Exemple 2. Le 4 Novembre 1836, étant par 17° de longitude Ouest, on a observé au Nord la hauteur méridienne de Mars de 12° 6'; élévation de l'œil 19 pieds; on demande la latitude.

Heure T. M. du passage le 4			18h	7m	0s
Hauteur observée			12°	6'	0''
Dépression pour 19 pieds		–	0	4	25
Hauteur apparente de Mars			12	1	35
Réfraction (Tabl. V)		–	0	4	27
Hauteur vraie de Mars		N.	11	57	8
Distance au zénit		S.	78	2	52
Déclinaison de Mars		N.	18	26	33
Latitude demandée	*différence*	S.	59	36	19

PROBLÈME XXI.

Trouver la latitude d'un lieu pour plusieurs hauteurs du soleil, prises à de petites distances du méridien.

1. Déterminez l'avance ou le retard absolu de la montre marine sur le temps vrai du lieu, par des observations faites précédemment, près des circonstances les plus favorables pour obtenir l'heure, et en tenant compte du changement en longitude et de sa marche diurne, cela vous fera connaître le temps que la montre marquera ou aura marqué à l'instant du midi.

2. Ajoutez ensemble les hauteurs observées avec un sextant, pendant 11 à 12 minutes avant l'instant du passage au méridien, et 11 à 12 minutes après cet instant, et divisez leur somme par leur nombre pour avoir la hauteur moyenne observée. Si vous faites usage du cercle de réflexion, comptez l'arc marqué par l'alidade du grand miroir, à la fin de chaque observation paire, afin de pouvoir rejeter les hauteurs défectueuses; l'arc parcouru par l'alidade, divisé par le nombre des observations, vous donnera la hauteur moyenne observée, que vous corrigerez pour obtenir la hauteur vraie (Problème IX).

3. Prenez la différence entre l'heure que la montre marquera ou a marqué a midi, et l'heure de la montre à l'instant de chaque observation, vous aurez l'angle horaire correspondant à chaque hauteur. Prenez dans la Table XXXIII, les multiplicateurs correspondans à chacun des angles horaires trouvés; faites une sommes de ces multiplicateurs, et divisez-la par le nombre des observations, le quotient vous donnera le multiplicateur moyen.

4. Déterminez à une minute près la déclinaison du soleil pour l'heure de Paris correspondante au midi du lieu; avec cette déclinaison et la latitude estimée, prenez dans la Table XXXII le changement en hauteur pendant la minute de temps qui précède ou qui suit le passage du soleil au méridien du lieu; cela posé, si vous multipliez ce changement par le multiplicateur moyen, vous aurez pour produit la correction à ajouter à la hauteur vraie pour obtenir la hauteur méridienne, avec laquelle vous déterminerez la latitude suivant les règles données Problème XX, page 177.

Exemple 1. Le 24 Février 1836, étant par 8° 30' de latitude Nord estimée et par 58° 15' de longitude Ouest, on a observé des hauteurs du bord inférieur du soleil près du méridien. Des observations d'angles horaires ont fait connaître que par 57° 18' de longitude Ouest, à 8h 2m 25s du matin, temps vrai, la montre retardait de 2h 14m 28s; sa marche diurne est de + 38s,7; la rectification du sextant est de — 2' 10"; l'élévation de l'œil de 17 pieds; on demande la latitude du lieu.

Heure du lieu de l'angle horaire		8h	2m	25s
Différ. en longitude O. de 57' ou	—	0	3	48
Heure T. V. du lieu des obser. de latitude		7	58	37
Intervalle jusqu'à midi		4	1	23
Variat. diurne de l'équation du temps	—	0	0	7.8
Marche diurne de la montre	+	0	0	38.7
Marche diurne sur le temps vrai	+	0	0	30.9
Parties proport. pour 4h 1m 23s	+	0	0	5.2
Retard à l'instant de l'angle horaire		2h	14m	28s
Différence en longitude Ouest	—	0	3	48
Partie proportionnelle trouvée	—	0	0	5.2
Retard de la montre à midi		2	10	34.8
Heure de la montre à midi		9	49	25.2
Déclinaison du soleil	S.	9°	37'	51"

Exemple 2. Le 12 Juillet 1836, étant par une latitude estimée de 50° Nord et par 19° 20' de longitude Ouest, on a observé au sextant, des hauteurs du soleil près du méridien. Des observations faites dans la matinée, ont indiqué qu'à 7h 26m 17s du matin, temps vrai, la montre marquait 9h 4m 13s; le lieu où l'on se trouvait à midi était de 52s de temps, à l'Est de celui où l'on avait observé l'heure; élévation de l'œil 25 pieds; marche diurne de la montre — 36s,4; on demande la latitude.

Heure du lieu de l'angle horaire		7h	26m	17s
Différ. en longitude E. de	+	0	0	52
Heure T. V. du lieu des obser. de latitude		7	27	9
Distance horaire à midi		4	32	51
Variat. diurne de l'équation du temps	+	0	0	7.9
Marche diurne de la montre	—	0	0	36.4
Marche diurne sur le temps vrai	—	0	0	28.5
Parties proport. pour 4h 35m 51s	—	0	0	5.4
Heure à la montre		9h	4m	13s
Heure T. V. du lieu des obser. de latitude		7	27	9
Avance de la montre		1	37	4
Partie proportionnelle trouvée	—	0	0	5.4
Heure de la montre à midi		1	36	58.6
Déclinaison du soleil	N.	21°	57'	13"

Hauteurs.	Heures.	Intervalle.	Multip.
73° 30' 30"	9h 58m 17s	8m 52s	78.6
29 50	58 50	9 25	88.7
27 30	59 25	10 0	100.0
26 30	59 51	10 26	108.9
25 30	10 0 15	10 50	117.4
24 30	0 39	11 14	126.2
44 0		*somme*	619.8
73 27 20		Multiplicateur *sixième*	103.3
Changement en hauteur (Tabl. XXXII)			6.6
		Produit	681.8

Correction de la hauteur moyenne		+	0° 11' 22"
Hauteur moyenne			73 27 20
Hauteur méridienne observée			73 38 42
Rectification	− 2' 10"		
Dépression	− 4 10	−	0 6 34
Réfraction	− 0 14		
Hauteur vraie du bord			73 32 8
Demi-diamètre		+	0 16 10
Hauteur vraie du centre			73 48 18
Distance au zénit		N.	16 11 42
Déclinaison du ☉		S.	9 37 51
Latitude demandée		N.	6 33 51

Hauteurs.	Heures.	Intervalle.	Multip.
61° 44' 10"	1h 26m 3s	10m 56s	119.5
44 50	26 55	10 4	101.3
45 20	27 35	9 24	88.4
45 50	28 19	8 40	75.1
46 15	29 7	7 52	61.9
46 40	29 57	7 2	49.5
33 5		*somme*	495.7
61 45 31		Multiplicateur *sixième*	82.6
Changement en hauteur (Tabl. XXXII)			2.4
		Produit	198.2

Correction de la hauteur moyenne		+	0° 3' 18"
Hauteur moyenne			61 45 31
Hauteur méridienne observée			61 48 49
Dépression	− 5' 4"	−	0 5 31
Réfraction	− 0 27		
Hauteur vraie du bord			61 43 18
Demi-diamètre		+	0 15 46
Hauteur vraie du centre			61 59 4
Distance au zénit		N.	28 0 56
Déclinaison du ☉		N.	21 57 13
Latitude demandée		N.	49 58 9

Extension donnée à la méthode précédente, ou calcul de la latitude par l'angle horaire et la latitude estimée.

Lorsque le soleil, à son passage au méridien, est éloigné du zénit, on peut déterminer la latitude par la méthode précédente, quoique l'intervalle de temps écoulé entre midi et l'heure T. V. de la hauteur, ou ce qui est de même, l'angle horaire de l'astre ne soit pas contenu dans la Table XXXIII; pour y parvenir, opérez de la manière suivante.

1. Le jour ou la veille observez plusieurs hauteurs du soleil, dans les circonstances favorables pour déterminer l'heure (*Remarque* 1. Problème XVII, page 158), et prenez les heures correspondantes à une montre marine dont la marche diurne soit connue.

2. Avec la hauteur vraie, provenant de la hauteur moyenne observée, la latitude estimée et la distance polaire de l'astre, calculez son angle horaire (Problème XVII), qui, étant retranché de l'heure moyenne de la montre, si les observations ont été faites la veille après midi, ou étant ajouté à l'heure moyenne de la montre, lorsque les observations ont été faites le jour au matin, donnera l'heure qu'elle a marquée ou qu'elle doit marquer à l'instant du midi dans le lieu de l'angle horaire. (Pour avoir celle qu'elle doit marquer à midi dans un autre lieu, il suffira de tenir compte de la différence en longitude).

3. Parvenu au lieu dont il s'agit de déterminer la latitude et à une distance plus ou moins grande du méridien, prenez plusieurs hauteurs du soleil et les heures correspondantes à la montre, desquelles vous tirerez une hauteur et une heure moyenne; corrigez celle-ci de l'avance ou du retard de la montre marine sur le temps vrai, depuis l'instant de l'angle horaire, cela vous donnera une heure corrigée, dont la différence avec l'heure qu'elle doit marquer à midi, donnera l'angle horaire de l'astre.

Première méthode. Ajoutez la latitude estimée à la distance polaire de l'astre et prenez-en le complément de la somme, vous aurez la distance méridienne estimée au zénit. Prenez le complément de la hauteur vraie de l'astre, il vous donnera sa distance vraie au zénit.

La demi-somme de ces deux distances au zénit, vous donnera une distance moyenne.

Au logarithme de l'angle horaire de l'astre (Table XXXVIII), ajoutez le logarithme cosinus de la latitude estimée, le logarithme sinus de la distance polaire de l'astre, le logarithme constant 8.536274 et le complément arithmétique du logarithme sinus de la distance moyenne au zénith; la somme de ces cinq logarithmes, diminuée des dizaines qui se trouvent à la caractéristique, sera le logarithme d'un nombre de minutes que vous chercherez dans la Table XXVII; ce nombre de minutes étant retranché de la distance vraie au zénit, vous donnera pour reste la distance méridienne vraie au zénit, avec laquelle vous déterminerez la latitude vraie, selon les règles du Prob. XX, page 177.

Seconde méthode. Au logarithme de l'angle horaire de l'astre, augmenté de 1 à la caractéristique (Table XXXVIII), ajoutez les logarithmes cosinus de la latitude estimée et sinus de la distance polaire, la somme, diminuée des dizaines, sera le logarithme d'un nombre que vous chercherez dans la Table XXVII; ce nombre étant retranché du cosinus verse de la hauteur vraie, donnera pour reste le sinus verse de la distance méridienne au zénit, avec laquelle vous déterminerez la latitude suivant les règles du Problème XX.

Si la latitude est nulle, au logarithme de l'angle horaire ajoutez celui du sinus de la distance polaire, la somme, diminuée d'une dizaine, sera le logarithme du nombre qui, étant retranché du sinus verse de la distance vraie au zénit, donnera le sinus verse de la distance méridienne au zénit.

Si la déclinaison est nulle, au logarithme de l'angle horaire ajoutez le logarithme cosinus de la latitude estimée, la somme, diminuée d'une dizaine, sera le logarithme d'un nombre qui, étant retranché du cosinus verse de la hauteur vraie, donnera pour reste le sinus verse de la distance méridienne au zénit.

Enfin, quand la latitude et la déclinaison sont nulles, on ne doit pas faire usage de cette méthode.

Exemple 1. Etant situé par 50° 0' de latitude Nord estimée à 1h 14m 15s T. V. du soir, la hauteur vraie du centre du soleil était de 13° 58', et sa déclinaison de 23° 27' Sud; on demande la latitude vraie.

Première méthode.

Angle horaire	1h	14m	15s	T. XXXVIII				3.716200
Latitude estimée	50°	0'	0"				l. cos.	9.808068
Dist. polaire	113	27	0				l. sin.	9.962562
Dist. mér. estimée	73	27	0				l. constant	8.536274
Dist. vr. au zénit	76	2	0	76°	2'	0"		
Dist. moyenne	74	44	30				c. l. sin.	0.015586
Table XXVII	109.32	—		1°	49'	19"		
Dist mérid. vraie			N.	74	12	41		
Déclinaison du ☉			S.	23	27	0		
Latitude vraie			*Nord*	50	45	41		

Seconde méthode.

Angle horaire	1h 14m 15s	T. XXXVIII					4.716200
Latitude estimée	50° 0' 0"		l. cos.				9.808068
Dist. polaire	113 27 0		l. sin.				9.962562
		T. XXVII					4.486830
Nombre correspondant			—				30678
Distance vraie au zénit	76° 2' 0"		sin. vers.				0.758643
Distance méridienne au zénit			sin. vers.				0.727965
			N.	74°	12'	52"	
Déclinaison du ☉			S.	23	27	0	
Latitude vraie			*Nord*	50	45	52	

L'une ou l'autre des méthodes précédentes conduira toujours à déterminer la latitude avec la précision nécessaire à tous les besoins de la navigation, pourvu qu'elle soit employée dans les lieux où la hauteur méridienne ne sera pas trop grande, et que les observations et les réductions relatives à la détermination de l'angle horaire auront été faites dans les circonstances favorables, et en faisant usage d'une montre marine.

Pour les cas ordinaires de la navigation, la détermination de la latitude à 2' ou à 3' près, équivaut à une détermination exacte. L'exemple précédent va nous faire voir que ces deux méthodes remplissent cette condition.

1.° Comme la latitude estimée diffère d'environ 46' de la latitude calculée, recommençons les calculs des deux méthodes en y employant pour latitude estimée 50° 46' au lieu de 50°.

Par la première on obtiendra	50°	47'	26"	qui surpasse	de	1'	45"	la précédente
et par la seconde	50	47	38		de	1	46	

2.° Supposons maintenant qu'au lieu de l'angle horaire $1^h\ 14^m\ 15^s$, on eût employé dans les deux méthodes $1^h\ 13^m\ 15^s$, dont la différence avec le premier surpasse l'erreur que peut donner une montre marine.

Par la première on aurait obtenu	50° 48' 35'' qui surpasse de	2' 54''
et par la seconde	50 48 47	2 55

ces excès seront généralement d'une faible importance.

Il est à remarquer que quand il s'agit de recommencer les calculs de ces méthodes, par suite d'une modification faite à l'une des données du problème, la première méthode est un peu plus facile que la seconde.'

Exemple 2. Etant situé par 8° de latitude Sud estimée, on a observé plusieurs hauteurs du bord inférieur du soleil dont la moyenne a donné pour hauteur vraie du centre 74° 16', et sa declinaison de 23° 27' Sud, l'heure correspondante T. V. du lieu était $11^h\ 41^m\ 15^s$ du matin; on demande la latitude vraie.

Première méthode.

Angle horaire	$0^h\ 18^m\ 45^s$	T. XXXVIII	2.524360
Latitude estimée	8° 0' 0''	l. cos.	9.995753
Distance polaire	66 33 0	l. sin.	9.962562
Dist. mér. estimée	15 27 0	l. constant	8.536274
Dist. vr. au zénit	15 44 0	15° 44' 0''	
Dist. moyenne	15 35 30	c. l. sin.	0.570603
T. XXVII nomb. cor. 38'86	— 0° 38' 52		1.589552
Distance mérid. vraie	N. 15 5 8		
Déclinaison du ☉	S. 23 27 0		
Latitude vraie	S. 8 21 52		

Seconde méthode.

Angle horaire	$0^h\ 18^m\ 45^s$	T. XXXVIII	3.524360
Latitude estimée	8° 0' 0''		9.995753
Dist. polaire	66 33 0		9.962562
			3.482675
Table XXVII. Nombre correspondant		—	3039
Dist. vr. au zénit	15° 44' 0''	T. LV sin. vers.	037466
Dist. mérid.	N. 15 4 40	sin. vers.	034427
Décl. du ☉	S. 23 27 0		
Latitude	S. 8 22 20		

Si l'on recommence les calculs en y employant 8° 22' pour latitude estimée, on trouvera pour latitude vraie

Par la première 8° 21' 50''
et par la seconde 8 22 18 résultats qui ne diffèrent des précédents que de 2'', parce que le lieu est situé dans la zone torride.

Maintenant, si l'on altère l'angle horaire de 1^m, c'est-à-dire si l'on prend $0^h\ 17^m\ 45^s$, au lieu de $0^h\ 18^m\ 45^s$, on trouvera

Par la premiere 8° 17' 50''
et par la seconde 8 18 10 résultats qui diffèrent des premiers de 4'.

Exemple 3. Le 2 Janvier 1836, étant situé par 51° 36' de latitude Nord et par 13° 5' 45'' de longitude Ouest, on a observé une série de six hauteurs du bord inférieur du soleil, qui a donné pour hauteur moyenne 13° 33' 34''; des observations faites précédemment ont fait connaître que l'heure T. V. correspondante à la hauteur moyenne était $10^h\ 45^m\ 24^s$ du matin; l'élévation de l'œil de 24 pieds; on demande la latitude vraie.

Heure T. V. du lieu le 1		$22^h\ 45^m\ 24^s$
Longitude en temps	+	0 52 23
Heure T. V. de Paris le 1		23 37 47
Temps moyen au midi vrai	+	0 4 3
Heure T. M. de Paris		23 41 50
Déclinaison du ☉	Sud	22° 59' 30''
Distance polaire		112 59 30

Hauteur moyenne observée		13° 33' 34''
Dépression pour 24 pieds	—	0 4 57
Hauteur apparente du bord inférieur		13 28 37
Réfraction — Parallaxe	—	0 3 50
Hauteur vraie du bord inférieur		13 24 47
Demi-diamètre	+	0 16 18
Hauteur vraie du centre		13 41 5

Première méthode.

Angle horaire	$1^h\ 14^m\ 36^s$	T. XXXVIII	3.720250
Latitude estimée	51° 36' 0''	l. cos.	9.793195
Dist. polaire	112 59 30	l. sin.	9.964080
Dist. mér. estim.	74 35 30	l. const	8.536274
Dist. vr. au zénit	76 18 55	76° 18' 55''	
Dist. moyenne	75 27 12	c. l. s.	0.014150
T. XXVII. Nomb. corresp.	— 1° 46' 39''		2.027949
Dist. méridienne vraie	N. 74 32 16		
Déclinaison du ☉	S. 22 59 30		
Latitude vraie	N. 51 32 46		

Seconde méthode.

Angle horaire	$1^h\ 14^m\ 36^s$	T. XXXVIII	4.720250
Latitude estimée	51° 36' 0''	l. cos.	9.793195
Dist. polaire	112 59 30	l. sin.	9.964080
			4.477525
Table XXVII. Nombre correspondant		—	30028
Dist. vr. au zénit	76° 18' 55''	T. LV sin. ver.	0.763420
Dist. mer. vr.	N. 74 32 15	sin. ver.	0.733392
Déclin. du ☉	S. 22 59 30		
Latitude vr.	N. 51 32 45		

Exemple 4. Le 28 Avril 1836, à environ 7 heures du matin, étant par 58° 24' de latitude Nord estimée, et par 23° de longitude Ouest, on a pris plusieurs hauteurs de bord inférieur du soleil, dont la moyenne était de 17° 52' 20'', et l'heure correspondante à une montre marine, de 8h 4m 25s. Le même jour après avoir fait une route qui a donné 12' Nord de changement en latitude et 20' Ouest de changement en longitude à 0h 25m 49s de la montre, une série de six hauteurs observées a donné une hauteur moyenne de bord inférieur de 44° 52'; la marche diurne de la montre était de + 24s,6; l'élévation de l'œil 15 pieds; on demande la latitude vraie.

Heure T. V. approchée de lieu le 27		19h	0m	0s
Longitude en temps	*ajoutez*	1	32	0
Temps moyen au midi vrai	+	11	57	21
Heure T. M. de Paris le 27		20	29	21
Déclinaison du ☉	*boréale*	14°	12'	9''
Distance polaire		75	47	51
Hauteur vraie		18	1	29

Calcul de l'angle horaire.

Hauteur vraie	18°	1'	29		
Latitude	58	24	0	c. l. cos.	0,280680
Distance polaire	75	47	51	c. l. sin.	1,013482
Somme	152	13	20	L. const.	5,301030
Demi-somme	76	6	40	l. cos.	9.380283
Différence	58	5	11	l. sin.	9.928829

Log. angle horaire Tabl. XXXVIII				4.404304
Angle horaire (argum. supérieur)		5h	14m	23s
Heure à la montre		8	4	25
Différence en longitude	+	0	1	20
Heure à la montre à midi		1	20	8
2.e observation	−	0	25	49
Angle hor. approch. 2.e observation		0	54	19
Marche diurne de la montre	+	0	0	24.6
Variation diurne de l'équat. du temps	−	0	0	9.4
Marche diurne sur le T. V.	+	0	0	15,2
Intervalle entre les observations		4	21	20
Part. prop. de + 15s,2 dans l'interv.	+	0	0	2.8
Angle horaire approché		0	54	19
Angle horaire vraie 2.e observation		0	54	21.8

Hauteur observée du bord inférieur		44°	52'	0''
Dépression pour 15 pieds	−	0	3	55
Réfraction − parallaxe	−	0	0	52
Hauteur vraie du bord inférieur		44	47	13
Demi-diamètre	+	0	15	55
Hauteur vraie du centre		45	3	8
Distance polaire		75	44	28

Calcul de la latitude. Première méthode.

Angle horaire	0h	54m	22s	T. XXXVIII	3.447250
Latitude	58°	36'	0''	l. cos.	9.716846
Dist. polaire	75	44	28	l. sin.	9.986410
Dist. mér. estim.	44	20	28	l. cons.	8.536274
Dist. vr. au zénit	44	56	52	44° 56' 52''	
Dist. moyenne	44	38	40	c. l. s.	0.153227
Tab. XXVII	69.18 ou − 1	9	11	l.	1.840007
Dist. méridienne vraie N.	43	47	41		
Déclinaison du ☉ N.	14	15	32		
Latitude vraie N.	58	3	13		

Seconde méthode.

Angle horaire	0h	54m	22s	T. XXXVIII	4.447250
Latitude	58°	36'	0''	l. cos.	9.716846
Dist. polaire	75	44	28	l. sin.	9.986410
Table XXVII				l.	4.150506
Nombre correspondant				−	14142
Dist. vr. au zénit	44	56	52	T. LV sin. ver.	0.292248
Dist. mér. vr. N.	43	47	20	sin. ver.	0.278106
Déclin. du ☉ N.	14	15	32		
Latitude vr. N.	58	2	52		

Exemple 5. Le 17 Octobre 1836, vers midi, étant par 49° 50' de latitude Nord estimée et par 42° de longitude Ouest, on a observé plusieurs hauteurs du bord inférieur du soleil, pour vérifier la latitude, la moyenne de ces hauteurs est de 29° 58' 20'' et l'heure correspondante à la montre marine de 1h 30m 28s,3. Le même jour, étant arrivé par 49° 10' de latitude Nord estimée et par 42° 30' de longitude Ouest, à environ 3h 30m T. V. de soir, on a fait de nouvelles observations de hauteurs pour déterminer l'heure, la moyenne était de 16° 4' 15'' et l'heure à la montre de 5h 36m 18s,5; élévation de l'œil 18 pieds; marche diurne de la montre − 28s,8.

Heure T. V. approchée du lieu le 17		3h	30m	0s
Longitude en temps	*ajoutez*	2	59	0
Heure T. V. de Paris le 17		6	5	21
Distance polaire		99°	28'	5''
Hauteur observée du bord inférieur		16	4	15
Dépression pour 18 pieds	−	0	4	18
Réfraction − parallaxe	−	0	3	12
Hauteur vraie du bord inférieur		15	56	45
Demi-diamètre	+	0	16	5
Hauteur vraie du centre		16	12	50

Part. prop. de − 40s,2 dans l'intervalle	+	0h	0m	6s9
Angle horaire approché		0	38	49.7
Angle horaire vrai, 1re observation		0	38	56,6
Distance polaire, 1.re observation		99°	24'	16''
Hauteur observé du bord inférieur		29	58	20
Dépression pour 18 pieds	−	0	4	18
Réfraction − parallaxe	−	0	1	34
Demi-diamètre	+	0	16	5
Hauteur vraie du centre		30	8	33

Calcul de l'angle horaire.

Hauteur vraie		16°	12'	50"		
Latitude		49	10	,0	c. l. cos.	0.184515
Distance polaire		99	28	5	c. l. sin.	0.005957
Somme		164	50	55	l. const.	5.301030
Demi-somme		82	25	27	l. cos.	9.120041
Différence		66	12	37	l. sin.	9.961437
Tabl. XXXVIII (arg. supérieur)	log.					4.572980
Angle horaire	—	3h	25m	0s		
Heure à la montre		5	36	18		
Différence en longitude	—	0	2	0		
Heure à la montre à midi,		2	9	18		
1re observ.	—	1	30	28.3		
Angle horaire approché		0	38	49.7		
Marche dierne de la montre	—	0	0	28.8		
Variation diurne de l'équat. du temps	—	0	0	11.4		
Marche diurne sur le T. V.	—	0	0	40.2		
Intervalle entre les observations		4	5	50		

Calcul de la latitude, première méthode.

Angle horaire		0h	38m	56s,6			3.158452
Latitede		49°	50'	0"		l. cos.	9.809569
Dist. polaire		99	24	16		l. sin.	9.994123
Dist. mér. estim.		59	14	16		l. cons.	8.536274
Dist. vr. au zénil		59	51	27	59° 51' 27"		
Dist. moyenne		59	32	51.5		c. l. sin.	0.064467
T. XXVII	36,55 ou	—			0 36 33	l.	1.562885
Dist. méridienne vraie	N.				59 14 54		
Déclinaison du ☉	S.				9 24 16		
LATITUDE vraie	N.				49 50 38		

Seconde méthode.

Angle horaire		0h	38m	56s,6		4.158452
Latitude		49°	50'	0"	l. cos.	9.809569
Dist. polaire		99	24	16	l. sin.	9.994123
Tabl. XXVII					l.	3.962144
Nombre correspondant					—	9165
Dist. vr. au zénil		59	51	27	T. LV sin. ver.	0.497846
Dist. mérid.	N.	59	14	54	sin. ver.	0.488681
Déclin. du ☉	S.	9	24	16		
LATITUDE vr.	N.	49	50	38		

Calcul de la latitude par deux hauteurs du soleil, prises près du méridien, à un intervalle de temps moindre que 12m.

1. Corrigez les deux hauteurs moyennes observées de manière à obtenir les hauteurs vraies du centre; prenez ensuite leur demi-différence, que vous ajouterez à la plus petite des deux hauteus vraies, pour avoir la hauteur moyenne.

2. Déterminez la distance polaire du soleil, pour l'heure T. M de Paris correspondante à l'heure approchée de la grande hauteur, augmentée ou diminuée du demi-intervalle de temps, selon qu'elle a été observée la première ou la seconde.

3. Prenez dans la Table XXVII le logarithme de la demi-différence des hauteurs vraies et le complément arithmétique du logarithme du demi-intervalle (écoulé entre les deux hauteurs et mesuré avec une montre marine) exprimé en degrés, et dans la Table LIII le complément arithmétique du logarithme sinus de la distance polaire; la somme de ces trois logarithmes, sera le logarithme sinus d'un arc *A* généralement plus petit que 90°. L'arc *A* ne peut être plus grand que 90°, qu'autant que la latitude étant de même dénomination que la déclinaison sera plus petite que la hauteur moyenne et la déclinaison.

4. Convertissez l'arc *A* en temps, et prenez son logarithme (augmenté d'une unité à la caractéristique) dans la Table XXXVIII pour l'ajouter au logarithme cosinus de la hauteur moyenne et au logarithme sinus de la distance polaire (déja employé), la somme de ces trois logarithmes, diminuée des dizaines à la caractéristique, sera le logarithme d'un nombre *B*, donné par la Table XXVII.

5. Faites une somme de la hauteur moyenne et de la distance polaire, et à son cosinus verse pris dans la Table LV ajoutez le nombre *B*, la somme sera le cosinus verse de la latitude cherchée.

Remarque 1. Cette méthode de déterminer la latitude est d'une grande simplicité, n'exigeant pas la connaissance de l'angle horaire de l'astre, ni l'emploi de la latitude estimée; mais elle ne donnera la latitude avec précision, qu'autant que l'on se conformera aux règles suivantes: de ne faire les observations qu'aux instans dans lesquels le changement en hanteur, dans une minute de temps, sera au-dessous de 5' (c'est de ce dont on s'assurera facilement, soit par le moyen de la Table XXXIV, ou mieux encore, par les différences entre les hauteurs moyennes observées comparées aux intervalles de temps correspondans), et en général plus près de l'instant du midi que de l'instant favorable au calcul de l'heure du lieu; ainsi la méthode conviendra mieux pour la détermination des grandes latitudes, que pour celle des petites.

De plus, l'intervalle de temps écoulé entre les deux hauteurs, mesuré avec une montre marine, doit toujours être plus petit que 12 minutes.

Il n'est pas nécessaire d'obtenir avec précision les deux hauteurs, pourvu toutefois qu'elles soient altérées également et dans le même sens, afin que leur différence ne soit pas changée ; car c'est de l'exactitude de cette différence et de sa petitesse, par rapport à l'intervalle de temps, que dépend principalement la précision de la latitude obtenue.

Remarque 2. Dans ce qui précède, on a supposé que les deux hauteurs ont été prises dans le même lieu ; dans le cas contraire, il faut réduire la petite hauteur à ce qu'elle eût été si on l'avait observée du lieu de la grande hauteur, suivant les règles données page 126. Cette réduction est indispensable, puisque son défaut altérerait la différence des hauteurs et par conséquent pourrait produire une grande erreur sur la latitude.

Cependant, comme l'intervalle de temps ne va pas à 12 minutes, on pourra éviter cette réduction de deux manières, soit en arrêtant la marche du bâtiment pendant la durée de cet intervalle, soit en faisant route pendant cette durée, vers l'un des points de l'horizon éloigné de 90° du gisement du soleil.

Exemple 1. Le 25 Avril 1836, étant par 59° de latitude Nord estimée et par 20° 37' de longitude Ouest, on a observé plusieurs hauteurs du bord inférieur du soleil, dont la moyenne était de 42° 37' 34" ; l'heure correspondante à la montre marine était de $7^{h}\ 8^{m}\ 17^{s}$; peu de temps après, on a pris de nouvelles hauteurs dont la moyenne était de 44° 2' 28", correspondante à $7^{h}\ 19^{m}\ 29^{s}$ de la même montre ; heure approchée du lieu à l'instant de la grande hauteur $11^{h}\ 15^{m}$ T. M. ; élévation de l'œil 15 pieds ; on demande la latitude vraie.

Préparation du calcul.

Heure à la montre 1re observation		7^{h}	8^{m}	17^{s}	Hauteurs observées		42°	37'	34"	43°	2'	28"
Heure à la montre 2e observation		7	19	29	Dépres. pour 15 pi.	−	0	3	55	0	3	55
différence		0	11	12			42	33	39	42	58	33
Mouvem. diurne de la montre, part. prop.		0	0	0	Réfract. — parallaxe	−	0	0	57	0	0	56
Intervalle de temps		0	11	12	Haut. vr. du bord observé		42	32	42	42	57	37
Demi-intervalle	−	0	5	36	Demi-diamètre	+	0	15	55	0	15	55
Heure T. M. appr. de la grande haut.		11	15	0	Haut. vraie du centre		42	48	37	43	13	32
Heure T. M. appr. de la haut. moyenne		11	9	24	Correc. de la petite haut.		0	0	0			
Longitude en temps *ajoutez*		1	22	28	Petite haut. réduite		42	48	37	42	48	37
Heure T. M. de Paris le 25		0	31	52	Différence des hauteurs					0	24	55
Distance polaire		76	42	5	Demi-différence					0	12	27.5

Calcul de la latitude.

Demi-dif. des haut.	0°	12'	27"5	T. XXVII l.	2.873611	Arc *A*	0^{h}	35^{m}	$3^{s}9$	T. XXXVIII l.		4.067409
Demi-inter. en deg.	1	24	0	c. l.	6.297569	Haut. moyenne	43°	1'	4"5	l. cos.		9.864001
Dist. polaire	76	42	5	c. l. sin.	0.011805	Dist. polaire	76	42	5	l. sin.		9.988195
Arc *A*	8	45	58	l. sin.	9.182985			Table XXVII		l.		3.919605
Multiplies par			4					Nombre correspondant			+	8310
Arc *A* en temps	0^{h}	35^{m}	$3^{s},9$			S. de la h. et dis.	129	43	9.5	T. LV cos ver.		0.131535
						LATITUDE N.	59	20	2	cos. ver.		0,139855

Exemple 2. Le 15 Août 1836, étant situé dans l'hémisphère Sud par 79° 20' 30" de longitude Est, on a pris plusieurs hauteurs du bord inférieur du soleil, et les heures correspondantes à une montre marine, la moyenne de ces hauteurs était de 25° 42' 39", et l'heure à la montre de $4^{h}\ 3^{m}\ 7^{s}$; peu de temps après on a observé une seconde série de ces hauteurs, et l'on a pris les heures correspondantes à la même montre, les moyennes ont été de 25° 17' 7" et $4^{h}\ 11^{m}\ 59^{s}$; heure approchée du lieu à l'instant de la grande hauteur 4^{h} après midi ; élévation de l'œil 19 pieds ; on demande la latitude.

Heure à la montre 1re observation		4^{h}	3^{m}	7^{s}	Hauteurs observées		25°	17'	7"	25°	42'	39"
Heure à la montre 2e observation		4	11	59	Dépres. pour 19 pieds	−	0	4	25	0	4	25
Intervalle de temps		0	8	52			25	12	42	25	38	14
Demi-intervalle	+	0	4	26	Réfrac. — parallaxe	−	0	1	55	0	1	53
Heure T. V. approchée		1	0	0	Haut. vr. du bord observ.		25	10	47	25	36	21
Longitude en temps *retranchez*		5	17	22	Demi-diamètre	+	0	15	50	0	15	50
Heure T. V. de Paris le 14		19	47	4	Hauteurs vr. du centre		25	26	37	25	52	11
Temps moyen au midi vrai	+	0	4	13	Petite hauteur					25	26	37
Heure T. M. de Paris, à la haut. moy. le 14		19	51	17	Différence des hauteurs					0	25	34
Distance polaire		104°	2'	50"	Demi-différence des hauteurs					0	12	47

Calcul de la latitude.

Demi-dif. des haut.	0°	12'	47''	T. XXVII	l.	2.881795
Demi-inter. en deg.	1	6	30		e. l.	6.399027
Distance polaire	104	2	50		e. l. s.	0.013185
Arc *A*	11	25	45		l. s.	9.297007
Multipliez par			4			
Arc *A* en temps	0h	45m	43s			

Arc *A* en temps	0h	45m	43s	T. XXXVIII		4.297290
Haut. moyenne	25°	39'	24''		l. c.	9.954920
Dist. polaire	104	2	50		l. s.	9.986815
				T. XXVII	l.	4.239025
				Nomb. corres.	+	17339
Som. de la h. et d.	129	42	14	T. LV	cos. v.	0,230643
LATITUDE	S. 48	45	56		cos. v.	0,247982

Exemple 3. Le 13 Octobre 1836, étant dans l'hémisphère Nord par 43° de longitude Ouest à 11h 9m 12s d'une montre marine, on a obtenu une hauteur moyenne du bord inférieur du soleil de 31° 10' 5'', et à 11h 18m 48s de la même montre on a trouvé une seconde hauteur moyenne de 31° 31' 31''; la montre marquait à peu près l'heure T. V. du lieu; élévation de l'œil 17 pieds; on demande la latitude.

Heure à la montre { 1re observation		11h	9m	12s
Heure à la montre { 2e observation		11	18	48
Intervalle de temps		0	9	36
Demi-intervalle	−	0	4	48
Heure T. V. de la grande hauteur		11	18	48
Heure T. V. de la haut. moyenne		11	14	0
Longitude en temps	*ajoutez*	2	52	0
Heure T. V. de Paris le 13		2	6	0
Temps moyen au midi vrai	+	11	46	15
Heure T. M. de Paris le 13		1	52	14
Distance polaire		97°	55'	24''

Hauteurs observées		31°	10'	5''	31°	31'	31''
Depres. pour 17 pieds	−	0	4	10	0	4	10
		31	5	55	31	27	21
Réfract. − parallaxe	−	0	1	29	0	1	27
Haut. vr. du bord observ.		31	4	26	31	25	54
Demi-diametre	+	0	16	5	0	16	5
Haut. vr. du centre		31	20	31	31	41	59
Petite hauteur					31	20	31
Différence des hauteurs					0	21	28
Demi-différence des hauteurs					0	10	44
Hauteur moyenne					31	31	15

Calcul de la latitude.

Demi-dif. des haut.	0°	10'	44''	T. XXVII	l.	2.808886
Demi-interv. en deg.	1	12	0		c. l.	6.364516
Distance polaire	97	55	24		c. l. s.	0.004166
Arc *A*	8	39	23		l. s.	9.177568
Multipliez par			4			
Arc *A* en temps	0h	34m	37s,5			

Arc *A* en temps	0h	34m	37s5	T. XXXVIII		4.056623
Haut. moyenne	31°	31'	15''		l. c.	9.930669
Dist. polaire	97	55	24		l. s.	9.995834
				T. XXVII	l.	3.983126
				Nomb. corr.	+	9619
Haut. + dist.	129	26	39		cos. ver.	0.227756
LATITUDE	49	41	46		cos. ver.	0.237375

Exemple 4. Le 13 Février 1836, étant situé dans l'hémisphère Sud par 8° 11' de longitude Est, à 5h 25m 17s d'une montre marine, on a observé la hauteur moyenne du bord inférieur du soleil de 59° 26' 33'', et à 5h 36m 21s,3 de la même montre, on a observé une seconde hauteur du meme bord de 58° 10' 22''; la marche diurne de la montre était de + 32s,4; lors de l'observation de la seconde hauteur le soleil répondait au N.-N.-O.; dans l'intervalle de temps écoulé entre ces deux observations, on a couru 1,5 milles à l'O., les amures à tribord avec un quart de dérive, heure approchée du lieu de la grande hauteur, 1h T. V. après midi; élévation de l'œil 22 pieds; on demande la latitude.

Heure à la montre { 1re observation		5h	25m	17s0
Heure à la montre { 2e observation		5	36	21.3
	différence	0	11	4.3
Avance de la montre dans cet interv.	−	0	0	0.3
Intervalle de temps		0	11	4.0
Demi-intervalle de temps	+	0	5	32
Heure approchée de la grande hauteur		1	0	0
Heure de la hauteur moyenne		1	5	32
Longitude en temps	*retranchez*	0	32	44
Heure T. V. de Paris le 13		0	32	48
Temps moyen au midi vrai		0	14	32
Heure T. M. de Paris le 13		0	47	20
Distance polaire		76°	25'	58''

Hauteurs observées		58°	10'	22''	59°	26'	33''
Dépres. pour 22 pieds	−	0	4	45	0	4	45
		58	5	37	59	21	48
Réfract. − parallaxe	−	0	0	32	0	0	30
Haut. vr. du bord obs.		58	5	5	59	21	18
Demi-diamètre	+	0	16	13	0	16	13
Haut. vraies du centre		58	21	18	59	37	31
Cor. p. 70° 18' et 1m,5	−	0	0	30			
Petite hauteur réduite		58	20	48	58	20	48
Différence des hauteurs					1	16	43
Demi-différence des hauteurs					0	38	21
Hauteur moyenne					58	59	9

Calcul de la latitude.

Demi-dif. des haut.	0° 38' 21"	T. XXVII	l. 3.361917		
Demi-inter. en deg.	1 23 0		c. l. 6.302771		
Distance polaire	76 25 58		c. l. s. 0.012291		
Arc A	28 22 46		l. s. 9.676979		
Multipliee par	4				
Arc A en temps	1h 53m 31s				

Arc A en temps	1h 53m 31s	T. XXXVIII	5.079830
Haut. moyenne	58° 59' 9"		l. c. 9.712038
Distance polaire	76 25 58		l. s. 9.987709
		T. XXVII	4.779577
		Nomb. cor. +	60197
Haut. + dist.	135 25 7	T. LV	c. ver. 0.298078
LATITUDE	39 55 14		c. ver. 0.358275

Remarque 3. Nous avons dit que cette méthode directe de trouver la latitude ne la donnerait avec une exactitude suffisante qu'autant que la différence des deux hauteurs, l'intervalle de temps écoulé entre les deux observations (toujours plus petit que 12m), auraient été obtenus exactement, et qu'en général cette méthode convenait mieux à obtenir les grandes latitudes que les petites; ces assertions vont être confirmées par les exemples suivans, dont les données ont été calculées pour le même lieu situé par 22° 53′ 16″ de latitude, les intervalles de temps étant égaux à 8m 30s, et les distances polaires correspondantes étant connues.

Hauteurs vraies.	Demi-différence.	Hauteurs moyennes.	Dist. polaire correspond.	Demi-intervalle.	Latitudes calculées.
67° 36' 51"					
67 14 19	0° 11' 16"	67° 25' 35"	89° 16' 53"4		22° 54' 56"
66 41 7	16 36	66 57 43	16 45.1	1° 3' 45"	22 54 59
65 58 1	21 33	66 19 34	16 36.8		22 55 6
65 5 51.6	26 . 4.7	66 31 56.3	16 28.5		22 55 8

Si dans ces exemples nous augmentons successivement l'une des données, les autres restant les mêmes,

1.° La différence de deux hauteurs de 4′, ou ce qui est de même, la demi-différence de 2′, erreur qui pourrait provenir de ce que la première hauteur a été prise trop grande d'une quantité égale à celle dont la seconde a été prise trop petite, ou réciproquement.

2.° L'intervalle de temps de 16s ou de 4′ de degré, le demi-intervalle deviendra trop grand de 8s ou 2′, erreur plus considérable que toutes celles qui peuvent avoir lieu dans la pratique, puisque cet intervalle doit avoir été mesuré avec une montre marine.

3.° Qu'enfin la hauteur moyenne soit altérée de + 2′, erreur que l'on peut regarder comme provenant de ce que chaque hauteur a été prise trop grande de cette même quantité.

Nous trouverons les résultats suivans :

Latitudes calculées.	Pour + 2' dans la demi-différence des hauteurs.		Pour + 2' dans le demi-intervalle de temps.		Pour + 2' sur la hauteur moyenne.	
22° 53' 56"	22° 46' 8'	− 8' 48"	22° 56' 18"	+ 1' 22"	22° 52' 57"	− 1' 59'
22 54 59	22 41 50	− 13 9	22 58 3	+ 3 44	22 53 4	− 1 55
22 55 6	22 38 53	− 16 13	23 0 32	+ 5 26	12 53 14	− 1 52
22 55 8	22 32 12	− 22 56	23 3 36	+ 8 28	22 53 27	− 1 41

Maintenant, si pour un lieu qui ne diffère du précédent qu'en ce que sa latitude est de 50° d'une dénomination contraire à la déclinaison, nous calculons avec les autres données et les erreurs supposées les mêmes quantités, on trouvera :

Hauteurs vraies.	Demi-différence.	Hauteurs moyennes.	Dist. polaire correspond.	Demi-intervalle.	Latitudes calculées.
39° 12' 33''5	3' 59''4	39° 8' 34''1	90° 43' 6''6		50° 0' 11''
39 4 34.7	5 55.1	39 58 39.6	43 14.9	1° 3' 45''	50 0 5
38 52 44.5	7 50.2	38 44 54.2	43 23.2		49 59 54
38 27 4.0	9 43.5	38 27 20.5	43 31.5		49 59 41
38 17 37.0					

Altérons ces données comme précédemment, nous trouverons :

Latitudes calculées.	Pour + 2' dans la demi-différence des hauteurs.		Pour + 2' dans le demi-intervalle de temps.		Pour + 2' sur la hauteur moyenne.	
50° 0' 11''	49° 49' 50''	− 0' 10''	50° 0' 29''	+ 0' 28''	49° 58' 11''	− 2' 0''
50 0 5	49 45 52	− 4 9	50 1 10	+ 1 9	49 58 7	− 1 54
49 59 54	49 51 39	− 18 15	50 1 49	+ 1 55	49 57 56	− 1 58
49 59 41	49 37 21	− 22 20	50 2 39	+ 2 58	49 57 45	− 1 56

Cette méthode exige donc une attention toute particulière pour se procurer les données avec exactitude, et principalement celle de la demi-différence des hauteurs.

PROBLÈME XXII.

Déterminer la latitude d'un lieu situé dans l'hémisphère Nord, par l'observation de la hauteur de l'étoile polaire.

1. Corrigez la hauteur observée de l'étoile polaire (Problême IX, page 126).

2. Déterminez le T. M. astronomique de Paris correspondant à l'instant de la hauteur observée, et prenez dans la première page du mois de la *Connaissance des Tems* l'ascension droite moyenne du soleil pour le midi moyen ; maintenant pour avoir la correction *additive* qu'il faut lui faire, cherchez dans la Table XCVIII, colonne ⊙, le tems moyen astronomique de Paris, vous trouverez à côté, dans la colonne R, la correction demandée. L'ascension droite moyenne ainsi trouvée, étant ajoutée à l'heure T. M. astronomique du lieu, vous donnera pour somme (diminuée de 24 heures s'il y a lieu), l'ascension droite du demi-méridien supérieur.

(Nous profitons de l'occasion pour faire remarquer que l'ascension droite moyenne du soleil, n'étant autre que l'heure sidérale du passage du soleil moyen au méridien de Paris, la colonne du mois de la Connaissance des Tems qui contient cet élément, peut avoir pour titre, indifféremment, *ascension droite moyenne du soleil* ou bien *tems sidéral à midi moyen* ; c'est par suite de cette synonimie, qu'à partir de l'année 1838 la Connaissance des Tems ne donnera plus cet élément que sous le second titre. Comme ce changement n'est pas le seul qui ait été opéré, puisqu'à partir de 1838 la distribution des matières a été totalement changée, nous recommandons de consulter l'explication et l'usage des articles, avant d'y chercher les élémens dont on peut avoir besoin).

3. Cherchez dans la Table LXII, avec l'ascension du méridien, la correction correspondante à ajouter à la hauteur vraie ou à en retrancher, pour avoir la latitude du lieu.

Remarque. Quoique cette méthode de déterminer la latitude ne puisse servir que dans l'hémisphère Nord, et que la difficulté d'obtenir la nuit des hauteurs exactes d'étoiles, surtout lorsqu'elles ne sont que de deuxième ou de troisième grandeur, soit un obstacle à son degré d'exactitude, cependant comme elle n'exige pas une grande précision dans la connaissance de l'heure du lieu, on pourra l'employer à défaut des observations du soleil et de la lune, et ne donnerait-elle la latitude qu'à quelques minutes près, ce résultat peut être encore très-utile dans bien des circonstances.

Exemple 1. Le 14 Septembre 1836, à environ 2h 30m T. M. du lieu le matin, étant par 30° de longitude Ouest, la hauteur de l'étoile polaire a été observée de 20° 36', élévation de l'œil 20 pieds ; on demande la latitude.

Hauteur observée		20°	36'	0''
Dépression pour 20 pieds	−	0	4	32
Réfraction	−	0	2	25
Hauteur vraie		20	29	3
Heure T. M. du lieu le 13		14h	30m	0s
Longitude en tems	*ajoutez*	2	0	0
Heure de Paris le 13		16	30	0
Ascension dr. moyenne du ⊙ à midi		11	29	59
Table CVIII, réduction	+	0	2	43
Heure T. M. du lieu		14	30	0
Ascension droite du méridien		2	2	42
Correction (Table LXII)	−	1°	34'	0''
Hauteur vraie		20	29	3
Latitude du lieu	*boréale*	18	55	3

Exemple 2. Le 18 Janvier 1836, à environ 7h du soir T. M., on a observé la hauteur de l'étoile polaire de 24° 50', élévation de l'œil 19 pieds ; longitude du lieu 50° 15' Ouest ; on demande la latitude.

Hauteur observée		24°	50'	0''
Dépression pour 19 pieds	−	0	4	25
Réfraction	−	0	2	5
Hauteur vraie		24	43	30
Heure T. M. du lieu le 18		7h	0m	0s
Longitude en tems	*ajoutez*	3	21	0
Heure T. M. de Paris le 18		10	21	0
Æ moyenne du ⊙ à midi		19	47	42
Table CVIII, réduction	+	0	1	42
Heure T. M. du lieu		7	0	0
Ascension droite du méridien		2	49	24
Correction (Table LXII)	−	1°	26'	0''
Hauteur vraie		24	43	30
Latitude du lieu	*boréale*	23	17	30

PROBLÈME XXIII.

Déterminer la latitude par deux hauteurs du soleil prises hors du méridien, et par l'intervalle de tems vrai écoulé entre les observations.

1. Corrigez les deux hauteurs observées, d'après les règles qui ont été données (Problème IX), dans le cas où ces deux hauteurs n'auraient pas été prises dans le même lieu, réduisez la plus petite à ce qu'elle eût été si on l'avait prise dans le lieu de la plus grande, qui est toujours celui pour lequel la latitude doit être calculée. (Pour cette réduction voyez la page 126).

Cela posé, déterminez la demi-somme des deux hauteurs ainsi que leur demi-différence.

2. Retranchez l'heure marquée par la montre marine à la première observation, de l'heure marquée à la seconde (augmentée de 12 heures s'il est nécessaire), le reste sera l'intervalle de tems vrai écoulé entre les observations, si la montre dans son mouvement diurne suivait sensiblement le tems vrai ; dans le cas où ce mouvement s'en écarterait, il faudrait corriger l'intervalle de la partie proportionnelle relative à la différence, d'après ce qui a été dit page 117 (cet intervalle doit toujours être la *différence* ou la *somme* des angles horaires du soleil correspondans aux deux hauteurs), que vous convertirez en degrés.

3. Prenez dans la *Connaissance des Tems* la déclinaison du soleil pour l'heure T. M. de Paris correspondante à l'heure approchée du lieu de la grande hauteur, augmentée du demi-intervalle lorsqu'elle a été observée la première, ou diminuée du demi-intervalle quand elle a été observée la seconde : si la déclinaison est de même dénomination que la latitude estimée, retranchez-la de 90°, et si elle est de différente dénomination, ajoutez-lui 90°, vous aurez la distance du soleil au pôle élevé.

4. Au logarithme sinus du demi-intervalle exprimé en degrés, ajoutez le logarithme sinus de la distance polaire ; la somme sera le logarithme sinus d'un arc *A* toujours plus petit que 90°

5. Au complément arithmétique du logarithme cosinus de l'arc A, ajoutez le logarithme cosinus de la distance polaire, la somme sera le logarithme cosinus d'un arc B, de même espèce que la distance polaire.

6. Au complément arithmétique du logarithme sinus de l'arc A, ajoutez le logarithme cosinus de la demi-somme des hauteurs vraies, et le logarithme sinus de leur demi-différence; la somme de ces trois logarithmes, diminuée de 10, sera celui du sinus d'un arc C, toujours plus petit que 90°.

7. Aux complémens arithmétiques des logarithmes cosinus des arcs A et C, ajoutez le logarithme sinus de la demi-somme des hauteurs vraies, et le logarithme cosinus de leur demi-différence, la somme de ces quatre logarithmes, diminuée de 10, sera le logarithme cosinus d'un arc E, toujours plus petit que 90°.

8. Si la déclinaison est plus grande et de même dénomination que la latitude estimée, faites *presque toujours* une somme des arcs B et E, c'est-à-dire prenez $B+E$.

Dans tous les autres cas, prenez *presque toujours* leur différence, c'est-à-dire $B-E$.

9. Au logarithme cosinus de l'arc C ajoutez celui des cosinus de $B+E$ ou de $B-E$, la somme de ces deux logarithmes, diminuée de 10, sera celui du sinus de la latitude cherchée.

10. Quelles que soient les dénominations de la déclinaison et de la latitude estimée, si ces deux quantités ne diffèrent entre elles que d'un petit nombre de degrés, prenez simultanément $B+E$ et $B-E$, calculez alors deux latitudes, et celle des deux qui approchera le plus de la latitude estimée, sera *généralement* la latitude cherchée.

Remarque 1. L'indécision qui règne dans les règles précédentes, est inhérente à la nature du Problème qui doit avoir toujours deux solutions; aussi, quelle que soit la méthode de résolution employée, la nécessité de prendre tantôt la somme, tantôt la différence de deux arcs ou deux angles est inévitable.

Notre méthode, qui, jusqu'à ce jour, est non seulement une des plus exactes, mais encore une des plus simples de toutes celles qui ont été proposées pour la résolution de ce Problème (puisqu'elle n'exige que quinze logarithmes, dont dix se prennent deux à deux à la même ouverture de page), manifeste le cas douteux par le choix qu'il s'agit de faire entre l'emploi de $B+E$ et celui de $B-E$, ou ce qui est de même, par la détermination de l'instant de la journée où la valeur de E devient nulle.

Quoique la théorie donne des règles indiquant l'instant où $E=0$, nous ne les indiquerons pas, parce que ne pouvant être fondées que sur la connaissance exacte de l'azimut ou de l'angle horaire de l'astre, elles ne fourniraient jamais qu'une *pratique* très-incertaine à la mer; nous allons les suppléer par un mode d'observations et de calculs qui, dans tous les cas, donnera le moyen immanquable de choisir entre les deux latitudes calculées suivant le paragraphe 10, celle qui sert à fixer réellement la position du lieu.

1. Observez trois séries de hauteurs de l'astre, de manière à vous procurer deux premières ou deux secondes hauteurs; par ces observations vous obtiendrez les données de deux calculs de latitude.

2. Effectuez ces deux calculs, en faisant usage pour chacun d'eux de $B+E$ ainsi que de $B-E$, afin d'obtenir par le premier comme par le second calcul, les deux solutions du Problème, cela vous donnera deux couples de latitudes calculées.

3. Examinez ces deux couples, vous y remarquerez une latitude qui sera commune (ce qui nécessairement doit avoir lieu), ce sera celle qui devra être choisie pour la latitude cherchée.

Nous ferons remarquer que notre méthode donne les deux solutions du Problème avec une grande facilité, puisqu'elle n'exige que la recherche de deux nouveaux logarithmes, et que quand au moyen donné pour faire disparaître l'incertitude sur le choix de l'une ou de l'autre solution, il ne double réellement pas les calculs, puisqu'à la mer, l'heure du lieu, la latitude, la longitude par les distances lunaires, etc., ne doivent jamais être déterminées par une seule série d'observations.

Remarque 2. Lorsque la déclinaison est nulle, c'est-à-dire lorsque la distance polaire est égale à 90°, 1.° L'arc A est égal au demi-intervalle de tems exprimé en degrés; 2.° l'arc B sera de 90°; l'arc C, l'arc E et la latitude seront toujours donnés ensuite par les préceptes 6, 7, 8, 9 et 10.

Remarque 3. Lorsque les deux hauteurs observées ont été prises l'une avant, l'autre après le passage du soleil au méridien, il peut arriver qu'après avoir réduit l'une de ces hauteurs à ce qu'elle eût été si on l'avait observée dans le lieu de l'autre, ces deux hauteurs soient égales, alors opérez de la maniere suivante :

1. Au logarithme cosinus du demi-intervalle, ajoutez le logarithme tangente de la distance polaire, la somme sera le logarithme cotangente d'un arc *B* toujours plus petit que 90°.

2. Au logarithme sinus de la hauteur, ajoutez le complément arithmétique du logarithme cosinus de la distance polaire et le logarithme sinus de l'arc *B*, la somme de ces trois logarithmes, diminuée d'une dizaine, sera celui du cosinus d'un arc *E* toujours plus petit que 90°.

3. La différence entre les arcs *B* et *E* donnera le plus souvent la latitude cherchée. S'il y a du doute, déterminez la somme et la différence des arcs *B* et *C*, vous obtiendrez pour résultats deux latitudes, celle des deux qui approchera le plus de la latitude estimée sera probablement la latitude demandée. (Voyez la Remarque 1.)

Remarque 4. Pour déterminer l'erreur causée sur la latitude par l'emploi de la distance polaire moyenne.

1. Au logarithme du nombre de secondes du changement en déclinaison dans le demi-intervalle, ajoutez le logarithme sinus de l'arc *C* (déjà employé), ainsi que les complémens arithmétique du logarithme sinus du demi-intervalle et du logarithme cosinus de la latitude trouvée, la somme de ces quatre logarithmes (diminuée d'une dizaine), sera celui du nombre de secondes de l'erreur cherchée.

2. Cette erreur s'ajoutera à la latitude calculée si la distance polaire de l'observation la plus voisine du méridien est plus petite que celle de l'autre observation, elle s'en retranchera dans le cas contraire.

Remarque 5. Lorsque vous aurez la latitude corrigée de l'erreur causée par l'emploi de la distance polaire moyenne, il vous sera facile de déterminer l'angle horaire moyen et par conséquent l'heure T. V. du lieu de la grande hauteur.

En effet, si du logarithme sinus de l'angle *C* vous retranchez le logarithme cosinus de la latitude corrigée, le reste sera le logarithme sinus de l'angle horaire moyen que vous convertirez en heures.

Connaissant l'angle horaire moyen, vous obtiendrez aussitôt l'angle horaire correspondant à la grande hauteur, en prenant la différence entre cet angle horaire moyen et le demi-intervalle exprimé en heure, ce qui vous donnera l'heure T. V. du lieu de la grande hauteur qui, comparée avec l'heure T. V. de Paris donnée par la montre marine, vous fera connaître la longitude du lieu.

Remarque 6. Le Problème qui nous occupe est d'une grande importance dans la pratique, car il peut arriver que la connaissance de la latitude soit indispensable à la sûreté du bâtiment, alors il serait imprudent de compter sur l'observation de la hauteur méridienne du soleil, que des nuages ou d'autres circonstances contraires peuvent empêcher d'observer pendant plusieurs jours; parmi les moyens qui restent après la détermination de la latitude par la hauteur méridienne, celui-ci est celui qui peut être employé avec plus de confiance.

Les règles suivantes serviront à diriger dans le choix des circonstances favorables aux observations, ou pour déterminer parmi plusieurs observations faites, celles qui sont préférables pour l'exactitude du résultat : 1.° Lorsque les deux hauteurs ont été prises dans le voisinage du méridien, l'une avant l'autre après midi : 2.° Lorsque les deux hauteurs ont été observées, l'une avant et l'autre après midi, et que l'intervalle de tems entre le passage au méridien et l'instant de chaque série d'observations, est moins grand que l'angle horaire donné par la Table XXXI, répondant à la latitude estimée du lieu et à la déclinaison du soleil. Toutes les fois que les conditions précédentes seront remplies, les observations faites de différens côtés du méridien seront préférables à celles qui seront faites d'un même côté : 3.° Quand les deux hauteurs sont prises d'un même côté du méridien, il sera avantageux que la grande hauteur ait été observée dans le voisinage du méridien et la petite à une distance de midi plus grande que l'angle horaire marqué par la Table XXXI; on exceptera le cas dans lequel le

soleil, dans son mouvement diurne, passe au méridien entre le zénit et le pôle élevé; alors la plus petite hauteur doit être observée à l'instant marqué par la Table XXXI.

Dans toutes les circonstances précédentes, il conviendra parmi les hauteurs observées, de prendre toujours la plus grande pour une de celles qui doivent entrer dans le calcul, et la plus petite au-dessus de 7° à 8°; de faire en sorte que le chemin parcouru dans l'intervalle des observations soit au-dessous de 12 lieues, et de se servir d'une montre qui ne s'écarte pas du tems vrai de plus de 3ᵐ en 24 heures, alors on obtiendra la latitude à 3′ près.

Les circonstances défavorables ou susceptibles de donner de grandes erreurs, sont celles dans lesquelles le soleil passe au méridien près du zénit, ou bien encore lorsque l'arc *A* déterminé par le précepte 4, est égal ou diffère peu de la demi-différence des hauteurs vraies.

Exemple 1. Le 23 Mai 1836, étant par 42° de latitude Nord estimée, et 17° 30′ de longitude Ouest, à environ 8ʰ T. V. du matin, lorsque la montre marquait 6ʰ 25ᵐ 17ˢ, la hauteur moyenne du bord inférieur du soleil a été observée de 35° 25′ 52″; et lorsque la même montre, dont le mouvement suivait sensiblement le T. V., marquait 9ʰ 9ᵐ 53ˢ, une nouvelle série d'observations a donné une hauteur moyenne du même bord 63° 1′ 57″; élévation de l'œil, pour les deux hauteur, 20 pieds, on demande la latitude du lieu.

Préparation du calcul.

Heure à la montre, 1ʳᵉ observation	6ʰ	25ᵐ	17ˢ
Heure à la montre, 2.ᵉ observation	9	9	53
Intervalle de tems	2	44	36
Demi-intervalle	1	22	18
Heure T. V. du lieu le 22	20	0	0
Heure moyenne T. V. du lieu	21	22	18
Longitude en tems	+ 1	10	0
Heure T. V. de Paris le 22	22	32	18
Tems moyen au midi vrai	+ 11	56	25
Heure T. M. de Paris le 22	22	28	43
Distance polaire de l'astre	69°	22′	8″
Demi-intervalle en degrés	20	34	30

Hauteurs observées		35°	25′	52″		63°	1′	57″
Dépression pour 20 pieds	−		4	32	−		4	32
Haut. app. du bord infér.		35	21	20		62	57	25
Réfraction − parallaxe	−		1	15	−		0	26
Haut. vr. du bord infér.		35	20	5		62	56	59
Demi-diamètre	+		15	49	+		15	49
Haut. vr. du centre		35	35	54		63	12	48
Petite hauteur						35	35	54
Somme des hauteurs						98	48	42
Demi-somme des hauteurs						49	24	21
Différence des hauteurs						27	36	54
Demi-différence des hauteurs						13	48	27

Calcul de la latitude.

Demi-intervalle	20°	34′	30″	l. sin. 9.545843	c. l. cos. *A*	0.024859			
Distance polaire	69	22	8	l. sin. 9.971215	l. cos.	9.546974			
Arc *A* < 90°	19	12	6	l. sin. 9.517058	l. cos. *B*	9.571833	*B*	68° 5′ 34″	
Arc *A*				c. l. sin. 0.482942	c. l. cos. *A*	0.024859			
Hauteurs, demi-som.	49	24	21	l. cos. 9.813379	l. sin.	9.880435			
Hauteurs, demi-diff.	13	48	37	l. sin. 9.377781	l. cos.	9.987265			
Arc *C* < 90°	28	10	32	l. sin. 9.674102	c. l. cos. *C*	0.054775			
					l. cos. *E*	9.947334	*E* < 90°	27 39 1	
Arc *C*				l. cos. 9.945225			*B* − *E*	40 26 33	
Arc *B* − *E*	40	26	33	l. cos. 9.881417					
LATITUDE	42	8	5	l. sin. 9.826642					

Erreur sur la latitude, provenant de l'emploi d'une dist. polaire moyenne. Remarque 4.

Demi-intervalle		c. l. sin.	0.454157
Arc *C*		l. sin.	9.674102
Latitude		c. l. cos.	0.129848
Changement en déclin.	39″6	l.	1.597695
Erreur cherchée	+ 71.75	l.	1.855802
ou bien			+ 0° 1′ 12″
Latitude trouvée			42 8 5
Latitude corrigée			42 9 17

Calcul de l'angle horaire moyen et de l'heure du lieu. Remarque 5.

Arc *C*	l. sin. 19.674102			
Latitude corrigée	l. cos. 9.870015			
	l. sin. 9.804087			
Angle horaire moyen, en degrés	39°	33′	46″	
Angle horaire moyen, ou	2ʰ	38ᵐ	15ˢ	
Demi-intervalle	− 1	22	18	
Petit angle horaire	1	15	57	
Heure T. V. du lieu de la grande hauteur	10	44	3	
Heure correspondante à la montre	9	9	53	
Retard de la montre sur le tems vrai du lieu	1	34	10	

Exemple 2. Le 27 Février 1836, étant par 30° de latitude Nord estimée, et par 135° 5' de longitude Est à environ $7^h\ 30^m$ T. V. du matin, lorsque la montre marquait $5^h\ 6^m\ 18^s$, on a observé la hauteur moyenne du bord inférieur du soleil de 13° 26' 17''; et lorsque la même montre, dont le mouvement diurne suivait le T. V., marquait $8^h\ 30^m\ 6^s$, on a obtenu une seconde hauteur moyenne du même bord de 47° 31' 39''; l'élévation de l'œil, à ces deux observations, était de 22 pieds; on demande la latitude et l'heure du lieu.

Préparation du calcul.

Heure à la montre, 1re observation	5^h	6^m	18^s
Heure à la montre, 2e observation	8	30	6
Intervalle de tems	3	23	48
Demi-intervalle	1	41	54
Heure T. V. du lieu le 26	19	30	0
Heure moyenne T. V. du lieu	21	11	54
Longitude en tems	− 9	0	20
Heure T. V. de Paris le 26	12	11	34
Tems moyen au midi vrai	+ 0	13	13
Heure T. M. de Paris le 26	12	24	47
Distance polaire de l'astre	98°	46'	11''
Demi-intervalle en degrés	25	28	30

Hauteurs observées	13°	26'	17''	47°	31'	39''
Dépression pour 22 pieds	−	4	45	−	4	45
Haut. app. du bord infér.	13	21	32	47	26	54
Réfraction − parallaxe	−	3	52	−	0	48
Haut. vr. du bord infér.	13	17	40	47	26	6
Demi-diamètre	+	16	10	+	16	10
Haut. vr. du centre	13	33	50	47	42	16
Petite hauteur				13	33	50
Somme des hauteurs				61	16	6
Demi-somme des hauteurs				30	38	3
Différence des hauteurs				34	8	26
Demi-différence des hauteurs				17	4	13

Calcul de la latitude.

Demi-intervalle	25°	28'	30''	l. sin. 9.633587	c. l. cos. *A*	0.043279					
Distance polaire	98	56	11	l. sin. 9.994893	l. cos.	9.183166					
Arc *A* < 90°	25	9	23	l. sin. 9.628480	l. cos. *B*	9.226445	*B*		99°	41'	50''
Arc *A*				c. l. sin. 0.371520	c. l. cos. *A*	0.043279					
Hauteurs demi-som.	30	38	3	l. cos. 9.934720	l. sin.	9.707191					
Hauteurs demi-diff.	17	4	13	l. sin. 9.467674	l. cos	9.980433					
Arc *C* < 90°	36	27	14	l. sin. 9.773914	c. l. cos. *C*	0.094563					
					l. cos. *E*	9.825466	*E* < 90°		48	0	19
							B − *E*		51	41	31
Arc *C*				l. cos. 9.905437							
Arc *B* − *E*	51	41	31	l. cos. 9.792314							
LATITUDE	29	54	26	l. sin. 9.697751							

Erreur sur la latitude, provenant de l'emploi d'une dist. polaire constante. Remarque 4.

Demi-intervalle		c. l. sin.	0.366413
Arc *C*		l. sin.	9.773914
Latitude trouvée		c. l. cos.	0.062064
Changt en déc. dans le demi-int.	95''2	l.	1.978637
Erreur cherchée	151.7	l.	2.181028
	ou		− 0° 2' 32''
Latitude trouvée			29 54 26
Latitude corrigée			29 51 54

Calcul de l'angle horaire moyen et de l'heure du lieu. Remarque 5.

Arc *C*	l. sin. 19.773915		
Latitude corrigée	l. cos. 9.938120		
	l. sin. 9.835794		
Angle horaire moyen, en degrés	43°	14'	55''
Angle horaire moyen, en tems	2^h	52^m	59^s7
Demi-intervalle	− 1	41	54
Petit angle horaire	1	11	5.7
Heure T. V. du lieu de la grande hauteur	10	48	54.3
Heure correspondante à la montre	8	30	6
Retard de la montre sur le T. V. du lieu	2	18	48.3

Indépendamment de la détermination de la latitude et de l'heure du lieu, on aurait pu déterminer la longitude du lieu, si la montre s'était trouvée réglée sur le méridien de Paris.

Exemple 3. Le 6 Mars 1836, étant par 52° de latitude Nord estimée, et par 61° 15' de longitude Ouest, à environ 8h T. V. du matin, une série d'observations a donné pour la hauteur moyenne du bord inférieur du soleil 12° 35' 20", et pour heure correspondante à la montre 10h 18m 17s; et lorsque la même montre marquait 1h 29m 49s, une nouvelle série d'observations a donné pour hauteur moyenne du même bord 30° 0' 40"; l'élévation de l'œil, dans ces observations, était de 21 pieds. Dans l'intervalle de tems écoulé entre les deux hauteurs moyennes, le bâtiment a couru 30 milles au N.-E. 1/4 E. 3° N., et l'azimut observé à l'instant de la petite hauteur était le S.-E. 1/4 E.; on demande la latitude du lieu de la grande hauteur ainsi que l'heure T. V. de ce lieu : la montre suivait le T. V.

Elémens du calcul.

Heure à la montre { 1re observation		10h	18m	17s
Heure à la montre { 2e observation		1	29	49
Intervalle de tems		3	11	32
Demi-intervalle		1	35	46
Heure T. V. du lieu le 5		20	0	0
Heure moyenne T. V.		21	35	46
Longitude en tems	+	4	5	0
Heure T. V. de Paris le 6		1	40	46
Tems moyen au midi vrai	+	0	11	25
Heure T. M. de Paris le 6		1	52	11
Distance polaire de l'astre		95°	30'	19"
Demi-intervalle en degrés		23	56	30
Angle compris entre le rhumb de vent et l'azimut observé		70	30	0

Hauteurs observées		12°	35'	20"		30°	0'	40"
Dépression pour 21 pieds	−		4	38	−		4	38
Haut appar. du bord infér.		12	30	42		29	56	2
Réfraction — parallaxe	−		4	9	−		1	33
Haut. vr. du bord infér.		12	26	33		29	54	29
Demi-diamètre	+		16	8	+		16	8
Hauteur vraie du centre		12	42	41		30	10	37
Réduction	+	0	10	1				
Petites hauteurs réduites		12	52	42		12	52	42
Somme des hauteurs						43	3	19
Demi-somme des hauteurs						21	31	39
Différence des hauteurs						17	17	55
Demi-différence des hauteurs						8	38	57

Calcul de la latitude.

Demi-intervalle	23°	56'	30"	l. sin.	9.608319	e. l. cos. *A*	0.038680		
Distance polaire	95	30	19	l. sin.	9.997992	l. cos	8.981988		
Arc *A* < 90°	23	49	28	l. sin.	9.606311	l. cos. *B*	9.020668	*B*	96° 1' 12"
Arc *A*				e. l. sin.	0.393689	e. l. cos. *A*	0.038680		
Hauteurs { demi-som.	21	31	39	l. cos.	9.968596	l. sin.	9.564604		
Hauteurs { demi-diff.	8	38	57	l. sin.	9.177201	l. cos.	9.995033		
Arc *C* < 90°	20	15	46	l. sin.	9.539486	e. l. cos. *C*	0.027744		
						l. cos. *E*	9.626061	*E* < 90°	64 59 35
Arc *C*				l. cos.	9.972256			*B* − *E*	31 1 47
Arc *B* − *E*	31	1	37	l. cos.	9.932943				
LATITUDE	53	30	13	l. sin.	9.905199				

Erreur sur la latitude, provenant de l'emploi d'une distance polaire moyenne. Remarque 4.

Demi-intervalle		e. l. sin.	0.391681	
Arc *C*		l. sin.	9.539486	
Latitude trouvée		e. l. cos.	0.225649	
Chang' en décl. dans le demi-int.	93"0	l.	1.968483	
Erreur cherchée	133.4		2.125299	
ou	+	0°	2'	13"4
Latitude trouvée		53	30	13
Latitude corrigée		53	32	26.4

Calcul de l'angle horaire moyen et de l'heure du lieu. Remarque 5.

Arc *C*		l. sin.	19.539486		
Latitude corrigée		l. cos.	9.773972		
		l. sin.	9.765514		
Angle horaire moyen { en degrés		35°	38'	50"	
Angle horaire moyen { en tems		2h	22m	35s3	
Demi-intervalle	−	1	35	46	
Petit angle horaire		0	46	49.3	
Heure T. V. du lieu de la grande hauteur		11	13	10.7	
Heure correspondante à la montre		13	29	49.0	
Avance de la montre sur le T. V. du lieu		2	16	38.3	

Exemple 4. Le 5 Juin 1836, étant par 6° de latitude Nord estimée, et par 30° de longitude Ouest, le matin, on a observé une série de hauteurs du bord inférieur du soleil, qui a donné pour hauteur moyenne 21° 22' 54", l'heure correspondante à une montre marine était 7h 21m 2s,8, à cet instant le soleil répondait à l'Est du compas; puis après avoir fait 24 milles au N.-N.-O. 2° 45' N. on a observé une seconde série de hauteurs du même bord qui a donné pour moyenne 63° 42' 48", et pour heure correspondante à la même montre 10h 33m 5s2; l'état absolu de cette montre sur le méridien de Paris était le 25 Mai à midi, un retard de 2h 4m 9s et sa marche diurne de + 18s; élévation de l'œil 17 pieds; on demande la latitude du lieu de la grande hauteur et sa longitude par la montre marine.

Détermination de l'heure T. M. de Paris.

Heure à la montre. { 1re observation		7h	21m	2s8
Heure à la montre. { 2e observation		10	33	5.2
	somme	17	54	8.0
Heure au milieu de l'intervalle	*moitié*	8	57	4.0
Retard le 25 Mai	*ajoutez*	2	4	9
Heure T. M. approchée { de Paris le 5 au matin		11	1	13
Heure T. M. approchée { ou le 4 Juin		23	1	13
Jours écoulés depuis le 25 Mai	10j,959			
Avance pour ces 10j,959	−	0	3	17
Heure T. M. de Paris		22	57	56
Distance polaire		67°	24'	50"

Correction des hauteurs.

Hauteurs observées		63°	42'	48"		21°	22'	54"
Dépression pour 17 pieds	−		4	10	−		4	10
Haut. app. du bord infér.		68	38	38		21	18	44
Réfraction − Parallaxe	−		0	25	−		2	20
Haut. vr. du bord infér.		63	38	13		21	16	24
Demi-diamètre	+		15	47	+		15	47
Haut. vr. du centre		63	54	0		21	32	21
Réduction de la petite hauteur					−		8	7
Petite hauteur réduite						21	24	4
Moitiés des hauteurs		31	57	0		10	42	2
Hauteurs { demi-somme						42	39	2
Hauteurs { demi-différ.						21	14	58

Conversion de l'intervalle de tems donné par la montre, en intervalle de T. V.

Avance diurne de la montre sur le T. M. 00		+	0h	0m	18s00
Du 4 au 5 Juin, avance du T. M. sur le T. V. 00		+	0	0	10.25
Du 4 au 5 avance de la montre sur le T. V.	*somme*	+	0	0	28.25
Intervalle donné par la montre 10h 33m 5s,2 − 7h 21m 2s,8 =			3	12	2.40
Pour cet intervalle, partie proportionnelle de 28s,25	*à retrancher*		0	0	3.77
Intervalle écoulé, exprimé en tems vrai			3	11	58.63
Demi-intervalle { en heures			1	35	59.31
Demi-intervalle { en degrés			23°	59'	49"65

Calcul de la latitude.

Demi-intervalle	23°	59'	50"	l. sin.	9.609266	c. l. cos. *A*	0.033004				
Distance polaire	67	24	50	l. sin.	9.965344	l. cos.	9.584412				
Arc *A* < 90°	22	3	19	l. sin.	9.574610	l. cos. *B*	9.617416	*B*	65°	31'	7"
Arc *A*				c. l. sin.	0.425390	c. l. cos. *A*	0.033004				
Hauteurs { demi-som.	42	39	2	l. cos.	9.866582	l. sin.	9.830925				
Hauteurs { demi-diff.	21	14	58	l. sin.	9.559223	l. cos.	9.969421				
Arc *C* < 90°	45	23	35	l. sin.	9.851195	c. l. cos. *C*	0.152238				
						l. cos. *E*	9.985588	*E* < 90°	14	40	45
Arc *C*				l. cos.	9.847762			*B* + *E*	80	11	52
Arc *B* − *E*	80	11	52	l. cos.	9.231081						
LATITUDE	6	53	12	l. sin.	9.078843						

Erreur sur la latitude, provenant de l'emploi d'une dist. polaire moyenne. Remarque 4.

Demi-intervalle		c. l. sin.	0.390734		
Arc *C*		l. sin.	9.851195		
Latitude trouvée		c. l. cos.	0.003145		
Changt en décl. dans le demi-int.	26"8	l.	1.428135		
Erreur cherchée	47.1	l.	1.673209		
00	+	0°	0'	47"	
Latitude trouvée		6	53	12	
Latitude corrigée		6	53	59	

Calcul de l'angle horaire moyen et de la longitude du lieu. Remarque 5.

Arc *C*		l. sin. 19.851195		
Latitude corrigée		l. cos. 9.996843		
		l. sin. 9.854352		
Angle horaire moyen { en degrés		45°	38'	58"
Angle horaire moyen { en tems		3h	2m	35s9
Demi-intervalle	−	1	35	59.3
Petit angle horaire		1	26	36.6
Heure T. V. du lieu, le 4 au matin		10	33	23.4

Calcul de la longitude.

Heure de la montre à l'instant de la grande hauteur			10h	33m	5s2
Retard de la montre le 25 Mai		+	2	4	9
Heure approchée T. M. de Paris le 5 Juin			0	37	14.2
Avance de la montre pour 11 jours	3m 18s0	−	0	3	18.5
Part. proportion. de + 18s pour 37m	0 0.5				
Heure T. M. de Paris le 5 Juin			0	33	55.7
Tems moyen au midi vrai		−	11	58	6.9
Heure T. V. de Paris			0	35	48.8
Heure T. V. du lieu de la grande hauteur			10	33	23.4
Longitude en temps		*ouest*	2	2	25.4
Longitude en degrés			30°	36'	21"

Exemple 5. Le 10 Janvier 1836, étant dans l'hémisphère Sud par une longitude Est, après avoir essuyé un gros tems qui a duré plusieurs jours, on a fait dans la matinée et dans le même lieu, des observations pour déterminer la position de ce lieu et la déclinaison de l'aiguille aimantée; 1.° Une série qui a donné une hauteur moyenne du bord inférieur du soleil de 13° 12' 55", et dont l'heure correspondante à la montre marine était de 6h 25m 16s,8, cet astre ayant été relevé aux mêmes instans a donné, pour azimut observé l'Est 4° S.; 2.° Une seconde série d'observations, dont l'heure moyenne à la montre était de 7h 1m 17s,3, a donné une hauteur moyenne du même bord de 21° 9' 7"; 3.° Enfin, une troisième série d'observations a fait connaître qu'à 10h 1m 20s de la même montre, une troisième hauteur moyenne était de 62° 3' 34".

Le 1 Décembre 1835, la montre avançait à midi sur le T. M., méridien de Paris, de 4h 36m 7s,6; sa marche diurne est de − 3s,6; élévation de l'œil 25 pieds. On demande la latitude et la longitude de ce lieu ainsi que la déclinaison de l'aiguille aimantée.

Ces trois séries d'observations vont nous servir à faire : 1.° Deux calculs de latitude par deux hauteurs, et comme les circonstances nous placent dans les cas indiqués des règles contenues dans les paragraphes 9 et 10, pour chacun nous calculerons deux latitudes, en faisant usage de $B-E$ et de $B+E$; celle des deux latitudes qui se répétera sera la latitude véritable et par conséquent celle du lieu.

2.° Deux calculs de longitude par la montre marine, en nous servant des hauteurs provenant des deux premières séries d'observations.

3.° Un calcul de l'azimut du soleil, par le moyen de la hauteur correspondante à l'azimut observé, qui nous fera connaître la déclinaison de l'aiguille aimantée.

Les résultats de ces calculs nous procureront toutes les données nécessaires pour que le bâtiment puisse continuer à faire route avec sûreté. (Il est évident qu'il faut tenir compte de la différence qui peut avoir lieu entre la position du méridien magnétique du compas azimutal et celle de celui du compas de route).

Détermination des heures T. M. de Paris, des distances polaires, etc.

		1.re observat.			2.e observat.			3.e observat.		
Heures à la montre correspondantes aux observations		6h	25m	16s8	7h	1m	17s3	10h	1m	20s0
Avance sur le T. M. de Paris le 1 Décembre 1835	−	4	36	7.6	4	36	7.6	4	36	7.6
Heures approchées T. M. de Paris, le 10 Janvier 1836 au matin		1	49	9.2	2	25	9.7	5	25	12.4
Heures approchées T. M. de Paris, ou le 9, tems astronomique		13	49	9.2	14	25	9.7	17	25	12.4
Retards pour les jours écoulés depuis le 1 Décembre	+	0	2	20.4	0	2	20.4	0	2	20.4
Parties proportion. de 3s,6 pour les fractions de jour	+	0	0	2.1	1	1	2.2	0	0	2.6
Heures T. M. de Paris correspondantes aux observations le 9		13	51	31.7	14	27	32.3	17	27	35.4
Tems moyen au midi vrai	−	0	7	24.8	0	7	25.4	0	7	28.5
Heure T. V. de Paris		13	44	6.9	14	20	6.9	17	20	6.9
Intervalle de tems vrai de la première à la troisième		3	36	0.0						
Intervalle de tems vrai de la seconde à la troisième		3	0	0.0						
Demi-intervalle		1	48	0.0	en degrés			27°	0'	0"
Demi-intervalle		1	30	0.0				22	30	0
Distance polaire pour les heures T. M. de Paris		67°	52'	26"4	67°	52'	39"1	67	53	42,8

Hauteurs moyennes observées		13° 12' 55"	21° 9' 7"	62° 3' 34"
Dépression pour 25 pieds (Table II)	−	5 4	5 4	5 4
Hauteurs apparentes du bord inférieur		13 7 51	21 4 3	61 58 30
Réfraction − parallaxe (Table V)	−	3 56	2 22	0 27
Hauteurs vraies du bord inférieur		13 3 55	21 1 41	61 58 3
Demi-diamètre du soleil	+	16 18	16 18	16 18
Hauteurs vraies du centre		13 20 13	21 17 59	62 14 21
	Moitiés	6 40 6.5	10 38 59.5	31 7 10.5
Demi-somme... de la première et de la troisième		37 47 17		
Demi-somme... de la seconde et de la troisième		41 46 10		
Demi-différence de la première et de la troisième		24 27 4		
Demi-différence de la seconde et de la troisième		20 28 11		

Calcul de la latitude par le moyen de la première et de la troisième hauteur.

Demi intervalle	27° 0' 0"	l. sin.	9.657047	c. l. cos. *A*	0.042273		
Dist. polaire moyenne	67 53 5	l. sin.	9.966812	l. cos.	9.575732		
Arc *A* < 90°	24 52 19	l. sin.	9.623859	l. cos. *B*	9.618005	*B*	65° 29' 0"
Arc *C*		c. l. sin.	0.376141	c. l. cos. *A*	0.042273		
Hauteurs demi-som.	37 47 17	l. cos.	9.897782	l. sin.	9.787278		
Hauteurs demi-diff.	24 27 4	l. sin.	9.616913	l. cos.	9.959192		
Arc *B* < 90°	51 3 16	l. sin.	9.890836	c. l. cos. *C*	0.201638		
				l. cos. *E*	9.990381	*E* < 90°	12 0 52
Arc *C*		l. cos.	9.698362	l. cos. *C*	9.798362	*B* − *E*	53 28 8
Arc *B* − *E*	53 28 8	l. cos.	9.774706	l. cos.	9.335413	*B* + *E*	77 29 52
		l. sin.	9.573068	l. sin.	9.133775		
Latitude			21° 58' 23"	ou bien	7° 49' 15"		
Correct. pour le changem.t en déclin.		−	0 1 11	−	0 1 6		
Latitude corrigée		*Sud*	21 57 12	ou bien	7 48 7		

Calcul de la latitude par le moyen de la seconde et de la troisième hauteur.

Demi-intervalle	22° 30' 0"	l. sin.	9.582840	c. l. cos. *A*	0.029168		
Dist. polaire moyenne	67 53 11	l. sin.	9.966817	l. cos.	9.575701		
Arc *A* < 90°	20 45 53	l. sin.	9.549657	l. cos. *B*	9.604869	*B*	66° 15' 34"
Arc *A*		c. l. sin.	0.450343	c. l. cos. *A*	0.029168		
Hauteurs demi-som.	41 46 10	l. cos.	9.872641	l. sin.	9.823562		
Hauteurs demi-diff.	20 28 11	l. sin.	9.543711	l. cos.	9.971673		
Arc *C* < 90°	47 21 56	l. sin.	9.866695	c. l. cos. *C*	0.169207		
				l. cos. *E*	9.993610	*E* < 90°	9 48 17
Arc *C*		l. cos.	9.830793	l. cos. *C*	9.830793	*B* − *E*	56 27 17
Arc *B* − *E*	56 27 17	l. cos.	9.742408	l. cos.	9.381720	*B* + *E*	76 3 51
		l. sin.	9.573201	l. sin.	9.212513		
Latitude			21° 58' 48"	ou bien	9° 23' 17"		
Correct. pour le changem.t en déclin.		−	0 1 6	+	0 1 2		
Latitude corrigée		*Sud*	21 57 42		9 22 15		

Nous avons dit (*Remarque* 1) que celle des deux latitudes qui se répéterait serait la véritable ; nous aurons donc :

Première latitude		21° 57' 12"
Seconde latitude		21 57 42
		54
Latitude du lieu	*Moyenne*	21 57 27

Calculs des heures correspondantes aux deux premières hauteurs, et détermination de la longitude.

Hauteur	13°	20'	13"		
Latitude	21	57	27	c. l. cos.	0.032704
Distance polaire	67	50	26	c. l. sin.	0.033222
Somme	103	10	6	l. const.	5.301030
Demi-somme	51	35	3	l. cos.	9.793346
Différence	38	14	50	l. sin.	9.791730
Tab. XXXVIII (argument inférieur)					4.952032
Heure T. V. du lieu le 9					18h 24m 0s4
Heure T. V. de Paris					13 44 6.9
Longitude Est en tems					4 39 53.5

Hauteur	21°	17'	59"		
Latitude	21	57	27	c. l. cos.	0.032704
Distance polaire	67	52	39	c. l. sin.	0.033210
Somme	111	8	5	l. const.	5.301030
Demi-somme	55	34	2	l. cos.	9.752386
Différence	34	16	3	l. sin.	9.750553
Tab. XXXVIII (argument inférieur)					4.869883
Heure T. V. du lieu le 9					19h 0m 0s9
Heure T. V. de Paris					14 20 6.9
Longitude Est en tems					4 39 54.0

Longitude moyenne	en tems	4h 39m 53s75
	en degrés	69° 58' 26"4

Calcul de l'azimut du soleil, correspondant à la première hauteur, et détermination de la déclinaison de l'aiguille aimantée.

Distance polaire	67°	52'	26"		
Hauteur vraie	13	20	13	c. l. cos.	0.011874
Latitude	21	57	27	c. l. cos.	0.032704
Somme	103	10	6		
Demi-somme	51	35	3	l. cos.	9.793346
Différence	16	17	23	l. cos.	9.982206
				Somme	19.820130
Demi-azimut	35	36	53	l. cos.	9.910065
Azimut vrai du Sud vers l'Est					71° 13' 46"
Azimut observé du Sud vers l'Est					86 0 0
Déclinaison de l'aiguille N.-E.					14 46 14

Exemple 6. Le 17 Avril 1836, étant par 11° 50' de latitude Nord estimée et par 20° 15' de longitude Ouest, on a observé une série de hauteurs du bord inférieur du soleil dont la moyenne était de 66° 26' 45", l'heure correspondante à une montre marine était de 10h 29m 22s; et lorsque la même montre marquait 2h 32m 56s,7, on a observé une hauteur moyenne du même bord de 53° 47' 53", l'azimut du soleil observé au même instant était l'O. 1/4 N.-O. Dans l'intervalle de tems écoulé entre les deux observations, on a couru 43,6 milles au S.-O. 1/4 O. 33' S.; l'élévation de l'œil était de 22 pieds; la montre retardait le 1 Avril à midi, sur le tems moyen, méridien de Paris, de 1h 20m 8s et sa marche diurne était de + 14s,4.

Préparation du calcul.

Heure à la montre		10h	29m	22s		2h	32m	56s7
Retard sur le tems moyen le 1er Avril	+	1	20	8	+	1	20	8
Heures approchées, T. M. de Paris le 17 Avril		11	49	30		3	53	4.7
Avances de la montre marine depuis le 1er Avril	−	0	3	50.3	−	0	3	52.7
Heures T. M. de Paris, matin et soir		11	45	39.7		3	49	12.0
Intervalle de tems en T. M.						4	3	31.3
Demi-intervalle	+	2	1	46.1				
Heure astronomique T. M. de Paris le 17		1	47	25.8				
Distance polaire du soleil		79°	24'	20"4				

Angle compris entre la direction de la route et l'azimut observé			45°	33'	
Pour 45° 33' (argument inférieur) et 43,6 milles, Tabl. L		−	0	31	933
	00	−	0	31	56

Hauteurs observées		66°	26'	45''		53°	47'	53''
Dépression pour 22 pieds (Tab. II)	−	0	4	45	−	0	4	45
Hauteurs apparentes du bord inférieur		66	22	0		53	43	8
Réfraction — parallaxe (Tab. V)	−	0	0	22	−	0	0	38
Hauteurs vraies du bord inférieur		66	21	38		53	42	30
Demi-diamètre	+	0	15	57	+	0	15	57
Hauteurs vraies du centre		66	37	35		53	58	27
Réduction de la petite hauteur					−	0	31	56
						53	26	31
Moitiés des hauteurs		33	18	47.5		26	43	15.5
Hauteurs { demi-somme						60	2	3
Hauteurs { demi-différence						6	35	32
Intervalle écoulé en tems moyen						4h	3m	32s3
Retard du T. M. sur le T. V. du 17 au 18, 13s,82								
Partie proportionnelle de ce retard pour l'intervalle en T. M.					+	0	0	2.3
Intervalle exprimé en T. V.						4	3	34.6
Demi-intervalle en heures						2	1	47.3
en degrés						30°	26'	49''5

Calcul de la latitude.

Demi-intervalle	30°	26'	49''	l. sin.	9.704785	c. l. cos. *A*	0.061921				
Dist. polaire moyenne	79	24	20	l. sin.	9.992533	l. cos.	9.264478				
Arc *A* < 90°	29	52	28	l. sin.	9.697318	l. cos. *B*	9.326399	*B*	77°	45'	31''
Arc *A*				c. l. sin.	0.302682	c. l. cos. *A*	0.061921				
Hauteurs { demi-som.	60	2	3	l. cos.	9.698521	l. sin.	9.937680				
Hauteurs { demi-diff.	6	35	32	l. sin.	9.059951	l. cos.	9.997119				
Arc *C* < 90°	6	36	38	l. sin.	9.061154	c. l. cos. *C*	0.002897				
						l. cos. *E*	9.999617	*E* < 90°	2	24	21
Arc *C*				l. cos.	9.997103	l. cos. *C*	9.997103	*B* − *E*	75	21	10
Arc *B* − *E*	75	21	10	l. cos.	9.402892	l. cos.	9.232541	*B* + *E*	80	9	52
				l. sin.	9.399995	l. sin.	9.229644				
LATITUDE			*Nord*		14° 32' 52''	ou bien	9° 46' 10''				
Latitude estimée					11 50 0		11 50 0				
Différences				−	2 42 52	+	2 3 50				

D'où il résulte que la latitude véritable est *probablement* 9° 46' 10'' *Nord;* pour en obtenir la certitude, il aurait fallu (*Remarque* 1) observer trois séries de hauteurs de l'astre, de manière à obtenir les données de deux calculs de latitude.

Nous allons réunir dans un tableau les élémens de plusieurs calculs de latitude par deux hauteurs, correspondans à des cas douteux; ils pourront servir non seulement à vérifier l'exactitude de toutes les méthodes proposées pour la résolution du même Problème, mais ils fourniront encore les données de nombreux exercices des principaux calculs d'astronomie nautique.

Des sept colonnes qui composent ce tableau, les quatre premières contiennent les rangs, les lieux, les jours et les heures T. V. pour lesquels les hauteurs et les azimuts du soleil ont été calculés. La cinquième colonne donne pour Paris les jours et les heures T. M. correspondans. La sixième les distances polaires du soleil; et enfin la septième colonne contient 1.° les arcs *M*, *N* ainsi que les hauteurs *H* calculés par la méthode de la page 160; 2.° les arcs *M'*, *N'*, ainsi que les mêmes hauteurs *H*, déterminés par la méthode de la page 170; 3.° les azimuts du soleil calculés par la méthode de la page 143.

Lieux.	Latitudes.	Longitudes en degré et en temps.	Heures T. V. du lieu.	Heures T. M. de Paris.	Distances polaires.	Hauteurs et Azimuts calculés.
I.	20° 8' B.	130° 0' 0" O $+8^h\ 40^m\ 0^s$	Le 14 Juillet $18^h\ 48^m\ 0^s$	Le 15 Juillet. $3^h\ 33^m\ 35^s9$	68° 30' 42"7	M 29° 33' 30"8 M' 62° 9' 35"6 N 38 57 11.9 N' 42 1 35.6 H 17 55 19.7 H 17 55 19.7 Azim. du N. vers l'E. 73 3 12.0
II.	20° 18' B.	129° 30' 0" O $+8^h\ 38^m\ 0^s$	Le 14 Juillet $18^h\ 50^m\ 0^s$	Le 15 Juillet. $3^h\ 33^m\ 35^s9$	68° 30' 42"7	M 30 19 56.8 M' 61 11 53.1 N 38 10 45.9 N' 40 53 53.1 H 18 25 10.2 H 18 25 10.3 Azim. du N. vers l'E. 73 14 2.4
			23 36 0	8 19 37.0	68 32 38.6	M 69 35 50.5 M' 21 33 47.9 N 1 3 11.9 N' 1 15 47.9 H 84 16 34.0 H 84 16 35.0 Azim. du N. vers l'E. 77 17 22.7
			23 38 0	8 21 37.0	68 32 39.4	M 69 36 49.7 M' 21 32 45.1 N 1 4 10.3 N' 1 14 45.1 H 84 43 57.0 H 84 43 59.0 Azim. du N. vers l'E. 76 21 15.4
III.	20° 34' B.	129° 12' 0" O $+8^h\ 36^m\ 48^s$	Le 14 Juillet $18^h\ 51^m\ 12^s$	Le 15 Juillet. $3^h\ 33^m\ 35^s9$	68° 30' 42"7	M 30 33 37.0 M' 60 37 49.0 N 47 57 5.7 N' 40 3 49.0 H 18 45 55.3 H 18 45 55.3 Azim. du N. vers l'E. 73 23 51.0
			23 37 12	8 19 37.0	68 32 38.6	M 69 20 23.1 M' 21 33 10.1 N 0 47 44.5 N' 0 59 10.1 H 84 36 20.0 H 84 36 20.0 Azim. du N. vers l'E. 79 29 50.0
			Le 15 Juillet $2^h\ 50^m\ 30^s$	10 47 55.7	68 33 38.8	M 66 16 33.1 M' 24 41 58.3 N 2 17 5.7 N' 4 7 58.3 H 60 44 42.5 H 60 44 42.5 Azim. du N. vers l'O. 82 35 17.6
IV.	14° 50' A.	84° 15' 0" E $-5^h\ 37^m\ 0^s$	Le 28 Octob. $19^h\ 0^m\ 0^s$	Le 28 Octobr. $13^h\ 6^m\ 52^s$	76° 34' 40"2	M 44 20 30.6 M' 42 40 38.7 N 32 14 9.6 N' 27 50 38.7 H 17 37 29.9 H 17 37 30.0 Azim. du S. vers l'E. 80 20 21
			19 3 0	13 9 52	76 34 37.7	M 45 42 21.0 M' 41 19 21.0 N 30 52 16.7 N' 26 29 21.0 H 18 20 24.1 H 18 20 24.1 Azim. du S. vers l'E. 80 29 28.5
V.	15° 0' A.	84° 30' 0" E $-5^h\ 38'\ 0^s$	Le 28 Octob. $19^h\ 1^m\ 0^s$	Le 28 Octobr. $13^h\ 6^m\ 12^s$	76° 34' 40"2	M 44 28 9.6 M' 42 13 0.4 N 32 6 30.6 N' 27 13 0.4 H 17 53 27.6 H 17 53 27.6 Azim. du S. vers l'E. 80 26 35.5
			19 4 0	13 9 52	76 34 37.7	M 45 48 37.1 M' 40 53 13.3 N 30 46 0.6 N' 25 53 13.3 H 18 36 20.5 H 18 36 20.5 Azim. du S. vers l'E. 80 35 50.1

Lieux.	Latitudes.	Longitudes en degré et en temps.	Heures T. V. du lieu.	Heures T. M. de Paris.	Distances polaire.	Hauteurs et Azimuts calculés.
V.	15° 0' A.	84° 30' 0'' E – 5h 38m 0s	Le 28 Octob. 22h 4m 24s	Le 28 Octobr. 16h 10m 16s	76° 32' 7''7	M 72° 58' 56'' 9 M' 15° 17' 43''3 N 3 33 10.8 N' 0 17 43.3 H 61 57 51.7 H 61 57 51.7 Azim. du S. vers l'E. 89 26 43.0
			Le 29 Octob. 3h 0m 22s	21 6 12.6	76 28 1.5	M 69 12 57.6 M' 18 49 32.4 N 7 15 4.0 N' 3 49 32.4 H 46 20 54.4 H 46 20 54.4 Azim. du S. vers l'O. 85 58 50.2
VI.	15° 12' A.	84° 30' 0'' E – 5h 38m 40s	Le 28 Octob. 19h 1m 40s	Le 28 Octubr. 13h 6m 52s	76° 34' 40''2	M 44 22 32.5 M' 41 54 52.0 N 32 12 7.7 N' 36 42 52.0 H 18 4 57.9 H 18 4 57.9 Azim. du S. vers l'E. 80 32 31.3
			19 4 40	13 9 52	76 34 37.7	M 45 42 6.4 M' 40 36 4.2 N 30 52 31.3 N' 25 24 4.2 H 18 47 49.1 H 18 47 49.1 Azim. du S. vers l'E. 80 41 55.4
VII.	15° 12' A.	84° 40' 0'' E – 5h 48m 40s	Le 28 Octob. 23h 2m 20s	Le 28 Octobr. 17h 7m 31s	76° 31' 20''0	M 74 19 47.0 M' 13 53 57.3 N 2 11 33.0 N' 1 18 2.7 H 75 55 46.2 H 75 55 46.2 Azim. du S. vers l'E. 95 11 52
			23 4 12	17 9 23	76 31 18.4	M 74 21 37.3 M' 13 52 20.0 N 2 9 41.1 N' 1 19 40.0 H 76 22 40.5 H 76 22 40.5 Azim. du S. vers l'E. 95 29 18
VIII.	15° 28' A.	84° 56' 0'' E – 5h 39m 44s	Le 28 Uctob. 22h 6m 8s	Le 28 Octobr. 16h 10m 16s	76° 32' 7''7	M 72 31 42.3 M' 15 14 6.6 N 4 0 25.4 N' 0 13 53.4 H 62 22 58.4 H 62 22 58.4 Azim. du S. vers l'E. 90 26 33
			23 3 24	17 7 31	76 31 20.0	M 74 4 24.9 M' 13 53 0.3 N 2 26 55.1 N' 1 34 59.7 H 76 9 30.4 H 76 9 30.4 Azim. du S. vers l'E. 96 26 27.3
			23 5 16	17 9 23	76 31 18.4	M 74 6 14.6 M' 13 51 25.1 N 2 25 3.8 N' 1 36 34.9 H 76 36 18.4 H 76 36 18.4 Azim. du S. vers l'E. 96 46 37.4
			Le 29 Octob. 3h 2m 6s	Le 28 Octobr. 21h 6m 12s6	76 28 1.5	M 68 26 55.2 M' 18 57 35.5 N 8 1 6.3 N' 3 29 35.5 H 45 57 44.3 H 45 57 44.4 Azim. du S. vers l'O. 86 22 50.0
IX.	15° 30' A.	84° 45' 0'' E – 5h 43m 0s	Le 29 Oetob. 22h 3m 12s	Le 29 Octobr. 17h 3m 59s9	76° 11' 34''2	M 72 22 30.4 M' 15 43 25.1 N 3 49 3.8 N' 0 13 25.1 H 61 43 13.2 H 61 43 13.5 Azim. du S. vers l'E. 89 35 3.4
			Le 30 Octob. 3h 1m 28s	21 2 15.4	76 8 18.1	M 68 27 33.6 M' 19 21 10.6 N 7 40 44.5 N' 3 51 10.6 H 46 9 49.6 H 46 9 49.6 Azim. du S. vers l'O. 85 58 40.0

Il nous reste à faire remarquer qu'il y a dans la cinquième colonne des jours et des heures de Paris qui se répètent ; ces répétitions indiquent que les instans des lieux differens correspondaient à des heures égales comptées au méridien de Paris, ainsi la hauteur et l'azimut calculés pour l'un de ces lieux, correspondent à ces mêmes quantités, déterminées au même instant dans l'autre lieu.

Applications. Le 14 Juillet 1836 ;

Dans le lieu I lorsqu'il était 18h 48m T. V. on a trouvé *H* de 17° 55' 19''7 et *Z* de 73° 3' 12''

Au même instant

Dens le lieu II	il était 18 50 T. V.	*H* de 18 25 10.2	*Z* de 73 14 2.4
et dans le lieu III	il étau 18 51 T. V.	*H* de 18 45 55.3	

Comme ces trois hauteurs du soleil sont simultanées, mais prises ou déterminées dans trois lieux differens, il ne serait donc pas nécessaire de ramener la première au lieu de la seconde ou au lieu de la troisième ; ou bien de ramener la seconde au lieu de la troisième. Néanmoins, pour servir d'exercice de calculs, nous allons chercher les réductions.

Lieu I latitude	N.	20° 8'	Latitude croissante	1233.66	Longitude O.	130° 0'
II		20 18		1244.31		129 30
Différence en lat.	N.	0 10	Différence latit. crois.	10.65	Différence en long. E.	0 30

Le rhumb de vent à suivre pour aller du lieu I au lieu II, se déterminera au moyen de la proportion :

Dif. des lat. crois. : diff. des long. :: *R* : tang. du rhumb de vent.

La distance du lieu I au lieu II, c'est-à-dire le chemin qu'il faut faire, par la proportion,

cos. rhumb de vent : *R* :: dif. en lat. : milles de distance.

Nous aurons donc,

log. 30' + l. *R*	11.477121	log. 10' + l. *R*	11.000000
log. 10,65	1.027350	Rhumb de vent l. cos.	9.524451
l. teng.	10.449771	l.	1.475549

Du lieu I en lieu II le rhumb de vent du N. vers l'E. 70° 27' 19''

la distance est en milles 29.896

Pour obtenir la réduction de la hauteur du lieu I au lien II, en nommant *A* l'angle compris entre le rhumb de vent et l'azimut du soleil, nous avons la proportion

R : cos. *A* :: les milles de dist. : la réduction.

Azimut du ☉ du N. vers l'E.	73° 3' 12''	Distance	29.896	l.	1.475549
Rhumb de vent du N. vers l'E.	70 27 19	*A*	2° 35' 53''	l. cos.	9.999553
Angle *A*	2 35 53	Réduct.	29.860		1.475102
		ou		+	0° 29' 51''6
		Lieu I hauteur			17 55 19.7
		Réduite au lieu II			18 25 11.3
		On avait trouvé directement			18 25 10.2

Réduction de la hauteur du lieu II au lieu III.

Lieu II latitude	N.	20° 18	Latitude croissante	1244.31	Longitude O.	129° 30'
III		20 34		1261.39		129 12
Différence en lat.	N.	0 16	Différence latit. crois.	17.08	Différence en long. E.	0 18

Nous aurons donc

log. 18' + l. *R*	11.255273	log. 16' + l. *R*	11.204120
log. 17,08	1.232488	Rhumb de vent l. cos.	9.837794
l. tang.	10,022785	l.	1.366326

Du lieu II au lieu III le rhumb de vent du N vers l'E. 46° 30' 8''

la distance est en milles 23.245

Azimut du ☉ du N. vers l'E.	73° 14' 2''4	Distance	23.245	l.	1.366326
Rhumb de vent du N. vers l'E.	46 30 8	*A*	26° 43' 54''	l. cos.	9.950911
Angle *A*	26 43 54	Réduct.	20,760		1.317237
		ou		+	0° 20' 45''6
		Lieu II hauteur			18 25 10.2
		Réduite au lieu III			18 45 55.8
		On avait trouvé directement			18 45 55.3

Calcul de la latitude du lieu II par le moyen de la première et de la seconde hauteur.

Heure T. V. de la première	18h	50m	Distance polaire	68°	30'	42"7	Hauteur	18°	25'	10"2
de la seconde	23	36		68	32	38.6		84	16	34.5
Intervalle	4	46			2	81.3	Somme	102	41	44.7
Demi-intervalle	2	23	Moyenne	68	31	40.6	Demi-somme	51	20	52.4
en degrés	35°	45'					Demi-différence	32	55	42.1

Demi-intervalle	35°	45'	0"	l. sin.	9.766599	c. l. cos. *A*	0.076093				
Dist. polaire moyenne	68	31	40.6	l. sin.	9.968761	l. cos.	9.563537				
Arc *A* < 90°	32	56	9.2	l. sin.	9.735360	l. cos. *B*	9.639630	*B*	64°	8'	30"5
Arc *A*				c. l. sin.	0.264640	c. l. cos. *A*	0.076093				
Hauteurs { demi-som.	51	20	52.4	l. cos.	9.795595	l. sin.	9.892625				
Hauteurs { demi-diff.	32	55	42.1	l. sin.	9.735271	l. cos.	9.923944				
Arc *C* < 90°	38	38	34	l. sin.	9.795506	c. l. cos. *C*	0.107319				
						l. cos. *E*	9.999981	*E* < 90°	0	32	35
Arc *C*				l. cos.	9.892681	l. cos. *C*	9.892681	*B* − *E*	63	35	55.5
Arc *B* − *E*	63	35	55.5	l. cos.	9.648023	l. cos. *C*	9.631034	*B* + *E*	64	41	5.5
				l. sin.	9.540704	l. sin.	9.523715				
Latitude					20° 19' 20"	ou bien	19° 30' 37"				
Correction pour le chang.t en déclin.				−	0 1 6	−	0 1 6				
Latitude corrigée					20 18 14		19 29 31				

Calcul de la latitude du lieu II par le moyen de la première et de la troisième hauteur.

Heure T. V. de la première	18h	50m	Distance polaire	68°	30'	42"7	Hauteur	18°	25'	10"2
de la troisième	23	38		68	32	39.4		84	43	58
Intervalle	4	48			2	82.1	Somme	103	9	8.2
Demi-intervalle	2	24	Moyenne	68	31	41	Demi-somme	51	34	34.1
en degrés	36°	0'					Demi-différence	33	9	23.9

Demi-intervalle	36°	0'	0"	l. sin.	9.769219	c. l. cos. *A*	0.077203				
Distance polaire	68	31	41	l. sin.	9.968761	l. cos.	9.563535				
Arc *A* < 90°	33	9	39	l. sin.	9.737980	l. cos. *B*	9.640738	*B*	64°	4'	15"3
Arc *A*				c. l. sin.	0.262020	c. l. cos. *A*	0.077203				
Hauteurs { demi-som.	51	34	34.1	l. cos.	9.793423	l. sin.	9.894003				
Hauteurs { demi-diff.	33	9	23.9	l. sin.	9.737931	l. cos.	9.922818				
Arc *C* < 90°	38	25	7.4	l. sin.	9.793374	c. l. cos. *C*	0.105966				
						l. cos. *E*	9.999990	*E* < 90°	0	23	27
Arc *C*				l. cos.	9.894034	l. cos. *C*	9.894034	*B* − *E*	63	40	48.3
Arc *B* − *E*	63	40	48.3	l. cos.	9.646778	l. cos.	9.634591	*B* + *E*	64	27	42.3
				l. sin.	9.540812	l. sin.	9.528625				
Latitude					20° 19' 39"	ou bien	19° 44' 28"5				
Correction pour le chang.t en déclin.				−	0 1 6	−	0 1 6				
Latitude corrigée					20 18 33		19 43 22.5				

Calcul de la latitude du lieu III, par le moyen de la seconde et de la troisième hauteur.

Heure T. V. de la seconde	23h	37m	13s	Distance polaire	68°	32'	38"6	Hauteur	84°	36'	20"
de la troisième	2	5	30		68	33	38.8		60	44	42.5
Intervalle	2	28	18			6	17.4	Somme	145	21	2.5
Demi-intervalle	1	14	9	Moyenne	68	33	8.7	Demi-somme	72	40	31.2
en degrés	18°	32'	15"					Demi-différence	11	55	48.7

Demi-intervalle	18°	32'	15''	l. sin.	9.502325	c. l. cos. A	0.019898		
Distance polaire	68	33	8.7	l. sin.	9.968834	l. cos.	9.563065		
Arc $A < 90°$	17	12	43.5	l. sin.	9.471159	l. cos. B	9.582963	B	67° 29' 35''6
Arc A				c. l. sin.	0.528841	c. l. cos. A	0.019898		
Hauteurs { demi-som.	72	40	31.2	l. cos.	9.473904	l. sin.	9.979836		
Hauteurs { demi-diff.	11	55	48.7	l. sin.	9.315381	l. cos.	9.990516		
Arc $C < 90°$	12	0	24.9	l. sin.	9.318126	c. l. cos. C	0.009607		
						l. cos. E	9.999857	$E < 90°$	1 27 58.0
Arc C				l. cos.	9.990393	l. cos. C	9.990393	$B - E$	66 1 37.6
Arc $B - E$	66	1	37.6	l. cos.	9.608852	l. cos.	9.555241	$B + E$	68 57 13.6
				l. sin.	9.599245	l. sin.	9.545634		
Latitude					23° 25' 0''1	ou bien	20° 33' 52''8		

Applications. Le 28 Octobre 1836 ;

Dans le lieu IV	lorsqu'il était	19h 0m 0s T. V.	on a trouvé H de 17° 37' 30'' et	Z de 80° 20' 21''
		19 3 0	H de 18 20 24.1	Z de 80 29 28.5

Aux mêmes instans,

Dans le lieu V	il était	19 1 0 T. V.	H de 17 53 27.6	Z de 80 26 35.5
		19 4 0	H de 18 36 20.5	Z de 80 35 50.1
Dans le lieu VI	il était	19 1 40 T. V.	H de 18 4 57.9	Z de 80 32 31.3
			H de 18 47 49.1	Z de 80 41 55.4

Réduction de la première hauteur du lieu IV au lieu V.

Lieu IV latitude	S. 14° 50'	Latitude croissante	900.11	Longitude E.	84° 15'
V	15 0		910.46		84 30
Différ. en latitude S.	0 10	Diff. latitude croissante	10.35	Différ. en long. E.	0 15

Nous aurons donc

log. 15' + l. R	11.176091	log. 10' + l. R	11.000000
log. 10.35	1.014940	Rhumb de vent l. cos.	9.754290
l. tang.	10.161151	l.	1.245710

Du lieu IV au lieu V, le rhumb de vent du S. vers l'E. 55° 23' 40''
la distance en milles 17.608

Azimut du ☉ du S. vers l'E.	80° 20' 21''	Distance	l.	1.245710
Rhumb de vent du S. vers l'E.	55 23 40	Arc A	l. cos.	9.957471
Angle A	24 56 41	Réduct. 15',965	l.	1.203181
		ou	+	0° 15' 57''9
		lieu IV hauteur		17 37 30.9
	Réduite au	lieu V		17 53 27.9
		on avait trouvé directement		17 53 27.6

Réduction de la première hauteur du lieu IV au lieu VI.

Lieu IV latitude S.	14° 50'	Latitude croissante	900.11	Longitude E.	84° 15'
VI	15 12		922.89		84 40
Différence en latitude S.	0 22	Différ. latitude crois.	22.78	Différ. en long. E.	0 25

Nous aurons donc,

log. 25' + l. R	11.397940	log. 22' + l. R	11.342423
log. 22.78	1.357554	Rhumb de vent l. cos.	9.828354
l. tang.	10.040386	l.	1.514069

Du lieu IV au lieu VI, le rhumb de vent du S. vers l'E. 47° 39' 37''
la distance en milles 27.494

Azimut du ☉ du S. vers l'E.	80° 20' 21''	Distance	l.	1.514069
Rhumb de vent du S. vers l'E.	47 39 37	Arc A	l. cos.	9.925162
Angle A	32 40 44	Réduct. 27',49	l.	1.439231
		ou	+	0° 27' 29''4
		lieu IV hauteur		17 37 30.0
	Réduite au	lieu VI		18 4 59.4
		on avait trouvé directement		18 4 57.9

Nous terminerons là ces réductions de hauteurs.

Calcul de latitude du lieu V par le moyen de la première et de la troisième hauteur.

Heure T. V. de la prem.	19h 1m 0s	Distance polaire	76° 34' 40"2	Hauteur	17° 53' 27"6
de la trois.	22 4 24		76 32 7.7		61 57 51.7
Intervalle	3 3 24		6 47.9	Somme	79 51 19.3
Demi-intervalle	1 31 42	Moyenne	76 33 23.9	Demi-somme	39 55 39.6
en degrés	22° 55' 30"			Demi-différence	22 2 12.0

Demi-intervalle	22° 55' 30"	l. sin.	9.590536	c. l. cos. *A*	0.033644		
Dist. polaire moyenne	76 33 23.9	l. sin.	9.987934	l. cos.	9.366394		
Arc *A* < 90°	22 15 45.5	l. sin.	9.578470	l. cos. *B*	9.400038	*B*	75° 27' 3"0
Arc *A*		c. l. sin.	0.421530	c. l. cos. *A*	0.033644		
Hauteurs { demi som.	39 55 39.6	l. cos.	9.884714	l. sin.	9 807413		
Hauteurs { demi-diff.	22 2 12.0	l. sin.	9.574262	l. cos.	9.967054		
Arc *C* < 90°	49 25 0	l. sin.	9.880506	c. l. cos. *C*	0.186717		
				l. cos. *E*	9.994828	E < 90°	8 49 31.3
Arc *C*		l. cos.	9.813283	l. cos. *C*	9.813283	*B* − *E*	66 37 31.7
Arc *B* − *E*	66 37 31.7	l. cos.	9.598506	l. cos.	8.998810	*B* + *E*	84 16 34.7
		l. sin.	9.411789	l. sin.	8.812093		
Latitude			14° 57' 26"6	ou bien	3° 43' 11"3		
Correct. pour le chang.t en déclin.		+	0 2 33.9	+	0 2 26.0		
Latitude corrigée			15 0 0.5	ou bien	3 45 37.3		

Calcul de latitude du lieu V par le moyen de la seconde et de la troisième hauteur.

Heure T. V. de la seconde	19h 4m 0s	Distance polaire	76° 34' 37"7	Hauteur	18° 36' 20"5
de la trois.	22 4 24		76 32 7.7		61 57 51.7
Intervalle	3 0 24		6 45.4	Somme	80 34 12.2
Demi-intervalle	1 30 12	Moyenne	76 33 22.7	Demi-somme	40 17 6.1
en degrés	22° 33' 0"			Demi-différence	21 40 45.5

Demi-intervalle	22° 33' 0"	l. sin.	9.583753	c. l. cos. *A*	0.032527		
Dist. polaire moyenne	76 33 22.7	l. sin.	9.987934	l. cos.	9.366405		
Arc *A* < 90°	21 53 58.6	l. sin.	9.571687	l. cos. *B*	9.398932	*B*	75° 29' 19"1
Arc *A*		c. l. sin.	0.428313	c. l. cos. *A*	0.032527		
Hauteurs { demi-som.	40 17 6.1	l. cos.	9.882432	l. sin.	9.810629		
Hauteurs { demi-diff.	21 40 45.6	l. sin.	9.567510	l. cos.	9.968140		
Arc *C* < 90°	49 4 19.8	l. sin.	9.878255	c. l. cos. *C*	0.183687		
				l. cos. *E*	9.994983	*E* < 90°	8 41 29.7
Arc *C*		l. cos.	9.816313	l. cos. *C*	9.816313	*B* − *E*	66 47 49.4
Arc *B* − *E*	66 47 49.4	l. cos.	9.595484	l. cos.	9.006037	*B* + *E*	84 10 48.8
		l. sin.	9.411797	l. sin.	8.812350		
Latitude			14° 57' 27"6	ou bien	3° 48' 31"8		
Correct. pour le chang.t en déclin.		+	0 2 33.9	+	0 2 26.0		
Latitude corrigée			15 0 1.5	ou bien	3 50 57.8		

Calcul de la latitude du lieu VII par le moyen de la deuxième et de la troisième hauteur.

Heure T. V. de la seconde	23h 3m 24s	Distance polaire	76° 31' 20"	Hauteur	76° 9' 30"4
de la trois.	3 2 6		76 28 1.5		45 57 44.4
Intervalle	3 58 42		19 21.5	Somme	122 7 14.8
Demi-intervalle	1 59 21	Moyenne	76 29 40.7	Demi-somme	61 3 37.4
en degrés	29° 50' 15"			Demi-différence	15 5 53.1

Demi-intervalle	29° 50' 15"	l. sin.	9.696830	c. l. cos. A	0.057899		
Dist. polaire moyenne	76 29 40.7	l. sin.	9.987822	l. cos.	9.368354		
Arc A < 90°	28 55 58.2	l. sin.	9.684652	l. cos. B	9.426253	B	74° 31' 25"
Arc A		c. l. sin.	0.315348	c. l. cos. A	0.057899		
Hauteurs { demi-som.	61 3 37.4	l. cos.	9.684745	l. sin.	9.942073		
Hauteurs { demi-diff.	15 5 53.1	l. sin.	9.415761	l. cos.	9.984744		
Arc C < 90°	15 6 5.1	l. sin.	9.415854	c. l. cos. C	0.015263		
				l. cos. E	9.999979	E < 90°	0 34 26
Arc C		l. cos.	9.984737	l. cos. C	9.984737	B − E	73 57 0
Arc B − E	73 57 0	l. cos.	9.441658	l. cos.	9.410229	B + E	75 5 51
		l. sin.	9.426395	l. sin.	9.394966		
Latitude			15° 28' 53"7	ou bien	14° 22' 35"6		
Correct. pour le chang.t en déclin.		−	0 0 53.9	−	0 0 53.6		
Latitude corrigée			15 28 0	ou bien	14 22 42.0		

Calcul de la latitude du lieu VII par le moyen de la troisième et de la quatrième hauteur.

Heure T. V. de la trois.	23h 5m 16s	Distance polaire	76° 31' 18"4	Hauteur	76° 36' 18"4
de la quatr.	3 2 6		76 28 1.5		45 57 44.4
Intervalle	3 56 50		19 19.9	Somme	122 34 2.8
Demi-intervalle	1 58 25	Moyenne	76 29 40.0	Demi-somme	61 17 1.4
en degrés	29° 36' 15"			Demi-différence	15 19 17.0

Demi-intervalle	29° 36' 15"	l. sin.	9.693731	c. l. cos. A	0.056961		
Dist. polaire moyenne	76 29 40	l. sin.	9.987821	l. cos.	9.368361		
Arc A < 90°	28 42 28	l. sin.	9.681552	l. cos. B	9.425522	B	74° 33' 27"4
Arc A		c. l. sin.	0.318448	c. l. cos. A	0.056961		
Hauteurs { demi-som.	61 17 1.4	l. cos.	9.681669	l. sin.	9.943004		
Hauteurs { demi-diff.	15 19 17.0	l. sin.	9.421987	l. cos.	9.984284		
Arc C < 90°	15 19 32.2	l. sin.	9.422104	c. l. cos. C	0.015725		
				l. cos. E	9.999974	E < 90°	0 37 50
Arc C		l. cos.	9.984275	l. cos. C	9.984275	B − E	73 55 37
Arc B − E	73 55 37	l. cos.	9.442265	l. cos.	9.407641	B + E	75 11 17
		l. sin.	9.426540	l. sin.	9.391916		
Latitude			15° 29' 12"7	ou bien	14° 16' 25"8		
Correct. pour le chang.t en déclin.		−	0 0 54.6	−	0 0 54.3		
Latitude corrigée			15 28 18.1	ou bien	14 15 31.5		

Calcul de latitude du lieu VII par le moyen de la première et de la quatrième hauteur.

Heure T. V. de la prem.	22h 6m 8s	Distance polaire	76° 32' 7"7	Hauteur	62° 22' 58"4
de la quatr.	3 2 6		76 28 1.5		45 57 44.4
Intervalle	4 55 58		0 9.2	Somme	108 20 42.8
Demi-intervalle	2 27 59	Moyenne	76 30 4.6	Demi-somme	54 10 21.4
en degrés	36° 59' 45"			Demi-différence	8 12 37

Demi-intervalle	36° 59' 45"	l. sin.	9.779421	c. l. cos. A	0.091013		
Dist. polaire moyenne	76 30 4.6	l. sin.	9.987834	l. cos.	9.368146		
Arc A < 90°	35 48 44.6	l. sin.	9.767255	l. cos. B	9.459159	B	73° 26' 15"7
Arc A		c. l. sin.	0.232745	c. l. cos. A	0.091013		
Hauteurs { demi-som.	54 10 21.4	l. cos.	9.767412	l. sin.	9.908905		
Hauteurs { demi-diff.	8 12 37.0	l. sin.	9.154749	l. cos.	9.995526		
Arc C < 90°	8 12 47.8	l. sin.	9.154906	c. l. cos. C	0.004477		
				l. cos. E	9.999921	E < 90°	1 5 29.0
Arc C		l. cos.	9.995523	l. cos. C	9.995523	B − E	72 10 47.0
Arc B − C	72 10 47.0	l. cos.	9.485767	l. cos.	9.430640	B + E	74 21 45
		l. sin.	9.481290	l. sin.	9.426163		
Latitude			17° 37' 53"	ou bien	15° 28' 23"		
Correct. pour le chang.t en déclin.		−	0 0 30.7	−	0 0 30.3		
Latitude corrigée			17 37 23.3	ou bien	15 27 52.7		

Calcul de la latitude du lieu VIII par le moyen des deux hauteurs.

Heure T. V. de la prem.	22h 3m 12s	Distance polaire	76° 21' 34"2	Hauteur	61° 43' 13"2
de la seconde	3 1 28		76 8 18.1		46 9 49.6
Intervalle	4 58 16		19 52.3	Somme	107 53 2.8
Demi-intervalle	2 29 8	Moyenne	76 9 56.1	Demi-somme	53 56 31.4
en degrés	37° 17' 0"			Demi-différence	7 46 41.8

Demi-intervalle	37° 17' 0"	l. sin.	9.782298	c. l. cos. *A*	0.092198		
Dist. polaire moyenne	76 9 56.1	l. sin.	9.987215	l. cos.	9.378610		
Arc < 90°	36 2 41.8	l. sin.	9.769513	l. cos *B*	9.470808	*B*	72° 48' 8"2
Arc *A*		c. l. sin.	0.230487	c. l. cos. *A*	0.092198		
Hauteurs { demi-som.	53 56 31.4	l. cos.	9.769822	l. sin.	9.907638		
Hauteurs { demi-diff.	7 46 41.8	l. sin.	9.131426	l. cos.	9.995986		
Arc *C* < 90°	7 47 1.8	l. sin.	9.131735	c. l. cos. *C*	0.004020		
				l. cos. *E*	9.999842	*E* < 90°	1 32 38.5
Arc *C*		l. cos.	9.995980	l. cos. *C*	9.995980	*B* − *E*	71 15 29.6
Arc *B* − *E*	71 15 29.6	l. cos.	9.506916	l. cos.	9.431079	*B* + *E*	74 20 46.6
		l. sin.	9.502896	l. sin.	9.427059		
Latitude			18° 33' 45"9	ou bien	15° 30' 21"		
Correct. pour le chang.t en déclin.		−	0 0 23 2		− 0 0 22.7		
Latitude corrigée			18 33 22.7	ou bien	15 29 58.3		

Calcul de la latitude du lieu VII, en supposant les deux hauteurs égales à la quatrième.
Remarque 3, page 193.

Demi-intervalle	3h 2m 6s				
en degrés	45° 31' 30"	Distance polaire	76° 28' 1"5	Hauteur	45° 57' 44"3

Demi-intervalle	45° 31' 30"	l. cos.	9.845469	Hauteur.	45° 57' 44"3	l. sin.	9.856658
Distance polaire	76 28 1.5	l. tan.	10.618548	Distance	76 28 1.5	c. l. cos.	0.630777
Arc *B* < 90°	18 57 35.5	l. cota.	10.464017	Arc *B*	18 57 35.5	l. cos.	9.511757
Arc *E* < 90°	− 3 29 38.0			Arc *E* +	3 29 38	l. cos.	9.999192
Latitude	15 27 57.5		ou bien		22 27 13.5		

Il est facile de s'assurer que tous les exercices précédens confirment toutes les règles qui ont été donnés dans les pages 191, 192 et 193.

PROBLÈME XXIV.

Déterminer la latitude par les hauteurs de deux étoiles, prises au même instant, par deux hauteurs de la lune et par la distance vraie de la lune au soleil, à une étoile ou à une planète et des hauteurs de ces astres.

La méthode de déterminer la latitude par la hauteur de deux étoiles, observées soit dans le crépuscule, soit à un instant quelconque de la nuit, serait préférable à celle de deux hauteurs du soleil, si les deux observateurs qui prennent au même instant chaque hauteur, ou si le seul observateur qui prend successivement les deux hauteurs (ayant soin de faire déterminer par une montre à secondes, l'intervalle de temps alors tres-petit, écoulé entre les deux observations), pouvait toujours les obtenir avec précision; le motif de cette préférence est que deux causes d'erreurs disparaissent, l'incertitude de l'estime sur la route du bâtiment, et la variation qu'on peut craindre dans la marche de

la montre à secondes : mais les hauteurs du soleil s'obtiennent avec plus de facilité et d'exactitude que celles des étoiles ; de plus, en observant les hauteurs du soleil dans les circonstances favorables indiquées dans la remarque 6, page 193 du Probleme précédent, moins les erreurs produites par les deux causes dont nous venons de parler, influeront sur la latitude déduite des observations ; cependant comme un observateur qui pourrait prendre les hauteurs d'étoiles à deux ou trois minutes près (l'expérience en a confirmé plusieurs fois la possibilité), serait certain de faire dans bien des cas des observations importantes pour la sûreté de la navigation ; nous engagerons les observateurs à s'y exercer, et à n'abandonner les observations des hauteurs d'étoiles qu'après avoir fait un grand nombre de tentatives infructueuses.

1. Corrigez les deux hauteurs observées, conformément aux règles données (Probl. IX, page 126) ; prenez dans la *Connaissance des Temps* ou dans notre Table, la distance polaire et l'ascension droite des deux étoiles pour le jour proposé, et prenez la différence des deux distances polaires ainsi que celle des deux ascensions droites exprimées en temps, cette différence des Æ peut s'appeler *intervalle réduit* des deux étoiles. Si les hauteurs ont été prises successivement, reduisez l'intervalle marqué par la montre en temps sidéral, par la Table XCVIII, alors à l'ascension droite de la première hauteur observée, ajoutez l'intervalle réduit, la difference entre cette somme et l'ascension droite de l'autre étoile, donnera *l'intervalle réduit* à employer dans le calcul.

2. Au logarithme de l'intervalle réduit, pris dans la Table XXXVIII, ajoutez les logarithmes sinus des deux distances polaires, la somme de ces trois logarithmes sera celui d'un nombre naturel dont vous ajouterez le décuple au sinus verse de la différence des distances polaires, la somme sera le sinus verse d'un arc *A*.

3. Faites une somme des deux hauteurs et de l'arc *A*, prenez la moitié de cette somme et la difference entre la demi-somme et la hauteur de l'astre le plus voisin du pôle élevé.

Aux complémens arithmétiques du logarithmes cosinus de la hauteur de l'astre le plus éloigné du pole élevé et du logarithme sinus de l'arc *A*, ajoutez le logarithme cosinus de la demi-somme et le logarithme sinus de la différence, on aura ainsi quatre logarithmes, dont la moitié de la somme sera le logarithme sinus d'un arc *B*.

4. Faites une somme des deux distances polaires et de l'arc *A*, prenez la moitié de cette somme et la différence entre la demi-somme et la plus petite distance polaire.

Aux complémens arithmétiques du logarithme sinus de la grande distance polaire et du logarithme sinus de l'arc *A*, ajoutez le logarithme sinus de la demi-somme et le logarithme sinus de la différence, la moitié de la somme de ces quatre logarithmes sera celui du cosinus d'un arc *C*.

5. Si les étoiles sont du même côté du méridien et que le vertical de l'étoile qui en est la plus voisine passe entre le pôle élevé et l'autre étoile ; comme si les étoiles sont de part et d'autre du méridien, et que le prolongement du vertical qui en est la plus voisine passe entre le pôle abaissé et l'autre étoile, faites toujours, dans chacun de ces cas, une somme des arc *B* et *C*.

Dans tous les autres cas, prenez la différence de ces arcs. (Dans la pratique, on pourra presque toujours choisir les deux étoiles de manière à éviter toute incertitude).

6. Convertissez le double de la somme ou de la différence des arcs *B* et *C* en temps (ce qui se fera en multipliant par 8), et nommez *E* le résultat de cette conversion.

7. Au logarithme de *E*, pris dans la Table XXXVIII, ajoutez les logarithmes sinus de la plus grande distance polaire et cosinus de la hauteur du même astre (dont les complémens arithmétiques ont déjà été employés) ; la somme de ces trois logarithmes, sera celui d'un nombre naturel, dont vous ajouterez le décuple au cosinus verse de la somme de la distance polaire et de la hauteur qui viennent d'être employées, la somme sera le cosinus verse de la latitude.

Remarque 1. Le calcul de la latitude par deux hauteurs d'une même étoile, pourrait s'effectuer par la méthode du Problème XXIII, après avoir réduit l'intervalle de temps écoulé entre les deux observations en temps sidéral, au moyen de la Table XCVIII.

Exemple 1. Le 1 Janvier 1836, étant situé dans l'hémisphère Nord, une série d'observations de hauteurs de α de l'Hydre, a donné pour hauteur vraie 16° 0' 12" et aux mêmes instans de pareilles observations faites sur Regulus ont donné pour hauteur vraie 27° 14' 8"; on demande la latitude du lieu.

	α Hydre.			Régulus.						
Haut. v.	16°	0'	12"	27°	14'	8"				
Dis. pol.	97	56	55.4	77	13	58.4	dif.	20°	42'	57"
Asc. dr.	9h	19m	31s8	9h	59m	37s8	int.	0h	40m	6

Calcul de l'arc A.

Interv.	0h	40m	6s	T. XXXVIII.	3.183804
Dist. polaire	97°	56'	55"4	l. sin.	9.995807
	77	13	58.4	l. sin.	9.989128
				l.	3.168739
Décuple du nombre corresp.					14748
Differ.	20°	42'	57"	sin. vers.	0.064654
Arc *A*	22	59	10	sin. vers.	0.079402

Calcul de l'arc B.

Hauteur	27°	14'	8"		
	16	0	12	c. l. cos.	0.017166
Arc *A*	22	59	10	c. l. sin.	0.408370
Somme	66	13	30		
Demi-som.	33	6	45	l. cos.	9.923036
Differ.	5	52	37	l. sin.	9.010267
					19.358839
Arc *B*	28	33	15.3	l. sin.	9.679419

Calcul de l'arc C.

Dist. polaire	77°	13'	58"4		
	97	56	55.4	c. l. sin.	0.004193
Arc. *A*	22	59	10.0	c. l. sin.	0.408370
Somma	198	10	3.8		
Demi-som.	99	5	1.9	l. sin.	9.994519
Differ.	21	51	3,5	l. sin.	9.570769
					19.977851
Arc *C*	22	53	4	l. cos.	9.988925

Calcul de l'arc E.

Arc *B*	28°	33'	15"3
C	12	53	4
B − *C*	15	40	11.3
Multipliez par			8
Arc *E*	2h	5m	21s5

Calcul de la latitude.

Arc *E*	2h	5m	21s5	T. XXXVIII	4.164055
Dist. polaire	97°	56'	55"4	l. sin.	9.995807
Haut.	16	0	12	l. cos.	9.982834
				l.	4.142696
Décuple du nombre corresp.					138898
Somma	113°	57'	7"4	c. vers.	086115
LATITUDE	50	48	14 N.	c. vers.	225013

Exemple 2. Le 1 Janvier 1836, étant situé dans l'hémisphère Nord, on a observé une série de hauteurs de α Bélier, qui a donné pour hauteur vraie 27° 12' 9" et aux mêmes instans de semblables observations faites sur Aldébaran ont donné pour hauteur vraie 51° 45' 28", on demande la latitude du lieu.

	α Bélier.			Aldébaran.						
Haut. v.	27°	12'	9"	51°	45'	28"				
Dis. pol.	67	18	55.1	73	49	31.7	dif.	6°	30'	36"6
Asc. dr.	1h	57m	56s	4h	26m	31s2	int.	2h	28m	35s2

Calcul de l'arc A.

Interv.	2h	28m	35s2	T. XXXVIII	4.307289
Dist. polaire	67	18	55.1	l. sin.	9.965033
	73	49	31.7	l. sin.	9.982460
				l.	4.254782
Décuple du nombre corresp.					179797
Differ.	6°	30'	36"6	sin. vers.	006449
Arc *A*	35	32	8	sin. vers.	186246

Calcul de l'arc B.

Hauteur	27°	12'	9"		
	51	45	28	c. l. cos.	0.208318
Arc *A*	35	32	8	c. l. sin.	0.235668
Somma	114	29	45		
Demi-som.	57	14	52.5	l. cos.	9.735201
Differ.	30	2	43.5	l. sin.	9.699566
					19.876753
Arc *B*	60	11	38.8	l. sin.	9.938377

Calcul de l'arc C.

Dist. polaire	67°	18'	55"1		
	73	49	31.7	c. l. sin.	0.017540
Arc *A*	35	32	8	c. l. sin.	0.235668
Somme	176	40	34.8		
Demi-som.	88	20	17.4	l. sin.	9.999817
Differ.	21	1	22.3	l. sin.	9.554780
					19.807805
Arc *C*	36	43	35.4	l. cos.	9.903903

Calcul de l'arc E.

Arc *B*	60°	11'	38"8
C	36	43	35.4
B − *C*	23	28	3.4
Multipliez par			8
Arc *E*	3h	7m	44s4

Calcul de la latitude.

Arc *E*	3h	7m	44s4	T. XXXVIII	4.501273
Dist. polaire	73°	49'	31"7	l. sin.	9.982460
Haut.	51	45	28	l. cos.	9.791682
				l.	4.275415
Décuple du nombre corresp.					188545
Somme	125°	34'	59"7	c. vers.	186730
LATITUDE	38	39	43 N.	c. vers.	375275

Exemple 3. Le 1 Mars 1836, étant dans l'hémisphère Nord, des observations ont fait connaître que la hauteur vraie de Rigel était de 27° 9' 7'' et qu'au même instant celle de Sirius était de 28° 55' 39'', on demande la latitude du lieu.

	Rigel.	Sirius.	
Haut. v.	27° 9' 7''	28° 55' 39''	
Dis. pol.	98 23 52.3	106 29 53	dif. 8° 6' 0''7
Asc. dr.	$5^h\ 6^m\ 39^s4$	$6^h\ 37^m\ 55^s5$	int. $1^h\ 31^m\ 16^s1$

Calcul de l'arc A.

Interv.	$1^h\ 31^m\ 16^s1$	T. XXXVIII	3.893482
Dist. polaire	98° 23' 52''3	l. sin.	9.995318
	106 29 53	l. sin.	9.981741
		l.	3.870541
Décuple du nombre corresp.			74223
Différ.	8° 6' 0''7	sin. vers.	009976
Arc *A*	23 40 49	sin. vers.	084200

Calcul de l'arc B.

Haut.	27° 9' 7''		
	28 55 39	c. l. cos.	0.057877
Arc. *A*	23 40 49	c. l. sin.	0.396171
Somme	79 45 35		
Demi-som.	39 52 47.5	l. cos.	9.885016
Différ.	12 43 40.5	l. sin.	9.343057
			19.682121
Arc *B*	43 54 34.5	l. sin.	9.841060

Calcul de l'arc C.

Dist. polaire	98° 23' 52''3		
	106 29 53	c. l. sin.	0.018259
Arc *A*	23 40 49	c. l. sin.	0.396171
Somme	228 34 34.3		
Demi-som.	114 17 17.1	l. sin.	9.959751
Différ.	15 53 24.8	l. sin.	9.437426
			19.811607
Arc *C*	36 23 18.2	l. cos.	9.905803

Calcul de l'arc E.

Arc *B*	43° 54' 34''5
C	36 23 18.2
B − *C*	7 31 16.3
Multipliez par	8
Arc *E*	$1^h\ 0^m\ 10^s2$

Calcul de la latitude.

Arc *E*	$1^h\ 0^m\ 10^s2$	T. XXXVIII	3.534860
Dist. polaire	106° 29' 53''	l. sin.	9.981741
Haut.	28 55 39	l. cos.	9.942123
		l.	3.458724
Décuple du nombre corresp.			28755
Somme	135° 25' 32''	c. vers.	298164
Latitude	42 18 39 N.	c. vers.	326919

Exemple 4. Le 1 Septembre 1836, étant dans l'hémisphère Sud, des observations ont donné pour hauteur vraie d'Achernar 37° 44' 18'' et qu'au même instant celle de Fomalhaut était de 63° 6' 18'', on demande la latitude du lieu.

	Achernar.	Fomalhaut.	
Haut. v.	37° 44' 18''	63° 6' 18''	
Dis. pol.	31 56 4.2	59 30 51.1	dif. 27° 34' 46''9
Asc. dr.	$1^h\ 31^m\ 39^s$	$22^h\ 48^m\ 37^s6$	int. $2^h\ 43^m\ 1^s4$

Calcul de l'arc A.

Interv.	$2^h\ 43^m\ 1^s4$	T. XXXVIII	4.384724
Dist. polaire	31° 56' 4''2	l. sin.	9.723414
	59 30 51.1	l. sin.	9.935384
		l.	4.043522
Décuple du nombre corresp.			110541
Différ.	27° 34' 46''9	sin. vers.	113633
Arc *A*	39 7 12	sin. vers.	224174

Calcul de l'arc B.

Haut.	37° 44' 18''		
	63 6 18	c. l. cos.	0.344519
Arc *A*	39 7 12	c. l. sin.	0.200007
Somme	139 57 48		
Demi-som.	69 58 54	l. cos.	9.534433
Différ.	32 14 36	l. sin.	9.727148
			19.806107
Arc *B*	53 7 25.2	l. sin.	9.903053

Calcul de l'arc C.

Dist. polaire	31° 56' 4''2		
	59 30 51.1	c. l. sin.	0.064616
Arc *A*	39 7 12	c. l. sin.	0.200007
Somme	130 34 7.3		
Demi-som.	65 17 3.6	l. sin.	9.958274
Différ.	33 20 59.4	l. sin.	9.740165
			19.963062
Arc *C*	16 35 28.7	l. cos.	9.981531

Calcul de l'arc E.

Arc *B*	53° 7' 25''2
C	16 35 28.7
B − *C*	36 31 56.5
Multipliez par	8
Arc *E*	$4^h\ 52^m\ 15^s5$

Calcul de la latitude.

Arc *E*	$4^h\ 52^m\ 15^s5$	T. XXXVIII	4.850461
Dist. polaire	59° 30' 51''1	l. sin.	9.935384
Haut.	63 6 18	l. cos.	9.655481
			4.441326
Décuple du nombre corresp.			276265
Somme	122° 37' 9''1	c. vers.	157728
Latitude	34 28 20 S.	c. vers.	433993

Exemple 5. Le 2 Novembre 1836, dans le crépuscule du matin, par une latitude Nord, on a observé aux mêmes instans des hauteurs de Procyon dont la moyenne était de 43° 2' 32", et de Régulus celle de 51° 41' 39", élévation de l'œil 21 pieds, on demande la latitude.

	Procyon.	Régulus.		
Haut. ob.	43° 2' 32"	51° 41' 39"		
Haut. vr.	42 56 52	51 36 15		
Dist. pol.	84 21 31	77 14 5	dif.	7° 7' 26"
Asc. dr.	7h 30m 45s	9h 59m 39s	int.	2h 28m 54s

Calcul de l'arc A.

Interv.	2h 28m 54s	T. XXXVIII	4.309070
Dist. polaire	84° 21' 31"	l. sin.	9.997891
	77 14 5	l. sin.	9.989131
		l.	4.296072
Décuple du nombre corresp.			197730
Différ.	7 7 26	sin. vers.	007720
Arc *A*	37 23 14	sin. vers.	205450

Calcul de l'arc B.

Haut.	51° 36' 15"		
	42 56 52	c. l. cos.	0.135504
Arc *A*	37 23 14	c. l. sin.	0.216669
Somme	131 56 21		
Demi-som.	65 58 10.5	l. cos.	9.609831
Différ.	14 21 55.5	l. sin.	9.394636
			19.356640
Arc *B*	28 28 31	l. sin.	9.678320

Calcul de l'arc C.

Dist. polaire	77° 14' 5"		
	84 21 31	c. l. sin.	0.002108
Arc *A*	37 23 14	c. l. sin.	0.216669
Somme	198 58 50		
Demi-som.	99 29 25	l. sin.	9.994015
Différ.	22 15 20	l. sin.	9.578339
			19.791131
Arc *C*	38 9 46	l. cos.	9.895565

Calcul de l'arc E.

Arc *C*	38° 9' 46"
B	28 28 31
C − *B*	9 41 15
Multipliez par	8
Arc *E*	1h 17m 30s

Calcul de la latitude.

Arc *E*	1h 17m 30s	T. XXXVIII	3.753070
Dist. polaire	84° 21' 31"	l. sin.	9.997892
Haut.	42 56 52	l. cos.	9.864496
		l.	3.615458
Décuple du nombre corresp.			41253
Somme	127° 18' 23"	c. vers.	204594
Latitude	48 57 5	c. vers.	245847

Exemple 6. Le 25 Janvier 1836, dans le crépuscule du soir, étant dans l'hémisphère Nord, on a observé la hauteur moyenne de Syrius de 9° 35' et au même instant celle de la Chèvre de 70° 42' 33", élévation de l'œil 21 pieds, on demande la latitude.

	Syrius.	Chèvre.		
Haut. ob.	9° 35' 0"	70° 42' 33"		
Haut. vr.	9 24 46	70 37 34		
Dist. pol.	106 29 47	44 10 28	dif.	62° 19' 19"
Asc. dr.	6h 37m 56s	5h 4m 35s	int.	1h 33m 21s

Calcul de l'arc A.

Interv.	1h 33m 21s	T. XXXVIII	3.912820
Dist. polaire	44° 10' 28"	l. sin.	9.843136
	106 29 47	l. sin.	9.981745
		l.	3.737701
Décuple du nombre corresp.			54664
Différ.	62 19 19	sin. vers.	535497
Arc *A*	65 48 19	sin. vers.	590161

Calcul de l'arc B.

Haut.	70° 37' 34"		
	9 24 46	c. l. cos.	0.005887
Arc *A*	65 48 19	c. l. sin.	0.039930
Somme	145 50 39		
Demi-som.	72 55 19.5	l. cos.	9.467862
Différ.	2 17 45.5	l. sin.	8.602728
			18.116407
Arc *B*	6 33 56	l. sin.	9.058204

Calcul de l'arc C.

Dist. polaire	44° 10' 28"		
	106 29 47	c. l. sin.	0.018255
Arc *A*	65 48 19	c. l. sin.	0.039930
Somme	216 28 34		
Demi-som.	108 14 17	l. sin.	9.977616
Différ.	64 3 49	l. sin.	9.953895
			19.989696
Arc *C*	8 48 29	l. cos.	9.994848

Calcul de l'arc E.

Arc *B*	6° 33' 56"
C	8 48 29
B + *C*	15 22 25
Multipliez par	8
Arc *E*	2h 2m 59s 3

Calcul de la latitude.

Arc *E*	2h 2m 59s 3	T. XXXVIII	4.147884
Dist. polaire	106° 29' 47"	l. sin.	9.981745
Haut.	9 24 46	l. cos.	9.994113
		l.	4.123746
Décuple du nombre corresp.			132968
Somme	115° 54' 33"	c. vers.	100511
Latitude	50 2 17	c. vers.	233479

Du calcul de la latitude par deux hauteurs de la lune.

La méthode précédente peut servir à déterminer la latitude par deux hauteurs de la lune et l'intervalle de temps *lunaire* écoulé entre les deux observations ; pourvu qu'une montre marine bien réglée donne les heures T. M. de Paris correspondantes aux observations, ce qui donnera les moyens d'extraire de la *Connaissance des Temps*, les élémens de la lune avec précision.

1. Déterminez l'état absolu de la montre marine pour le midi T. M. de Paris qui précède les observations. Avec cet état et la marche diurne, vous déterminerez les heures T. M. de Paris correspondantes aux deux hauteurs moyennes observées (Problème II *bis*, page 90).

2. Pour ces heures vous calculerez les ascensions droites et les distances polaires de la lune, en tenant compte de la correction des secondes différences (Problème IV) ; de plus vous déterminerez les demi-diamètres ainsi que les parallaxes équatoriales, et vous diminuerez celles-ci de la quantité relative à la latitude du lieu (Table XX).

3. Prenez la différence entre les heures T. M. de Paris, vous aurez l'intervalle de temps écoulé exprimé en temps moyen ; cherchez cet intervalle dans la colonne ⊙ de la Table XCVIII, vous obtiendrez la correction additive qu'il faut lui faire pour le convertir en temps sidéral ; prenez la différence entre les deux ascensions droites de la lune et convertissez-la en temps, que vous retrancherez de l'intervalle exprimé en temps sidéral, le reste vous donnera l'intervalle réduit à employer dans le calcul. Il est facile de voir que cet intervalle réduit n'est autre que la différence des angles horaires de la lune correspondans aux observations, ou ce qui est de même, l'intervalle de temps exprimé en temps lunaire.

4. Corrigez les deux hauteurs observées suivant les règles données (Probl. IX, page 123). Maintenant avec l'intervalle réduit, les distances polaires et les hauteurs vraies de la lune, vous calculerez la latitude par les mêmes règles que celles qui ont servi à la déterminer par les hauteurs de deux étoiles.

Exemple. Le 20 Février 1836, au soir, étant dans l'hémisphère Nord, on a observé dans le même lieu trois séries de six hauteurs du bord supérieur de la lune et pris les heures correspondantes à une montre marine qui avançait le 1 Janvier, à midi, sur le temps moyen de Paris, de $2^h\,45^m\,36^s$ et dont la marche diurne était un retard de $21^s,6$; ces observations ont donné pour résultats moyens ;

Première série	39° 2' 13"8	$5^h\,55^m\,44^s9$
Seconde série	33 59 44.0	6 27 32.4
Troisième série	5 46 55.6	9 6 49.7

L'élévation de l'œil pour ces trois séries était de 23 pieds ; la hauteur du baromètre de 777 millimètres, et celle du thermomètre de − 7,4 centigrades. On demande la latitude du lieu.

Heures T. M. de Paris correspondantes aux observations.

Avance de la montre le 1 Janvier à midi			ou +	$2^h\,41^m\,36^s$
Retard diurne ou		− $0^h\,0^m\,21^s6$		
Du 1 Janvier au 20 Février 50 jours	*multipliez par*	50		
Retard de la montre en 50 jours		− 1080.0	ou −	0 18 0
Avance de la montre le 20 Février à midi			ou +	2 27 36

Heures à la montre	$5^h\,55^m\,44^s9$	$6^h\,27^m\,32^s4$	$9^h\,6^m\,49^s7$
Avance le 20 Février	− 2 27 36.0	− 2 27 36.0	− 2 27 36.0
Heure T. M. approchée	3 28 8.9	3 59 56.4	6 39 13.7
Part. prop. de − $21^s,6$	+ 0 0 3.1	+ 0 0 3.6	+ 0 0 6.3
T. M. de Paris	3 28 12.0	4 0 0.0	6 39 20.0

Elémens de la lune pour les T. M. de Paris (corrig. des secondes différ.)

Æ de la lune	17° 56' 43"5	18° 5' 51"3	19° 21' 36"3
Distances polaires	84 50 38.7	85 29 6.8	85 35 27.3
Demi-diamètre	0 15 15.8	0 15 15.6	0 15 14.3
Parallaxes équat.	0 56 0.9	0 56 0.0	0 55 55.2
Dimin. pour 40°	− 0 0 4.6	− 0 0 4.6	− 0 0 4.6
Parall. horizont.	0 55 56.3	0 55 55.4	0 55 50.6

Intervalles réduits.

Heures T. M. de Paris. { Troisième observation		6h 39m 20s0		6h 39m 20s0
Heures T. M. de Paris. { Première et deuxième observ.	−	3 28 12.0	−	4 0 0.0
Intervalles en temps moyen		3 11 8.0		2 39 20.0
Colonne ⊙ Tab. XCVIII correct.	+	0 0 31.4	+	0 0 26.2
Intervalles en temps sidéral		3 11 39.4		2 39 46.2
Différ. en Æ de la lune	−	0 6 3.5	−	0 5 3.0
Intervalles réduits		3 5 36.0		2 34 43s2

Nota. Ces intervalles donnent les temps écoulés exprimés en temps lunaires, qui ne sont autres que les différences des angles horaires de la lune.

Corrections des hauteurs.

Haut. moyen. observ.		39° 2' 13"8		33° 59' 44"0		5° 46' 55"6
Dépress. pour 23 pieds	−	0 4 51.0	−	0 4 51.0	−	0 4 51.0
Haut. appar. du bord suppér.		38 57 22.8		33 54 53.0		5 42 4.6
Demi-diametre	−	0 15 15.8	−	0 15 15.6	−	0 15 14.3
Augmentation	−	0 0 9.5	−	0 0 8.3	−	0 0 1.5
Accourcissement	+	0 0 0.6	+	0 0 0.8	+	0 0 18.3
Haut. appar. du centre		38 41 58.1		33 39 29.9		5 27 7.1
Parrallaxe − réfraction	+	0 42 28.0	+	0 45 6.0	+	0 46 23.0
Barom. 0m777	−	0 0 1.6	−	0 0 1.8	−	0 0 12.5
Therm. − 7,4	−	0 0 4.5	−	0 0 6.0	−	0 0 38.6
Haut. vraies du centre		39 24 20.0		34 24 28.1		6 12 39.0

Calcul de l'arc A.

Intervalle	3h 5m 36s	T. XXXVIII	4.491890	Intervalle	2h 34m 43s2	T. XXXVIII	4.341138
Dist. polaire	84° 50' 38"7	l. sin.	9.998239	Dist. polaire	85° 29' 6"8	l. sin.	9.998650
	85 35 27.3	l. sin.	9.998713		84 50 38.7	l. sin.	9.998239
		l.	4.488842			l.	4.338027
Décuple du nombre corresp.			308207	Décuple du nombre corresp.			217785
Différence	0 44 48.6	sin. ver.	000085	Différence	0 38 28.1	sin. ver.	000063
Arc *A*	46 14 4	sin. ver.	308292	Arc *A*	38 32 31.0	sin. ver.	217848

Calcul de l'arc B.

Hauteur	6° 12' 39"			Haut.	6° 12' 39"		
	39 24 20	c. l. cos.	0.112065		34 24 28	c. l. cos.	0.083527
Arc *A*	46 14 4	c. l. sin.	0.141357	Arc *A*	38 32 31	c. l. sin.	0.205451
Somme	91 51 3			Somme	79 9 38		
Demi-som.	45 55 31.5	l. cos.	9.842356	Demi-som.	39 34 49	l. cos.	9.886904
Différence	39 42 52.5	l. sin.	9.805476	Différence	33 22 10	l. sin.	9.740391
			19.901194				19.916273
Arc *B*	63 11 10	l. sin.	9.950597	Arc *B*	65 14 41	l. sin.	9.958136

Calcul de l'arc C.

Dist. polaire	84° 50' 38"7			Dist. polaire	84° 50' 38"7		
	85 35 27.3	c. l. sin.	0.001287		85 29 6.8	c. l. sin.	0.001350
Arc *A*	46 14 4.0	c. l. sin.	0.141357	Arc *A*	38 32 31.0	c. l. sin.	0.205451
Somme	216 40 10.0			Somme	208 52 16.5		
Demi-som.	108 20 5.0	l. sin.	9.977374	Demi-som.	104 26 8.2	l. sin.	9.986068
Différence	23 29 26.3	l. sin.	9.600536	Différence	19 35 29.5	l. sin.	9.525449
			19.720554				19.718318
Arc *C*	43 32 22.6	l. cos.	9.860272	Arc *C*	43 41 40.0	l. cos.	9.8591[illegible]

Calcul de l'arc E.

Arc *B*	63°	11'	10"0	Arc *B*	65°	14'	41"
C	43	32	22.6	*C*	43	41	40
B − *C*	19	38	47.4	*B* − *C*	21	33	1
Multipl. par			8	Multipl. par			8
Arc *E*	2h	37m	10s3	Arc *E*	2h	52m	24s

Calcul de la latitude.

Arc *E*	2h	37m	10s3	T. XXXVIII	4.354267	Arc *E*	2h	52m	24s	T. XXXVIII	4.431100
Dist. polaire	85°	35'	27"3	l. sin.	9.998713	Dist. polaire	85°	29'	6"8	l. sin.	9.998650
Hauteur	39	24	20	l. cos.	9.887995	Hauteur	34	24	28	l. cos.	9.916473
				l.	4.240975					l.	4.346223
Décuple du nombre corresp.					174171	Décuple du nombre corresp.					221934
Somme	124	59	47.3	cos. ver.	180811	Somme	119	53	34.8	cos. ver.	133042
Latitude	40	10	1	cos. ver.	354982	Latitude	40	10	3	cos. ver.	354976

Connaissant la distance vraie de la lune au soleil, à une étoile ou à une planète, déterminer la latitude du lieu.

Dans la détermination des longitudes à la mer, par les distances lunaires, la méthode précédente peut servir à achever de résoudre avec simplicité le Problême principal de l'astronomie nautique, celui de déterminer avec précision la position d'un lieu par la connaissance de sa latitude et de sa longitude.

Quand on présumera que la latitude estimée pourrait être assez défectueuse pour altérer le résultat du calcul de l'heure vraie du lieu, immédiatement après avoir obtenu la distance vraie des deux astres, on calculera la latitude par la méthode qui nous occupe, puis après avoir obtenu cet élément, on en fera usage dans le calcul de l'heure du lieu.

Méthode 1. Avec la distance vraie des deux astres, déterminez l'heure de Paris correspondante, pour laquelle vous prendrez dans la *Connaissance des Temps* les distances polaires des deux astres.

2. Maintenant, avec la distance vraie, qui n'est autre que l'arc *A* de la méthode précédente, les hauteurs des deux astres et leurs distances polaires, vous calculerez la latitude par cette méthode.

Exemple 1. Etant dans l'hémisphère Nord par une longitude Ouest, on a fait des observations de distances de la lune au soleil ainsi que des hauteurs de ces deux astres; ces observations ont donné pour la hauteur vraie du centre du soleil, 21° 20' 56" et pour la hauteur vraie du centre de la lune, 28° 45' 50"; la distance vraie des centres 68° 36' 33", et à l'heure T. M. de Paris correspondante, la distance polaire du soleil était de 74° 36' 56" et celle de la lune de 105° 11' 23". On demande la latitude du lieu.

Exemple 2. Etant dans l'hémisphère Nord, par une longitude Ouest, des observations faites sur la lune et le soleil, ont donné pour hauteurs vraies de ces deux astres, pour le soleil 18° 0' 6", et pour la lune 46° 19' 57"; la distance vraie calculée des centres était de 113° 22' 43",3, et l'heure T. M. de Paris correspondante à cette distance, a fait connaître que la distance polaire du soleil était de 79° 41' 7", celle de la lune de 70° 27' 1". On demande la latitude du lieu.

Calcul de l'arc B.

Hauteur	21°	20'	56"			Hauteur	46°	19'	57"		
	28	45	50	c. l. cos.	0.057194		18	0	6	c. l. cos.	0.021798
Arc *A*	68	36	33	c. l. sin.	0.030997	Arc *A*	113	22	43	c. l. sin.	0.037203
Somme	118	43	19			Somme	177	42	46		
Demi-som.	59	21	39.5	l. cos.	9.707256	Demi-som.	88	51	23	l. cos.	8.300127
Différence	38	0	43.5	l. sin.	9.789459	Différence	42	31	26	l. sin.	9.829881
					19.584904						18.189009
Arc *B*	38	19	21	l. sin.	9.792453	Arc *B*	7	8	27	l. sin.	9.094505

Calcul de l'arc C, *de l'arc* E *et de la latitude.*

Dist. polaire	74°	36'	56"		
	105	11	23	c. l. sin.	0.015444
Arc *A*	68	36	33	c. l. sin.	0.030997
Somme	248	24	52		
Demi-som.	124	12	26	l. sin.	9.917511
Différence	49	35	30	l. sin.	9.881638
					19.845590
Arc *C*	33	9	41	l. cos.	9.922795
Arc *B*	38	19	21		
Différence	5	9	40		
Multiplié par			8		
Arc *E*	0h	41m	17s4	T. XXXVIII	3.208960
Dist. polaire	105°	11'	23"	l. sin.	9.984556
Hauteur	28	45	50	l. cos.	9.942806
				l.	3.136322
Décuple du nombre corresp.					13687
Somme	133	57	13	cos. ver.	280098
LATITUDE	44	55	40	cos. ver.	293785

Dist. polaire	70°	27'	1"		
	79	41	7	c. l. sin.	0.007076
Arc *A*	113	22	43	c. l. sin.	0.037203
Somme	263	30	51		
Demi-som.	131	45	25.5	l. sin.	9.872724
Différence	61	18	24.5	l. sin.	9.943100
					19.860103
Arc *C*	31	39	12	l. cos.	9.930052
Arc *B*	7	8	27		
Différence	24	30	45		
Multiplié par			8		
Arc *E*	3h	16m	6s	T. XXXVIII	4.536900
Dist. polaire	79°	41'	7"	l. sin.	9.992924
Hauteur	18	0	6	l. cos.	9.978202
				l.	4.508026
Décuple du nombre corresp.					322126
Somme	97	41	13	cos. ver.	008986
LATITUDE	41	58	52.5	cos. ver.	331112

PROBLÈME XXV.

Déterminer la longitude d'un lieu par le moyen de la distance observée de la lune au soleil, à une étoile ou à une planète.

La latitude ne suffit pas pour déterminer la position d'un lieu sur la surface de la terre, puisque tous les points d'un même parallèle terrestre à l'équateur ont la même latitude. Afin de distinguer parmi tous ces points celui qu'on veut indiquer, ou en fait connaître la position de son méridien, par le nombre de degrés de l'équateur compris entre ce méridien et un autre méridien connu. Ce nombre de degrés est ce qu'on entend par *longitude*, et l'on nomme *premier méridien* celui qui est pris pour terme de comparaison ou à partir duquel les degrés sont comptés. Les Français prennent pour premier méridien celui de l'observatoire de Paris, et l'on compte la longitude de part et d'autre depuis 0° jusqu'à 180°, en sorte qu'il y a longitude *Est* et longitude *Ouest*. Les Anglais prennent pour premier méridien celui qui passe par l'observatoire de Greenwich, qui est à 2° 20' 24" à l'Ouest de Paris.

La différence en longitude, entre deux lieux, est l'arc de l'équateur compris entre les méridiens de ces lieux.

La longitude et la différence en longitude, au lieu d'être exprimées en degrés, peuvent l'être en parties du tems ; en effet, puisque chaque point de la surface de la terre décrit, en vertu du mouvement de rotation dont elle est animée, la circonférence d'un cercle ou 360 degrés en 24 heures, il décrit 15 degrés en 1 heure. Lors donc que deux points sont séparés l'un de l'autre par 15° de longitude, le plus Ouest n'a le soleil au méridien qu'une heure après l'autre et celui-ci compte midi tandis que l'autre n'a que 11 heures du matin. Si la distance qui sépare les deux points est de 30 degrés, la différence est de deux heures, et ainsi de suite. Ainsi la différence des heures étant donnée, rien n'est plus facile que de connaître la différence des longitudes, et réciproquement.

Dans la détermination de la longitude, toute la difficulté revient donc à connaître cette différence des heures. Pour y parvenir on a eu recours à l'observation des mouvemens de la lune.

Par suite de ses mouvemens, la lune s'avance chaque jour dans son orbite de l'Ouest à l'Est d'une quantité plus ou moins grande, dont la valeur moyenne est d'environ 13° 10', ou par heure de 32' 56"; de sorte qu'elle met 1 minute 49 secondes de temps pour

parcourir 1 minute de degré. D'où il résulte que si un observateur détermine à la mer, à une heure connue, la distance de la lune à un astre par rapport auquel elle tend à s'en éloigner ou à s'en rapprocher de près de 13° par jour, et qu'il sache l'heure qu'il est à Paris, lorsque cette même distance a lieu. La comparaison de l'heure du lieu de l'observateur avec celle du méridien de Paris, lui donnera la différence en longitude entre le méridien de Paris et celui du lieu où il était situé au moment de la détermination de cette distance. Cette différence réduite en degrés donnera la longitude du lieu, qui sera Ouest ou Est, selon que l'heure du lieu est moindre ou plus grande que l'heure comptée à Paris.

(Gemma Frisius est le premier qui, en 1530, montre que les distances lunaires peuvent servir à déterminer les longitudes; Morin perfectionna ce moyen et donna en 1640 une méthode rigoureuse de calcul. Halley essaie le premier, sur mer, en 1699 et 1700 la méthode des distances et l'indique comme la seule praticable. La Caille en fait une heureuse application vers 1750, dans son voyage au Cap-de-Bonne-Espérance, et donne pour en faciliter l'usage, un modèle *d'almanach nautique*. Maskelyne fait encore une épreuve plus concluante dans son voyage à l'île Sainte-Hélène en 1761, et crée en 1767 le *Nautical almanac*, où il donne les distances suivant les idées de La Caille. Lalande commence à les introduire, en 1774, dans la *Connaissance des Temps*; il propose, en 1768, les distances de la lune à Saturne; et en 1779, les distances à Vénus. Dans l'intervalle de ces deux dernières époques, le capitaine Phipps, dans son voyage au pôle boréal en 1773, fait usage des distances de la lune à Jupiter. L'idée de l'emploie des distances de la lune aux planètes, qu'on croyait nouvelle, appartient à Lalande et date déjà de près de 70 ans).

La théorie de la lune est maintenant si bien connue, qu'on peut prédire long tems à l'avance et avec une certitude parfaite, à quel instant du jour d'un lieu donné, tel que l'observatoire de Paris, elle doit être à une distance déterminée du soleil, des étoiles et des planètes principales. D'après cette connaissance, les distances angulaires du centre de la lune à ceux de ces astres, telles qu'on les observerait du centre de la terre, sont calculées et publiées dans la Connaissance des Temps; il a suffi de les donner pour tous les jours de l'année de trois en trois heures seulement pour le temps moyen astronomique de Paris, parce qu'on peut par une simple proportion et sans erreur sensible, les obtenir pour d'autres instans; puisque dans trois heures les mouvemens de la lune sont sensiblement uniformes.

La Connaissance des Temps, à partir de 1838, donnera les distances à chaque astre séparément, depuis le commencement jusqu'à la fin de l'année, dans l'ordre suivant :

LE SOLEIL.	α DE L'AIGLE.
α DU BÉLIER.	FOMALHAUT.
ALDÉBARAN.	α DE PÉGASE.
POLLUX.	VÉNUS.
RÉGULUS.	MARS.
ÉPI DE LA VIERGE.	JUPITER.
ANTARÈS.	et SATURNE.

Comme il aurait fallu consulter ces quatorze Tables partielles pour savoir quels sont à un jour donné ceux de ces astres dont on peu observer les distances à la lune, on a donné de plus un tableau particulier qui, à la seule inspection, indique pour chaque jour les distances à observer et la position de l'astre à l'Est ou à l'Ouest de la lune.

Nous avons donné (page 22.... 24), plusieurs manières de se procurer, par observation, les hauteurs correspondantes à la distance moyenne observée; cela posé, comme les distances lunaires observées sont affectées de la parallaxe et de la réfraction, nous allons donner diverses méthodes de les en dégager pour avoir les distances vraies et pouvoir les comparer à celles qui sont données dans la Connaissance des Temps pour obtenir la longitude.

Réduction de la distance apparente à la distance vraie.

Parmi le grand nombre de méthodes qui servent à corriger les distances apparentes des effets de la parallaxe et de la réfraction (nous en connaissons près d'une centaine),

plusieurs sont remarquables, soit par la simplicité, soit par l'élégance des formules sur lesquelles elles reposent, ou par la manière ingénieuse avec laquelle leurs tables subsidiaires ont été construites; ces méthodes peuvent être divisées en deux classes : la première contient celles qui donnent seulement *la différence* entre les distances apparente et vraie (elles ont toutes pour origine celle que La Caille avait proposée dans les *mémoires de l'Académie* de 1741 et 1749), comme cette différence n'est toujours exprimée que par un nombre de minutes, elles jouissent souvent de l'avantage de ne pas demander de soins minutieux dans la préparation des données et d'obtenir à vue toutes les parties de cette différence. La seconde classe comprend toutes les méthodes dans lesquelles la distance vraie s'obtient directement, mais comme cette distance est toujours un grand arc, elles ont le désavantage d'exiger beaucoup de soins et de précision, tant dans la préparation des données que dans l'exécution du calcul.

Première méthode. 1. Déterminez la parallaxe horizontale de la lune pour la latitude du lieu proposé, et vous réduirez les secondes en décimales de minutes (cette réduction s'effectue en prenant le sixième du dixième du nombre des secondes); obtenez les hauteurs apparentes des centres des deux astres et seulement à vue, prenez dans la Table XXVI la parallaxe moins la réfraction, pour obtenir la hauteur vraie du centre de la lune. Lorsque les hauteurs des deux astres n'ont pas été observées, calculez les hauteurs vraies des centres par la troisième méthode donnée à la page 175, et procurez-vous les hauteurs apparentes des centres, suivant les règles de la page 176.

2. A la distance observée des bords les plus proches de la lune au soleil, ajoutez les demi-diamètres apparens correspondans au point de contact de ces astres, vous aurez pour somme la distance apparente des centres. Pour la lune, le demi-diamètre central peut s'obtenir, soit par la Connaissance des Temps, soit par la Table XXIII; ce demi-diamètre trouvé, il faudra le corriger, 1.° de l'augmentation donnée par la Table XXIV, 2.° de la diminution causée par la réfraction; cet accourcissement se détermine au moyen des Tables LIX et LX. Pour le soleil, le demi-diamètre central peut être donné, soit par la Connaissance des Temps, soit par la Table XVIII, qu'il faudra corriger seulement de l'accourcissement donné par les Tables LIX et LX; pour le soleil, l'augmentation relative à la hauteur est toujours assez petite pour être négligée.

Pour obtenir la distance apparente du centre de la lune à une étoile, à la distance observée ajoutez ou retranchez le demi-diamètre apparent de la lune correspondant au point de contact, déterminé comme précédemment, selon que le bord éclairé de la lune est le plus proche ou le plus éloigné de l'étoile.

La distance apparente du centre de la lune à celui d'une planète, s'obtient en général comme celle de la lune au soleil; la seule différence consiste en ce que l'on ne tient pas compte de l'accourcissement du demi-diamètre incliné de la planète; son demi-diamètre central se trouve dans la Connaissance des Temps à la suite de leurs distances lunaires.

La correction de l'accourcissement causé par la réfraction sur les demi-diamètres inclinés à l'horizon, peut ne se faire qu'en dernier lieu sur la distance vraie, par soustraction, lorsque les bords les plus voisins ont été observés, et par addition, lorsque c'est le bord de la lune le plus éloigné du second astre qui a été observé.

3. Ecrivez les uns au-dessous des autres, la hauteur apparente du second astre, la parallaxe horizontale de la lune P, sa hauteur apparente, la correction de cette hauteur, la hauteur vraie de la lune; écrivez de nouveau la hauteur apparente du second astre, et enfin la distance apparente des deux astres.

4. Prenez dans la Table XLIV le nombre B ou A, et dans la Table XLVII le nombre D toujours négatif, correspondans à la hauteur apparente du second astre.

Avec la hauteur apparente de la lune, prenez dans la Table XLIV le nombre A, que vous retrancherez de la parallaxe horizontale, dont les secondes sont exprimées en décimales de minutes, vous obtiendrez un reste F.

Avec la même hauteur et le reste F, l'une prise dans la partie supérieure de la Table L et l'autre dans la première colonne à gauche, vous trouverez le nombre H.

Prenez dans la Table XLVI le nombre C correspondant à la correction de la hauteur apparente de la lune.

La somme algébrique des nombres D, H et C vous donnera le nombre I.

5. Prenez dans la Table L un nombre E toujours additif, correspondant à la hauteur vraie de la lune, argument supérieur, et au nombre B ou A de la Table XLIV relatif au second astre.

Prenez dans cette même Table L le nombre G, toujours soustractif, correspondant à la hauteur du second astre, argument supérieur, et au reste F.

Prenez encore dans cette même Table, avec la distance apparente, argument inférieur, et la somme I, le nombre K correspondant qui sera additif ou soustractif, selon que la distance sera plus petite ou plus grande que 90°.

Déterminez la somme algébrique des nombres E, G et K, avec laquelle prise dans l'intérieur de la Table L et la distance argument supérieur, vous trouverez dans la première colonne, la correction y de cette distance, exprimée en minutes et décimales, qui sera de même signe que la somme employée, vous convertirez les décimales de minute en secondes.

Pour plus d'exactitude, avec la même somme algébrique et la distance apparente augmentée ou diminuée de la moitié de la correction y, cherchez de nouveau cette correction.

Cette nouvelle correction y', ajoutée ou retranchée de la distance apparente, vous donnera la distance vraie.

Quoique les Tables XLIV... L soient d'un usage très-facile, il sera peut-être convenable de consulter leurs explications, surtout lorsqu'il s'agira des distances aux planètes, ainsi que des corrections relatives à la température et au poids de l'atmosphère.

Nous allons d'abord appliquer cette méthode aux deux exemples dont Delambre s'est servi et qu'il a donné pour comparer les formules exposées dans le troisième volume de son astronomie (pages 628 et 629), et juger de leur exactitude.

Exemple 1.

Hauteur appar.	☉	6°	0'	0''	XLIV	*B*	8.399		XLVII		*D* −	0.867
Parallaxe horiz.	☾		60	55.7 ou		*P*	60.928	} *F* 57.816				
Hauteur appar.		18	0	0	XLIV	*A* −	3.112		L	*arg. sup.*	*H*	17.866
Paral. − réfrac.	+	0	55	0					XLVI		*C*	0.440
Hauteur vraie	☾	18	55	0	et *B.* L *arg. sup.*	*E*	2.722				*I*	17.439
Hauteur appar.	☉	6	0	0	*F.* L *sup.*	*G* −	6.043					
Dist. apparente		30	0	0	*I.* L *inf.*	*K*	15.102					
Demi-*y*	+	0	12	0								
					somme algébr.		11.781	et Dist. app.	L	*arg. sup.*	*y*	+ 23.562
Dist. corrigée		30	12	0				Dist. cor.	L		*y'*	+ 23.441
Dist. vraie		30	0	0	+ 23' 26''5 = 30° 23' 26''5							
					Delambra avait trouvé 30 23 25.3							

Exemple 2.

Hauteur appar.	☉	56°	17'	0''	XLIV	*B*	1.021		XLVII		*D* −	0.850
Parallaxe horiz.	☾	0	56	58.9 ou		*P*	56.982	} *F* 53.834				
Hauteur appar.		17	47	27	XLIV	*A* −	3.148		L	*arg. sup.*	*H*	16.457
Paral. − réfrac.	+	0	51	16					XLVI		*C*	0.382
Hauteur vraie	☾	18	38	43	et *B.* L *arg. sup.*	*E*	0.327				*I*	15.989
Hautrur appar.	☉	56	17	0	*F.* L *sup.*	*G* −	44.780					
Dist. apparente		101	46	43	*I.* L *inf.*	*K* −	3.265					
Demi-*y*	+		24	22								
					somme algébr.		− 47.718	et Dist. app.	L	*arg. sup.*	*y*	− 48.745
Dist. corrigée		101	22	21				Dist. cor.	L		*y'*	− 48.673
Dist. vraie		101	46	43	− 48' 40''4 = 100° 58' 2''6							
					Delambre avait trouvé − 48 43							

Exemple 3.

Hauteur appar. ☉	22° 10' 35''		XLIV	B	2.410		XLVII	D −	0.909
Parallaxe horiz.	0 58 40	ou		P	58.667 }				
Hauteur appar. ☾	15 51 22		XLIV	A −	3.510 }	F 55.157	I. arg. sup.	H	15.064
Paral. − réfrac. +	53 5						XLVI	C	0.410
Hauteur vraie ☾	16 44 27	et B.	L arg. sup.	E	0.692			I	14.565
Hauteur appar. ☉	22 10 35	F.	L sup.	G −	20.811				
Dist. apparente	119 53 58	I.	L inf.	K −	7.261				
Demi y −	15 47								
			somme algéb.	−	27.380	et Dist. app.	L sup.	y −	31.583
Dist. corrigée	119 38 11	et	som. algéb.				L sup.	y' −	31.501
Dist. vraie	119 53 58	− 31' 30''1 = 119° 22' 27''9							

Exemple 4.

Hauteur appar. ☉	60° 15' 35''		XLIV	B	0.971		XLVII	D −	0.844
Parallaxe horiz.	59 43	ou		P	59.717 }				
Hauteur appar. ☾	17 15 15		XLIV	A −	3.240 }	F 56.477	L arg. sup.	H	16.747
Paral. − réfrac. +	53 57						XLVI	C	0.424
Hauteur vraie ☾	18 9 12	et B.	L arg. sup.	E	0.303			I	16.327
Hauteur appar. ☉	60 15 35	F.	L sup.	G −	49.037				
Dist. apparente	66 48 34	I.	L inf.	K	6.430				
Demi y −	23 7								
			som. algéb.	−	42.304	et Dist. app.	L sup.	y −	46.230
Dist. corrigée	66 25 27	et	som. algéb.				L sup.	y' −	46.160
Dist. vraie	66 48 34	− 46' 9''6 = 66° 2' 24''4							

Exemple 5.

Hauteur appar. ⋆	11° 27' 50''		XLIV	A	4.768		XLVII	D −	0.945
Parallaxe horiz.	54 10	ou		P	54.167 }				
Hauteur appar. ☾	40 65 15		XLIV	A −	1.475 }	F 52.692	L arg. sup.		34.511
Paral. − réfrac. +	30 50						XLVI	C	0.231
Hauteur vraie ☾	41 35 5	et A.	L arg. sup.	E	3.165			I	33.797
Hauteur appar. ⋆	11 27 50	F.	L sup.	G −	10.476				
Dist. apparente	37 12 40	I.	L inf.	K	26.913				
Demi y +	16 12								
			som. algéb.		19.604	et Dist. app.	L sup.	y	32.413
Dist. corrigée	37 28 52	et	som. algéb.				L sup.	y'	32.215
Dist. vraie	37 12 40	+ 32' 12''9 = 37° 44' 52''9							

Exemple 6.

Hauteur appar. ⋆	19° 32' 0''		XLIV	A	2.882		XLVII	D −	0.962
Parallaxe horiz.	61 16	ou		P	61.267 }				
Hauteur appar. ☾	56 33 0		XLIV	A −	1.163 }	F 60.104	L arg. sup.	H	50.149
Paral. − réfrac. +	33 9						XLVI	C	0.160
Hauteur vraie ☾	57 6 9	et A.	L arg. sup.	E	2.420			I	49.347
Hauteur appar. ⋆	19 32 0	F.	L sup.	G −	20.097				
Dist. apparente	37 56 43	I.	L inf.	K	38.913				
Demi y +	17 16								
			som. algéb.		21.236	et Dist. app.	L sup.	y	34.532
Dist. corrigée	38 13 59	et	som. algéb.				L sup.	y'	34.315
Dist. vraie	37 56 43	+ 34' 18''9 = 38° 31' 1''9							

Exemple 7.

Distance de la Lune à Vénus. — *Parallaxe horizontale de la Planète* 23''.

Haut. ap. Vénus		19°	10'	40''		XLIV	*A* 2.549		XLVII		*D* −	0.837
Parallaxe horiz.		0	59	47	ou		*P* 59.783					
Hauteur appar. ☾		37	40	20		XLIV	*A* − 1.585	*F* 58.198	L	*arg. sup.*	*H*	35.562
Paral. − réfrac.	+		46	5					XLVI		*C*	0.309
Hauteur vrrie ☾		38	26	25	et	*A.* L *arg. sup. E*	1.585				*I*	35.034
Haut. ap. Vénus		19	10	40		*F.* L *sup. G*	− 19.233					
Dist. apparente		53	49	54		*I.* L *inf. K*	20.674					
Demi *y*	+		1	55								
						som. algéb.	3.156	et Dist. app.	L	*sup. y*		3.885
Dist. corrigée		53	51	49	et	*som. algéb.*			L	*sup. y'*		3.882
Dist. vraie		53	49	54	+ 3' 52''9 = 53° 53' 46''9							

Exemple 8.

Distance de la lune à Mars. — *Parallaxe horizontale de la Planète* 15''

Haut. ap. Mars		17°	10'	20''		XLIV	*A* 3.005		XLVII		*D* −	0.886
Parallaxe horiz.			58	53	ou		*P* 58.883					
Hauteur appar. ☾		31	20	30		XLIV	*A* − 1.863	*F* 57.020	L		*H*	29.658
Paral. − réfrac.	+		48	43					XLVI		*C*	0.345
Hauteur vraie ☾		32	9	13	et	*A.* L *sup. E*	1.599				*I*	29.117
Haut. app. Mars		17	10	20		*F.* L *sup. G*	− 16.829					
Dist. apparente		83	10	23		*I.* L *inf. K*	3.465					
Demi *y*	−		5	55								
						som. algéb.	− 11.765	et Dist. app.	L		*y* −	11.848
Dist. corrigée		83	4	28	et	*som. algéb.*			L		*y'* −	11.850
Dist. vraie		83	10	23	− 11' 51'' = 82° 58' 32''							

Exemple 9

Distance apparente de la Lune à Jupiter. — *Parallaxe horizontale de la Planète.*

Haut. ap. Jupiter		10°	40'	20''		XLIV	*A* 5.057		XLVII		*D* −	0.933
Parallaxe horiz.			59	13	ou		*P* 59.217					
Hauteur appar. ☾		15	10	30		XLIV	*A* − 3.659	*F* 55.558	L	*arg. sup.*	*H*	14.543
Paral − réfrac.	+		53	39					XLVI		*C*	0.419
Hauteur vraie ☾		16	4	9	et	*A.* L *arg. sup. E*	1.399				*I*	14.029
Haut. ap. Jupiter		10	40	20		*F.* L *sup. G*	− 10.288					
Dist. apparente		116	40	28		*I.* L *inf. K*	− 6.298					
Demi *y*	−		8	30								
						som. algéb.	− 15.187	et Dist. app.	L	*sup. y*	−	16.996
Dist. corrigée		116	31	58	et	*som. algéb.*			L	*sup. y'*		16.974
Distance vraie		116	40	28	− 16' 58''4 − 116° 23' 29''6							

Exemple 10.

Distance de la Lune à Saturne. — *Parallaxe horizontale de la Planète* 1''

Haut. ap. Saturne		9°	40'	48''		XLIV	*A* 5.561		XLVII		*D* −	0.930
Parallaxe horiz.			58	43	ou		*P* 58.717					
Hauteur appar. ☾		15	40	6		XLIV	*A* − 3.548	*F* 55.169	L	*arg. sup.*	*H*	14.898
Paral. − réfrac.	+		53	8					XLVI		*C*	0.411
Hauteur vraie ☾		16	33	14	et	*A.* L *arg. sup. E*	1.584				*I*	14.379
Haut. ap. Saturne		9	40	48		*F.* L *sup. G*	− 9.277					
Dist. apparente		110	14	34		*I.* L *inf. K*	− 4.976					
Demi *y*	−		6	45								
						som. algéb.	− 12.669	et Dist. app.	L	*sup. y*	−	13.504
Dist. corrigée		110	7	49	et	*som. algéb.*			L	*sup. y'*		13.494
Dist. vraie		110	14	34	− 13' 29''6 = 110° 1' 4''4							

Seconde méthode. Après avoir déterminé les hauteurs apparentes et vraies ainsi que la distance apparente des centres des deux astres, suivant les règles données Probl. IX.

1. Ecrivez sur une même ligne horizontale, les hauteurs apparente et vraie du second astre, et au-dessous les hauteurs apparente et vraie de la lune ; déterminez la somme et la demi-somme des hauteurs apparentes des deux astres et celles de leurs hauteurs vraies.

Ecrivez la moitié de la distance apparente des deux astres sous la demi-somme de leurs hauteurs apparentes, et prenez la somme et la différence de ces deux quantités, dont vous placerez à droite les logarithmes cosinus.

2. Prenez dans la Table CV la différence logarithmique correspondante à la parallaxe horizontale de la lune et à sa hauteur apparente (à laquelle vous ferez les corrections suivantes : 1.° celle qui est relative au second astre, s'il est le soleil ou une étoile, vous la trouverez à la droite de chaque page de la Table CV ; si le second astre est une planète, vous trouverez la correction dans la Table CVI. 2.° La correction dépendante de l'état de l'atmosphère à l'instant de l'observation de la distance, voyez d'ailleurs l'explication sur l'usage de la Table CV), que vous écrirez au-dessus des deux logarithmes cosinus déjà trouvés.

Prenez la somme de ces trois logarithmes, et de sa moitié retranchez le logarithme cosinus de la demi-somme des hauteurs vraies ; le reste sera le logarithme sinus d'un arc auxiliaire, dont vous déterminerez la valeur.

3. Au logarithme cosinus de l'arc auxiliaire, ajoutez le logarithme cosinus de la demi-somme des hauteurs vraies (déjà employé), la somme de ces deux logarithmes sera le logarithme sinus de la moitié de la distance vraie des centres ; en la doublant vous aurez la distance vraie.

Pour corriger la distance vraie de l'accourcissement des demi-diamètres des deux astres, voyez l'explication des Tables LIX et LX.

Remarque. Cette méthode est celle de Borda, très-remarquable surtout pour l'époque à laquelle elle a été publiée (il y a environ 60 ans), elle est toujours exacte et n'est sujette à aucun changement de signe, à aucun embarras, et en y faisant usage des différences logarithmiques, elle est aussi d'une grande simplicité.

Cependant on a avancé plusieurs fois que cette méthode était en défaut lorsque la somme de la distance apparente et des hauteurs apparentes des deux astres surpassait 180°, et pour confirmer cette assertion erronnée, on a ajouté que ce cas s'était présenté à diverses reprises dans le même voyage. On répondra qu'il ne peut être que le résultat d'observations mal faites, et qui par conséquent doivent être rejetées ; car cette somme ne peut jamais surpasser 180°, elle ne peut tout au plus que lui être égale.

En effet, soient a la hauteur apparente de la lune, b celle du soleil, de l'étoile ou de la planète, d la distance apparente, les centres des deux astres et le zénit du lieu détermineront presque toujours un triangle sphérique dans lequel on a

$$d < 90^\circ - a + 90^\circ - b,$$

ou en réduisant $d < 180^\circ - (a + b)$:

ajoutant de part et d'autre $(a + b)$,

on aura enfin $d + a + b < 180^\circ$.

Mais s'il arrivait que $d + a + b = 180^\circ$,

le premier côté serait égal à la somme des deux autres, et dans la méthode le cosinus de la demi-somme des quantités apparentes serait nul ; il en serait de même du sinus de l'angle auxiliaire, et son cosinus serait égal à l'unité ; donc en nommant a' et b' les hauteurs vraies, x la distance vraie, la furmule se réduirait

$$\text{à sin. } \tfrac{1}{2} x = \text{cos. } \tfrac{1}{2} (a' + b') = \text{sin. } (90^\circ - \tfrac{1}{2} (a' + b'),$$

et par conséquent

$$x = 180^\circ - (a' + b') = (90^\circ - a') + (90^\circ - b'),$$

c'est-à-dire que pour ce cas particulier, la distance vraie des centres serait égale à la somme des deux distances au zénit, corrigées de la réfraction et de la parallaxe, ou que la distance vraie sera égale à la distance apparente plus la somme des deux réfractions, moins celle des deux parallaxes.

Exemple 1. La distance apparente des centres de la lune au soleil est de 119° 57' 56'', la hauteur apparente du centre du soleil de 18° 10' 50'', celle de la lune de 10° 30' 10'' et la parallaxe horizontale de la lune de 60' 37''; on demande la distance vraie des centres.

Haut. appar. ☉	18°	10'	50''	H. vraie	18°	8'	3''
Haut. appar. ☾	10	30	10	H. vraie	11	24	45
Somme	28	41	0	Somme	29	32	48
Demi-somme	14	20	30	D.-som.	14	46	24
Demi-dist. appar.	59	58	58				
				Diff. log.	19.998782		
Somme	74	19	28	l. cos.	9.431669		
Différence	45	38	28	l. cos.	9.844571		
				Somme	39.275022		
				D.-som.	19.637511		
D.-som. h. vraie	14	46	24	l. cos. —	9.985400		
Arc auxiliaire	26	40	14	l. sin.	9.652111		
				l. cos.	9.951144		
D.-som. h. vraie				l. cos.	9.985400		
Demi-dist. vraie	59	46	32	l. sin.	9.936544		
Distance vraie	119	33	4				

Exemple 2. La distance apparente des centres de la lune au soleil est de 118° 56' 40''; la hauteur apparente du centre du soleil de 16° 40' 10''; celle de la lune de 9° 39' 50'' et sa parallaxe horizontale de 59' 19''; on demande la distance vraie des centres.

Haut. appar. ☉	16°	40'	10''	H. vraie	16°	37'	6''
Haut. appar. ☾	9	39	50	H. vraie	10	32	53
Somme	26	20	0	Somme	27	9	59
Demi-somme	13	10	0	D.-som.	13	34	59.5
Demi-dist. appar.	59	28	20				
				Diff. log.	19.998922		
Somme	72	38	20	l. cos.	9.474789		
Différence	46	18	20	l. cos.	9.839360		
				Somme	39.313071		
				D.-som.	19.656535		
D.-som. h. vraie	13	34	59.5	l. cos. —	9.987680		
Arc auxiliaire	27	48	27	l. sin.	9.668855		
				l. cos.	9.946707		
D.-som. h. vraie				l. cos.	9.987680		
Demi-dist. vraie	59	17	30.5	l. sin.	9.934387		
Distance vraie	118	35	1				

Exemple 3. La distance apparente du centre de la lune à une étoile est de 41° 11' 7''; la hauteur apparente de l'étoile de 43° 10' 20''; celle du centre de la lune de 55° 48' 16''; sa parallaxe horizontale de 59' 25''; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ★	43°	10'	20''	H. vraie	43°	9'	18''
Haut. appar. ☾	56	48	16	H. vraie	57	20	12
Somme	99	58	36	Somme	100	29	30
Demi-somme	49	59	18	D.-som.	50	14	45
Demi-dist. appar.	20	35	33.5				
				Diff. log.	19.993899		
Somme	70	34	51.5	l. cos.	9.521758		
Différence	29	23	44.5	l. cos.	9.940143		
				Somme	39.455800		
				D.-som.	19.727900		
D.-som. h. vraie	50	14	45	l. cos. —	9.805837		
Arc auxiliaire	56	41	29	l. sin.	9.922063		
				l. cos.	9.739690		
D.-som. h. vraie				l. cos.	9.805837		
Demi-dist. vraie	20	33	34	l. sin.	9.545527		
Distance vraie	41	7	8				

Exemple 4. La distance apparente du centre de la lune à une étoile est de 69° 21' 25''; la hauteur apparente de l'étoile de 27° 32' 37''; celle du centre de la lune de 22° 28' 56''; sa parallaxe horizontale de 56' 17''; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ★	27°	32'	37''	H. vraie	27°	30'	46''
Haut. appar. ☾	22	28	56	H. vraie	23	18	37
Somme	50	1	33	Somme	50	49	23
Demi-somme	25	0	46.5	D.-som.	25	24	41.5
Demi-dist. appar.	34	40	42.5				
				Diff. log.	19.997470		
Somme	59	41	29	l. cos.	9.702997		
Différence	9	39	56	l. cos.	9.993791		
				Somme	39.694258		
				D.-som.	19.847129		
D.-som. h. vraie	25	24	41.5	l. cos. —	9.955808		
Arc auxiliaire	51	8	1	l. sin.	9.891321		
				l. cos.	9.797618		
D.-som. h. vraie				l. cos.	9.955808		
Demi-dist. vraie	34	31	37	l. sin.	9.753426		
Distance vraie	69	3	14				

Troisième méthode. 1. Prenez la somme et la demi-somme des hauteurs apparentes, ainsi que la somme et la demi-somme des hauteurs vraies.

2. Ecrivez la demi-distance apparente des centres sous la demi-somme des hauteurs apparentes, et prenez la somme et la différence de ces deux quantités. A la différence logarithmique (Tab. CV), ajoutez le logarithme cosinus de la somme et le logarithme cosinus de la différence; la moitié de la somme de ces trois logarithmes sera le logarithme cosinus d'un arc auxiliaire, sous lequel vous écrirez la demi-somme des hauteurs vraies. Au logarithme sinus de la somme de ces deux quantités, ajoutez le logarithme sinus de leur différence, vous aurez une somme dont la moitié sera le logarithme sinus de la demi-distance vraie qui, étant multipliée par 2, vous donnera la distance vraie.

Exemple 1. La distance apparente des centres de la lune au soleil est de 110° 53' 34'', la hauteur apparente du centre du soleil de 38° 11' 59'', celle du centre de la lune de 15° 51' 22'' et sa parallaxe horizontale de 58' 40''; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ☉	38°	11'	59''	H. vraie	38° 10' 52''
Haut. appar. ☾	15	51	22	H. vraie	16 44 27
Somme	54	3	21	Somme	54 55 19
Demi-somme	27	1	40.5	D.-som.	27 27 39.5
Demi-dist. appar.	55	26	47		
				Dif. log.	19.998150
Somme	82	28	27.5	l. cos.	9.117174
Différence	28	25	6.5	l. cos.	9.944233
				Somme	39.059557
Arc auxiliaire	70	12	14.5	l. cos.	9.529778
D.-som. h. vraie	27	27	39.5		
Somme	97	39	54.0	l. sin.	9.996102
Différence	42	44	35.0	l. sin.	9.831685
				Somme	19.827787
Demi-dist. vraie	55	5	59	l. sin.	9.913893
Distance vraie	110	11	58		

Exemple 2. La distance apparente du centre de la lune à une étoile est de 48° 20' 21''; la hauteur apparente de l'étoile de 11° 33' 29'', celle du centre de la lune de 11° 10' 35'' et sa parallaxe horisontale de 55' 32''; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ★	11°	33'	29''	H. vraie	11° 28' 50''
Haut. appar. ☾	11	10	35	H. vraie	12 0 17
Somme	22	44	4	Somme	23 29 7
Demi-somme	11	22	2	D.-som.	11 44 33.5
Demi-dist. appar.	24	10	10.5		
				Dif. log.	19.998832
Somme	35	32	12.5	l. cos.	9.910487
Différence	12	48	8.5	l. cos.	9.989067
				Somme	39.898386
Arc auxiliaire	27	10	39	l. cos.	9.949193
D.-som. h. vraie	11	44	33.5		
Somme	38	55	12.5	l. sin.	9.798123
Différence	15	26	5.5	l. sin.	9.425114
				Somme	19.223237
Demi-dist. vraie	24	8	9	l. sin.	9.611618
Distance vraie	48	16	18		

Quatrième méthode. 1. Prenez la différence et la demi-différence des hauteurs apparentes, ainsi que la différence et la demi-différence des hauteurs vraies.

2. Ecrivez la demi-distance apparente des centres sous la demi-différence des hauteurs apparentes, et prenez la somme et la différence de ces deux quantités. A la différence logarithmique (Tabl. CV), ajoutez le logarithme sinus de la somme et le logarithme sinus de la différence, la moitié de la somme de ces trois logarithmes sera le logarithme sinus d'un arc auxiliaire, sous lequel vous ecrirez la demi-différence des hauteurs vraies. Au logarithme cosinus de la somme de ces deux dernières quantités, ajoutez le logarithme cosinus de leur différence, vous aurez une somme dont la moitie sera le logarithme cosinus de la distance vraie qui, étant doublée, vous donnera la distance vraie.

Exemple 1. La distance apparente des centres de la lune au soleil est de 106° 22' 48'', la hauteur apparente du centre du soleil de 39° 25', celle du centre de la lune de 19° 56', et sa parallaxe horizontale de 58' 0''; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ☉	39°	25'	0''	H. vraie	39° 23' 56''
Haut. appar. ☾	19	56	0	H. vraie	20 47 53
Différence	19	29	0	Différ.	18 36 3
Demi-différence	9	44	30	D.-dif.	9 18 1.5
Demi-dist. appar.	53	11	24		
				Dif. log.	19.997677
Somme	62	55	54	l. sin.	9.949617
Différence	43	26	54	l. sin.	9.837399
				Somme	39.784693
Arc auxiliaire	51	18	7	l. sin.	9.892346
Demi-dif. h. vr.	9	18	1.5		
Somme	60	36	8.5	l. cos.	9.690965
Différence	42	0	5.5	l. cos.	9.871063
				Somme	19.562028
Demi-dist. vraie	52	10	43.5	l. cos.	9.781014
Distance vraie	105	41	27.0		

Exemple 2. La distance apparente du centre de la lune à une étoile est de 41° 24' 22'', la hauteur apparente de l'étoile de 12° 4' 27'', celle du centre de la lune de 7° 47' 47'' et sa parallaxe horizontale de 57' 24''; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ★	12°	4'	27''	H. vraie	12° 0' 1''
Haut. appar. ☾	7	47	47	H. vraie	8 37 57
Différence	4	16	40	Différ.	3 22 4
Demi-différence	2	8	20	D.-dif.	1 41 2
Demi-dist. appar.	20	42	11		
				Dif. log.	19.999204
Somme	22	50	31	l. sin.	9.589045
Différence	18	33	51	l. sin.	9.502927
				Somme	39.091176
Arc auxiliaire	20	33	44.5	l. sin.	9.545588
Demi-dif. h. vr.	1	41	2.0		
Somme	22	14	46.5	l. cos.	9.966407
Différence	12	52	42.5	l. cos.	9.975986
				Somme	19.942393
Demi-dist. vraie	20	38	15	l. cos.	9.971196
Distance vraie	41	16	30		

Cinquième méthode. 1. Prenez la somme et la demi-somme des hauteurs apparentes ainsi que la somme et la demi-somme des hauteurs vraies.

2. Ecrivez la demi-distance apparente des centres sous la demi-somme des hauteurs apparentes, et prenez la somme et la différence de ces deux quantités. A la différence logarithmique (Tab. CV), ajoutez le logarithme cosinus de la somme et le logarithme cosinus de la différence, et nommez L la moitié de la somme de ces trois logarithmes, de L vous retrancherez le logarithme cosinus de la demi somme des hauteurs vraies, le reste sera le logarithme sinus d'un arc auxiliaire, dont le logarithme tangente étant retranché de L vous donnera pour reste le logarithme sinus de la demi-distance vraie, qu'il faudra doubler pour avoir la distance vraie.

Exemple 1. La distance apparente des centres de la lune au soleil est de 91° 26' 8'', la hauteur apparente du centre du soleil de 14° 45' 41'', celle du centre de la lune de 53° 41' 1'' et sa parallaxe horizontale de 58' 29''; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ☉	14°	45'	41''	H. vraie	14°	42'	12''
Haut. appar. ☾	53	41	1	H. vraie	54	14	57
Somme	68	26	42	Somme	68	57	9
Demi-somme	34	13	21	D.-som.	34	28	34.5
Demi-dist. appar.	45	43	4				
				Dif. log.	19.994222		
Somme	79	56	25	l. cos.	9.242230		
Différence	11	29	43	l. cos.	9.991200		
				Somme	39.227652		
	L ou			D.-som.	19.613826		
D.-som. h. vraie	34	28	34.5	l. cos. −	9.916117		
Arc auxiliaire	29	54	15	l. sin.	9.697709		
				L	19.613826		
				l. tang. −	9.759760		
Demi-dist. vraie	45	36	39	l. sin.	9.854066		
Distance vraie	91	13	18				

Exemple 2. La distance apparente du centre de la lune à une étoile est de 55° 4' 53'', la hauteur apparente de l'étoile de 10° 8' 6'', celle des centres de la lune de 8° 1' 25'', et sa parallaxe horizontale de 58' 1''; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ✶	10°	8'	6''	H. vraie	10°	2'	50''
Haut. appar. ☾	8	1	25	H. vraie	8	52	20
Somme	18	9	31	Somme	18	55	10
Demi somme	9	4	45.5	D.-som.	9	27	35
Demi-dist. appar.	27	32	26.5				
				Dif. log.	19.999164		
Somme	36	37	12.0	l. cos.	9.904504		
Différence	18	27	41.0	l. cos.	9.977054		
				Somme	39.880722		
	L ou			D.-som.	19.940361		
D.-som. h. vraie	9	27	35	l. cos. −	9.994054		
Arc auxiliaire	62	5	33	l. sin.	9.946307		
				L	19.940361		
				l. tang. −	10.276019		
Demi-dist. vraie	27	29	44	l. sin.	9.664342		
Distance vraie	54	59	28				

Sixième méthode. 1. Prenez la différence et la demi-différence des hauteurs apparentes ainsi que la différence et la demi-différence des hauteurs vraies.

2. Ecrivez la demi-différence apparente des centres sous la demi-différence des hauteurs apparentes, et prenez la somme et la différence de ces deux quantités. A la différence logarithmique (Tab. CV), ajoutez le logarithme sinus de la somme et le logarithme sinus de la différence, et nommez L la moitié de la somme de ces trois logarithmes, de L vous retrancherez le logarithme sinus de la demi-différence des hauteurs vraies, le reste sera le logarithme tangente d'un arc auxiliaire dont le logarithme sinus étant retranché de L vous donnera pour reste le logarithme sinus de la demi-distance vraie, qu'il faudra doubler pour avoir la distance vraie.

Exemple 1. La distance apparente des centres de la lune au soleil est de 120° 10' 40'', la hauteur apparente du centre du soleil de 13° 20' celle du centre de la lune de 6° 10' et sa parallaxe horizontale de 61' 12''; on demande sa distance vraie.

Haut. appar. ☉	13°	20'	0''	H. vraie	13°	16'	7''
Haut. appar. ☾	6	10	0	H. vraie	7	2	34
Différence	7	10	0	Differ.	6	13	33
Demi-différence	3	35	0	D.-dif.	3	6	46.5

Exemple 2. La distance apparente du centre de la lune à une étoile est de 68° 52' 40'', la hauteur apparente de l'étoile de 10° 52' 17'', celle du centre de la lune de 6° 39' 28'' et sa parallaxe horizontale de 58' 31''; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ✶	10°	52'	17''	H. vraie	10°	47'	22''
Haut. appar. ☾	6	39	28	H. vraie	7	29	50
Différence	4	12	49	Differ.	3	17	32
Demi-différence	2	6	24.5	D.-dif.	1	38	46

Demi-différence	3°	35'	0''	D.-dif.	3° 6' 46''5
Demi-dist. appar.	60	5	20		
				Dif. log.	19.999347
Somme	63	40	20	l. sin.	9.952440
Différence	56	30	20	l. sin.	9.921135
				Somme	39.873922
		L ou		D.-som.	19.936461
D.-diff. h. vraie	3	6	46.5	l. sin. —	8.734831
Arc auxiliaire	86	24	11.4	l. tang	11.201630
				L	19.936461
				l. sin. —	9.999144
Demi-dist. vraie	59	57	4	l. sin.	9.937317
Distance vraie	119	54	8		

Demi-différence	2°	6'	24''5	D.-dif.	1° 38' 46''
Demi dist. appar.	34	26	20		
				Dif. log.	19.999330
Somme	36	32	44.5	l. sin.	9.774855
Différence	32	19	55.5	l. sin.	9.728212
				Somme	39.502397
		L ou		D.-som.	19.751198
D.-diff. h. vraie	1	38	46	l. sin. —	8.458277
Arc auxiliaire	87	5	1.5	l. tang.	11.292921
				L	19.751198
				l. sin. —	0.000437
Demi-dist. vraie	34	22	34.5	l. sin.	9.751761
Distanre vraie	68	45	9.0		

Septième méthode. 1. Prenez la somme et la demi-somme des hauteurs apparentes et seulement la somme des hauteurs vraies.

2. Ecrivez la demi-distance apparente des centres sous la demi-somme des hauteurs apparentes, et prenez la somme et la différence de ces deux quantités. Au logarithme constant 6.301030 ajoutez la différence logarithmique (Tab. CV); le logarithme cosinus de la somme et le logarithme cosinus de la différence, la somme de ces quatre logarithmes, diminuée des dizaines à la caractéristique, vous donnera le logarithme d'un nombre que vous chercherez dans la Tab. XXVII. Retranchez ce nombre du susinus verse (Tab. LV) de la somme des hauteurs vraies, vous obtiendrez pour reste le sinus verse de la dist. vraie.

Exemple 1. La distance apparente des centres de la lune au soleil est de 108° 42' 3'', la hauteur apparente du centre du soleil de 6° 28'', celle du centre de la lune de 54° 12' et sa parallaxe horizontale de 55' 19''; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ☉	6°	28'	0''	H. vraie	6° 20' 11''
Haut. appar. ☾	54	12	0	H. vraie	54 43 39
Somme	60	40	0	Somme	61 3 50
Demi-somme	30	20	0		
Demi-dist. appar.	54	21	1.5	l. const.	6.301030
				Diff. log.	19.994609
Somme	84	41	1.5	l. cos.	8.966859
Différence	24	1	1.5	l. cos.	9.960673
				Tab. XXVII	5.223071
Nombre correspondant —					167136
Som. haut. vraie	61	3	50	susin. ver.	1.483833
Distance vraie	108	27	48	sinus ver.	1.316697

Exemple 2. La distance apparente du centre de la lune à une étoile est de 41° 29' 58''; la hauteur apparente de l'étoile de 11° 31' 2'', celle du centre de la lune de 8° 44' 35'' et sa parallaxe horizontale de 57' 24''; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ★	11°	31'	2''	H. vraie	11° 26' 23''
Haut. appar. ☾	8	44	35	H. vraie	9 35 16
Somme	20	15	37	Somme	21 1 39
Demi-somme	10	7	48.5		
Demi-dist. appar.	20	44	59	l. const.	6.301030
				Diff. log.	19.999088
Somme	30	52	47.5	l. cos.	9.933611
Différence	10	37	10.5	l. cos.	9.992497
				Tab. XXVII	6.226226
Nombra correspondant —					1.683550
Som. haut. vraie	21	1	39	susin. ver.	1.933406
Distance vraie	41	23	49	sinus ver.	249856

Exemple 3. La distance apparente des centres de la lune au soleil est de 111° 27' 1'', la hauteur apparente du centre du soleil de 24° 40' 16'', celle du centre de la lune de 16° 52' 31'' et sa parallaxe horisontale de 54' 56''; on demande la distanca vraie.

Haut. appar. ☉	24°	40'	16''	H. vraie	24° 38' 18''
Haut. appar. ☾	16	52	31	H. vraie	17 41 57
Somme	41	32	47	Somme	42 20 15
Demi-somma	20	46	23.5		
Demi-dist. appar.	55	43	30.5	l. const.	6.301030
				Diff. log.	19.998171
Somme	76	29	54.0	l. cos.	9.368238
Différence	34	57	7.0	l. cos.	9.913619
				Tab. XXVII	5.581058
Nombre correspondant —					381117
Som. haut. vraie	42	20	15	susin. ver.	1.739190
Distance vraie	110	58	54.5	sinus ver.	1.358073

Exemple 4. La distance apparente du centre de la luna à l'Epi de la Vierge est de 37° 12' 40'', la hauteur apparente de l'étoile de 11° 27' 50'', celle du centre de la lune de 40° 55' 15'' et sa parallaxe horizontale de 54' 10''; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ★	11°	27'	50''	H. vraie	11° 23' 10''
Haut. appar. ☾	40	55	15	H. vraie	41 35 5
Somme	52	23	5	Somme	52 58 15
Demi-somme	26	11	32.5		
Demi-dist. appar.	18	36	20	l. const.	6.301030
				Diff. log.	19.995706
Somme	44	47	52.5	l. cos.	9.851011
Difference	7	35	12.5	l. cos.	9.996181
				Tab. XXVII	6.143928
Nombre correspondant —					1.392926
Som. haut. vraia	52	58	15	susin. ver.	1.602222
Distance vraie	37	44	55	sinus ver.	209296

Huitième méthode. 1. Prenez la différence et la demi-différence des hauteurs apparentes, et seulement la différence des hauteurs vraies.

2. Ecrivez la demi-distance apparente des centres sous la demi-différence des hauteurs apparentes, et prenez la somme et la différence de ces deux quantités, au logarithme constant 6.301030, ajoutez la différence logarithmique (Tab. CV), le logarithme sinus de la somme et le logarithme sinus de la différence, la somme de ces quatre logarithmes, diminuée des dizaines placées à la caractéristique, vous donnera le logarithme d'un nombre que vous chercherez dans la Tab. XXVII. A ce nombre ajoutez le sinus verse (Tab. LV) de la différence des hauteurs vraies, vous aurez pour somme le sinus verse de la distance vraie.

Exemple 1. La distance apparente des centres de la lune au soleil est de 101° 54' 51", la hauteur apparente du centre du soleil de 39° 34' 35", celle du centre de la lune de 29° 23' 2" et sa parallaxe horizontale de 58' 53"; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ☉	39°	34'	35"	H. vraie	39° 33' 32"
Haut. appar. ☾	29	23	2	H. vraie	30 12 38
Différence	10	11	33	Différ.	9 20 54
Demi-différence	5	5	46.5		
D.-dist. appar.	50	57	25.5	l. const.	6.301030
				Diff. log.	19.996522
Somme	56	3	12.0	l. sin.	9.918847
Différence	45	51	39.0	l. sin.	9.855913
				Tab. XXVII	6.072312
Nombre correspondant					1.181171
Diff. haut. vraies	9	20	54	sinus ver.	0.013280
Distance vraie	101	12	46	sinus ver.	1.194451

Exemple 2. La distance apparente du centre de la lune à une étoile est de 83° 15' 19", la hauteur apparente de l'étoile de 7° 39' 4"; celle du centre de la lune de 10° 57' 36" et sa parallaxe horizontale de 58' 55"; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ✱	7°	39'	4"	H. vraie	7° 32' 14"
Haut. appar. ☾	10	57	36	H. vraie	11 50 34
Différence	3	18	32	Différ.	4 18 20
Demi-différence	1	39	16		
D.-dist. appar.	41	37	39.5	l. const.	6.301030
				Diff. log.	19.998765
Somme	43	16	55.5	l. sin.	9.836065
Différence	39	58	23.5	l. sin.	9.807825
				Tab. XXVII	5.943685
Nombre correspondant					0.878385
Diff. haut. vraie	4	18	20	sinus ver.	0.002822
Distance vraie	83	10	39	sinus ver.	0.881207

Exemple 3. La distance apparente des centres de la lune au soleil est de 117° 42' 28", la hauteur apparente du centre du soleil est de 10° 19' 19", celle du centre de la lune de 42° 55' 1" et sa parallaxe horizontale de 60' 2"; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ☉	10°	19'	19"	H. vraie	10° 14' 18"
Haut. appar. ☾	42	55	1	H. vraie	43 37 57
Différence	32	35	42	Différ.	33 23 39
Demi-différence	16	17	51		
Demi-dist. appar.	58	51	14	l. const.	6.301030
				Diff. log.	19.995008
Somme	75	9	5	l. sin.	9.985250
Différence	42	33	23	l. sin.	9.830150
				Tab. XXVII	6.111438
Nombre correspondant					1.292522
Diff. haut. vraies	33	23	39	sinus ver	165096
Distance vraie	117	14	1	sinus ver.	1.457618

Exemple 4. La distance apparente du centre de la lune à Régulus est de 34° 51' 12", la hauteur apparente de l'étoile de 29° 13' 48", celle du centre de la lune de 12° 47' 20" et sa parallaxe horizontale de 60' 3"; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ✱	29°	13'	48"	H. vraie	29° 12' 4"
Haut. appar. ☾	12	47	20	H. vraie	13 41 43
Différence	16	26	28	Différ.	15 30 21
Demi-différence	8	13	14		
Demi-dist.-appar.	17	25	36	l. const.	6.301030
				Diff. log.	19.998506
Somme	25	38	50	l. sin.	9.636316
Différence	9	12	22	l. sin.	9.204083
				Tab. XXVII	5.139935
Nombre correspondant					138018
Diff. haut. vraies	15	30	21	sinus ver.	036397
Distance vraie	34	21	8	sinus ver.	174415

Neuvième méthode. 1. Prenez la somme des hauteurs apparentes, et sur la même ligne placez son susinus verse (Tab. LV); écrivez au-dessous le susinus verse de la distance apparente des centres, la somme de ces deux quantités, diminuée de deux fois le rayon, vous donnera un nombre *A*.

2. Prenez la somme des hauteurs vraies et ajoutez son sinus verse au nombre *A*, vous obtiendrez un nombre *B*.

3. Prenez dans la Table LVI le facteur auxiliaire F, correspondant à la hauteur apparente de la lune et à sa parallaxe horizontale, auquel vous ajouterez une correction pour la hauteur du second astre ; lorsqu'elle est relative au soleil ou à une étoile, vous la trouverez au bas de chaque page de la Table LVI ; mais lorsqu'elle est pour une planète, vous la prendrez dans la Table LVIII. Le nombre A, multiplié par le facteur F (qui exprime des cent millièmes), vous donnera un produit que vous retrancherez du nombre B, le reste sera le sinus verse de la distance vraie.

Exemple 1. La distance apparente des centres de la lune au soleil est de 108° 0' 25", la hauteur apparente du centre du soleil de 26° 51' 37", celle du centre de la lune de 39° 42' 34" et sa parallaxe horizontale de 58' 4"; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ☉	26°	51'	37"	Par. hor.	58' 4"
Haut. appar. ☾	39	42	34	Facteur	1033
Somme	66	34	11	Susin. ver.	1.397633
Dist. apparente	108	0	25	Susin. ver.	690868
				Nombre A	088501
Haut. vraie ☉	26°	49'	50"		
Haut. vraie ☾	40	26	4		
Somme	67	25	54	Sinus ver.	613530
				Nombre B	702031
				A par F	− 914
Distance vraie	107	23	26	Susin. ver.	701117

Exemple 2. La distance apparente du centre de la lune à Antarès est de 76° 31' 37", la hauteur apparente de l'étoile de 37° 52' 7"; celle du centre de la lune de 39° 22' 26" et sa parallaxe horizontale de 61' 11"; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ★	37°	52'	7"	Par. hor.	61' 11"
Haut. appar. ☾	39	22	26	Facteur	1081
Somme	77	14	33	Susin. ver.	1.220825
Dist. apparente	76	31	37	Susin. ver.	1.232988
				Nombre A	453813
Haut. vraie ★	37°	50'	53"		
Haut. vraie ☾	40	8	35		
Somme	77	59	28	Sinus ver.	791937
				Nombre B	1.245750
				A par F	− 4906
Distance vraie	76	3	49	Susin. ver.	1.240844

Remarque. La multiplication du nombre A par le facteur F exprimant un nombre de cent millièmes dont le nombre des chiffres ne peut être que de deux, trois et quatre, peut s'abréger sensiblement de la manière suivante : écrivez sous le nombre A les chiffres de F dans un ordre inverse, en plaçant le chiffre des milles de F sous les dizaines de A,

celui des Centaines, sous les Centaines de A,
Dizaines, Milles,
Unités. Dizaines de milles.

De cette manière, chaque chiffre du multiplicateur F se trouve placé sous le chiffre du multiplicande par lequel on doit commencer la multiplication pour obtenir les produits partiels, en sorte qu'on néglige ceux du multiplicande qui sont à la droite, et en ajoutant seulement au produit partiel, en commençant, la retenue que le produit du chiffre qui suit celui du multiplicande par lequel on commence la multiplication, et on écrit tous les produits partiels dans les mêmes colonnes, leur somme, sur la droite de laquelle on séparera un chiffre décimal, donnera le produit demandé.

Nous allons appliquer ce procédé aux deux exemples précédens.

Nombre A	88501	Nombre A	453813
F renversé	3301	F renversé	1801
	8850		45381
	265		3630
	26		45
Somme	9141, Produit 914,1	Somme	49056, Produit 4906

Dixième méthode. 1. Prenez la différence des hauteurs apparentes, et sur la même ligne placez son susinus verse (Tab. LV) ; écrivez au-dessous le sinus verse de la distance apparente des centres. La somme de ces deux quantités, diminuée de deux fois le rayon, vous donnera un nombre A.

2. Prenez la différence des deux hauteurs vraies et ajoutez son sinus verse au nombre A, vous obtiendrez pour somme un nombre B.

3. Prenez dans la Table LVI le facteur auxiliaire F correspondant à la hauteur apparente de la lune et à sa parallaxe horizontale, auquel vous ajouterez une correction pour la hauteur du second astre; lorsqu'elle est relative au soleil ou à une étoile, vous la trouverez au bas de chaque page de la Table LVI; mais lorsqu'elle est pour une planète vous la prendrez dans la Table LVIII. Le nombre A multiplié par le facteur F (qui exprime des cent millièmes), vous donnera un produit que vous retrancherez du nombre B, le reste sera le sinus verse de la distance vraie.

Exemple 1. La distance apparente des centres de la lune au soleil est de 49° 19' 14", la hauteur apparente du centre du soleil de 61° 38' 16", celle de la lune de 48° 26' 36" et sa parallaxe horizontale de 56' 16"; on demande la distance vraie.

Haut. appar. ☉	61°	38'	16"	Par. hor.	56' 16"
Haut. appar. ☾	48	26	36	Facteur	1179
Différence	13	11	40	Susin. ver.	1.973601
Dist. apparente	49	19	14	Sinus ver.	348173
				Nombre A	321774
Haut. vraie ☉	61	37	49		
Haut. vraie ☾	49	3	5		
Différence	12	34	44	Sinus ver.	24003
				Nombre B	345777
				A par F −	3794
Distance vraie	48	51	4	Sinus ver.	341983

Exemple 2. La distance apparente des centres de la lune à Vénus est de 118° 27' 42", la hauteur apparente de Vénus de 15° 7' 43", celle de la lune de 29° 58' 5", sa parallaxe horizontale de 59' 13" et la parallaxe horiz. de Vénus de 20"; on demande la distance vraie.

Haut. app. Vénus	15°	7'	43"	Par. hor.	59' 13"
Haut. appar. ☾	29	58	5	Facteur	817
Différence	14	50	22	Susin. ver.	1.966648
Dist. apparente	118	27	42	Sinus ver.	1.476571
				Nombre A	1.443219
Haut. vraie Vénus	15	4	29		
Haut. vraie ☾	30	47	43		
Différence	15	43	14	Sinus ver.	37405
				Nombre B	1.480624
				A par F −	11791
Distance vraie	117	57	31	Sinus ver.	1.468833

Connaissant le T. V. ou le T. M. du lieu ainsi que la distance vraie du centre de la lune au soleil, à une étoile ou à une planète, déterminer la longitude de ce lieu.

1. Cherchez dans la *Connaissance des Temps* la distance vraie calculée: si vous la trouvez parmi celles qu'elle contient, l'heure T. M. de Paris correspondante sera placée à gauche et sur la même ligne horizontale; mais si la distance vraie calculée ne se trouve pas immédiatement dans la *Connaissance des Temps*, prenez les deux distances entre lesquelles elle est comprise, placez-les au-dessous de la distance calculée, en commençant par la première; ensuite, prenez la différence entre la distance calculée et la distance des Tables que vous écrirez sur la droite: écrivez au-dessous la différence entre les deux distances des Tables (vous la trouverez entre ces deux distances): puis en faisant usage de la Table XXVII, en y prenant pour argument celui qui est contenu dans le cadre intérieur, vous y prendrez le logarithme de la première différence, puis le complément arithmétique du logarithme de la seconde différence et le logarithme constant 4.033424 placé à la partie supérieure des pages; la somme de ces trois logarithmes, diminuée d'une dizaine à la caractéristique, sera celui de l'intervalle de T. M. écoulé depuis l'heure de la première distance des Tables jusqu'à celle qui correspond à la distance vraie calculée, cet intervalle étant toujours ajouté à l'heure de la première distance des Tables, vous donnera pour somme l'heure T. M. de Paris correspondante à la distance vraie.

2. La différence entre l'heure T. M. du lieu et l'heure de Paris convertie en degrés, sera la longitude du lieu à l'instant de l'observation. Lorsque l'heure du lieu est plus grande que celle de Paris, cette longitude est orientale; mais si elle est plus petite, elle est occidentale. On observera que, si l'heure du lieu et celle de Paris répondent à deux jours différens, il faut toujours, avant que de prendre leur différence, augmenter l'heure du dernier jour de 24 heures.

Remarque. Comme le degré de précision avec lequel on obtient la longitude par les distances lunaires ne dépend pas seulement de l'exactitude de l'heure de Paris donnée par la distance vraie, mais encore de celle de l'heure du lieu, il ne faudra calculer celle-ci avec la hauteur moyenne du soleil ou de l'étoile, provenant des observations simultanées de la distance, qu'autant qu'il aura été impossible de se la procurer autrement, nécessité qui n'a lieu que dans le cas où l'on est dépourvu d'une montre marine ou d'une bonne montre à secondes, parce que cette hauteur simultanée quoique suffisamment

exacte pour calculer la distance vraie, ne le sera pas assez pour donner l'heure du lieu avec précision; mais avant une montre avec laquelle on aura pris les heures auxquelles chaque observation de distance a été faite, quel que soit d'ailleurs le moyen employé pour se procurer les hauteurs des deux astres correspondantes à la distance moyenne observée; il faudra toujours, avant ou après les observations de cette distance, prendre des hauteurs du soleil ou de l'étoile, dans les circonstances favorables pour déterminer l'heure, et avec ces observations, déterminer l'avance ou le retard de la montre sur le temps moyen du lieu des observations de l'angle horaire, ce qui servira à faire connaître l'heure de ce lieu à l'instant de la distance moyenne observée, sa comparaison avec l'heure de Paris obtenue par la distance vraie, donnera la longitude du lieu de l'angle horaire, que l'on pourra comparer directement avec celle qu'aura donnée la montre (si elle est marine), déduite de la même observation d'angle horaire.

Exemple 1. Etant en mer le 4 Juin 1836 à 4h 25m 17s T. M. du lieu, la distance vraie entre les centres de la lune et le soleil a été trouvée de 108° 25' 18", déterminer l'heure T. M. de Paris et la longitude du lieu.

Distances vraies.				*Différences.*				4.033424
Calculée	108°	25'	18"	Prem.	1°	8'	34"	3.614264
A 6h	109	33	52	Deux.	1	37	2	6.234928
A 9h	107	56	50					
Intervalle de temps					2h	7m	12s	3.882616
Heure T. M. de Paris					8	7	12	
Heure T. M. du lieu					4	25	17	
Longitude en				temps	3	41	55	
				degrés	55°	28'	45"	Ouest.

Exemple 2. Etant en mer le 20 Août 1836 à 17h 17m 48s T. M. du lieu, la distance vraie du centre de la lune au centre du soleil a été trouvée de 106° 15' 36", déterminer l'heure T. M. de Paris, ainsi que la longitude du lieu.

Distances vraies.				*Différences.*				4.033424
Calculée	106°	15'	36"	Prem.	0°	41'	37"	3.397419
A 15h	105	33	59	Deux.	1	39	17	6.224972
A 18h	107	13	16					
Intervalle de temps					1h	15m	27s	3.655815
Heure T. M. de Paris					16	15	27	
Heure T. M. du lieu					17	17	48	
Longitude en				temps	1	2	21	
				degrés	15°	35'	15"	Est.

Exemple 3. Etant en mer le 13 Septembre 1836 à 22h 18m 15s T. M. du lieu, la distance vraie du centre de la lune au centre du soleil a été trouvée de 42° 52' 54", déterminer l'heure T. M. de Paris, ainsi que la longitude du lieu.

Distances vraies.				*Différences.*				4.033424
Calculée	42°	52'	54"	Prem.	0°	22'	2"	3.121231
A 0h	42	30	52	Deux.	1	34	24	6.246877
A 3h	44	5	16					
Intervalle de temps					0h	42m	1s	3.401532
Heure T. M. de Paris					0	42	1	
Heure T. M. du lieu					22	18	15	
Longitude en				temps	2	23	46	
				degrés	35°	56'	30"	Ouest.

Exemple 4. Etant en mer le 2 Novembre 1836 à 1h 2m 15s T. M. du lieu, la distance vraie du centre de la lune au centre du soleil a été trouvée de 81° 53' 18"; déterminer l'heure T. M. de Paris, ainsi que la longitude du lieu.

Distances vraies.				*Différences.*				4.033424
Calculée	81°	53'	18"	Prem.	0°	14'	0"	2.924279
A 21h	81	39	18	Deux.	1	23	9	6.301986
A 0h	80	16	9					
Intervalle de temps					0h	30m	18s	3.259689
Heure T. M. de Paris					21	30	18	
Heure T. M. du lieu					1	2	15	
Longitude en				temps	3	31	57	
				degrés	52°	59'	15"	Est.

Exemple 5. Le 15 Décembre 1836 à 14h 25m 52s T. V. du lieu, la distance vraie du centre de la lune à Aldébaran a été trouvée de 71° 24' 18"; déterminer l'heure T. M. de Paris, ainsi que la longitude du lieu.

Distances vraies.				*Différences.*				4.033424
Calculée	71°	24'	18"	Prem.	1°	27'	7"	3.718253
A 18h	72	51	25	Deux.	1	39	52	6.222428
A 21h	71	11	33					
Intervalle de temps					2h	37m	1s	3.974105
Heure T. M. de Paris					20	37	1	
Heure T. V. du lieu					14	25	52	
T. M. au midi vrai				+	11	55	52	
Heure T. M. du lieu					14	21	44	
Longitude en				temps	6	15	17	
				degrés	93°	49'	15"	Ouest.

Exemple 6. Le 17 Décembre 1836 à 8h 42m 36s T. V. du lieu, la distance vraie du centre de la lune à Fomalhaut a été trouvée de 60° 1' 46"; déterminer l'heure T. M. de Paris, ainsi que la longitude du lieu.

Distances vraies.				*Différences.*				4.033424
Calculée	60°	1'	46"	Prem.	0°	58'	21"	3.544192
A 9h	59	3	25	Deux.	1	29	47	6.268653
A 12h	60	33	12					
Intervalle de temps					1h	56m	59s	3.846269
Heure T. M. de Paris					10	56	59	
Heure T. V. du lieu					8	42	36	
T. M. au midi vrai				+	11	56	44	
Heure T. M. du lieu					8	39	20	
Longitude en				temps	2	17	39	
				degrés	34°	24'	45"	Ouest

Exemple 7. Le 28 Avril 1836 à $18^h\ 4^m\ 16^s$ T. V. du lieu, la distance vraie entre les centres de la lune et de Vénus a été trouvée de 106° 4' 26"; déterminer l'heure T. M. de Paris, ainsi que la longitude du lieu.

Distances vraies.				*Différences.*				4.033424
Calculée	106°	4'	26"	Prem.	0°	27'	17"	3.214049
A 15h	105	37	9	Deux.	1	37	23	6.233364
A 18h	107	14	32					
Intervalle de temps					0^h	50^m	26^s	3.480837
Heure T. M. de Paris					15	50	26	
Heure T. V. du lieu					18	4	16	
T. M. au midi vrai				+	11	57	13	
Heure T. M. du lieu					18	1	29	
Longitude en				temps	2	11	3	
				degrés	32°	30'	45"	Est.

Exemple 8. Le 22 Août 1836 à $16^h\ 23^m\ 43^s$ T. V. du lieu, la distance vraie entre les centres de la lune et de Saturne a été trouvée de 74° 5' 28"; déterminer l'heure T. M. de Paris, ainsi que la longitude du lieu.

Distances vraies.				*Différences.*				4.033424
Calculée	74°	5'	28"	Prem.	0°	11'	45"	2.848189
A 18h	73	53	43	Deux.	1	49	24	6.182831
A 21h	75	43	7					
Intervalle de temps					0^h	19^m	20^s	3.064444
Heure T. M. de Paris					18	19	20	
Heure T. V. du lieu					16	23	43	
T. M. au midi vrai				+	0	2	26	
Heure T. M. du lieu					16	26	9	
Longitude en				temps	1	53	11	
				degrés	28°	17'	45"	Ouest

Connaissant la latitude du lieu et sa longitude estimée, la distance observée de la lune au soleil, à une étoile ou à une planète, ainsi que les hauteurs observées de ces deux astres; trouver la longitude vraie du lieu de l'observation.

Exemple 1. Le 22 Avril 1836 étant au mouillage situé par 8° 4' de longitude Sud et par 37° 11' de longitude Ouest estimée, on a observé deux séries de distances des bords les plus voisins de la lune au soleil ainsi que les hauteurs simultanées de ces deux astres, les heures correspondantes à ces observations ont été prises à une montre à secondes qui avançait de $4^h\ 0^m\ 58^s$ sur la montre marine.

	Première série.	*Seconde série.*
Distance moyenne	74° 30' 27"	74° 35' 5"
Hauteur moyenne du bord infér. du ☉	42 45 54	38 58 3
Hauteur moyenne du bord supé. de ☾	40 18 20	43 12 10
Heure à la montre à secondes	$10^h\ 11^m\ 4^s5$	$10^h\ 28^m\ 54^s$

Baromètre 760 millim. Thermomètre + 29° centigrades. Elévation de l'œil 20 pieds.

Des observations faites dans la matinée ont fait connaître que la montre marine avançait de $3^h\ 21^m\ 10^s$ sur le T. M. du lieu; on demande la longitude vraie.

Elémens du calcul.

			Première série		Seconde série
Heures à la montre à secondes			$10^h\ 11^m\ 4^s5$		$10^h\ 28^m\ 54^s$
Avance sur la montre marine		−	4 0 58	−	4 0 58
Heures à la montre marine			6 10 6.5		6 27 56
Avance sur le T. M. du lieu		−	3 21 10	−	3 21 10
Heures T. M. du lieu			2 48 56.5		3 6 46
Longitude estimée		+	2 28 44	+	2 28 44
Heures T. M. de Paris le 22			5 17 40.5		5 35 30
Hauteurs observées du soleil			42° 45' 54"		38° 58' 3"
Dépression pour 20 pieds		−	0 4 32	−	0 4 32
Hauteur apparente du bord inférieur			42 41 22		38 53 31
Demi-diametre	15' 55"5	+	0 15 54.9	+	0 15 54.9
Accourcissement (Tab. XXI)	− 0 0.6				
Hauteur apparente du centre			42 57 16.9		39 9 25.9
Réfraction − parallaxe	+ 0 56			+ 1' 5"	
Baromètre	0 0	−	0 52.0	0 0	− 1 0.0
Thermomètre	− 0 4			− 0 5	
Hauteurs vraies du centre			42 56 24.9		39 8 25.9

Parallaxe équatoriale	54' 21"2		54' 21"4
Diminution pour la latitude	− 0 0.2		− 0 0.2
Parallaxe horizontale	54 21.0		54 21.2
Demi-diamètre central	14 48.7		14 48.8

Hauteurs observées de la lune		40° 18' 20"		43° 12' 10"
Depression pour 20 pieds		− 0 4 32		− 0 4 32
Hauteurs apparentes du bord supérieur		40 13 48		43 7 38
Demi-diametre central	14' 48"7		14' 48"7	
Augmentation	+ 0 8.7	− 14 56.8	+ 0 9.5	− 14 57.6
Accourcissement	− 0 0.6		− 0 0.6	
Hauteurs apparentes du centre		39 58 51.2		42 52 40.4
Parallaxe — réfraction	40 30		38 47	
Baromètre	0 0	− 40 34.6	0 0	+ 38 50.9
Thermomètre	+ 0 4.6		0 3.9	
Hauteurs vraies du centre		40 39 25.8		43 31 31.3

Distances observées	74° 30' 27"	74° 35' 5"
Demi-diametre central du soleil	+ 0 15 55.5	+ 0 15 55.5
Demi-diamètre en hauteur de la lune	+ 0 14 57.6	+ 0 14 58.2
Distances apparentes des centres	75 1 20.1	75 5 58.7

Ce n'est que sur la distance vraie que nous ferons la correction de l'accourcissement sur les demi-diamètres inclinés correspondans au point de contact.

Calcul de la distance vraie par la méthode de Borda.

Premiere série.

Haut. appar. ☉	42° 57' 16"9	H. vraie	41° 56' 24.9		
Haut. appar. ☾	39 58 51.2	H. vraie	40 39 25.8		
Somme	82 56 8.1	Somme	83 35 50.7		
Demi-somme	41 28 4.0	D.-som.	41 47 55.3		
Demi-dist. app.	37 30 40.0				
		Dif. log.	19.995749		
Somme	78 58 44	l. cos.	9.281420		
Différence	3 57 24	l. cos.	9.998964		
		Somme	39.276133		
		Demi-som.	19.638066		
D.-som. h. vraies	41 47 55.3	l. cos. −	9.872442		
Arc auxiliaire	35 39 27.3	l. sin.	9.765624		
		l. cos.	9.909832		
D.-som. h. vraies		l. cos.	9.872442		
Demi-dist. vraie	37 16 51.2	l. sin.	9.782274		
Distance vraie	74 33 42.5				

Seconde série.

Haut. appar. ☉	39° 9' 25"9	H. vraie	39° 8' 25"9
Haut. appar. ☾	42 52 40.4	H. vraie	43 31 31.3
Somme	82 2 6.3	Somme	82 39 57.2
Demi-somme	41 1 3.1	D.-som.	41 19 58.6
Demi-dist. app.	37 32 59.3		
		Dif. log.	19.995490
Somme	78 34 2.4	l. cos.	9.297139
Différence	3 28 3.8	l. cos.	9.999204
		Somme	39.291833
		Demi-som.	19.645916
D.-som. h. vraies	41 19 58.6	l. cos. −	9.875573
Arc auxiliaire	36 6 29	l. sin.	9.770343
		l. cos.	9.907361
D.-som. h. vraies		l. cos.	9.875573
Demi-dist. vraie	37 20 50.3	l. sin.	9.782934
Distance vraie	74 41 40.6		

Calcul de l'accourcissement sur les demi-diamètres inclinés.

Règle. Faites une somme des quantités apparentes et de leur demi somme, retranchez successivement les hauteurs de la lune et du soleil, vous obtiendrez deux restes.

Pour le demi-diamètre de la lune. Prenez dans la Table LX les logarithmes correspondans, 1.° à la hauteur de la lune, 2.° à la distance, 3.° le complément arithmétique du logarithme de la demi-somme, 4.° le complément arithmétique du logarithme du reste provenant du second astre; la somme de ces quatre logarithmes, diminuée d'une dizaine à la caractéristique, vous donnera l'argument supérieur ou inférieur de la Table LIX qui, avec la hauteur de la lune, prise dans la première à gauche, vous fera connaître l'accourcissement du demi-diamètre de la lune.

Pour le demi-diamètre du soleil. Prenez dans la Table LX, 1.° le logarithme de la hauteur du soleil, 2.° celui de la distance, 3.° le complément arithmétique de la demi-somme, 4.° le complément arithmétique du reste provenant de la hauteur de la lune; la somme de ces quatre logarithmes, diminuée d'une dizaine, vous donnera l'un des argumens de la Table LIX qui, avec la hauteur du soleil pour second argument, vous donnera l'accourcissement du demi-diamètre du soleil.

Dans la Table LX les titres des colonnes indiquent celles dans lesquelles les argumens doivent être pris, mais on observera que si la distance surpassait 90°, il faudrait y entrer avec le supplément.

La correction de l'accourcissement se fait sur la distance vraie par soustraction, lorsque les bords les plus voisins ont été observés; et par addition, lorsque c'est le bord de la lune le plus éloigné du second astre qui a été observé.

Première série.

Haut. appar. ☉	42° 57'	T. LX l. 0.135	
Haut. appar. ☾	39 59		T. LX l. 0.116
Dist. appar.	75 1	l. 0.015	l. 0.015
Somme	157 57		
Demi-som.	78 59	c. l. 9.281	c. l. 9.281
D.-som. – ☉	36 2		c. l. 9.770
D.-som. – ☾	39 0	c. l. 9.799	
Argumens de la Tab. LIX		9.230	9.182
Pour 9.230 et 42° 57'	Tab. LIX accourc.		0"24
9.182 et 39 59	accourc.		0.31
		Correction	– 0.55
Distance vraie calculée			74° 33' 42.5
corrigée			74 33 42.0

Seconde série.

Haut. appar. ☉	39° 9'	T. LX l. 0.110	
Haut. appar. ☾	42 53		T. LX l. 0.135
Dist. appar.	75 6	l. 0.015	l. 0.015
Somme	157 8		
Demi-som.	78. 34	c. l. 9.297	c. l. 9.297
D.-som. – ☉	39 25		c. l. 9.803
D.-som. – ☾	35 41	c. l. 9.766	
Argumens de la Tab. LIX		9.188	9.250
Pour 9.188 et 39° 9'	Tab. LIX accourc.		0"30
9.250 et 42 53	accourc.		0.23
		Correction	– 0.53
Distance vraie calculée			74° 41' 40.6
corrigée			74 41 40.1

Calcul de l'heure T. M. de Paris et de la longitude.

Distances vraies.		*Différences.*	4.033424
Corrigée	74° 33' 42"	Prem. 1° 2' 26"	3.573568
A 3h	73 31 16	Deux. 1 21 51	6.308830
A 6h	74 53 7		
Intervalle de temps		2h 17m 18s	3.915822
Heure T. M. de Paris		5 17 18	
Heure T. M. du lieu		2 48 56.5	
Longitude en { temps		2 28 21.5	
Longitude en { degrés		37° 5' 22" Ouest.	

Distances vraies.		*Différences.*	4.033424
Corrigée	74° 41' 40"1	Prem. 1° 10' 24"1	3.626734
A 3h	73 31 16	Deux. 1 21 51	6.308830
A 6h	74 53 7		
Intervalle de temps		2h 34m 49s4	3.967988
Heure T. M. de Paris		5 34 49.4	
Heure T. M. du lieu		3 6 46	
Longitude en { temps		2 28 3.4	
Longitude en { degrés		37° 0' 51" Ouest.	

Longitude moyenne 37° 3' 7" Ouest.

Exemple 2. Le 25 Avril 1836, au soir, étant en mer par 5° 15' 30" de latitude Sud et par 36° 33' 30" de longitude Ouest estimée, on a observé trois séries de distances des bords les plus voisins de la lune au soleil ainsi que les hauteurs simultanées de ces deux astres, les heures de ces observations ont été prises à une montre à secondes qui avançait de 4h 1m 22s sur la montre marine.

	Première série.	*Seconde série.*	*Troisième série.*
Distances moyennes	109° 6' 45"	109° 8' 22"	109° 10' 30"
Haut. moyenne du bord inférieur ☉	12 22 50	10 36 31	8 51 26
Haut. moyenne du bord supérieur ☾	43 59 10	45 32 0	47 2 40
Heures montre à secondes	12h 21m 54s	12h 29m 19s	12h 36m 40s

Elévation de l'œil 20 pieds.

Des observations faites peu de temps auparavant, ont fait connaître que la montre marine avançait de 3h 18m 54s sur le T. M. du lieu. On demande la longitude vraie.

Elémens du calcul.

	Premiere série.	*Seconde série.*	*Troisième série.*
Heures à la montre à secondes	$12^h\ 21^m\ 54^s$	$12^h\ 29^m\ 19^s$	$12^h\ 36^m\ 40^s$
Avance sur la montre marine	− 4 1 22	− 4 1 22	− 4 1 22
Heures à la montre marine	8 20 32	8 27 57	8 35 18
Avance sur le T. M. du lieu	− 3 18 54	− 3 18 54	− 3 18 54
Heures T. M. du lieu	5 1 38	5 9 3	5 16 24
Longitude estimée	+ 2 26 14	+ 2 26 14	+ 2 26 14
Heures T. M. de Paris le 25	7 27 52	7 35 17	7 42 38
Hauteurs observées du soleil	12° 22' 50"	10° 36' 31"	8° 51' 26"
Dépression pour 20 pieds	− 0 4 32	− 0 4 32	− 0 4 32
Haut. appar. du bord inférieur	12 18 18	10 31 59	8 46 54
Demi-diamètre 15' 54"8 }	+ 0 15 49.3	+ 0 15 49.3	+ 0 15 49.3
Accourcissement — 0 5.5 }			
Haut. appar. du centre	12 34 7.3	10 47 48.3	9 2 43.3
Réfraction − parallaxe	− 0 4 7	− 0 4 48	− 0 5 43
Hauteurs vraies du centre	12 30 0	10 43 0	8 57 0
Parallaxe équatoriale	0° 56' 0"9	0° 56' 1"1	0° 56' 1"3
Diminution pour la latitude	− 0 0 0.1	− 0 0 0.1	− 0 0 0.1
Parallaxe horizontale	0 56 0.8	0 56 1.0	0 56 1.2
Demi-diamètre central	0 15 15.9	0 15 15.9	0 15 16
Hauteurs observées de la lune	43° 59' 10"	45° 32' 0"	47° 2' 40"
Dépression pour 20 pieds	− 0 4 32	− 0 4 32	− 0 4 32
Haut. appar. du bord supérieur	43 54 38	45 27 28	46 58 8
Demi-diam. central 15' 15"9 }		15' 15"9 }	15' 16"0 }
Augmentation 10.4 }	− 0 15 25.8	10.6 } − 0 15 26.0	11.0 } − 15 26.5
Accourcissement − 0.5 }		− 0.5 }	− 0.5 }
Haut. appar. du centre	43 39 12.2	45 12 2.0	46 42 41.5
Parallaxe − réfraction	+ 0 39 32	+ 0 38 32	+ 0 37 31.0
Hauteurs vraies du centre	44 18 44.2	45 50 34	47 20 12.5
Distances observées	109 6 45	109 8 22	109 10 30
Demi-diamètre central ⊙	+ 0 15 54.8	+ 0 15 54.8	+ 0 15 54.8
Demi-diamètre en hauteur ☾	+ 0 15 26.3	+ 0 15 26.5	+ 0 15 27.0
Dist. appar. des centres	109 38 6.1	109 39 43.3	109 41 51.8

Calcul de la distance vraie.

1re *Série.* — *Troisieme méthode.*

Haut. appar. ⊙	12°	34'	7"	H. vraie	12° 30' 0"
Haut. appar. ☾	43	39	12.2	H. vraie	44 18 44.2
Somme	56	13	19.2	Somme	56 48 44.2
Demi-somme	28	6	39.6	D.-som.	28 24 22.1
Demi-dist. app.	54	49	3.0		
				Diff. log.	19.995298
Somme	82	55	42.6	l. cos.	9.090286
Différence	26	42	23.4	l. cos.	9.951007
				Somme	39.036591
Arc auxiliaire	70	44	28.7	l. cos.	9.518295
D.-som. h. vraie	28	24	22.1		
Somme	99	8	50.8	l. sin.	9.994441
Différence	42	20	6.6	l. sin.	9.828316
				Somme	19.822757
Demi-dist. vraie	54	37	42	l. sin.	9.911378
Distance vraie	109	15	24		

Quatrieme méthode.

Haut. appar. ⊙	12°	34'	7"	H. vraie	12° 30' 0"
Haut. appar. ☾	43	39	12.2	H. vraie	44 18 44.2
Différence	31	5	5.2	Differ.	31 48 44.2
Demi-différence	15	32	32.6	D.-diff.	15 54 22.1
Demi-dist. app.	54	49	3.0		
				Diff. log.	19.995298
Somme	70	21	35.6	l. sin.	9.973969
Différence	39	16	30.4	l. sin.	9.801534
				Somme	39.[illegible]0701
Arc auxiliaire	50	10	22.6	l. sin.	9.885350
D.-dif. h. vraie	15	54	22.1		
Somme	66	4	44.7	l. cos.	9.607964
Différence	34	16	0.5	l. cos.	9.917203
				Somme	19.525167
Demi-dist. vraie	54	27	43	l. cos.	9.762583
Distance vraie	109	15	26		

Distance vraie *moyenne* 109° 15' 25"

2.e *Série.* — *Cinquième méthode.*

Haut. appar. ☉	10°	47'	48''3	H. vraie	18°	43'	0''
Haut. appar. ☾	45	12	2.0	H. vraie	45	50	34
Somme	55	59	50.3	Somme	56	33	34
Demi-somme	27	59	55.1	D.-som.	28	16	47
Demi-dist. app.	54	49	51.6				
				Diff. log.			19.995159
Somme	82	49	46.7	l. cos.			9.096284
Différence	26	49	56.5	l. cos.			9.950526
				Somme			39.041969
				L ou demi-som.			19.520985
D.-som. h. vraie	28	16	47	l. cos. −			9.944801
Arc auxiliaire	22	8	22.3	l. sin.			9.576184
				L			19.520985
				l. tan. −			9.609447
Demi-dist. vraie	54	39	29	l. sin.			9.911538
Distance vraie	109	18	58				

Sixième méthode.

Haut. appar. ☉	10°	47'	48''3	H. vraie	10°	43'	0''
Haut. appar. ☾	45	12	2.0	H. vraie	45	50	34
Différence	34	24	13.7	Différ.	35	7	34
Demi-différence	17	12	6.8	D.-diff.	17	33	47
Demi-dist. app.	54	49	51.6				
				Diff. log.			19.995159
Summe	72	1	58.4	l. sin.			9.978287
Différence	37	37	44.8	l. sin.			9.785720
				Summe			39.759166
				L ou demi-som.			19.879583
D.-diff. h. vraie	17	33	47	l. sin. −			9.479655
Arc auxiliaire	68	17	20	l. tang.			10.399928
				L			19.879583
				l. sin. −			9.968044
Demi-dist. vraie	54	39	29	l. sin.			9.911539
Distance vraie	109	18	58				

Distance vraie *moyenne* 109° 18' 58''

3.e *Série.* — *Septieme méthode.*

Haut. appar. ☉	9°	2'	43''3	H. vraie	8°	57'	0''
Haut. appar. ☾	46	42	41.5	H. vraie	47	20	12.5
Somme	55	45	24.8	Somme	56	17	12.5
Demi-somme	27	52	42.4				
Demi-dist. app.	54	50	55.9	l. cons.			6.301030
				Diff. log.			19.995028
Somme	82	43	38.3	l. cos.			9.102406
Différence	26	58	13.5	l. cos.			9.949995
				Tabl. XXVII			5.348459
				Nombre correspondant −			223079
Som. haut. vraie	56	17	12.5	Susin. ver.			1.555036
Distance vraie	109	23	15.2	Sinus ver.			1.331957

Huitieme méthode.

Haut. appar. ☉	9°	2'	43''3	H. vraie	8°	57'	0''
Haut. appar. ☾	46	42	41.5	H. vraie	47	20	12.5
Différence	37	39	58.2	Différ.	38	23	12.5
Demi-différence	18	49	59.1				
Demi-dist. app.	54	50	55.9	l. cons.			6.301030
				Diff. log.			19.995028
Somme	73	40	55.0	l. sin.			9.982143
Différence	36	0	56.8	l. sin.			9.769383
				Tab. XXVII			6.047584
				Nombre correspondant			1.115794
Dist. haut. vraie	38	23	12.5	Sinus ver.			216163
Distance vraie	109	23	15.2	Sinus ver.			1.331957

Distance vraie *moyenne* 109 23' 15''2

Correction de l'accourcissement. Tabl. LIX *et* LX.

Premiere série.

Haut. appar. ☉	12°	34'	l. 0.011	
Haut. appar. ☾	43	39		l. 0.140
Dist. appar.	109	38	l. 0.026	l. 0.026
Somme	165	51		
Demi-somme	82	55	c. l. 9.091	c. l. 9.091
D.-som. − ☉	70	21		c. l. 9.974
D.-som. − ☾	39	16	c. l. 9.801	
Argumens de la Tab. LIX			8.929	9.231
P. 8.929 et 12° 34' accourcissement				4.15
P. 9.231 et 43 39 accourcissement				0.20
Correction				− 4.35
Distance vraie				109° 15' 25''0
Distance vraie corrigée				109 15 20.7

Seconde série.

	10°	48'	l. 0.008	
	45	12		l. 0.154
	109	40	l. 0.026	l. 0.026
	165	40		
	82	50	e. l. 9.096	e. l. 9.096
	72	2		e. l. 9.978
	37	38	e. l. 9.786	
Arg.			8.916	9.254
P. 8.916 et 10° 48' acc.				4.67
P. 9.254 et 45 12 acc.				0.20
Correction				− 4.87
Dist. vraie				109° 18' 53''0
corrigée				109 18 53.1

Troisieme série.

	9°	3'	l. 0.006	
	46	43		l. 0.164
	109	42	l. 0.026	l. 0.026
	165	28		
	82	44	c. l. 9.102	e. l. 9.102
	73	41		e. l. 9.982
	36	1	c. l. 9.769	
Arg.			8.903	9.274
P. 8.903 et 9° 3' acc.				6.63
P. 9.274 et 46 43 acc.				0.19
Correction				− 6.82
Dist. vraie				109° 23' 15''2
corrigée				109 23 8.4

Calcul de l'heure T. M. de Paris et de la longitude.

			4.033424			4.033424			4.033424
A 6^h 108°31' 35"	Prem.	0° 43' 45"7	3.419245	Prem.	0° 47' 18"1	3.453027	Prem.	0° 51' 33"4	3.490436
A 9^h 109 58 58	Deux.	1 27 23	6.280420	Deux.	1 27 23	6.280420	Deux.	1 27 23	6.280420
Intervelle de temps		1^h 30^m 8^{s}6	3.733089		1^h 37^m 26^{s}2	3.766871		1^h 46^m 12^{s}1	3.804280
Heure T. M. de Peris		7 30 8.6			7 37 26.2			7 46 12.1	
Heure T. M. du lieu		5 1 38.0			5 9 3.0			5 16 24.0	
Longitnde en { tems		2 28 30.6			2 28 23.2			2 29 48.1	
Longitnde en { degrés		37° 7' 39"			37° 5' 48"			37° 27' 1"5	

Longitude moyenne 37° 13' 29"5 Oeest.

Exemple 3. Le 23 Mei 1836, après midi, s'étant estimé par 34° 39' de latitude Nord et par 38° 56' de longitode Onest, on e feit diverses observetions pour vérifier cette position.

Tutes les heures des observetions ont été prises à une montre à secondes comparée à la montre marine N° 300, réglée sur le méridien de Paris.

Comparaisons des deux montres.

Prem. compar. N° 300	7^h 2^m 0^s	Deux. compar. N° 300	8^h 41^m 0^s
Montre à secondes	8 15 16	Montre à secondes	9 54 9.4

1° Plusieurs séries de hauteurs du bord inférieur du soleil ont été observées pour déterminer l'heure, l'une d'elles a donné pour hauteur moyenne 39° 37' 30", et pour heure correspondante à la montre à secondes 8^h 21^m 3^s.

2.° On e observé quatre séries des bords les plus voisins de la lnoe eu soleil, dans lesquels un e en soin d'observer le contect à égale disteoce des deux fils de la lunette, et des hauteurs de ces deux astres ont été prises de maniere à en conclure celles qui correspoodaient eux distanees moyennes des quatre séries. Ces observations ont donné les résultets suivans :

	1.re *Série.*	2.e *Série.*	3.e *Série.*	4.e *Série.*
Distanees moyennes observées	90° 11' 15"	90° 21' 30"	90° 24' 10"	90° 26' 45"
Hent. moy. du bord infér. ☉	37 18 40	30 35 15	28 47 45	27 9 30
Heut. moy. du bord supé. ☾	50 36 55	56 33 20	58 3 0	59 25 0
Montre à secondes	8^h 32^m 16^s	9^h 4^m 50^s	9^h 13^m 27^s	9^h 21^m 37^{s}5

3.° de nouvelles séries de hauteurs du bord inférieor du soleil, destinées à déterminer l'heure, ont été observées et l'une d'elles e donné pour hauteur moyenne de ce bord 21° 30' 20", et pour heure correspondante à la montre à secondes 9^h 49^m 25^s.

Depuis les observatiuns 1.° jusqu'à celles de 3.°, le bâtiment s'est evencé de 15' à l'Est.

4.° La montre marine N.° 300 evençeit de 0^h 52^m 30^s le 22 Avril 1836 à midi sur le T. M. de Peris, et sa marche diurne éteit une evance de 4^s,5, élévetion de l'œil 19 pieds, baromètre 753 millimètres; thermometre + 20° centigrades.

On demande le latitnde vreie et la longitude vraie, soit par le montre marine soit par les distenees.

Détermination des heures T. M. de Paris correspondantes à toutes les observatians, par le mojen de la montre marine.

L'intervelle de temps écoulé entre les comparaisons des deux mootres est de 1^h 39^m 0^s

Pendant la durée de cet intervalle le N° 300 e evaucé de 0.3

Nuos aurons dunc

Premiere compareison,	N° 300	7^h 2^m 0^s	Deux. comp.	8 40 59.7
	Montre à secondes	8 15 16		9 54 9.4
Avences de la montre à secondes		1 13 16		1 13 9.7
Retard de la montre à secoodes dans l'intervelle				0 0 6.3

Montre à secondes.

Prem. comparaison	8^h 15^m 16^s	Corrrct.	H. corrigées.	N° 300.
Prem. hauteur	8 21 3	+ 0^{s}3	8^h 21^m 3^{s}3	7^h 7^m 47^{s}3
Prem. distance	8 32 16	1.1	8 32 17.1	7 19 1.1
Deux. distanee	9 4 50	3.1	9 4 53.2	7 51 37.2
Trois. distanee	9 13 27	3.7	9 13 30.7	8 0 14.7
Quetr. distance	9 21 37.5	4.2	9 21 41.7	8 8 25.7
Deux. hauteur	9 49 25	6.0	9 49 31.0	8 36 15.0

Les heures au N° 300 provienneot des heures corrigées da la montre à secondas, diminoées de son avaoce 1h 13m 16s sur le N° 300.

Avance un heure du N° 300 le 22 Avril à midi		0h 52m 30s
Avance du 22 Avril au 23 Mai à midi	4s,5 × 31	0 2 19.5
Avance ou heure du N° 300 le 23 Mai à midi		0 54 49.5

Nous aurons dune :

	N° 300.	T. M. appr.	Corr.	T. M. de Paris.
Prem. hauteur	7h 7m 47s3 − 0h 54m 49s5	6h 12m 57s8	− 1s2	6h 12m 56s6
Prem. distance	7 19 1.1	6 24 11.6	− 1.2	6 24 10.4
Deux. distance	7 51 37.2	6 56 47.7	− 1.3	6 56 46.4
Trois. distanea	8 0 14.7	7 5 25.2	− 1.3	7 5 23.9
Quatr. distanee	8 8 25.7	7 13 36.2	− 1.4	7 13 34.8
Deux. hauteur	8 36 15.0	7 41 25.5	− 1.4	7 41 24.1

Hauteurs apparentes et vraies du centre du soleil.

Hant. observées	39° 37' 30''	37° 18' 40''	30° 35' 15''	28° 47' 45''	27° 9' 30''	21° 20' 20''
Dépres. 19 pieds	− 4 25	− 4 25	− 4 25	− 4 25	− 4 25	− 4 25
Haut. app. bord iofé.	39 33 5	37 14 15	30 30 50	28 43 20	27 5 5	21 15 55
Demi-diamètre	+ 15 48.9	+ 15 48.9	+ 15 48.9	+ 15 48.9	+ 15 48.9	+ 15 48.9
Accourcissement	− 0.6	− 0.7	− 1.0	− 1.1	− 1.2	− 1.9
H. app. du centre	39 48 53.3	37 30 3.2	30 46 37.9	28 59 7.8	27 20 52.7	21 31 42.0
Réfrac. − parallaxa	− 1 3.0	− 1 8.5	− 1 30.0	− 1 37.1	− 1 44.0	− 2 18.8
Barom. 753 millim.	+ 0 0.6	+ 0 0.7	+ 0 0.9	+ 0 0.9	+ 0 1.0	+ 0 1.4
Term. + 20°	+ 0 2.5	+ 0 2.7	+ 0 3.5	+ 0 3.8	+ 0 4.3	+ 0 5.3
H. vraies du centre	39 47 53.4	37 28 58.1	30 45 12.3	28 57 35.4	27 19 14.0	21 29 29.9

Hauteurs apparentes et vraies du centre de la lune.

Parallaxe équatoriale	0° 55' 52''7	0° 55' 53''7	0° 55' 53''9	0° 55' 54''2
Diminution poor la latitode	− 3.6	− 3.6	− 3.6	− 3.6
Parallaxa horizontale	0 55 49.1	0 55 50.1	0 55 50.3	0 55 50.6
Demi-diametre central	0 15 13.7	0 15 13.9	0 15 14.0	0 15 14.1
Hauteurs observées	50 36 55	56 33 20	58 3 0	59 25 0
Dépression 19 pieds	− 4 25	− 4 25	− 4 25	− 4 25
Haot. appar. du bord supérieur	50 32 30	56 28 55	57 58 35	59 20 35
Demi-diamètre eentral	− 15 13.7	− 15 13.9	− 15 14.0	− 15 14.1
Augmentatioo	− 0 11.4	− 0 12.3	− 0 12.5	− 0 12.6
Accoorcissement	+ 0 0.4	+ 0 0.3	+ 0 0.3	+ 0 0.3
Haut. appar. du eentra	50 17 5.3	56 13 29.1	57 43 8.8	59 5 8.6
Parallaxe − réfraction	+ 34 51.0	+ 30 25.0	+ 29 14.0	+ 28 7.0
Baromètre 753 millim.	+ 0 0.4	+ 0 0.3	+ 0 0.3	+ 0 0.3
Thermomètre + 20 grades	+ 0 1.8	+ 0 1.4	+ 0 1.3	+ 0 1.2
Haot. vraies du centre	50 51 58.5	56 43 55.8	58 12 24.4	59 33 17.1

Distances apparentes des centres.

Distaoces observées	90° 11' 15''0	90° 21' 30''0	90° 24' 10''0	90° 26' 45''0
Demi-diamètre central ☉	+ 15 48.9	+ 15 48.9	+ 15 48.9	+ 15 48.9
Demi-diamètre en hauteur ☾	+ 15 25.1	+ 15 26.2	+ 15 26.5	+ 15 26.7
Distances appar. des centres	90 42 29.0	90 52 45.1	90 55 25.4	90 58 0.6

Calculs des distances vraies.

1re *Série.*	*Neuvième méthode.*					*Dixième méthode.*					
Haut. appar. ☉	37°	30'	3"2	Par. hor.	55' 49"	Haut. appar. ☉	37°	30'	3"2	Par. hor.	55' 49"
Haut. appar. ☾	50	17	5.3	Facteur	1201	Haut. appar. ☾	50	17	5.3	Facteur	1201
Somme	87	47	8.5	Sosin. ver.	1.038638	Différence	12	47	2.1	Susin. ver.	1.975212
Dist. appar.	90	42	29	Susin. ver.	0.987642	Dist. appar.	90	42	29	Sin. ver.	1.012358
				Nombre *A*	0.026280					Nombre *A*	0.987570
Haut. vraie ☉	37	28	58.1			Haut. vraie ☉	37	28	58.1		
Haut. vraie ☾	50	51	58.5			Haut. vraie ☾	50	51	58.5		
Somme	88	20	56.6	Sinus ver.	0.971189	Différence	13	23	0.4	Sinus ver.	0.027157
				Nombre *B*	0.997469					Nombre *B*	1.014727
				A par *F* −	316					*A* par *F* −	11861
Distanee vraie	90	9	47.2	Susin. ver.	0.997153	Distanee vraie	90	9	51.2	Sinus ver.	1.002866
				Distance moyenne		90° 9' 49"2					

2e *Série.*	*Neuvième méthode.*					*Dixieme méthode.*					
Haut. appar. ☉	30°	46'	37"9	Par. hor.	55' 50"	Haut. appar. ☉	30°	46'	37"9	Par. hor.	55' 50"
Haut. appar. ☾	56	13	29.1	Facteur	1300	Haut. appar. ☾	56	13	29.1	Facteur	1300
Somme	87	0	7.0	Susin. ver.	1.052302	Différence	25	26	51.2	Susin. ver.	1.902980
Dist. appar.	90	52	45.1	Susin. ver.	0.984636	Dist. appar.	90	52	45.1	Sinus ver.	1.015344
				Nombre *A*	0.036958					Nombre *A*	0.918324
Haut. vraie ☉	30	45	12.3			Haut. vrrie ☉	30	45	12.3		
Haut. vraie ☾	56	43	55.8			Haut. vraie ☾	56	43	55.8		
Somme	87	29	8.1	Sinns ver.	0.956129	Différence	25	58	43.5	Sinus ver.	0.101043
				Nombre *B*	0.993087					Nombre *B*	1.019367
				A par *F* −	480					*A* par *F* −	11938
Distance vraie	90	25	25	Sosin. ver.	0.992607	Distance vraie	90	25	32.4	Sinus ver.	1.007429
				Distance moyenne		90° 25' 28"7					

3e *Série.*	*Troisieme méthode.*					*Quatrieme méthode.*					
Haut. appar. ☉	28°	59'	7"8	Haut. vr.	28° 57' 35"4	Haut. appar. ☉	28°	59'	7"8	Haut. vr.	28° 57' 35"4
Haut. appar. ☾	57	43	8.8	Haut. vr.	58 12 24.4	Haut. appar. ☾	57	43	8.8	Haut. vr.	58 12 24.4
Somme	86	42	16.6	Somme	87 9 59.8	Différence	28	44	1.0	Differ.	29 14 49.0
Demi-somme	43	21	8.3	D.-som.	43 34 59.9	Demi-différ.	14	22	0.5	D.-diff.	14 37 24.5
Demi-dist. app.	45	27	42.7			Demi-dist. app.	45	27	42.7		
				Diff. log.	19.994203					Diff. log.	19.994203
Somme	88	48	51.0	l. cos.	8.315870	Somme	59	49	43.2	l. sin.	9.936778
Différenee	2	6	34.4	l. cos.	9.999706	Différenee	31	5	42.2	l. sin.	9.713036
				Somme	38.309779					Somme	39.644017
Arc auxiliaire	81	47	13.3	l. cos.	9.154889	Arc auxiliaire	41	35	13.1	l. sin.	9.822009
D.-som. haut. vr.	43	34	59.9			D.-dif. haut. vr.	14	37	24.5		
Somme	125	22	13.2	l. sin.	9.911385	Somme	56	12	37.6	l. cos.	9.745187
Différence	38	12	13.4	l. sin.	9.791311	Différenee	26	57	48.6	l. cos.	9.950[illegible]
				Somme	19.702696					Somme	19.695209
Demi-dist. vraie	45	14	48.8	l. sin.	9.851348	Demi-dist. vraie	45	14	49.2	l. cos.	9.84[illegible]605
Distanee vraie	90	29	37.6			Distance vraie	90	29	38.4		
				Distance moyenne		90° 29' 38"					

4e *Série.* *Troisième méthode.*

Haut. appar. ☉	27°	20'	52"7	Haut. vr.	27° 19' 14"0
Haut. appar. ☾	59	5	8.6	Haut. vr.	59 33 17.1
Somme	86	26	1.3	Somme	86 52 31.1
Demi-somme	43	13	0.6	D.-som.	43 26 15.6
Demi-dist. app.	45	29	0.3		
				Diff. log.	19.994115
Somme	88	42	0.9	l. cos.	8.355700
Difference	2	15	59.7	l. cos.	9.999660
				Somme	38.349475
Arc auxiliaire	81	24	0.5	l. cos.	9.174737
D.-som. haut. vr.	43	26	15.6		
Somme	124	50	16.1	l. sin.	9.914223
Différence	37	57	45.0	l. sin.	9.788978
				Somme	19.703201
Demi-dist. vraie	45	16	49.6	l. sin.	9.851600
Distance vraie	90	33	39.2		

Quatrième méthode.

Haut. appar. ☉	27°	20'	52"7	Haut. vr.	27° 19' 14"0
Haut. appar. ☾	59	5	8.6	Haut. vr.	59 33 17.1
Différence	31	44	15.9	Différ.	32 14 3.1
Demi-differ.	15	52	7.9	D.-diff.	16 7 1.5
Demi-dist. app.	45	29	0.3		
				Diff. log.	19.994115
Somme	61	21	8.2	l. sin	9.943289
Différence	29	36	52.4	l. sin.	9.693870
				Somme	39.631274
Arc auxiliaire	40	51	2.1	l. sin.	9.815637
D.-dif. haut. vr.	16	7	1.5		
Somme	56	58	3.6	l. cos.	9.736486
Différence	24	44	0.6	l. cos.	9.958212
				Somme	19.694698
Demi-dist. vraie	45	16	49.6	l. cos.	9.847349
Distance vraie	90	33	39.2		

Distance moyenne 90° 33' 39"2

Détermination des heures T. M. de Paris correspondantes aux distances vraies.

		Distances vraies.	*Différences.*	4.033424	4.033424	4.033424	4.033424
Calculées		90° 9' 49"2	0° 12' 0"2	2.857453			
		90 25 28.7	0 27 39.3		3.220033		
		90 29 38.0	0 31 49.0			3.280806	
		90 33 39.2	0 35 50.2				3.332478
A	6h	89 57 49	1 27 3	6.282080	6.282080	6.282080	6.282080
A	9h	91 24 52					
				3.172957	3.535537	3.596310	3.647982
Heures T. M. de Paris				6h 24m 49s2	6h 57m 11s9	7h 5m 47s	7h 14m 6s1

Détermination de la latitude vraie par les troisième et quatrième distances vraies,
Méthode de la page 216.

Heures T. M. de Paris provenant des distances vraies	7h 5m 47s	7h 14m 6s1
Distances polaires du soleil	69° 18' 5"1	69° 18' 1"3
Distances polaires de la lune	74 51 13.1	74 52 53.5

Calcul de l'arc B.

Haut. ☉	28°	57'	35"4		
Haut. ☾	58	12	24.4	c. l. cos.	0.278309
Arc *A*	90	29	38.0	c. l. sin.	0.000016
Somme	177	39	37.8		
Demi-somme	88	49	48.9	l. cos.	8.310023
Différence	59	52	13.5	l. sin.	9.936962
					18.525310
Arc *B*	10	32	58.4	l. sin.	9.262655

Haut. ☉	27°	19'	14"		
Haut. ☾	59	33	17.1	c. l. cos.	0.295236
Arc *A*	90	33	39.2	c. l. sin.	0.000021
Somme	177	26	10.3		
Demi-somme	88	43	5.1	l. cos.	8.349701
Différence	61	23	51.1	l. sin.	9.943476
					18.588434
Arc *B*	11	21	17.9	l. sin.	9.294217

Calcul de l'arc C, *de l'arc* E *et de la latitude.*

Dist. polaire ☉	69°	18'	5"1		
Dist. polaire ☾	74	51	13.1	c. l. sin.	0.015355
Arc *A*	90	29	38.0	c. l. sin.	0.000016
Somme	234	38	56.2		
Demi-somme	117	19	28.1	l. sin.	9.948619
Différence	48	1	23.0	l. sin.	9.871231
					19.835221

Dist. polaire ☉	69°	18'	1"3		
Dist. polaire ☾	74	52	53.5	c. l. sin.	0.015298
Arc *A*	90	33	39.2	c. l. sin.	0.000021
Somme	234	44	34.0		
Demi-somme	117	22	17.0	l. sin.	9.948435
Différence	48	4	15.7	l. sin.	9.871558
					19.835311

			19.835221				19.835311
Arc *C*	34° 11' 16"3	l. cos.	9.917610	Arc *C*	34° 10' 44"6	l. cos.	9.917656
Arc *B*	10 32 58.4			Arc *B*	11 21 17.9		
C — B	23 38 17.9			*C — B*	22 49 26.7		
Moltiplié par	8			Moltiplié par	8		
Arc *E*	3h 9m 6s4		4.507239	Arc *E*	3h 2m 35s6		4.478472
Dist. polaire ☾	74° 51' 13"1	l. sin.	9.984645	Dist. pol. ☾	74° 52' 53"5	l. sin.	9.984702
Haut. ☾	58 12 24.4	l. cos.	9.721691	Haut. ☾	59 33 17.1	l. cos.	9.704764
		l.	4.213575			l.	4.167938
Décuple du nombre correspondant			163122	Décuple du nombre correspondant			147210
Somme	133 3 37.5	cos. ver.	269367	Somme	134 26 10.6	cos. ver.	285970
LATITUDE	34 32 56	cos. ver.	432889	LATITUDE	34 31 44	cos. ver.	433180

Latitude vraie moyenne 34° 32' 20"

Déterminations des heures des lieux et de leurs longitudes par la montre marine.

Hauteur vraie	39° 47' 53"4			Hauteur vraie	21° 29' 29"9		
Latitude	34 32 20.0	c. l. cos.	0.084209	Latitude	34 32 20.0	c. l. cos.	0.084209
Dist. polaire	69 18 29.6	c. l. sin.	0.028951	Dist. polaire	69 17 48.3	c. l. sin.	0.028951
		l. const.	5.301030			l. const.	5.301030
Somme	143 38 43.0			Somme	125 19 38.2		
Demi-somme	71 49 21.5	l. cos.	9.494098	Demi-somme	62 39 49.1	l. cos.	9.662015
Différence	32 1 28.1	l. sin.	9.724506	Différence	41 10 19.2	l. sin.	9.818438
		Tab. XXXVIII	4.632794			Tab. XXXVIII	4.894683
Heure T. V. du lieu			3h 40m 48s3	Heure T. V. du lieu			5h 10m 15s6
T. M. au midi vrai			+ 11 56 27.0	T. M. au midi vrai			+ 11 56 27.3
Temps moyen du lieu			3 37 15.3	Temps moyen du lieu			5 6 42.9
de Paris			6 12 56.6	de Paris			7 41 24.1
Longitude Ouest en temps			2 35 41.3	Longitude Ouest en temps			2 34 41.2
Longitude Ouest en degrés			38° 55' 19"	Longitude Ouest en degrés			38° 40' 18"

Détermination des heures T. M. des lieux et de leurs longitudes par les distances vraies.

Temps écoulé depuis la première observation jusqu'à la dernière 1h 28m 27s

Changement en longitude pendant ce temps 0 1 0

ce qui donne, pendant 1m, 0s,677

T. écoulés depuis la 1.re observ. jusqu'aux dist.	0h 11m 13s8	0h 43m 49s8	0h 52m 27s3	1h 0m 38s2
Changemens en longitude correspondans	+ 0 7.6	+ 0 29.7	+ 0 35.5	+ 0 41.0
T. M. du lieu de la première observation	3 37 15.3	3 37 15.3	3 37 15.3	3 37 15.3
T. M. des lieux des distances	3 48 36.7	4 21 34.8	4 30 18.1	4 38 34.5
T. M. de Paris correspondans aux distances	6 24 49.2	6 57 11.9	7 5 47.0	7 14 6.1
Longitude Ouest en temps	2 36 12.5	2 35 37.1	2 35 28.9	2 35 31.4
Longitude Ouest en degrés	39° 3' 7"	38° 54' 16"	38° 52' 13"	38° 52' 54"

Exemple 4. Le 25 Mai 1836 au matin, étant situé par 34° 55' de latitude Nord et par 37° 22' 30" de longitude Ouest, on a observé avec un cercle de réflexion deux séries de hauteurs du bord inférieur du soleil pour déterminer la longitude par la montre marine N.° 300 qui, à midi le 22 Avril 1836, avançait sur le T. M. de Paris de 0h 52m 30s, et dont la marche diurne était une avance de 4s,5

Les heures des observations ont été comptées sur une montre à secondes.

	1re *Série.*	2e *Série.*
Montre à secondes	1h 0m 5s	1h 1m 4s
	0 24	1 16
	0 41	1 25
	0 54	1 35
Arcs parcourus	164° 53' 20"	165° 32 40"

Élévation de l'œil 18 pieds.

Comparaison.	
N.° 300	11h 50m 0s
Montre	1 3 15
Avance	1 13 15

Après avoir fait une route qui a donné 2' au Sud et 41' 40" à l'Est, le soir du même jour on a observé six séries de distances du bord le plus voisin de la lune au bord le plus éloigné de Vénus; les heures correspondantes ont été prises à la même montre à secondes qui, comparée au N.° 300 au milieu du temps employé à prendre ces séries, avançait de 1h 13m 13s.

Première série	0h 40m 35s	Distance moyenne	71° 0' 45"
Deuxième	0 53 8		71 4 49
Troisième	1 4 58		71 8 45
Quatrième	1 16 8.5		71 12 30
Cinquième	1 26 56.7		71 15 32
Sixième	1 37 5		71 18 55

On demande la longitude par ces distances.

Détermination des heures T. M. de Paris, correspondantes aux hauteurs du soleil.

		1.re Série	2.e Série.
Montre à secondes	*sommes des heures*	4h 2m 4s	4h 5m 20s
Heures moyennes	*le quart*	1 0 31	1 1 20
Avance sur le N.° 300		− 1 13 15	− 1 13 15
Heures à la montre marine		11 47 16	11 48 5
Avance le 22 Avril à midi		− 0 52 30	− 0 52 30
du 22 Avril au 24 Mai, 4s,5 × 31		− 0 2 24	− 0 2 24
Heures approchées T. M de Paris		10 52 22	10 53 11
Avance de la montre depuis le midi du 24		− 0 0 4.3	− 0 0 4.3
Heures T. M. de Paris le 25 au matin		10 52 17.7	10 53 6.7
Distances polaires du soleil		68° 59' 50"7	68° 59' 50' 4

Détermination des hauteurs vraies du centre du soleil.

Arcs parcourus	*sommes des hauteurs*	164° 53' 20"	165° 32' 40"
Hauteurs moyennes du bord inférieur	*le quart*	41 13 20	41 23 10
Dépression pour 18 pieds		− 0 4 18	− 0 4 18
Réfraction − parallaxe		− 0 1 0	− 1 1 0
Demi-diamètre		+ 0 15 48.6	+ 0 15 48.6
Hauteurs vraies du centre	*sommes algébriques*	41 23 50.6	41 33 40.6

Calculs de l'heure T. M. du lieu et de la longitude par la montre marine.

Hauteur	41° 23' 50"6			Hauteur	41° 33' 40"6		
Latitude	34 55 0	c. l. cos.	0.086194	Latitude	34 55 0	c. l. cos.	0.086194
Dist. polaire	68 59 50.7	c. l. sin.	0.029856	Dist. polaire	68 59 50.4	c. l. sin.	0.029856
		l. const.	5.301030			l. const.	5.301030
Somme	145 18 41.3			Somme	145 28 31		
Demi-somme	72 39 20.6	l. cos.	9.474380	Demi-somme	72 44 15.5	l. cos.	9.472387
Différence	31 15 30	l. sin.	9.715082	Différence	31 10 34.9	l. sin.	9.714056
Tab. XXXVIII, argument inférieur			4.606542	Tab. XXXVIII, argument inférieur			4.603523
Heure T. V. du lieu			20h 26m 17s4	Heure T. V. du lieu			20h 27m 6s
T. M. au midi vrai			+ 11 56 36.0	T. M. au midi vrai			+ 11 56 36
T. M. du lieu le 24 Mai			20 22 53.4	T. M. du lieu le 24 Mai			20 23 42
T. M. de Paris			22 52 17.7	T. M. de Paris			22 53 11
Longitude Ouest	en temps		2 29 24.3	Longitude Ouest	en temps		2 29 29
	en degrés		37° 21' 4"5		en degrés		37° 22' 15"

Détermination des heures T. M. de Paris correspondantes aux six séries de distances et des élémens des calculs des hauteurs vraies de la lune et de Vénus.

Montre à sec.	0h 40m 35s	0h 53m 8s	1h 4m 58s	1h 16m 8s5	1h 26m 56s7	1h 37m 5s
Avance	− 1 13 13	− 1 13 13	− 1 13 13	− 1 13 13	− 1 13 13	− 1 13 13
N.° 300	11 27 22	11 39 55	11 51 45	0 2 55.5	0 13 43.7	0 23 52
Av. le 25 à midi	− 0 54 58.5	− 0 54 58.5	− 0 54 58.5	− 0 54 58.5	− 0 54 58.5	− 0 54 58.5
T. M. approché	10 32 23.5	10 44 56.5	10 56 46.5	11 7 57.0	11 18 45.2	11 28 53.5
Part. propor.	− 0 0 1.9	− 0 0 2.0	− 0 0 2.0	− 0 0 2.0	− 0 0 2.1	− 0 0 2.1
T. M. de Paris	10 32 21.6	10 44 54.5	10 56 44.5	11 7 55	11 18 43.1	11 28 51.4
Longitude O.	− 2 26 40	− 2 26 40	− 2 26 40	− 2 26 40	− 2 26 40	− 2 26 40
T. M. du lieu	8 5 41.6	8 18 14.5	8 30 4.5	8 41 15	8 52 3.1	9 2 11.4
Æ moy. du ☉	+ 4 12 21.5	+ 4 12 21.5	+ 4 12 21.5	+ 4 12 21.5	+ 4 12 21.5	+ 4 12 21.5
Tab. XCVIII	+ 0 1 43.0	+ 0 1 45.9	+ 0 1 47.9	+ 0 1 49.7	+ 0 1 51.5	+ 0 1 53.2
Æ du méridien	12 19 46.1	12 32 21.9	12 44 13.9	12 55 26.2	13 6 16.1	13 16 26.1
en degrés	184° 56' 31''2	188° 5' 28''8	191° 3' 28''2	193° 51' 33''0	196° 34' 1''2	199° 6' 30''6
Æ de la lune	182 28 25.7	182 34 40.5	182 40 30.0	182 46 58.8	182 52 21.5	182 47 24.4
Angle hor. ☾	2 28 5.5	5 30 48.3	8 22 58.2	11 4 34.2	13 41 39.7	16 19 6.2
en temps	0h 9m 52s4	0h 22m 3s2	0h 33m 31s9	0h 44m 18s3	0h 54m 46s7	1h 5m 16s7
Æ de Vénus	7 26 37.9	7 26 39.8	7 26 41.6	7 26 43.4	7 26 45.0	7 26 46.6
Angle hor. Vénus	4 53 8.2	5 5 42.1	5 17 32.3	5 28 42.8	5 39 31.1	5 49 39.4
Déclin. de ☾ B.	3° 16' 17''	3° 13' 8''3	3° 10' 10''5	3° 7' 22''3	3° 4' 39''9	3° 2' 7''4
Dec. de Vénus B.	24 53 10.2	24 53 4.4	24 52 59	24 52 54	24 52 49	24 52 44

Calculs des hauteurs vraies de la lune. Méthode page 175.

Angle hor. ☾	0h 9m 52s4	1.96698	0h 22m 3s2	2.66522	0h 33m 31s9	3.02874
Déclinaison B.	3° 16' 17''		3° 13' 8''		3° 10' 10''5	
Latitude B.	34 53 0	9.91325	34 53 0	9.91327	34 53 0	9.91329
		1.88023		2.57849		2.94203
Nombre A		72		A 378		A 873
Latit. − déclin.	31 37	B 85157	31 40	B 85112	31 43	B 85066
Haut. vraie	58 18	B − A 85085	H. 57 55	B − A 84734	H. 57 20	B − A 84193
Angle hor. ☾	0h 44m 18s3	3.27015	0h 54m 46s7	3.45376	1h 5m 16s7	3.60520
Déclinaison B.	3° 7' 22''		3° 4' 40''		3° 2' 7''	
Latitude B.	34 53 0	9.91331	34 53 0	9.91333	34 53 0	9.91335
		3.18346		3.36709		3.51855
Nombre A		1513		A 2327		A 3286
Latit. − déclin.	31 46	B 85020	31 48	B 84989	31 51	B 84943
Haut. vraie	56 38	B − A 83507	H. 55 46	B − A 82662	H. 54 44	B − A 81657

Calculs des hauteurs vraies de Vénus.

Angle hor. Vénus	4h 53m 8s2	4.85269	5h 5m 42s1	4.88382	5h 17m 32s3	4.91157
Déclinaison B.	24° 53'		24° 53'		24° 53'	
Latitude B.	34 53	9.87165	34 53	9.87165	34 53	9.87165
		4.72434		4.75547		4.78322
Nombre A		53007		A 56952		A 60707
Latit. − déclin.	10 0	B 98481		B 98481		B 98481
Haut. vraie	27 3	B − A 45474	H. 24 32	41529	H. 22 12	37774

Angle hor. Vénus	5h 28m 43s		4.93648	5h 39m 31s		4.95939	5h 49m 39s	4.97994
Déclinaison B.	24° 53'		9.87165	24° 53'		9.87165	24° 53'	9.87165
Latitude B.	34 53			34 53			34 53	
			4.80813			4.83104		4.85159
Nombre A			64288		A	67773	A	71053
Latit. − déclin.	10 0	B	98481		B	98481	B	98481
Haut. vraie	20 0	B − A	34193	H. 17 53	B − A	30708	H. 15 56 B − A	27428

Hauteurs apparentes de la lune.

Parall. équator.	0° 57' 45"9	0° 57' 46"4	0° 57' 46"8	0° 57' 47"2	0° 57' 47"7	0° 57' 48"1
Dimin. p. la latit.	− 0 3.8	− 0 3.8	− 0 3.8	− 0 3.8	− 0 3.8	− 0 3.8
Parall. horizont.	0 57 42.1	0 57 42.6	0 57 43.0	0 57 43.4	0 57 43.9	0 57 44.3
Haut. vraies	58° 18' 0"	57° 55' 0"	57° 20' 0"	56° 38' 0"	55° 46' 0"	54° 44' 0"
Paral. − réfrac.	− 30 9	− 30 30	− 30 58	− 31 32	− 32 15	− 33 6
Haut. appar. ☾	57 47 51	57 24 30	56 49 2	56 6 28	55 13 45	54 10 54

Hauteurs apparentes de Vénus. Paral. hor. 13",6 Demi-diam. 12",4.

Haut. vraies	27° 3' 0"	24° 32' 0"	22° 12' 0"	20° 0' 0"	17° 53' 0"	15° 56' 0"
Paral. en haut.	− 0 12.1	− 0 12.3	− 0 12.6	− 0 12.8	− 0 12.9	− 0 13.1
Réfraction	+ 1 57.3	+ 2 9.8	+ 2 21.8	+ 2 39.0	+ 2 58.4	+ 3 21.3
Haut. ap. Vénus	27 4 41.6	24 33 57.5	22 14 9.2	20 2 26.2	17 55 45.5	15 59 8.2

Distances apparentes des centres.

Dist. observ.	71° 0' 45"	71° 4' 49"	71° 8' 45"	71° 12' 30"	71° 15' 32"	71° 18' 55"
Demi diam. ☾	+ 15 44.5	+ 15 44.6	+ 15 44.7	+ 15 44.8	+ 15 44.9	+ 15 45.0
Augmentation	+ 0 13.5	+ 0 13.4	+ 0 13.3	+ 0 13.1	+ 0 13.0	+ 0 12.9
Demi-dia. Vénus	− 0 12.4	− 0 12.4	− 0 12.4	− 0 12.4	− 0 12.4	− 0 12.4
Dist. apparentes	71 16 30.6	71 20 34.6	71 24 30.6	71 28 15.5	71 31 17.5	71 34 40.5
Demi-distances	35 38 15.3	45 40 17.3	35 42 15.3	35 44 7.7	35 45 38.7	35 47 20.2

Calculs des distances vraies.

Première Série.	*Méthode 5e*				*Méthode 6e*		
H. appar. Vénus	27° 4' 41'6	H. vraie	27° 3' 0"	H. eppar. Vénus	27° 4' 41"6	H. vraie	27° 3' 0"
H. eppar. ☾	57 47 51	H. vraie	58 18 0	H. eppar. ☾	57 47 51	H. vraie	58 18 0
Somme	84 52 32.6	Somme	85 21 0	Différence	30 43 9.4	Differ.	31 15 0
Demi-somme	42 26 16.3	D.-som.	42 40 30	Demi-differ.	15 21 34.7	D.-diff.	15 37 30
Demi-distance	35 38 15.3			Demi-distance	35 38 15.3		
		Diff. log.	19.994003			Diff. log.	19.994003
Somme	78 4 31.6	l. cos.	9.315179	Somme	50 59 50.0	l. sin.	9.890485
Différence	6 48 1.0	l. cos.	9.996934	Différence	20 16 40.6	l. sin.	9.539797
		Somme	39.306116			Somme	39.424285
		L D.-som.	19.653058			*L* D.-som.	19.712143
D.-som. haut. vr.	42 40 30	l. cos. −	9.866412	D.-dif. haut. vr.	15 37 30	l. sin. −	9.430301
Angle auxil.	37 43 24.7	l. sin.	9.786646	Angle auxil.	62 24 32.5	l. tang.	10.281842
		L	19.653058			*L*	19.712143
		l. tan. −	9.888485			l. sin. −	9.947569
Demi-dist.	35 33 29.8	l. sin.	9.764573	Demi-dist.	35 33 30	l. sin.	9.764574
Distance vraie	71 6 59.6			Distance vraie	71 7 0		

Distance vraie moyenne 71° 6' 59"8

Seconde Série.

Méthode 7e

H. appar. Vénus	24°	33'	57"5	H. vraie	24°	32'	0"
H. appar. ☾	57	24	30	H. vraie	57	55	0
Somme	81	58	27.5	Somme	82	27	0
Demi-somme	40	59	13.7				
Demi-dist. app.	35	40	17.3	l. const.			6.301030
				Diff. log.			19.994029
Somme	76	39	31.0	l. cos.			9.363147
Différence	5	18	56.4	l. cos.			9.998128
				Tab. XXVII			5.656334
				Nomb. correspondant —			453246
Somme haut. vr.	82	27	0	Susin. ver.			1.131391
Distance vraie	71	13	29.4	Sinus ver.			678145

Méthode 8e

H. appar. Vénus	24°	33'	57"5	H. vraie	24°	32'	0"
H. appar. ☾	57	24	30	H. vraie	57	55	0
Différence	32	50	32.5	Différ.	33	23	0
Demi-différ.	16	25	16.2				
Demi-distance	35	40	17.3	l. const.			6.301030
				Diff. log.			19.994029
Somme	52	5	33.5	l. sin.			9.897080
Différence	19	15	1.1	l. sin.			9.518113
				Tab. XXVII			5.710252
				Nomb. correspondant —			513159
Différ. haut. vr.	33	23	0	Sinus ver.			164992
Distance vraie	71	13	30.6	Sinus ver.			678151

Distance moyenne vraie 71° 13' 30"

Troisieme Série.

Méthode 7e

H. appar. Vénus	22°	14'	9"2	H. vraie	22°	12'	0"
H. appar. ☾	56	49	2.0	H. vraie	57	20	0
Somme	79	3	11.2	Somme	79	32	0
Demi-somme	39	31	35.6				
Demi-dist. app.	35	42	15.3	l. const.			6.301030
				Diff. log.			19.994069
Somme	75	13	50.9	l. cos.			9.406414
Différence	3	49	20.3	l. cos.			9.999033
				Tab. XXVII			5.700546
				Nomb. correspondant —			501818
Somme haut. vr.	79	32	0	Susin. ver.			1.181664
Distance vraie	71	19	40	Sinus ver.			679846

Méthode 8e

H. appar. Vénus	22°	14'	9"2	H. vraie	22°	12'	0"
H. appar. ☾	56	49	2.0	H. vraie	57	20	0
Différence	34	34	52.8	Différ.	35	8	0
Demi-différ.	17	17	26.4				
Demi-dist. app.	35	42	15.3	l. const.			6.301030
				Diff. log.			19.994069
Somme	52	59	41.7	l. sin.			9.902320
Différence	18	24	48.9	l. sin.			9.499514
				Tab. XXVII			5.696933
				Nomb. correspondant			497660
Différ. haut. vr.	35	8	0	Sinus ver.			182185
Distance vraie	71	19	40	Sinus ver.			679845

Distance moyenne vraie 71° 19' 40"

Quatrieme Série.

Méthode 7e

H. appar. Vénus	20°	2'	26"2	H. vraie	20°	0'	0"
H. appar. ☾	56	6	28	H. vraie	56	38	0
Somme	76	8	54.2	Somme	76	38	0
Demi-somme	38	4	27.1				
Demi-dist. app.	35	44	7.7	l. const.			6.301030
				Diff. log.			19.994121
Somme	73	48	34.8	l. cos.			9.445338
Différence	2	20	19.4	l. cos.			9.999638
				Tab. XXVII			5.740127
				Nomb. correspondant —			549702
Somme haut. vr.	76	38	0	Susin. ver.			1.231182
Distance vraie	71	25	36	Sinus ver.			681480

Méthode 8e

H. appar. Vénus	20°	2'	26"2	H. vraie	20°	0'	0"
H. appar. ☾	56	6	28.0	H. vraie	56	38	0
Différence	36	4	1.8	Différ.	36	38	0
Demi-différ.	18	2	0.9				
Demi-dist. app.	35	44	7.7	l. const.			6.301030
				Diff. log.			19.994121
Somme	53	46	8.6	l. sin.			9.906681
Différence	17	42	6.8	l. sin.			9.482966
				Tab. XXVII			5.684798
				Nomb. correspondant			483947
Différ. haut. vr.	36	38	0	Sinus ver.			197530
Distance vraie	71	25	35	Sinus ver.			681477

Distance moyenne vraie 71° 25' 35"5

Cinquieme Série.

Méthode 7e

H. appar. Vénus	17°	55'	45"5	H. vraie	17°	53'	0"
H. appar. ☾	55	13	45.0	H. vraie	55	46	0
Somme	73	9	30.5	Somme	73	39	0
Demi-somme	36	34	45.2				

Méthode 8e

H. appar. Vénus	17°	55'	45"5	H. vraie	17°	53'	0"
H. appar. ☾	55	13	45.0	H. vraie	55	46	0
Différence	37	17	59.5	Différ.	37	53	0
Demi-différ.	18	38	59.7				

Demi-somme	36°	34'	45"2		
Demi-dist. app.	35	45	38.7	l. const.	6.301030
				Diff. log.	19.994182
Somme	72	20	23.9	l. cos.	9.481970
Différence	0	49	6.5	l. cos.	9.999956
				Tab. XXVII	5.777138
				Nomb. correspondant −	598602
Somme haut. vr.	73	39	9	Susin. ver.	1.281504
Distance vraie	71	30	45	Sinus ver.	682902

Demi-différ.	18°	38'	59"7		
Demi-dist. app.	35	45	38.7	l. const.	6.301030
				Diff. log.	19.994182
Somme	54	24	38.4	l. sin.	9.910202
Différence	17	6	39	l. sin.	9.468674
				Tab. XXVII	5.674088
				Nomb. correspondant	472159
Différ. haut. vr.	37	53	0	Sinus ver.	210737
Distance vraie	71	30	44	Sinus ver.	682896

Distance moyenne vraie 71° 30' 44"5

Sixieme Série.

Méthode 7e

H. appar. Vénus	15°	59'	8"2	H. vraie	15° 56' 0"
H. appar. ☾	54	10	54.0	H. vraie	54 44 0
Somme	70	10	2.2	Somme	70 40 0
Demi-somme	35	5	1.2		
Demi-dist. app.	35	47	20.2	l. const.	6.301030
				Diff. log.	19.994260
Somme	70	52	21.3	l. cos.	9.515437
Différence	0	42	19.1	l. cos.	9.999967
				Tab. XXVII	5.810694
				Nomb. correspondant −	646687
Somme haut. vr.	70	40	0	Susin. ver.	1.331063
Distance vraie	71	36	5	Sinus ver.	684376

Méthode 8e

H. appar. Vénus	15°	59'	8"2	H. vraie	15° 56' 0"
H. appar. ☾	54	10	54.0	H. vraie	54 44 0
Différence	38	11	45.8	Différ.	38 48 0
Demi-différ.	19	5	52.9		
Demi-dist. app.	35	47	20.2	l. const.	6.301030
				Diff. log.	19.994260
Somme	54	53	13.1	l. sin.	9.912763
Différence	16	41	27.3	l. sin.	9.458197
				Tab. XXVII	5.666250
				Nomb. correspondant	463715
Différ. haut. vr.	38	48	0	Sinus ver.	220662
Distance vraie	71	36	5	Sinus ver.	684377

Distance moyenne vraie 71° 36' 5"

Détermination des heures T. M. de Paris et des longitudes correspondantes aux distances vraies.

Connaissance des Temps { Le 25 à 9h 70° 19' 8" *différence* 1° 34' 4" log. 3h 4.033424
à 12 71 53 12 c. log. 6.248413

Logarithme à ajouter à ceux des différences 0.281837

	Distances calculées	*Différences.*	*Log. différ.*	*Log. interv.*	*Intervalles.*
Distances calculées	71° 7' 0"0	0° 47' 52"0	3.458184	3.740021	1h 31m 25s7
	71 13 30.0	0 54 22.0	3.513484	3.795321	1 44 2.0
	71 19 40.0	1 0 32.0	3.560146	3.841983	1 55 50.0
	71 25 35.5	1 6 25.5	3.600701	3.882538	2 7 10.2
	71 30 44.5	1 11 36.5	3.633115	3.914952	2 17 1.5
	71 36 5.0	1 16 57.0	3.664360	3.946197	2 27 14.8

T. M. de Paris	10h 31m 25s7	10h 44m 2s0	10h 55m 50s0	11h 7m 10s2	11h 17m 1s5	11h 27m 14s8
T. M. du lieu	8 5 41.6	8 18 14.5	8 30 4.5	8 41 15.0	8 52 3.1	9 2 11.4
Longitude	2 25 44.1	2 25 47.5	2 25 45.5	2 25 55.2	2 24 58.4	2 25 3.4
	36° 26' 1"2	36° 26' 52"	36° 26' 22"2	36° 28' 48"	36° 14' 36"	36° 15' 51"

Calculs des six séries précédentes par la première méthode.

1.re *Série.* Parall. horiz. de Vénus 13"6

Haut. appar. Vénus	27°	5'	0"	Tab. XLIV	*A*	1.898		Tab. XLVII	*D* −	0.863
Parallaxe horis. ☾		57	42	on	*P*	57.700	} *F* 56.552	L arg. sup.	*H*	47.853
Hauteur apparente ☾	57	48	0	XLIV	*A* −	1.148				
Parallaxe − réfract. +		30	0					XLVI	*C*	0.131
				Tab. L						
Hauteur vraie ☾	58	18	0	et *A* arg. sup.	*E*	1.615			*I*	47.121
Haut. appar. Vénus	27	5	0	*F* sup.	*G* −	25.748				
Distance apparente	71	16	30.6	*I* inf.	*K*	15.133				
Demi *y*	−	4	45.0							
				som. alg. − 9.000 et dist. app.				L	*y* −	9.500
Distance corrigée	71	11	45.6	et *som. alg.*				L	*y'* −	9.507

Distance vraie 71 16 30.6 − 9' 30",4 = 71° 7' 0",2

2.e *Série.*

Haut. appar. Vénus	24° 34' 0''	Tab. XLIV	A	2.097	Tab.	XLVII	D − 0.871
Paralllaxe horiz. ☾	57 42.6	ou	P	57.710 }	F 56 558		
Hauteur apparente ☾	57 25 0	XLIV A	−	1.152 }		L arg. sup.	H 47.656
Parallaxe — réfract.	+ 30 0						
		Tab. L				XLVI	C 0.131
Hauteur vraie ☾	57 55 0	et A	arg. sup. E	1.777			
Haut. appar. Vénus	24 34 0	F	sup. G −	23.514			I 46.916
Distance apparente	71 20 34.6	I	inf. K	15.008			
Demi y	− 3 36.2						
		som. alg.		6.729	et dist. app.	L	y − 7.208
Distance corrigée	71 16 58.4	et som. alg.				L	y' − 7.094
Distance vraie	71 20 34.6	− 7' 5'',6 = 71° 13' 29''0					

3.e *Série.*

Haut. appar. Vénus	22° 14' 0''	Tab. XLIV	A	2.322	Tab.	XLVII	D − 0.877
Parallaxe horiz. ☾	57 43	ou	P	57.717 }	F 56.557		
Hauteur appaente ☾	56 49 0	XLIV	A −	1.160 }		L arg. sup.	H 47.334
Parallaxe — réfract.	+ 31 0						
		Tab. L				XLVI	C 0.140
Hauteur vraie ☾	57 20 0	et A	arg. sup. E	1.955			
Haut. appar. Venus	22 14 0	F	sup. G −	21.400			I 46.597
Distance apparenta	71 24 30.6	I	inf. K	14.856			
Demi y	− 2 25						
		som. alg.		4.589	et dist. app.	L	y − 4.842
Distance corrigée	71 22 5	et som. alg.				L	y' − 4.843
Distance vraie	71 24 30.6	− 4' 50'',6 = 71° 19' 40'',0					

4.a *Série.*

Haut. appar. Vénus	20° 2' 0''	Tab. XLIV	A	2.586	Tab.	XLVII	D − 0.884
Parallaxe horiz. ☾	57 43.4	ou	P	57.723 }	F 56.554		
Hauteur apparente ☾	56 7 0		A −	1.169 }		L arg. sup.	H 46.950
Parallaxe — réfract.	+ 31 0						
		T. L				XLVI	C 0.140
Hauteur vraie ☾	56 38 0	et A	arg. sup. E	2.160			
Haut. appar. Vénus	20 2 0	F	sup. G −	19.374			I 46.206
Distance apparente	71 28 15.5	I	inf. K	14.686			
Demi y	− 1 20						
		som. alg. −		2.528	et dist. app.	L	y − 2.666
Distance corrigée	71 26 55	som. alg.				L	y' − 2.666
Distance vraie	71 28 15.5	− 2' 40'' = 71° 25' 35'',5					

5.e *Série.*

Haut. appar. Vénus	17° 56' 0''	Tab. XLIV	A	2.898	Tab.	XLVII	D − 0.891
Parallaxe horiz. ☾	0 57 43.9	ou	P	57.732 }	F 56.550		
Hauteur apparente ☾	55 14 0		A −	1.182 }		L arg. sup.	H 46.455
Parallaxe — réfract.	+ 32 0						
		Tab. L				XLVI	C 0.149
Hauteur vraie ☾	55 46 0	et A	arg. sup. E	2.405			
Haut. appar. Vénus	17 56 0	F	sup. G −	17.412			I 45.713
Distance apparente	71 31 17.5	I	inf. K	14.493			
Demi y	− 0 16.2						
		som. alg. −		0.514	et dist. app.	L arg. sup.	y − 0.542
Distance corrigée	71 31 1.3	som. alg.				L	y' − 0.542
Distance vraie	71 31 17.5	− 0' 32'',5 = 71° 30' 45'',0					

6.e *Série.*

Haut. appar. Vénus	15°	59'	0''	Tab. XLIV	*A*	3.255	Tab.	XLVII	*D* −	0.894
Parallaxe horiz. ☾	0	57	44.3	ou	*P*	57.738	*F* 56.541	L arg. sup.	*H*	45.849
Haut. appar. ☾	54	11	0		*A* −	1.197				
Parallaxe — refract.	+	33	0						*C*	0.158
				Tab. L						
Hauteur vraie ☾	54	44	0	et *A* arg. sup.	*E*	2.658			*I*	45.113
Haut. appar. Vénus	15	59	0	*F*	*G* −	15.569				
Distance apparente	71	34	40.5	*I*	*K*	14.266				
Demi *y*	+		42.8							
					som. alg. +	1.355	et dist. app.	L	*y* +	1.428
Distance corrigée	71	35	23.3		*som. alg.*			L	*y'* +	1.428
Distance vraie	71	34	40.5	+ 1' 25'',6 = 71° 36' 6'',1						

Les observations contenues dans les exemples que nous avons donnés depuis la page 232, ne sont point fictives; elles sont extraites littéralement du journal contenant les travaux astronomiques exécutés à bord de la corvette l'Ariane, depuis son départ de Toulon en Mars 1834, jusqu'à son retour à Brest en Juin 1836, durée de son voyage aux mers du Sud. Dans cette longue navigation, les erreurs inévitables de l'*estime* y ont été comme impossibles, parce que la multiplicité des applications de l'astronomie nautique, tout en les rendant sensibles à l'instant, fournissaient les moyens de les faire disparaître.

Dans la plus grande partie de ces exemples, nous avons déterminé chaque distance vraie par deux et même par trois méthodes différentes, afin de faire remarquer que toutes ces méthodes avaient la même exactitude, lorsque la préparation du calcul avait été faite avec le même soin, et que si des erreurs s'étaient glissées dans cette préparation, elles altéraient généralement, en sens contraire (voyez les calculs de la page 239), les résultats des couples formées par

la troisième et la quatrième méthode;
la cinquième et la sixième;
la septième et la huitième;
la neuvième et la dixième.

Cet éveil, donné aux calculateurs éclairés, leur suffira pour apercevoir tout le parti qu'ils peuvent tirer des méthodes données.

Remarque 1. Nous avons dit, page 228, que la somme des quantités apparentes ne pouvait pas surpasser 180°, si cependant l'excès n'était que de 1 à 2 minutes, on pourra encore supposer que dans ce cas, les arcs qui mesurent les hauteurs et l'arc qui mesure la distance se confondent, et alors corriger la distance apparente comme si cette somme égalait son maximum, c'est-à-dire 180°; cela se réduit à déterminer les hauteurs vraies des deux astres et à prendre le supplément de leur somme pour obtenir la distance vraie.

Exemple. Le 3 Juin 1836, étant en mer, on a observé une série de six distances des bords les plus voisins de la lune au soleil, et l'on s'est procuré les hauteurs de ces deux astres; ces observations ont donné pour distance apparente des centres 118° 59' 48'', et pour hauteurs apparentes et correspondantes des centres, pour le soleil 40° 31' 34'' et pour la lune 20° 28' 38'', la parallaxe horizontale de la lune était de 59' 15'',7, on demande la distance vraie.

Hauteur apparente du soleil	40°	31'	34''	Hauteur vraie ☉	40°	30'	33''
Hauteur apparente de la lune	20	28	38	Hauteur vraie ☾	21	21	44
Distance apparente	118	59	48				
Somme	180	0	0	*Somme*	61	52	17
Distance vraie				*Supplément*	118	7	42

Supposons maintenant que les observations des hauteurs aient donné les résultats suivans:

Hauteur apparente du soleil	40°	32'	0''	Hauteur vraie ☉	40°	30'	33''
Hauteur apparente de la lune	20	30	0		21	21	45
Distance apparente	118	59	48				
Somme	180	1	48	*Somme*	61	52	18
Distance vraie				*Supplément*	118	7	42

Remarque 2. Lorsque la somme des quantités apparentes ne diffère de 180° que d'une quantité qui ne surpasse pas 3°, la distance vraie pourra s'obtenir avec une exactitude suffisante par la règle suivante.

Retranchez la somme des quantités apparentes de 180°, et nommez le reste *A*.

Augmentez la somme des hauteurs apparentes ainsi que celle des hauteurs vraies de demi *A*, et nommez les résultats *B* et *C*.

Cela posé, à la différence logarithmique donnée par la Table CV, ajoutez le logarithme de *A* pris dans la Table XXVII, le logarithme sinus de *B* et le complément arithmétique du logarithme sinus de *C*; la somme de ces quatre logarithmes, diminuée des dizaines, sera celui d'un nombre de degrés donné par la Table XXVII, vous ajouterez ce nombre de degrés à la somme des hauteurs vraies, et le supplément du résultat de cette addition, vous donnera la distance vraie.

Application de cette règle aux exemples des pages 239 et 240.

Haut. appar. ☉	28°	59'	7"8	Haut. vr.	28°	57'	35"4
Haut. appar. ☾	57	43	8.8	Haut. vr.	58	12	24.4
Dist. appar.	90	55	25.4	Demi-*A*	1	11	9
Somme	177	37	42.0	*C*	88	21	8.8
A supplé.	2	22	18				
Demi-*A*	1	11	9	Diff. log.			19.994203
Nombre *B*	87	53	25.6	l. sin.			9.999706
		C		c. l. sin.			0.000180
		A		l.			3.931356
	2	20	22.6	l.			3.925445
S. H. vraie	87	9	59.8				
Somme	89	30	22.4				
Dist. vraie	90	29	37.6				

Haut. appar. ☉	27°	20'	52"7	Haut. vr.	27°	19'	14"0
Haut. appar. ☾	59	5	8.6	Haut. vr.	59	33	17.1
Dist. appar.	90	58	0.6	Demi-*A*	1	17	59
Somme	177	24	1.9	*C*	88	10	30.1
A supplé.	2	35	58.1				
Demi-*A*	1	17	59	Diff. log.			19.994115
Nombre *B*	87	44	0.3	l. sin.			9.999660
		C		c. l. sin.			0.000220
		A		l.			3.971188
	2	33	49.6				3.965183
S. H. vraie	86	52	31.1				
Somme	89	26	20.7				
Dist. vraie	90	33	39.3				

Remarque 3. Jusqu'à présent nous avons négligé des corrections indiquées par la théorie, provenant de trois causes différentes, parce qu'on s'est assuré qu'il n'y avait jamais à craindre de leur réunion une somme d'erreurs dont le maximum ne produisait qu'environ 30' sur la longitude, et qu'en lui ajoutant celles des observations et des données, le résultat final, c'est-à-dire la longitude cherchée se trouvait obtenue à moins de 40' de degré.

Cependant, comme il peut se présenter des cas particuliers où il est nécessaire de diminuer cette erreur possible, tel que celui dans lequel il s'agit de fixer la position d'un point; nous allons indiquer ces causes d'erreurs, ainsi que les moyens employés pour les corriger.

1. Lorsqu'on a obtenu la distance vraie, nous avons vu que l'on cherchait dans la *Connaissance des Temps* les deux distances entre lesquelles se trouvait la distance vraie calculée, et qu'ensuite l'on déterminait par une simple proportion la quantité qu'il fallait ajouter à l'heure de la première distance donnée par les Tables, pour obtenir l'heure de Paris correspondante à cette distance calculée: puis, que la différence entre cette heure et l'heure du lieu de l'observation donnait la longitude.

Cette proportion ou règle de trois suppose que dans l'intervalle de trois heures le mouvement relatif des deux astres est uniforme, et cette supposition donne généralement avec assez d'exactitude l'heure de Paris; néanmoins, dans les circonstances les plus défavorables, l'erreur qu'elle peut occasionner sur la longitude, peut aller jusqu'à près de 20'; ces circonstances répondent aux cas dans lesquels les différences premières sont petites tandis que les différences secondes sont grandes; et qu'en même temps l'heure correspondante à la distance vraie calculée répond vers le milieu de l'intervalle de temps entre les distances données par les éphémérides; pour éviter cette erreur, il faudra corriger l'heure de Paris correspondante à la distance vraie calculée, soit par la méthode du Problème V, page 110, ou d'une manière plus simple, par la règle suivante.

1. Déterminez l'intervalle de temps approché par la règle donnée à la page 230.

2. Prenez dans la Connaissance des Temps la différence pour 3^h, des deux distances entre lesquelles se trouve comprise la distance vraie calculée, puis la différence pour 3^h qui suit la précédente. Cela posé, cherchez dans la Table XXVII les logarithmes de ces deux différences et retranchez le plus petit de ces logarithmes du plus grand, vous obtiendrez un reste qui sera exprimé par six chiffres décimaux et dont vous supprimerez les deux derniers, c'est-à-dire que vous réduirez ce reste à n'être exprimé qu'en dix-millièmes.

CORRECTION à faire à l'heure T. M. de Paris, correspondante à une distance lunaire, en ayant égard aux différences secondes.

Intervalle.	Différence entre les logarithmes de deux différences pour trois heures.																								Intervalle.
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	
h. m.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	h. m.
0 0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3 0
5	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	55
10	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	50
15	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	5	45
20	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6	40
25	0	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	35
0 30	0	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8	8	2 30
35	0	1	1	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8	9	9	9	25
40	0	1	1	2	2	3	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	9	9	10	10	10	20
45	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	8	9	9	10	10	11	11	15
50	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	10
55	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	5
1 0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	6	6	7	7	8	8	9	10	10	11	11	12	13	13	13	2 0
5	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13	14	55
10	1	1	2	2	3	4	4	5	5	6	7	7	8	8	9	10	10	11	11	12	13	13	14	14	50
15	1	1	2	2	3	4	4	5	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13	14	15	45
20	1	1	2	2	3	4	4	5	6	6	7	7	8	9	9	10	11	11	12	12	13	14	14	15	40
25	1	1	2	3	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	11	11	12	13	13	14	14	15	35
1 30	1	1	2	[illegible]	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	11	11	12	13	13	14	14	15	1 30

Intervalle.	Différence entre les logarithmes de deux différences pour trois heures.																								Intervalle.
	50	52	54	56	58	60	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96	
h. m.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	s.	h. m.
0 0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3 0
5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	55
10	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6	6	50
15	5	5	5	5	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	9	9	9	9	45
20	6	6	7	7	7	7	8	8	8	8	9	9	9	9	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12	40
25	7	8	8	8	9	9	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12	13	13	13	13	14	14	14	14	35
0 30	9	9	9	10	10	10	11	11	11	12	12	13	13	13	14	14	14	15	15	15	16	16	16	17	2 30
35	10	10	11	11	11	12	12	13	13	13	14	14	15	15	15	16	16	17	17	17	18	18	19	19	25
40	11	11	12	12	13	13	13	14	14	15	15	16	16	17	17	17	18	18	19	19	20	20	20	21	20
45	12	12	13	13	14	14	15	15	16	16	17	17	17	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	15
50	13	13	14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23	24	24	10
55	13	14	14	15	15	16	17	17	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23	24	25	25	26	5
1 0	14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	20	20	21	21	22	22	23	23	24	25	25	26	26	27	2 0
5	14	15	16	16	16	17	18	19	19	20	20	21	21	22	23	23	24	24	25	26	26	27	27	28	55
10	15	16	16	17	17	18	19	19	20	20	21	22	22	23	23	24	25	25	26	26	27	28	28	29	50
15	15	16	17	17	17	18	19	20	20	21	21	22	23	23	24	24	25	26	26	27	28	28	29	29	45
20	16	16	17	17	17	19	19	20	20	21	22	22	23	24	24	25	25	26	27	27	28	29	29	30	40
25	16	16	17	18	18	19	19	20	21	21	22	23	23	24	24	25	26	26	27	28	28	29	29	30	35
1 30	16	16	17	18	18	19	19	20	21	21	22	23	23	24	25	25	26	26	27	28	28	29	30	30	1 30

3. Avec l'intervalle de temps approché, pris dans la première ou dans la dernière colonne de la Table ci-dessus et le nombre de dix-millième du reste, placé dans la ligne supérieure de la Table, vous trouverez la correction demandée.

4. Si les différences pour 3^h vont en augmentant, *ajoutez* la correction à l'intervalle approché, mais si elles vont en diminuant, *retranchez* cette correction, dans l'un ou l'autre cas vous obtiendrez l'intervalle corrigée qui vous donnera le T. M. de Paris avec exactitude.

S'il arrivait que le nombre des dix-millièmes du reste surpasse 96, limite supérieure de la Table, il faudrait n'y entrer qu'avec sa moitié ou son tiers, mais alors ayant trouvé d'abord une première correction, il faudrait ensuite la doubler ou la tripler pour obtenir la correction cherchée.

Exemple 1. Le 19 Janvier 1836, la distance vraie de la lune au soleil a été trouvée de 76° 44' 45", on demande l'heure T. M. de Paris correspondante.

	Distances vraies.	*Différences.*	4.033424
Calculée	76° 44' 45"		
A 15h	77 28 32	0° 43' 47"	3.419460
18h	76 1 6	1 27 26	6.280172
Intervalle approché		1h 30m 8s	3.733056
Différences des Tables		1° 27' 26"	3.719828
		1 27 48	3.721646
		Différence	0.001818

En entrant dans la Table précédente avec cette différence 18 et l'intervalle approché 1h 30m, on trouvera 6s pour correction, qui seront *additives*, parce que les différences des Tables vont en augmentant.

Dans cet exemple, l'omission de cette correction ne donnerait qu'une erreur de 1' 30" sur la longitude.

Exemple 2. Le 9 Mars 1836, la distance vraie de la lune à α de l'Aigle a été trouvée de 50° 10' 54", on demande l'heure T. M. de Paris.

	Distances vraies.	*Différences.*	4.033424
Calculée	50° 10' 54"		
A 18h	50 48 22	0° 37' 28"	3.351796
21h	49 35 35	1 12 47	6.359817
Intervalle approché		1h 32m 39s5	3.745037
Différences des Tables		1° 12' 47"	3.640183
		1 11 17	3.631139
		Différence	0.009044

En entrant dans la Table précédente avec cette différence 90 et l'intervalle approché 1h 33m, on trouvera 28s pour correction, qui seront *soustractives*, parce que les différences des Tables vont en diminuant.

Dans cet exemple l'omission de cette correction donnerait une erreur de 7' sur la longitude.

Nous avons dit que le défaut de cette correction pouvait produire une erreur de près de 20' sur la longitude ; en effet, quoique la *Connaissance des Temps* ne donne point des distances lunaires quand les différences secondes sont très-grandes (dans le second des exemples précédens elles ne montaient qu'à 1' 30") ; il est évident que ces cas peuvent se présenter, nous ne donnerons que le suivant.

Exemple 3. Le 2 Novembre 1838, étant en mer, on a trouvé que la distance vraie de la lune à Aldébaran était de 17° 25' 35" ; n'ayant point la Connaissance de l'année, on s'était procuré, dans la dernière relâche, le *Nautical Almanac* de 1838 ; on demande l'intervalle corrigé.

	Distances vraies.	*Différences.*	4.033424
Calculée	17° 25' 35"		
A 9h	18 10 38	0° 43' 3"	3.412124
A 12h	16 41 6	1 29 32	6.269864
Intervalle approché		1h 26m 33s	3.715412
Différences des Tables		1° 29' 32"	3.730136
		1 24 49	3.706632
		Différence	1 033504

Le reste 235 dix-millièmes n'étant point contenu dans la Table, c'est avec le tiers ou 78 et l'intervalle approché 1h 27m que nous y entrerons, cela nous donnera 24s dont le triple 72s sera la correction demandée, qui sera soustractive, parce que les différences des Tables vont en diminuant.

L'omission de cette correction aurait donné une erreur de 18' sur la longitude.

Nous ferons remarquer que pour chaque jour de l'année, les astres dont les distances à la lune sont données dans la Connaissance des Temps, n'offrent point des circonstances également favorables pour obtenir leurs distances observées avec le même degré d'exactitude ; en général, la préférence doit être accordée à ceux des astres dont les différences premières, c'est-à-dire, les différences pour 3h sont les plus grandes (elles sont toutes comprises entre 1° et 2° exclusivement), parce que c'est pour eux que pour ce jour le mouvement relatif des deux astres est le plus grand.

Par exemple, si nous consultons la Connaissance des Temps de 1838, nous trouverons page 291, que les distances vraies données pour le 3 Septembre sont celles de la lune à α Bélier ; Antarès ; α Aigle et Saturne, et qu'en cherchant à leurs lieux ces distances

vraies, les differences pour 3h sont pour ces quatre astres d'environ 1° 53', il en résuste que si des motifs particuliers n'engagent point à préférer l'un des quatre, chacun d'eux offre des circonstances également favorables par l'exactitude des observations.

Pour le 28 Octobre 1838, nous trouverons, page 292, que les distances vraies données sont celles de la lune au soleil, à α Bélier, Aldébaran, Antarès et α Aigle, dont les différences pour 3h sont à peu près

Pour le ☉	1°	40'
α Bélier	1	49
Aldébaran	1	49
Antarès	1	47
α Aigle	1	6

Il en résulte que la préférence doit être accordée dans l'ordre suivant; α Bélier et Aldébaran, puis Antarès, ensuite le soleil, et enfin α Aigle.

Calcul de la distance vraie, en ayant égard à l'aplatissement de la terre. Pour tenir compte de cette correction, il ne fallait pas seulement, comme nous l'avons fait, employer la parallaxe horizontale de la lune qui convenait à la latitude du lieu où s'est faite l'observation, mais encore faire subir de légères corrections à la distance vraie obtenue. Leur omission peut donner sur cette distance une erreur d'environ 6", et par conséquent sur la longitude de 3'.

1. Prenez la parallaxe horizontale de la lune, sa hauteur apparente, la hauteur vraie du second astre, la distance vraie calculée, et dans la Table XIX l'angle à la verticale correspondant à la latitude du lieu.

2. Déterminez par approximation les azimuts des deux astres, soit en les observant au compas, ou bien en les calculant en même temps que les hauteurs.

3. Au logarithme constant 4.685759, ajoutez le logarithme de la parallaxe horizontale et le logarithme de l'angle à la verticale, la somme de ces trois logarithmes, diminuée d'une dizaine, sera un nombre *A*.

4. Au nombre *A*, ajoutez le logarithme cosinus de l'azimut de la lune, le logarithme cosinus de sa hauteur apparente, le logarithme cotangente de la distance vraie, et le complément arithmétique de la différence logarithmique employée dans le calcul de la distance vraie; la somme de ces cinq logarithmes, diminuée des dizaines, sera celui de la première correction, additive ou soustractive, selon que l'azimut de la lune et la distance vraie sont d'espèces différentes ou de même espèce.

5. Au nombre *A*, ajoutez le logarithme cosinus de l'azimut du second astre, le logarithme cosinus de sa hauteur vraie et le complément arithmétique du logarithme sinus de la distance vraie; la somme de ces quatre logarithmes sera celui de la seconde correction, additive ou soustractive, selon que l'azimut du second astre est plus petit ou plus grand que 90°.

Appliquons ces règles à corriger la distance vraie de la quatrième série page 240, et celle de la première série, page 244.

				l. const.	4.685759
Paral. horiz. ☾	55'	50"6	T. XXVII	log.	3.525122
Angle verticale	10	37.7		log.	2.804616
				Nombre *A*	1.015497
Azim. de la ☾	123°	5'		l. cos.	9.923181
Haut. appar. ☾	59	5		l. cos.	9.710786
Dist. vraie	90	34		l. cot.	7.995219
				c. diff. logar.	0.005885
Première correct. −		0"04	T. XXVII	log.	8.650568
				Nombre *A*	1.015497
Azim. du ☉	82°	41'		l. cos.	9.105010
Haut. vraie ☉	27	19		l. cos.	9.948650
Dist. vraie	90	34		c. l. sin.	0.000021
Deuxième correc. +		1"17	T. XXVII	log.	0.069178
Correction totale		*somme algébrique* +			1"13
Distance vraie calculée					90° 33' 39"2
Dist. vr. corrigée de l'aplatissement					90 33 40.33

				l. const.	4.685759
Paral. horiz. ☾	57'	42"1	T. XXVII	log.	3.539340
Angle verticale	10	44.2		log.	2.809021
				Nombre *A*	1.034120
Azim. de la ☾	175°	14'		l. cos.	9.998495
Haut. appar. ☾	57	48		l. cos.	9.726626
Dist. vraie	71	7		l. cot.	9.534092
				c. diff. logar.	0.005997
Première correct. +		1"99	T. XXVII	log.	0.299330
				Nombre *A*	1.034120
Azim. Vénus	77°	17'		l. cos.	9.342679
Haut. vraie Vénus	27	3		l. cos.	9.949688
Dist. vraie	71	7		c. l. sin.	0.024026
Deuxième correc. +		2"24			0.350313
Correction totale		*somme*		+	4"23
Distance vraie calculée					71° 6' 59"8
Dist. vr. corrigée de l'applatissement					71 7 4.03

Correction des distances vraies des erreurs des Tables de la lune. Il nous reste à parler du moyen employé ponr corriger les longitndes obtenues par les distances lunaires, des erreurs des Tables de la lune; malgré l'exactitude à laquelle soot déjà parvenues les Tables de la lune qui servent à prédire les distances données dans la *Connaissance des Temps*, ces distances n'ont point eocore le degré de précision que pourrait donner des observations directes, elles ont des erreurs qui vont quelquefois à 20″, et qui souvent sont de 8″ à 10″ (voyez le troisième volume de l'astronomie de M. Delambre): ainsi, par l'erreur des Tables de la lune, la longitude peut être en erreur de 10′, et daos aucun cas on ne peut en répondre de 4′ à 5′ près.

Pour être en état, après nn voyage, de corriger des erreurs des Tables de la lune, les longitudes des points principaux déduites de l'observation des distances, il faudra se procurer des observations du passage de la lune au méridieo, faites dans un observatoire dont la position soit bien cunnue, aux mêmes jours où les distances ont été prises, ou très-près des mêmes jours, ponr en déduire l'asceosion droite, la déclinaison de la lnne, et le temps vrai correspondant; ayant alors ces quantités, on en déduira la longitude et la latitude de la lune, soit par un des Problèmes suivans, soit par des formules données dans d'autres ouvrages. Cela posé, on cherchera pour ce tempss, au moyen de la Connaissace des Temps, la longitude et la latitude, comme il a été indiqué Problème IV, dont la comparaison avec les premières, donnera l'erreur des Tables, pour la longitude et la latitude; de cette erreur oo en concluera celle des distances doonées par la Connaissance des Temps, et enfin la correction demandée.

Comme ce cas se présente tonjours an retour des expéditions scientifiques (voyez les relations des voyages de découvertes, telles que celles du voyage de Dentrecasteaux, de Baudio, etc.); nous allons joindre ici le type du calcul nécessaire à ces corrections, en nous servant des observations de la lune faites à l'Observatoire Royal de Paris, et qui nous ont été communiquées par M. Bouvard.

Exemple. Le 9 Janvier 1817, au matin, on a observé le deuxième bord de la lune, dans la lunette méridienne à 12h 14m 44s,24 de l'horloge, et 64s avant, on a observé au mural la distance du bord inférieur au zénith de 46° 14′ 6″,7; la correctiun pour l'angle de eullimatiun a été faite; l'heure de l'horluge exprime le temps sidéral; le baromètre marquait 0m,771, et le thermomètre centigrade − 1,5; on demande la correction des longitudes obtenues ce jour-là par des distances lunaires.

Calcul du temps vrai par le temps sidéral.

			h	m	s
Æ moy. du ☉ sup. du N.	= 1		19h	8m	16s48
	+ 821	+	0	2	23.93
Somme	822		19	10	40.41
Nutation lunaire pour	822	−	0	0	0.99
Asc. dr. moy. du soleil le 8 à midi		−	19	10	39.42
Temps sidéral de l'observation			12	14	44.24
Temps moyen approché le 8			17	4	4.82
Tab. C p. 17h 0m 0s — 2m 47s 101; 0 4 0 — 0 0.655; 0 0 4.82 — 0 0.014		−	0	2	47.77
Temps moyen de l'observation			17	1	17.05
Equatiun du Temps		−	0	7	22.67
Temps vrai de l'observation le 8			16	53	54.38

Calcul de la déclinaison.

		°	′	″
Dist. du bord inférieur au zénith		46°	14′	6″70
Angle de collimation		0	0	0
		46	14	6.70
Réfraction corrigée	+	0	1	4.47

Calcul de la réfraction.

		°	′	″
Réfract. moyenne (Connais. des T.)		0°	1′	0″79
Barom. fact. 1,014; Therm. fact. 1,046 — prod. 1,0606	+	0	0	3.68
Réfraction corrigée		0	1	4.47

Calcul de la parallaxe.

		°	′	″
Dist. au zénith corrigée de la réfract.		46	15	11.17
Table XIX, angle à la verticale	−	0	11	0
Distance au zénith des parallaxes		46	4	11.17
Hauteur *complément*		43	55	49
Parallaxe horisontale équatoriale		0	59	8.81
Table XXX, diminution	−	0	0	6.71
Parallaxe horisontale du lieu		0	59	2.10
Parallaxe en hauteur de la lune		0	42	30.70

Calcul du demi-diamètre.

		°	′	″
Table XXIII pour la paral. horis. équat.		0	16	7.0
Demi-diam. 0° 16′ 7″ l. 2.983424				
Déclinaison 3 33 24 c. l. c. 0.000837				
0 16 8.9 l. 2.986263				
Demi-diam. en ascension droite		0	16	8.9

Distance corrigée de la réfraction		46°	15′	11″17
Parallaxe en hauteur	−	0	42	30.70
Distance vraie du bord inférieur		45	32	40.47
Demi-diamètre de la lune	−	0	16	7.00
Distance du centre au zénith		45	16	33.47
Latitude de l'observatoire royal		48	50	14.00
Déclinaison de la lune		3	33	40.53
Mouvement en déclin. dans 64ˢ	−	0	0	16.44
Déclin. à l'instant du passage	N.	3	33	24.09

Calcul de la longitude et de la latitude.

Décl.	3°	33′	24″09		l. t. 8.793482		
As. d.	183	24	54.7		l. s. 8.775036	l. t.	8.775808
Arc A	46	12	59	N	l. t. 0.018446	e. l. c.	0.159934
Arc B	23	27	51.9	N			
Arc C	69	40	50.9			l. c.	9.540642
Longitude	181°	42′	55″6			l. t.	8.476384
Arc C						l. t.	10.431456
Longitude						l. s.	8.476189
Latitude	4	37	18.9			l. t.	8.907645

Comparaison des longitudes et des latitudes.

Longitude de la lune, provenant	du passage		181°	42′	55″6
	des Tables		181	42	52.8
Erreur en longitude		−		0	2.8
Latitude de la lune, provenant	du passage		4	37	18.9
	des Tables		4	37	22.9
Erreur en latitude		+		0	4.0

Calcul de la distance vraie.

Longit. du soleil	288°	57′	29″		
Longit. de la lune	185	54	29.8		
différence	103	2	59.2	l. cos.	9.353720
Latitude de la lune	4	26	33.0	l. cos.	9.998693
Distance vraie	103	0	35.5	l. cos.	9.352423
Connaiss. des Temps	103	0	39		
Erreur sur la dist. +	0	0	3.5		

Calcul de l'ascension droite.

Heure de la pendule, lors du passage		12ʰ	14ᵐ	44ˢ24
Avance ou retard sur le temps sidéral		0	0	0
Ascension droite du 2ᵉ bord		12	14	44.24
en degrés		183°	41′	3″6
Demi-diam. en ascens. droite	−	0	16	8.9
Ascens. droite du centre de la lune		183	24	54.7

Longitude et latitude déduites de la Connais. des Temps.

Longit. de la lune.		*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 8 à midi	5ˢ 21° 44′ 16″		
		+ 7° 5′ 4″	
à minuit	28 49 20		+ 3″
		A = + 7 5 7	
Le 9 à midi	6 5 54 27		− 16
		+ 7 4 51	
à minuit	12 59 18		− 13
			B = − 6.5

Longitude le 8 à minuit	5ˢ	28°	49′	20″
Part. pro. pour C = 4ʰ 53ᵐ 54ˢ,38	+	2	53	32.04
Table XCV, pour B et C	+	0	0	0.78
Longitude demandée		181	42	52.82

Latitude de la lune.		*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 8 à midi	− 4° 56′ 56″		
		+ 12′ 59″	
à minuit	− 4 43 57		+ 4′ 21″
		A = + 17 20	
Le 9 à midi	− 4 26 37		+ 4 3
		+ 21 23	
à minuit	− 4 5 14		+ 8 24
			B = + 4 12

Latitude le 8 à minuit	−	4°	43′	57″
Part. prop. pour C = 4ʰ 53ᵐ 54ˢ,38	+	0	7	4.53
Table XCV, pour B et C	−	0	0	30.45
Latitude demandée	*boréale*	4	37	22.92

Dans le calcul de la distance vraie, la longitude et la latitude de la lune sont celles de la Connaissance des Temps pour le 9 Janvier à midi, corrigées des erreurs des Tables.

On a pris pour le midi du 9, parce que les erreurs trouvées ne peuvent pas varier sensiblement dans le complement à 24 heures, de l'heure du lieu.

Il est facile de remarquer qu'on pouvait aussi trouver l'erreur des Tables sur la distance, en comparant la distance vraie calculée pour l'instant du passage, avec celle de la Connaissance des Temps qui lui correspond.

Maintenant que l'on connait l'erreur des Tables sur la distance du 9 à midi, et même sans erreur sensible celle de toutes les distances de la lune au soleil du même jour, il ne reste plus qu'à déterminer la correction des longitudes obtenues ce jour-là par des distances de la lune au soleil ; pour l'obtenir, du logarithme proportionnel de l'erreur trouvée 3″,5, nous retrancherons celui de la différence entre la distance du 9 à midi et celle du 9 à 3 heures, le reste sera le logarithme proportionnel de la correction 6ˢ,4 exprimée en temps, la convertissant en degrés, on trouvera 1′ 30″ à ajouter aux longitudes calculées ou à en retrancher ; pour fixer les idées sur le sens dans lequel cette correction doit être employée, nous supposerons qu'une longitude de 110° a été déterminée par des distances comprises entre celle du 9 à midi et celle du 9 à 3 heures ; nous remarquerons qu'entre ces deux époques les distances de la lune au soleil vont en diminuant ; de plus, qu'elles sont trop grandes de 3″,5, elles répondent donc à des heures de Paris trop faibles ; l'heure vraie du lieu situé à l'Est, étant plus grande que celle de Paris, n'ayant pas varié, la différence entre ces deux heures, ou ce qui est la même chose, la longitude trouvée, est donc trop grande ; ainsi la correction de 1′ 36″ doit

être retranchée de 110°, c'est-à-dire que la longitude corrigée de l'erreur des Tables est de 109° 58′ 24″ Est. Par un raisonnement semblable au précédent, il sera facile de voir, dans tous les cas, comment la correction trouvée doit être appliquée.

Nous terminerons en rappelant une remarque de M. de Rossel, qu'en général si les erreurs sont de nature à agir sur la distance constamment dans le même sens, en supposant qu'elles sont les mêmes pour les mêmes angles, le moyen de les détruire est de prendre le milieu entre le résultat donné par des distances orientales et celui des distances occidentales.

PROBLÈME XXVI.

Déterminer les règles à suivre pour conduire et régler les montres marines et les montres à secondes.

Les dénominations de *chronomètres*, *montres marines*, *garde-temps*, désignent des machines qui, par suite de leur construction soignée, sont susceptibles de conserver pendant plusieurs mois une marche à très-peu près uniforme, et qui une fois réglées sous un méridien dont la position est connue, et embarquées, donnent, non seulement malgré les mouvemens du vaisseau, mais encore malgré les causes produites par les différences de la température, le moyen le plus prompt et le plus facile de déterminer à chaque instant, l'heure que l'on compte dans le lieu du départ ou sous le premier méridien. C'est la comparaison de cette heure avec celle que l'on observe à la mer, qui détermine la longitude du lieu des observations. (Les montres furent inventées et employées à la détermination des longitudes, au commencement du seizième siècle, vers 1520 ou 1530, mais ces montres étaient bien imparfaites, ce n'est que longtemps après que le génie des Leroi, Berthoud, Bréguet, Motel, etc., par des inventions inespérées, a atteint dans leur construction, un degré de perfection difficile à dépasser).

Pour obtenir la longitude par une montre marine, il faut donc la régler avant que d'en faire usage; cette opération, qui ne peut être bien faite qu'à terre, est toujours composée de deux parties: dans la première, on détermine la quantité dont la montre avance ou retarde en vingt-quatre heures sur le temps moyen; c'est ce qu'on nomme sa *marche diurne*: et dans la seconde on cherche le nombre d'heures, de minutes et de secondes dont elle avance ou retarde à midi sur le temps moyen du méridien de Paris, le jour de son embarquement; c'est ce qu'on appelle *l'état* de la montre sur le temps moyen de Paris.

Supposons que devant s'embarquer à Lorient, on ait fait venir de Paris une montre marine, cette montre ayant été arrêtée pendant le transport, il faudra la remettre en mouvement: pour cela, après l'avoir remontée, on la tiendra avec les deux mains dans une position horizontale, et on lui donnera un léger mouvement circulaire, qui, se communiquant au balancier, le fera mouvoir aussitôt, On remontera la montre tous les jours à peu près à la même heure, en ayant attention que la main qui la tient soit immobile et ne lui donne aucune secousse ni mouvement circulaire; sans cette précaution, on risquerait d'altérer sa marche et quelquefois même de l'arrêter tout-à-fait; le même inconvénient peut arriver lorsqu'on a un chronomètre portatif dans le gousset, et que pour l'en sortir on l'incline à droite et à gauche jusqu'à ce qu'il soit dehors. Il faut donc se prémunir contre cette habitude contractée par beaucoup de personnes.

De la détermination de la marche d'une montre marine par les hauteurs absolues du soleil.

1. Un jour ou deux après que la montre aura été remise en mouvement, lorsqu'on croira que sa marche a repris la régularité que les secousses du voyage pourraient avoir altérée, on commencera les observations. On placera un horizon artificiel sur une pierre ou tout autre objet parfaitement immobile, on le calera horizontalement au moyen de son niveau, puis on prendra avec un cercle, ou bien à défaut de cercle, avec un sextant, dans les circonstances les plus favorables pour déterminer l'heure (Rem. 1 Prob. XVII), une série de quatre ou six hauteurs du bord inférieur du soleil, en notant à chaque contact l'heure que marque la montre; on prendra trois ou quatre séries semblables: on divisera la somme des heures de chaque série par le nombre des hauteurs qui la compose, on aura une heure moyenne.

Pour avoir la hauteur moyenne, on remarquera que les observations faites à l'horizon artificiel donnent le double de la hauteur. Ainsi il faudra diviser l'arc parcouru par l'alidade, si l'on s'est servi d'un cercle; ou la somme des angles observés, si l'on s'est servi d'un

sextant, par le double du nombre des observations : le quotient sera la hauteur moyenne du bord inférieur du soleil, correspondante à l'heure moyenne de la montre. On corrigera cette hauteur moyenne de la réfraction, de la parallaxe et du demi-diamètre ; mais on n'aura aucune correction à faire pour la dépression qui, dans ce cas, n'existe plus.

Si le sextant avait une rectification, il faudrait commencer par corriger la hauteur moyenne, de la moitié de la rectification.

On pourra éviter la correction du demi-diamètre, en observant alternativement le bord inférieur et le bord supérieur du soleil.

2. Avec l'heure approchée de chaque série et la longitude du lieu, on trouvera l'heure de Paris pour laquelle on calculera la declinaison du soleil.

Connaissant pour chaque série la hauteur vraie du centre du soleil, sa distance polaire et la latitude du lieu, et faisant le calcul par la méthode du Problème XVII, on trouvera le temps vrai ; on lui ajoutera le temps moyen au midi vrai, calculé pour l'instant, pour avoir l'heure au temps moyen du lieu. Pour trouver l'heure au temps moyen de Paris, il suffira d'ajouter à l'heure que l'on vient de trouver, la longitude ; ou de l'en retrancher selon que le lieu se trouvera à l'Ouest ou à l'Est de Paris : la différence entre l'heure au temps moyen de Paris et l'heure moyenne de la montre sera *l'état* absolu de cette montre sur le temps moyen de Paris.

Si les résultats des trois ou quatre séries observées, ne diffèrent entre eux que de 1^s ou 2^s, le résultat moyen donnera l'état absolu de la montre avec une précision suffisante.

3. Quelques jours après, répétez les mêmes observations et déterminez de la même manière, l'état de la montre sur le temps moyen. Pour obtenir la marche diurne, prenez la différence entre l'état trouvé par les secondes observations et l'état trouvé par les premières, vous aurez l'avance ou le retard de la montre dans l'intervalle de ces mêmes observations ; divisant ensuite cette avance ou ce retard par le nombre des jours qui se sont écoulés entre les deux époques, le quotient sera la quantité dont la montre avance ou retarde en vingt-quatre heures sur le temps moyen, c'est-à-dire *sa marche diurne*.

Remarque 1. Il est facile de remarquer que la marche diurne de la montre pourrait aussi s'obtenir en déterminant l'état sur le temps moyen du lieu où les observations ont été faites, au lieu d'employer l'état par rapport au méridien de Paris.

Remarque 2. Pour le calcul de l'angle horaire, on aura soin de ne négliger aucune des attentions qui tendent à obtenir le résultat avec une grande exactitude ; ainsi l'on corrigera la réfraction moyenne des effets de la température, et dans tout le calcul on tiendra compte des secondes de degré.

Remarque 3. L'expérience a fait reconnaître que le même observateur prend assez ordinairement tous les angles trop grands ou tous les angles trop petits ; si donc on observe le même jour et dans des circonstances semblables deux hauteurs du soleil, l'une le matin et l'autre le soir, pour déduire de chacune d'elles l'état absolu de la montre, il est probable qu'elles seront toutes deux trop grandes ou toutes deux trop petites à peu près de la même quantité : ainsi l'une donnera l'état de la montre trop fort d'autant environ que l'autre le donnera trop faible.

Ces deux observations ne pourront pas donner une idée de la marche de la montre dans leur intervalle, puisque l'erreur de cette marche serait la somme de celles commises dans les deux observations ; mais si l'on fait la somme des deux résultats, l'excès de l'un compensera la quantité dont l'autre est en défaut, et la demi-somme sera l'état absolu de la montre pour le milieu de l'intervalle des observations, corrigé en partie de l'erreur de ces observations.

Par exemple, si nous supposons que le 24 Juillet au matin, étant à Brest, à environ 7^h 50^m de Paris, le résultat moyen de trois séries a donné pour le retard de la montre sur le temps moyen de Paris 0^h 21^m 15^s,0 ; et que le même jour au soir, à environ 4^h 10^m de Paris, on trouve pour le retard de la montre sur le temps moyen de Paris, par un milieu pris entre trois ou quatre séries, 0^h 21^m 12^s,4, on n'en pourra pas conclure que, dans les 8^h 20^m qui séparent les observations, la montre ait avancé de 2^s,6 ; car si les hauteurs du matin et celles du soir ont été prises trop fortes de 12″ à 13″, elles pourront donner la différence que nous venons d'observer, quoique la montre ait suivi le temps moyen dans l'intervalle des observations ; mais si l'on prend la moyenne entre ces deux résultats, on aura 0^h 21^m 13^s,7 pour le retard de la montre, au milieu de

l'intervalle des observations, c'est-à-dire le même jour à midi de Paris : ce retard est indépendant de la marche de la montre dans l'intervalle des observations, et suppose seulement cette marche uniforme.

Ainsi, toutes les fois qu'à différens jours on aura fait matin et soir des observations pour régler une montre marine ; lorsqu'il s'agira de connaître sa marche, et s'assurer si elle est uniforme, il faudra comparer entre elles, deux à deux, les observations faites à 8 ou 10 jours d'intervalle, et prises toutes deux le matin ou toutes deux le soir, à peu près à la même heure et dans les mêmes circonstances : de cette manière, les erreurs constantes seront presque égales et de même sens : elles se détruiront, et n'altéreront pas sensiblement le résultat.

Si les marches déduites de ces diverses comparaisons s'accordent, on sera à peu près certain de la bonté des observations et de la régularité de la montre ; dans le cas contraire, on jugera quelles observations peuvent etre défectueuses, ou si c'est la montre qui a varié, et entre quels jours et quelles limites est comprise cette variation.

Il peut arriver cependant que, dans l'intervalle des deux observations que l'on compare, la montre ait eu des variations en sens opposé qui se soient compensées ; alors ces observations ne pourront pas les faire connaître : si les observations ont été suffisamment multipliées, on pourra s'apercevoir que la marche de la montre n'est pas uniforme, mais on ne déterminera pas la valeur exacte de ces irrégularités. Ce n'est qu'en comparant tous les jours la montre marine à une pendule bien réglée, que l'on peut non seulement déterminer sa marche diurne moyenne avec la plus grande précision, mais encore les petits écarts dont elle est susceptible.

S'il arrivait que la marche obtenue différât de celle qui a été indiquée par l'artiste, il ne faudrait pas s'en étonner, car souvent on a reconnu que, non seulement ces deux marches diurnes différaient entre elles, mais encore que leur différence pouvait etre assez grande, par exemple, qu'au lieu de trouver une avance, cette montre donnait un retard, ou réciproquement ; il ne faudra donc adopter la marche diurne donnée par l'artiste qu'après l'avoir vérifiée.

Nous allons donner le tableau complet des observations et calculs des hauteurs absolues du soleil, du 23 Octobre, 3 et 17 Novembre 1836, pour régler une montre marine. Afin de ne rien omettre, nous avons supposé que cet instrument ne se trouvait point placé près du lieu des observations, et qu'alors pour éviter les variations que le transport aurait pu lui occasionner, on avait fait usage d'une montre à secondes, qui avait été comparée à la montre marine avant et après les observations.

Indépendamment de ce tableau, nous donnerons les détails des calculs pour rapporter à la montre marine les heures de la montre à secondes correspondantes aux hauteurs moyennes du 23 Octobre.

			h	m	s
Comparaison de la montre à secondes avec la montre marine.	avant les observations. . . .	montre marine	4	40	0
		montre à secondes	3	34	35.3
	après les observations. . . .	montre marine	5	3	0
		montre à secondes	3	58	24.9
Retards de la montre à secondes sur la montre marine.		première comparaison	1	5	24.7
		deuxième comparaison	1	5	35.1
Retard de la montre à secondes dans l'intervalle			0	0	10.4

Depuis l'heure de la montre à secondes, lors de la première comparaison, jusqu'à l'heure de la même montre correspondante à la hauteur moyenne de la première série, il s'est écoulé 11^m.

Pour savoir quel est le retard relatif de la montre à secondes dans cet intervalle, on fera la proportion :

$$23^m : 11^m :: 10^s,4 : x = 5^s$$

Ainsi, à l'instant de la hauteur moyenne de la première série, la montre à secondes retardait sur la montre marine de $1^h\ 5^m\ 24^s,7 + 5^s$ ou de $1^h\ 5^m\ 29^s,7$ et lorsqu'il était $3^h\ 45^m\ 31^s$ à la montre à secondes, il était à la montre marine $4^h\ 51^m\ 0^s,7$.

En répétant le même calcul pour les deux autres séries du même jour, on trouvera que les heures de la montre marine correspondantes à $3^h\ 50^m\ 24^s$ et $3^h\ 55^m\ 51^s$ sont : $4^h\ 55^m\ 55,9$ et $5^h\ 1^m\ 25^s,2$.

Le 23 Octobre 1836, à environ 3h 40m T. M. du soir, étant à Lorient, on a pris avec un cercle de réflexion, trois séries de six hauteurs du soleil à l'horizon artificiel, en observant alternativement les deux bords de cet astre, la hauteur du baromètre était de 0m,758 et celle du thermomètre de + 9°,6 à l'échelle de Réaumur.

	Première Série.	Seconde Série.	Troisième Série.	
	h m s	h m s	h m s	**REMARQUES.**
Heures à la montre à secondes.	3 43 25	3 48 30	3 53 33	Comparaisons de la montre à secondes à la montre marine.
	44 16	49 21	54 27	
	45 7	50 4	55 2	*Avant.*
	45 59	50 38	56 6	Marine 4h 40m 0s
	46 43	51 30	57 25	A secondes 3 34′ 35.3
	47 36	52 21	58 33	*Après.*
Somme	33 6	2 24	35 6	Marine 5h 3m 0s
Heure moyenne	3 45 31	3 50 24	3 55 51	A secondes 3 58 24.9
Alidade { départ	3° 4′ 0″	161° 50′ 15″	312° 25′ 0″	Retard de la montre à secondes dans 23 minutes, intervalle des deux comparaisons 10s,4
Alidade { arrivée	161 50 15	312 25 0	453 43 15	
Arc parcouru	158 46 15	150 34 45	141 18 15	
Hauteur moyenne	13 13 51.2	12 32 53.7	11 46 31.2	
Réfrac. moyenne − parall.	− 3 55.0	− 4 7.5	− 4 24.5	
Baromètre et thermomètre	+ 0 2.4	+ 0 2.5	+ 0 2.7	Heures moyennes de la montre à secondes, corrigées.
Hauteur vraie	13 9 58.6	12 28 48.7	11 42 9.4	3h 45m 36s
Latitude	47 45 :1.0	47 45 11.0	47 45 11.0	3 50 31.2
Distance polaire	101 35 8.6	101 35 12.8	101 35 17.6	3 56 0.5
Somme	162 30 18.2	161 49 12.5	161 2 38.0	auxquelles ajoutant 1h 50m 24s,7, on aura les heures à la montre marine.
Demi-somme	81 15 9.1	80 54 36.2	80 31 19.0	
Demi-somme − hauteur	68 5 10.5	68 25 47.5	68 49 9.6	
c. l. cos. latitude	0.172419	0.172419	0.172419	
c. l. sin. distance polaire	0.008940	0.008942	0.008944	
l. cos. demi-somme	9.182071	9.198615	9.216614	
l. sin. ½ somme − haut.	9.967429	9.968468	9.969624	
Somme	19.330859	19.348444	19.367601	
Demi-somme log. sin	9.665430	9.674222	9.683800	
Demi-angle horaire	27° 34′ 13″6	28° 11′ 2″4	28° 52′ 15″	
Multipliez par	8	8	8	
Temps vrai du lieu	3h 40m 33s8	3h 45m 28s3	3h 50m 58s	
Temps moyen au midi vrai	11 44 23.4	11 44 23.4	11 44 23.4	
Temps moyen du lieu	3 24 57.2	3 29 51.7	3 35 21.4	
Longitude +	0 22 45.1	0 22 45.1	0 22 45.1	
Temps moyen de Paris	3 47 42.3	3 52 36.8	3 58 6.5	
Heure à la montre	4 51 0.7	4 55 55.9	5 1 25.2	*Avance moyenne.*
Avance de la montre	1 3 18.4	1 3 19.1	1 3 18.7	1h 3m 18s,7

Le 3 Novembre 1836, à environ $3^h\ 20^m$ T. M. du soir, étant à Lorient, on a pris avec un cercle de réflexion trois séries de quatre hauteurs du soleil à l'horizon artificiel, en observant alternativement les deux bords de cet astre; baromètre $0^m,755$, thermomètre + 8°.

	Première Série.	Seconde Série.	Troisième Série.
	h m s	h m s	h m s
Heures à la montre à secondes.	3 35 27 36 21 37 24 38 8	3 39 30 40 2 40 56 41 50	3 43 19 44 6 45 0 46 5
Somme	27 20	2 18	18 30
Heure moyenne	3 36 50.0	3 40 34.5	3 44 37.5
Alidade { départ	600° 0' 0"	685° 56' 0"	47° 54' 0"
Alidade { arrivée	685 56 0	47 54 0	125 32 0
Arc parcouru	85 56 0	81 58 0	77 38 0
Hauteur moyenne	10 44 30	10 14 45	9 42 15
Réfrac. moyenne — parall.	— 4 50	— 5 3.5	— 5 20
Baromètre et thermomètre	+ 0 2	+ 0 2	+ 0 2
Hauteur vraie	10 39 42	10 9 43.5	9 36 57
Latitude	47 45 11	47 45 11	47 45 11
Distance polaire	105 13 45.0	105 13 47.9	105 13 50.9
Somme	163 38 38	163 8 42.4	162 35 58.9
Demi-somme	81 49 19	81 34 21.2	81 17 59.4
Demi-somme — hauteur	71 9 37	71 24 37.7	71 41 2.4
c. l. cos. latitude	0.172419	0.172419	0.172419
c. l. sin. distance polaire	0.015525	0.015527	0.015529
l. cos. demi-somme	9.153052	9.166006	9.179735
l. sin. 1/2 somme — haut.	9.976087	9.976729	9.977421
Somme	19.317083	19.330681	19.345104
Demi-somme log. sin.	9.658141	9.665340	9.672552
Demi-angle horaire	27° 6' 2"5	27° 33' 51"4	28° 3' 58"3
Multiplier par	8	8	8
Temps vrai du lieu	$3^h\ 36^m\ 48^s3$	$3^h\ 40^m\ 30^s9$	$3^h\ 44^m\ 31^s8$
Temps moyen au midi vrai	11 43 44.0	11 43 44.0	11 43 44.0
Temps moyen du lieu	3 20 32.3	3 24 14.9	3 28 15.8
Longitude +	0 22 45.1	0 22 45.1	0 22 45.1
Temps moyen de Paris	3 43 17.4	3 47 0.0	3 51 0.9
Heure à la montre	4 49 54.7	4 53 37.4	4 57 38.6
Avance de la montre	1 6 37.3	1 6 37.4	1 6 37.7

REMARQUES.

Comparaison de la montre à secondes à la montre marine

Avant.

Marine $4^h\ 33^m\ 0^s$

A secondes 3 19 47.3

Après.

Marine $5^h\ 5^m\ 0^s$

A secondes 3 52 2.3

Avance de la montre à secondes dans 32^m intervalle des deux comparaisons 15^s

Heures moyennes de la montre à secondes, corrigées,

$3^h\ 36^m\ 42^s0$
40 24.7
44 25.9

en ajoutant à ces heures $1^h\ 13^m\ 12^s,7$, on aura les heures à la montre marine.

Avance moyenne.

$1^h\ 6^m\ 37^s5$

Le 17 Novembre 1836, à environ 2h 38m T. M. du soir, étant à Lorient, on a pris avec un cercle de réflexion trois séries de quatre hauteurs du soleil à l'horizon artificiel, en observant alternativement les deux bords de cet astre; baromètre 0m,752, thermomètre + 9°.

	PREMIÈRE Série.	SECONDE Série.	TROISIÈME Série.	
	h m s	h m s	h m s	REMARQUES.
Heures à la montre à secondes.	2 47 45	2 53 18	2 58 50	Comparaisons de la montre à secondes à la montre marine.
	48 39	54 17	59 21	
	49 47	54 50	59 59	
	50 44	55 45.5	3 0 57	
				Avant.
Somme	36 55	18 10.5	39 7	Marine 4h 2m 0s
Heure moyenne	2 49 13.7	2 54 32.6	2 59 46.8	A secondes 2 39 43.7
				Après.
Alidade { départ	215° 18' 0"	218° 4' 0"	316° 8' 0"	
Alidade { arrivée	218 4 0	316 8 0	409 28 0	Marine 4h 38m 0s
				A secondes 3 16 10.8
Arc parcouru	102 46 0	98 4 0	93 20 0	Avance de la montre à secondes dans 36m intervalle des deux comparaisons 27s
Hauteur moyenne	12 50 45	12 15 30	11 40 0	
Réfrac. moyenne — parall	— 4 1.5	— 4 13.5	— 4 27	
Baromètre et thermomètre	+ 0 3.7	+ 0 4.0	+ 0 4.2	Heures moyennes de la montre à secondes, corrigées.
Hauteur vraie	12 46 47.2	12 11 20.5	11 35 37.2	
Latitude	47 45 11.0	47 45 11.0	47 45 11.0	2h 49m 6s6
Distance polaire	109 7 7.1	109 7 10.3	109 7 13.5	2 54 21.5
Somme	169 39 5.3	169 3 41.8	168 28 1.7	2 59 31.8
Demi-somme	84 49 32.6	84 31 50.9	84 14 0.8	auxquelles ajoutant 1h 22m 16s,3, on aura les heures de la montre marine.
Demi-somme — hauteur	72 2 45.4	72 20 30.4	72 38 23.6	
c. l. cos. latitude	0.172419	0.172419	0.172419	
c. l. sin. distance polaire	0.024641	0.024643	0.024645	
l. cos. demi-somme	8.955137	8.979141	9.002052	
l. sin. ½ somme — haut.	9.978319	9.979039	9.979752	
Somme	19.130516	19.155242	19.178868	
Demi-somme log. sin.	9.565258	9.577621	9.589434	
Demi-angle horaire	21° 33' 41"5	22° 13' 0"6	22° 51' 29"	
Multiplies par	8	8	8	
Temps vrai du lieu	2h 52m 29s5	2h 57m 44s8	3h 2m 51s9	
Temps moyen au midi vrai	11 45 15.5	11 45 15.5	11 45 15.5	
Temps moyen du lieu	2 37 45.0	2 43 0.3	2 48 7.4	
Longitude +	0 22 45.1	0 22 45.1	0 22 45.1	
Temps moyen de Paris	3 0 30.1	3 5 45.4	3 10 52.5	
Heure à la montre	4 11 22.9	4 16 37.8	4 21 48.1	*Avance moyenne.*
Avance de la montre	1 10 52.9	1 10 52.4	1 10 55.6	1h 10m 53s6

Le 23 Octobre	à $3^h\ 52^m\ 48^s,5$	temps moyen, avance moyenne de la montre		$1^h\ 3^m\ 18^s,7$
Le 3 Novembre	à 3 47 6.1			1 6 37.5
Avance dans 10j	23 54 17.6	ou Tab. XCIII 10j,996		0 3 18.8
Marche diurne du 23 Octobre au 3 Novembre			+	0 0 18.1

Le 3 Novembre	à $3^h\ 47^m\ 6^s,1$	temps moyen, avance moyenne de la montre		$1^h\ 6^m\ 37^s,5$
Le 18 Novembre	à 3 5 42.7			1 10 53.6
Avance dans 13j	23 18 36.6	ou Tab. XCIII 13j,971		0 4 16.1
Marche diurne du 3 Novembre au 17			+	0 0 18.3

Comme ces marches diurnes s'accordent, il est probable que l'on peut compter sur la bonté des observations et sur la régularité du mouvement de la montre.

Sachant que l'état de cette montre pour le 17 Novembre à $3^h\ 5^m\ 42^s,7$ temps moyen de Paris est une avance de $1^h\ 10^m\ 53^s,6$, il sera facile de la déterminer pour le midi du même jour, en lui retranchant le quatrième terme de la proportion suivante :

$$24^h : 3^h\ 5^m\ 42^s,7 :: 18^s,04 : x = 2^s,36$$

C'est-à-dire que le 17 Novembre à midi, temps moyen de Paris, la montre avance de $1^h\ 10^m\ 51^s,24$.

Connaissant *l'état absolu* ainsi que la *marche diurne* de cette montre marine, il faudra l'installer à bord, et après s'être assuré que le transport n'a pas altéré l'uniformité de son mouvement, dresser le tableau indiqué précédemment, page 91.

Du placement des montres marines à bord.

Quelques jours avant le départ, lorsque la montre marine aura été réglée, il faudra l'embarquer ; pour le transport on la calera dans sa boîte de manière à ce qu'elle y soit immobile ; puis on la portera avec précaution, en ayant soin de ne pas lui donner de secousses et surtout des mouvemens circulaires, qui sont ceux qui influent le plus sur les oscillations isochrones du balancier et qui peuvent produire même *l'arrêt* de la montre. Rendue à bord, son placement doit se faire avec sollicitude ; il demande de la part du commandant toute son attention vigilante et éclairée, afin de ne négliger aucune des précautions exigées par l'état délicat et impressionnable de ces machines, qui, malgré les petits écarts de leurs mouvemens, surprendront toujours un esprit judicieux et réfléchi par la précision inespérée avec laquelle elles donnent la mesure du temps. On les installera donc vers le milieu du bâtiment, où les mouvemens sont moins sensibles, de manière à les garantir de l'influence magnétique des pièces de fer du bâtiment et des accidens imprévus ; il faut que ce lieu soit d'un accès facile et commode pour le service. (Il nous paraîtrait nécessaire que le lieu et le mode de l'installation soient fixés par les réglemens, pour les divers rangs des bâtimens).

Ces soins de rigueur ne permettent donc point de les placer dans un tiroir ou sur un meuble à tiroirs, ni derrière une porte, ni sur une tablette fixée aux cloisons, ni même de les suspendre dans des hamacs situés presque toujours dans un lieu trop resserré ; mais il faut que leur boîte soit établie sur un meuble construit exprès, isolé des cloisons et crampouné solidement au pont du bâtiment ; ce meuble ou billot ne doit point être construit avec du bois qui ait été submergé dans l'eau de mer, parce qu'alors il est très-hygrométrique, et de plus doit être renfermé dans une armoire ou une petite chambre si les localités le permettent.

Ce ne sera qu'avec ces précautions indispensables, que la montre étant placée dans sa suspension, rendue libre, pourra rendre tous les services qu'elle est appelé à procurer.

La montre marine étant installée à bord, on pourra s'assurer, au moyen d'une bonne montre à secondes, si elle n'a pas éprouvé de variations, soit pendant, soit après le transport : pour cela, après avoir comparé la montre à secondes avec la montre marine, on ira prendre à terre des hauteurs du soleil, en comptant les heures sur la montre à secondes ; puis, de retour à bord, on comparera de nouveau la montre à secondes avec la montre marine : au moyen de ces deux comparaisons, on rapportera à la montre marine les heures de la montre à secondes correspondantes aux hauteurs moyennes, et l'on sera dans le même cas, que si l'on avait compté les heures sur la montre marine. Le calcul de ces observations donnera, comme ci-dessus, l'état de la montre marine sur le T. M. de Paris.

Si l'on a été à même de faire de pareilles observations plusieurs fois avant le départ, on pourra employer celles sur lesquelles on aura le plus de confiance pour déterminer l'état absolu de la montre sur le temps moyen de Paris, et modifier s'il y a lieu, le tableau qui pourrait être déjà formé.

De la détermination de la marche diurne par sa comparaison à une pendule.

Le moyen le plus facile et le plus sûr de régler une montre marine, et de se former une idée exacte de la précision avec laquelle elle doit procurer la longitude, est celui dans lequel on fait usage des comparaisons journalières de la montre à une pendule bien réglée, parce que si la montre est comparée immédiatement aux observations, il peut arriver, comme nous le verrons, que dans l'intervalle des époques auxquelles elles ont été faites, des irrégularités en sens opposés se soient compensées; alors ces observations n'annonçant plus qu'une régularité apparente dans le mouvement de la montre, donneront une marche diurne fautive.

C'est surtout lorsqu'il s'agit de s'assurer de la bonté d'une montre marine construite sur de nouveaux principes, ou qui a subi une grande réparation, ou enfin qui est le premier essai d'un artiste, qu'il est indispensable d'employer ce moyen, le seul capable de faire connaître avec certitude les écarts petits ou grands qui peuvent résulter d'un défaut de construction.

Les comparaisons se font chaque jour à peu près à la même heure (ce ne serait que dans des circonstances particulières qu'il serait nécessaire de les faire de 12 en 12 heures ou de 6 en 6 heures); la première colonne du journal contient le jour du mois.

La seconde colonne, l'heure marquée à la pendule de l'Observatoire, à l'instant de la comparaison.

La troisième, l'heure de la montre correspondante à l'heure de la pendule. Pour obtenir avec exactitude, l'heure, la minute, la seconde et la fraction de secondes de la montre, correspondante à l'heure et à la minute marquées par la pendule, on fera compter à haute voix les neuf secondes qui précèdent l'instant de la comparaison, et à la dixième on sera certain de la division sur laquelle se trouve l'aiguille des secondes de la montre; on écrira d'abord le nombre des secondes, puis le nombre des minutes et celui des heures.

La quatrième, les différences premières ou la quantité d'heures, de minutes et de secondes, dont la montre avançait chaque jour sur la pendule à l'heure indiquée par la seconde colonne, de manière que pour obtenir les nombres de la quatrième colonne, il faut toujours retrancher ceux de la seconde des nombres de la troisième colonne, ceux-ci étant augmentés de 12 heures s'il est nécessaire.

La cinquième, l'intervalle de temps écoulé entre deux comparaisons consécutives: il s'obtient en retranchant l'heure marquée à la pendule, de celle qui est indiquée pour le jour suivant, augmentée de 24 heures.

La sixième, la marche apparente de la montre dans l'intervalle, ou les secondes différences que l'on obtient en retranchant une différence première de celle qui la suit, ayant égard à la règle des signes: le signe + placé au haut de la colonne indique une avance, et le signe − un retard.

La septième, la marche apparente en 24 heures; les nombres qu'elle contient sont les quatrièmes termes des proportions semblables à la suivante:

L'intervalle de temps écoulé entre deux comparaisons est à 24 heures, comme l'avance ou le retard dans l'intervalle est à la marche cherchée.

Les nombres de cette colonne peuvent aussi être calculés d'une manière plus simple, en faisant usage de la Table insérée plus loin page 267, donnant le facteur par lequel il faut multiplier la marche apparente dans l'intervalle, pour trouver la quantité qui doit lui être ajoutée ou retranchée, pour avoir celle qui correspond à 24 heures.

La huitième colonne du journal contient la marche réelle de la pendule, ou son avance ou son retard diurne sur le temps moyen; cette marche se détermine par des observations faites au cercle répétiteur astronomique, ou plus facilement à la lunette méridienne ou instrument des passages.

La neuvième, la marche diurne réelle de la montre: les nombres de cette colonne sont les sommes algébriques des nombres correspondants des deux colonnes précédentes.

JOURNAL

DE LA COMPARAISON DE LA MONTRE MARINE N.° 1, à la Pendule de l'Observatoire du Port de Brest.

Jours du mois.	COMPARAISON de la Montre N.° 1, à la Pendule.		AVANCE du N.° 1 sur la Pendule.	Intervalle entre les comparaisons.	MARCHE apparente de la montre dans		MARCHE réelle dans 24h		Remarques.
	Pendule.	Montre N.° 1.			l'intervalle.	24h	Pend.le	N.° 1.	
	h m	h m s	h m s	h	— s	— s	+ s	— s	
1	4 32	11 50 20.6	7 18 20.6	24	21.2	21.2	0,89	20.31	
2	4 32	11 49 59.4	7 17 59.4	24	21.4	21.4	0.89	20.51	
3	4 32	11 49 38	7 17 38	24	21.0	21.0	0.89	20.11	
4	4 32	11 49 17	7 17 17	24	21.8	21.8	0.89	20.91	
5	4 32	11 48 55.2	7 16 55.2	24	21.5	21.5	0.89	20.61	
6	4 32	11 48 33.7	7 16 33.7	24	21.7	21.7	0.95	20.75	
7	4 32	11 48 12	7 16 12	24	21.0	21.0	0,95	20.05	
8	4 32	11 47 51	7 15 51	24	21.9	21.9	0.95	20.95	
9	4 32	11 47 29.1	7 15 29.1	24	20.9	20.9	0.95	19.95	
10	4 32	11 47 8.2	7 15 8.2	24	20.2	20.2	0.95	19.25	
11	4 32	11 46 48	7 14 48	24	21.0	21.0	0.95	20.05	
12	4 32	11 46 27	7 14 27	24	23.6	23.6	0.95	22.65	
13	4 32	11 46 3.4	7 14 3.4	24	23.4	23.4	0.97	22.43	
14	4 32	11 45 40	7 13 40	24	22.9	22.9	0.97	21.93	
15	4 32	11 45 17.1	7 13 17.1	24	21.4	21.4	0.97	20.43	
16	4 32	11 44 55.7	7 12 55.7	24	21.3	21.3	0.97	20.33	
17	4 32	11 44 34.4	7 12 34.4	24	20.9	20.9	0.97	19.93	
18	4 32	11 44 13.5	7 12 13.5	24	21.2	21.2	0.97	20.23	
19	4 32	11 43 52.3	7 11 52.3	24	21.5	21.5	0.97	20.53	Marche diurne
20	4 32	11 43 30.8	7 11 30.8	24	21.3	21.3	0.97	20,33	moyenne du 21
21	4 32	11 43 9.5	7 11 9.5	24	22.1	22.1	0.96	21.14	au 31 — 20s,69
22	4 32	11 42 47.4	7 10 47.4	24	21.4	21.4	0.96	20.44	
23	4 32	11 42 26	7 10 26	24	21.7	21.7	0.96	20.74	
24	4 32	11 42 4.3	7 10 4.3	24	22.0	22.0	0.96	21.04	
25	4 32	11 41 42.3	7 9 42.3	24	21.5	21.5	0.96	20.54	
26	4 32	11 41 20.8	7 9 20.8	24	21.3	21.3	0.96	20.34	
27	4 32	11 40 59.5	7 8 59.5	24	21.3	21.3	0.96	20.34	
28	4 32	11 40 38.2	7 8 38.2	24	21.5	21.5	0.96	20.54	
29	4 32	11 40 16.7	7 8 16.7	24	21.7	21.7	0,96	20.74	
30	4 32	11 39 55	7 7 55	24	22.0	22.0	0.96	21.04	
31	4 32	11 39 33	7 7 33						

JOURNAL

DE LA COMPARAISON DE LA MONTRE MARINE N.° 2, à la Pendule de l'Observatoire du Port de Brest.

Jours du mois.	COMPARAISON de la Montre N.° 2, à la Pendule.		AVANCE du N.° 2 sur la Pendule.	Intervalle entre les comparaisons.	MARCHE apparente de la montre dans		MARCHE réelle dans 24h		Remarques.
	Pendule.	Montre N.° 2.			l'intervalle.	24h	Pend.le	N.° 2.	
	h m	h m s	h m s	h m	+ s	+ s	+ s	+ s	
1	5 31	2 27 22.6	8 56 22.6	23 10	37.7	39.06	2.00	41.06	
2	4 41	1 38 0.3	8 57 0.3	24 0	37.8	37.80	2.00	39.80	
3	4 41	1 38 38.1	8 57 38.1	24 14	38.3	37.94	2.00	39.94	
4	4 55	1 53 16.4	8 58 16.4	23 17	36.0	37.11	1.97	39.08	
5	4 12	1 10 52.4	8 58 52.4	25 25	40.0	37.77	1.97	39.74	
6	5 37	2 36 32.4	8 59 32.4	22 47	36.2	38.14	1.95	40.09	
7	4 24	1 24 8.6	9 0 8.6	25 31	41.8	39.30	1.95	41.25	
8	5 55	2 55 50.4	9 55 50.4	23 10	38.6	39.99	1.95	41.94	
9	5 5	2 6 29	9 56 29	24 18	40.6	40.11	1.95	42.06	
10	5 23	2 25 9.6	9 2 9.6	24 59	40.8	39.20	1.92	41.12	
11	6 22	3 24 50.4	9 2 50.4	22 25	36.6	39.22	1.92	41.14	
12	4 47	1 50 27	9 3 27	24 5	39.1	38.97	1.92	40.89	
13	4 52	1 56 6.1	9 4 6,1	23 15	37.9	39.11	1.92	41.03	
14	4 7	1 11 44	9 4 44	26 12	38.2	34.99	1.94	36.93	
15	6 19	3 24 2.2	9 5 22.2	22 46	37.9	40.01	1.94	41.95	
16	5 5	2 11 0.1	9 6 0.1	23 54	39.0	39.16	1.94	41.10	
17	4 59	2 5 39.1	9 6 39.1	25 8	41.5	39.62	1.94	41.56	
18	6 7	3 14 20.6	9 7 20.6	21 51	35.8	39.31	1.90	41.21	
19	3 58	1 5 56.4	9 7 56.4	24 55	41.0	39.50	1.90	41.40	Marche diurne
20	4 53	2 1 37.4	9 8 37.4	24 45	39.1	37.93	1.90	39.83	moyenne du 21
21	5 38	2 47 16.5	9 9 16.5	23 42	39.3	39.81	1.90	41.71	au 31 + 44s,03
22	5 20	2 29 55.8	9 9 55.8	22 44	38.6	40.73	1.93	42.66	
23	4 4	1 14 34.4	9 10 34.4	25 55	45.6	42.24	1.93	44.17	
24	5 59	3 10 20	9 11 20	23 20	41,0	42.18	1.93	44.11	
25	5 19	2 31 1	9 12 1	22 10	39.4	42.66	1.93	44.59	
26	3 29	0 41 40.4	9 12 40.4	26 1	48.0	44.27	1.97	46.24	
27	5 30	2 43 28.4	9 13 28.4	22 56	40.6	42.50	1.97	44.47	
28	4 26	1 40 9	9 14 9	23 57	42.0	42.08	1.97	44.05	
29	4 23	1 37 51	9 14 51	24 25	42.6	41.89	1.97	43.86	
30	4 48	2 3 33.6	9 15 33.6	24 31	43.4	42.48	1.97	44.45	
31	4 19	2 35 17	9 16 17						

JOURNAL

DE LA COMPARAISON DE LA MONTRE MARINE N.° 3, à la Pendule de l'Observatoire du Port de Brest.

Jours du mois.	COMPARAISON de la Montre N.° 3, à la Pendule.		AVANCE du N.° 3 sur la Pendule.	Intervalle entre les comparaisons.	MARCHE apparente de la Montre dans		MARCHE réelle dans 24h		Remarques.
	Pendule.	Montre N.° 3.			l'intervalle.	24h	Pend.le	N.° 3.	
	h m	h m s	h m s	h m	− s	− s	+ s	− s	
1	5 37	2 36 14.5	8 59 14.5	24 40	39.5	38.47	2 50	35.97	
2	6 17	3 15 35	8 58 35	22 54	37.0	38.78	2.50	36.28	
3	5 11	2 8 58	8 57 58	24 12	43.0	42.66	2.50	40.16	
4	5 . 23	2 20 15	8 57 15	24 56	40.5	38.96	2.53	36.43	
5	6 19	3 15 34.5	8 56 34.5	23 51	39.0	39.23	2.53	36.70	
6	6 10	3 5 55.5	8 55 55.5	21 45	35.5	39.16	2.53	36.63	
7	3 55	0 50 20	8 55 20	25 10	42.5	40.54	2.53	38.01	
8	5 5	2 59 37.5	8 54 37.5	24 57	40.5	38.96	2.56	36.40	
9	6 2	2 55 57	8 53 57	22 36	38.5	40.89	2.56	38.33	
10	4 38	1 31 18.5	8 53 18.5	24 39	45.0	43.83	2.56	41.27	
11	5 17	2 9 33.5	8 52 33.5	24 12	40.5	40.18	2.56	37.62	
12	5 29	2 20 53	8 51 53	23 58	41.0	41.08	2.56	38.52	
13	5 27	2. 18 12	8 51 12	23 13	39.5	40.84	2.58	38.26	
14	4 40	1 30 32.5	8 50 32.5	25 21	43.0	40.72	2.58	38.14	
15	6 1	2 50 49.5	8 49 49.5	23 19	40.0	41.20	2.58	38.62	
16	5 20	2 9 9.5	8 49 9.5	23 48	44.0	44.35	2.58	41.77	
17	5 8	1 56 25.5	8 48 25.5	25 19	47.0	44.60	2.58	42.02	
18	6 27	3 14 38.5	8 47 38.5	22 35	40.0	42.48	2.58	39.90	
19	5 2	1 48 58.5	8 46 58.5	24 0	41.0	41.00	2.59	38.41	Marche diurne
20	5 2	1 48 17.5	8 46 17.5	24 0	43.5	43.50	2.60	40.90	moyenne du 21
21	5 2	1 47 34	8 45 34	23 6	41.5	43.12	2.60	40.52	au 31 = $41^{s},09$
22	4 8	0 52 52.5	8 44 52.5	24 15	43.5	43.06	2.60	40.46	
23	4 23	1 7 9	8 44 9	23 36	42.0	42.71	2.60	40.11	
24	3 59	0 42 27	8 . 43 27	22 54	41.5	43.49	2.60	40.89	
25	2 53	11 35 45.5	8 42 45.5	23 0	42.0	43.81	2.55	41.26	
26	1 53	10 35 3.5	8 42 3.5	23 42	43.0	43.56	2.55	41.01	
27	1 35	10 16 20.5	8 41 20.5	23 12	42.5	43.95	2.55	41.40	
28	0 47	9 27 38	8 40 38	23 18	43.0	44.29	2.55	41.74	
29	0 5	8 44 55	8 39 55	24 21	44.5	43.25	2.55	40.70	
30	0 26	9 5 10.5	8 39 10.5	25 6	46.5	44.45	2.55	41.90	
31	1 32	10 10 24	8 38 24						

JOURNAL

DE LA COMPARAISON DE LA MONTRE MARINE N.° 4, à la Pendule de l'Observatoire du Port de Brest.

Jours du mois.	Comparaison de la Montre N.° 4, à la Pendule.		Avance du N.° 4 sur la Pendule.	Intervalle entre les comparaisons.	Marche apparente de la Montre dans		Marche réelle dans 24h		Remarques.
	Pendule.	Montre N.° 4.			l'intervalle.	24h	Pend.le	N.° 4.	
	h m	h m s	h m s	h m	+ s	+ s	+ s	+ s	
1	4 51	4 35 29.8	11 44 29.8	23 5	3.6	3.74	2.03	5.77	
2	3 56	3 40 33.4	11 44 33.4	24 21	3.8	3.75	2.03	5.78	
3	4 17	4 1 37.2	11 44 37.2	24 43	4.2	4.08	2.03	6.11	
4	5 0	4 44 41.4	11 44 41.4	23 59	2.6	2.60	2.03	4.63	
5	4 59	4 43 44	11 44 44	23 32	3.0	3.06	2.03	5.09	
6	4 31	4 15 47	11 44 47	25 1	5.2	4.99	2.03	7.02	
7	5 32	5 16 52.2	11 44 52.2	23 32	1.9	1.94	2.03	3.97	
8	5 4	4 48 54.1	11 44 54.1	24 11	4.9	4.86	2.03	6.89	
9	5 15	4 59 59	11 44 59	24 14	2.2	2.18	2.14	4.32	
10	5 29	5 14 1.2	11 45 1.2	23 19	− 0.6	− 0.62	2.14	1.52	
11	4 48	4 33 0.6	11 45 0.6	24 23	+ 5.4	+ 5.33	2.14	7.47	
12	5 11	4 56 6	11 45 6	23 35	3.9	3.97	2.09	6.06	
13	4 46	4 31 9.9	11 45 9.9	23 13	4.1	4.15	2.09	6.24	
14	3 59	3 44 14	11 45 14	24 54	6.0	5.98	2.09	7.87	
15	4 53	4 38 20	11 45 20	23 50	1.0	1.01	2.12	3.13	
16	4 43	4 28 21	11 45 21	24 39	4.5	4.38	2.12	6.50	
17	5 22	5 7 25.5	11 45 25.5	22 39	3.1	3.29	2.08	5.37	
18	4 1	3 46 28.6	11 45 28.6	24 29	2.6	2.55	2.08	4.63	
19	4 30	4 15 31.2	11 45 31.2	23 46	6.8	6.87	2.08	8.95	
20	4 16	4 1 38	11 45 38	24 34	− 0.5	− 0.49	2.08	1.59	
21	4 50	4 35 37.5	11 45 37.5	24 1	+ 4.5	+ 4.50	2.05	6.55	
22	4 51	4 36 42	11 45 42	23 0	4.5	4.69	2.05	6.74	
23	3 51	3 36 46.5	11 45 46.5	24 21	1.5	1.48	2.05	3.53	
24	4 12	3 57 48	11 45 48	24 12	5.5	5.46	2.05	7.51	
25	4 24	4 9 53.5	11 45 53.5	24 20	− 3.5	− 3.45	2.05	− 1.40	
26	4 44	4 29 50	11 45 50	24 48	+ 4.0	3.87	2.07	5.94	
27	5 32	5 17 54	11 45 54	22 6	2.5	2.71	2.07	4.78	
28	3 38	3 23 56.5	11 45 56.5	25 30	4.0	3.76	2.07	5.83	
29	5 8	4 54 0.5	11 46 0.5	23 32	7.9	8.05	2.07	10.12	
30	4 40	4 26 8.4	11 46 8.4	23 30	5.6	5.72	2.07	7.79	
31	4 10	3 56 14	11 46 14						

TABLE DES FACTEURS RELATIFS AUX USAGES DES MONTRES MARINES.

M.	FACTEURS POSITIFS.					FACTEURS NÉGATIFS.					M.
	INTERVALLE ENTRE LES COMPARAISONS.										
M.	19^h	20^h	21^h	22^h	23^h	24^h	25^h	26^h	27^h	28^h	M.
0	0.263	0.200	0.143	0.091	0.043	0.000	0.040	0.077	0.111	0.143	0
3	0.260	0.197	0.140	0.088	0.041	0.002	0.042	0.079	0.113	0.144	3
6	0.257	0.194	0.137	0.086	0.039	0.004	0.044	0.080	0.114	0.146	6
9	0.253	0.191	0.135	0.084	0.037	0.006	0.046	0.082	0.116	0.147	9
12	0.250	0.188	0.132	0.081	0.034	0.008	0.048	0.084	0.118	0.149	12
15	0.247	0.185	0.129	0.079	0.032	0.010	0.050	0.086	0.119	0.150	15
18	0.243	0.182	0.127	0.076	0.030	0.012	0.051	0.087	0.121	0.152	18
21	0.240	0.179	0.124	0.074	0.028	0.014	0.053	0.089	0.122	0.153	21
24	0.237	0.176	0.121	0.071	0.026	0.016	0.055	0.091	0.124	0.155	24
27	0.234	0.174	0.119	0.069	0.023	0.018	0.057	0.093	0.126	0.156	27
30	0.231	0.171	0.116	0.067	0.021	0.020	0.059	0.094	0.127	0.158	30
33	0.227	0.168	0.114	0.064	0.019	0.022	0.061	0.096	0.129	0.159	33
36	0.224	0.165	0.111	0.062	0.017	0.024	0.062	0.098	0.130	0.161	36
39	0.221	0.162	0.109	0.060	0.015	0.026	0.064	0.099	0.132	0.162	39
42	0.218	0.159	0.106	0.057	0.013	0.028	0.066	0.101	0.134	0.164	42
45	0.215	0.157	0.103	0.055	0.011	0.030	0.068	0.103	0.135	0.165	45
48	0.212	0.154	0.101	0.053	0.008	0.032	0.070	0.104	0.137	0.167	48
51	0.209	0.151	0.098	0.050	0.006	0.034	0.072	0.106	0.138	0.168	51
54	0.206	0.148	0.096	0.048	0.004	0.036	0.073	0.108	0.140	0.170	54
57	0.203	0.146	0.093	0.046	0.002	0.038	0.075	0.109	0.141	0.171	57
	19^h	20^h	21^h	22^h	23^h	24^h	25^h	26^h	27^h	28^h	

L'usage de cette Table est très-facile : l'intervalle entre les comparaisons s'y trouve de trois minutes en trois minutes ; les heures sont placées dans la première et dans la dernière ligne horizontale, et les minutes dans la première et dans la dernière colonne verticale.

Pour avoir le facteur par lequel il faut multiplier la marche apparente dans l'intervalle, pour obtenir la quantité qui doit être ajoutée à cette marche ou retranchée, pour avoir celle qui correspond à 24 heures ; prenez le nombre des heures de l'intervalle dans la première ou dans la dernière ligne horizontale, et le nombre des minutes dans la première ou dans la dernière colonne ; le facteur demandé se trouvera à la rencontre de ces deux lignes, on ajoutera le produit de la marche apparente dans l'intervalle, par ce facteur, lorsque l'intervalle sera plus petit que 24^h ; mais il faudra le retrancher lorsqu'il sera plus grand.

Exemple 1. Une montre ayant avancée de 36",6 dans $22^h\ 24^m$, on demande son avance en 24^h.

Marche dans l'intervalle		36"6
Facteur pour $22^h\ 24^m$		0.07 1
Produit	+	2.60
Marche en 24^h		39.20

Exemple 2. Une montre ayant retardé de 42",4 dans $26^h\ 18^m$, on demande son retard en 24^h.

Marche dans l'intervalle		42"4
Facteur pour $26^h\ 18^m$		0.08 7
Produit	−	3.69
Marche en 24^h		38.71

En effet, soit $24^h \mp y^h$ l'intervalle des comparaisons, m la marche dans cet intervalle, et $m + x$ la marche diurne,

on aura $24^h \mp y^h : 24^h :: m : m + x$ ou $24^h \mp y^h : \pm y^h :: m : x = \pm\, m \times \dfrac{y^h}{24^h \mp y}$

La Table donne le facteur. $\dfrac{y^h}{24^h \mp y^h}$.

Pour détruire des préjugés, éclairer des exigences impossibles à satisfaire et chercher à donner des connaissances positives sur les variations des mouvemens que peuvent avoir les montres marines, nous allons ajouter aux journaux précédens, les marches diurnes réelles de onze montres, construites par différens artistes, et soumises simultanément aux expériences les plus précises. L'examen attentif et réfléchi des résultats obtenus, fera connaître que quelque soit le haut degré de perfection que le génie des artistes a donné à la construction de ces machines, la mesure parfaite du temps est une création qui n'est pas en son pouvoir.

MARCHES DIURNES DES MONTRES,

Du 13 Septembre au 7 Octobre et du 17 Novembre au 17 Décembre 1834.

JOURS du MOIS.		NUMÉROS DES MONTRES.										
		1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
		+		−		−	+	+	+	−	−	−
		s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s
Du 13 Sept. au	14	0.9	1.7	3.7	+ 1.1	0.3	2.7	1.1	3.5	1.1	0.0	3.0
14	15	0.7	0.7	3.1	0.7	0.9	1.9	0.9	2.5	1.5	0.0	4.0
15	16	0.1	0.9	4.1	0.1	1.3	2.1	1.7	3.0	1.5	1.0	3.5
16	17	0.7	0.3	3.1	0.5	1.1	2.1	0.9	3.5	2.1	0.0	4.5
17	18	− 0.1	0.1	4.1	0.1	1.9	1.7	0.9	3.0	2.3	1.0	3.5
18	19	+ 0.1	− 0.1	3.3	0.1	1.3	1.9	0.9	3.5	2.1	0.5	3.5
19	20	0.1	+ 0.5	3.1	0.0	2.1	1.5	1.3	3.5	2.1	0.5	4.5
20	21	0.3	− 0.1	3.7	0.6	1.7	1.1	1.7	3.5	2.3	0.5	3.5
21	22	0.1	− 0.9	4.3	− 0.1	2.2	1.1	0.9	4.0	2.7	1.0	4.5
22	23	− 0.7	− 0.3	3.3	− 0.3	1.6	0.5	1.9	4.0	2.3	1.0	6.5
23	24	− 0.3	− 0.1	3.9	− 0.1	1.9	0.3	1.9	3.0	2.3	0.5	8.0
24	25	− 0.1	− 0.1	3.1	− 0.5	1.9	0.5	2.5	3.0	2.1	1.5	4.0
25	26	− 0.1	+ 0.3	3.3	− 0.5	1.5	0.1	2.5	2.5	1.9	1.5	5.0
26	27	− 0.1	0.5	2.9	+ 0.1	1.9	0.7	3.5	3.0	1.3	0.5	3.5
27	28	+ 0.5	− 0.1	3.0	0.7	1.3	0.1	2.9	3.0	2.1	1.5	6.0
28	29	0.3	+ 0.3	2.4	0.9	1.1	0.7	3.9	3.5	0.9	1.0	6.0
29	30	0.7	0.5	2.9	0.7	1.1	0.9	1.9	3.0	1.3	1.0	3.5
30	1	− 0.1	0.1	2.5	0.1	1.7	0.9	2.3	3.5	1.1	1.0	4.5
Du 1 Octo. au	2	+ 0.1	− 0.1	2.9	0.9	1.3	0.1	3.3	4.5	1.7	1.0	5.5
2	3	− 0.1	− 0.3	2.9	0.1	1.3	0.7	2.5	3.0	1.3	1.5	7.0
3	4	− 0.1	− 0.1	3.1	0.7	1.7	0.1	2.9	3.0	1.5	2.0	6.5
4	5	− 0.3	− 0.9	3.1	− 0.1	1.3	0.9	3.5	4.0	1.6	1.5	5.5
5	6	+ 0.1	− 0.3	2.9	− 0.1	2.1	0.7	2.1	3.5	1.2	1.5	8.0
6	7	− 0.1	− 0.7	2.5	+ 0.9	1.3	0.9	1.1	3.0	1.1	2.0	6.0
		+	+	+	+	+				+	−	−
Du 17 Nov. au	18	1.5	4.5	3.9	7.9	3.3	3.3	4.5	0.5	8.9	8.0	7.5
18	19	0.9	4.9	3.1	8.1	1.9	3.3	4.3	0.0	9.1	8.0	6.5
19	20	1.9	5.1	4.1	8.5	3.1	2.8	3.9	0.5	9.5	8.5	7.0
20	21	2.1	3.7	3.5	7.5	2.5	1.4	2.1	− 2.0	8.9	12.0	8.5
21	22	2.1	3.7	3.3	7.7	1.9	1.5	1.7	− 1.5	10.1	12.5	9.5
22	23	1.7	4.9	3.7	8.7	3.5	3.3	3.5	− 0.5	9.7	9.0	9.5
23	24	2.3	4.9	3.7	8.3	2.3	3.5	4.3	+ 0.5	9.5	8.5	12.5
24	25	2.5	5.3	4.5	8.3	3.5	3.5	4.5	0.5	9.7	8.5	8.0
25	26	1.5	4.7	3.7	7.9	3.1	1.7	3.5	0.0	10.3	8.5	8.0
26	27	1.7	5.3	4.3	8.1	3.7	1.5	3.7	0.0	9.5	9.0	8.5
27	28	2.3	5.3	4.5	8.3	3.9	2.1	4.3	− 0.5	10.5	9.5	9.0
28	29	1.7	4.7	4.3	7.9	3.9	1.1	3.5	− 0.5	9.7	11.5	10.0
29	30	1.7	5.3	4.5	8.5	3.7	2.5	4.5	+ 0.5	10.3	10.5	9.0
30	1	2.5	5.9	4.5	8.5	4.3	2.3	5.3	1.0	10.3	7.5	6.5
Du 1 Déc. au	2	2.1	5.7	4.7	8.3	3.9	2.3	4.7	0.5	9.6	8.5	8.5
2	3	2.5	6.1	5.3	8.3	4.5	3.3	5.5	1.5	10.0	9.0	7.5
3	4	1.7	5.3	4.5	7.7	4.5	2.5	4.5	0.5	9.7	9.0	9.5
4	5	2.3	5.9	4.5	8.5	4.3	2.7	5.5	0.5	9.9	9.0	7.0
5	6	2.5	6.1	4.9	8.3	4.7	2.7	4.7	0.0	10.1	9.5	8.5
6	7	1.9	5.7	5.1	7.9	5.3	2.3	5.3	1.5	9.9	9.0	6.0
7	8	2.1	5.7	4.5	8.1	4.5	2.7	5.7	1.5	10.3	8.0	6.5
8	9	1.9	6.5	5.3	8.5	4.7	2.5	4.7	0.5	11.3	10.0	8.5
9	10	2.3	5.7	4.7	7.7	5.3	2.5	5.1	1.0	9.7	10.5	6.0
10	11	2.3	6.3	4.7	8.5	4.7	2.3	4.7	0.0	11.3	11.0	7.5
11	12	1.7	5.5	4.7	8.3	5.3	1.5	4.5	− 0.5	10.5	13.0	6.0
12	13	2.3	5.5	5.1	8.7	5.5	1.5	4.1	− 0.5	11.5	14.0	6.5
13	14	1.7	5.5	4.5	8.7	5.5	0.7	3.7	− 1.5	11.1	14.0	6.0
14	15	1.7	3.5	4.3	8.1	5.5	− 2.5	1.5	− 3.0	10.9	16.5	7.5
15	16	2.3	4.5	4.7	8.9	5.9	− 1.3	1.9	− 2.0	11.9	12.0	5.0
16	17	2.5	5.3	4.7	9.1	6.1	− 0.1	3.3	− 1.0	12.1	11.0	5.5

MARCHES DIURNES DES MÊMES MONTRES,

Du 5 Avril au 30 Mai 1835.

JOURS du MOIS.	NUMÉROS DES MONTRES.										
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	−	+
Du 5 Avril au 6	6.5	18.5	10.3	13.5	14.5	6.7	9.3	4.5	22.5	8.0	2.0
6 7	6.5	18.5	9.7	13.5	13.7	8.1	9.3	5.0	22.5	8.0	2.0
7 8	7.3	18.5	10.3	12.7	14.5	7.5	9.5	6.0	22.1	7.5	2.0
8 9	6.5	18.5	10.5	12.3	14.5	7.5	10.3	8.0	22.9	7.0	0.5
9 10	7.5	18.7	11.5	13.5	14.5	6.9	8.9	5.0	22.5	8.0	1.5
10 11	6.7	18.7	9.7	13.5	14.7	8.1	9.5	5.0	22.7	7.5	2.0
11 12	7.3	18.7	10.3	13.5	14.5	7.5	9.3	5.5	22.7	7.5	0.0
12 13	7.5	18.9	11.5	14.5	15.1	7.5	8.9	6.5	23.1	7.5	1.0
13 14	7.3	18.9	11.5	14.5	14.9	7.5	9.1	6.0	23.5	7.5	3.0
14 15	7.7	19.3	10.7	13.5	15.3	7.5	9.5	6.5	22.9	7.5	3.0
15 16	7.5	19.3	11.3	14.5	15.1	7.7	8.5	6.0	23.1	8.5	1.0
16 17	7.5	18.5	10.5	14.5	15.3	6.5	7.5	4.5	23.5	7.5	0.0
17 18	7.1	18.5	10.7	14.5	15.5	6.1	5.5	3.5	22.7	7.0	1.5
18 19	7.7	18.5	11.3	14.7	16.1	5.5	5.7	4.0	23.3	7.0	0.5
19 20	8.1	18.7	11.9	15.3	15.7	6.3	6.3	6.0	23.8	6.5	− 1.0
20 21	8.0	19.0	11.3	14.6	15.4	6.8	7.2	5.5	23.2	7.0	0.0
21 22	8.0	19.4	11.0	15.0	15.4	7.4	7.2	6.5	24.0	7.0	+ 1.5
22 23	8.2	19.0	11.2	15.0	16.0	7.0	8.2	6.0	23.2	7.5	0.5
23 24	8.0	19.4	10.6	14.4	16.0	6.2	8.2	5.5	23.2	7.5	1.5
24 25	7.8	20.0	11.8	14.2	15.2	7.4	9.2	6.5	23.4	8.0	2.5
25 26	8.0	18.6	10.6	15.0	15.6	7.0	8.2	5.5	23.0	7.5	0.5
26 27	8.0	18.8	11.0	14.4	15.8	5.6	6.4	5.5	23.4	7.0	− 2.5
27 28	7.0	17.4	11.2	14.4	15.2	4.0	3.8	3.5	23.0	7.0	− 1.5
28 29	7.6	18.4	12.2	16.0	17.2	3.0	2.8	4.0	24.2	7.0	− 1.0
29 30	8.2	18.0	12.4	15.2	16.2	2.2	3.0	4.0	23.8	6.5	− 0.5
30 1	8.4	19.0	13.8	16.2	17.2	5.2	4.2	2.5	25.0	7.5	− 1.0
Du 1 Mai au 2	7.8	18.4	11.4	14.4	15.2	5.6	6.4	3.5	23.2	6.5	− 0.5
2 3	7.4	19.2	12.0	14.2	15.2	6.8	7.8	1.5	22.4	7.5	− 1.0
3 4	8.2	19.2	12.2	15.2	16.2	7.6	9.4	2.5	24.0	7.0	+ 0.5
4 5	7.9	19.9	11.9	14.7	15.9	8.5	9.1	1.5	23.9	7.5	0.0
5 6	7.9	19.5	11.1	14.1	15.3	7.3	9.1	2.5	23.1	7.5	− 1.0
6 7	8.5	19.3	12.1	14.7	16.1	8.7	10.5	3.5	23.9	7.0	− 1.0
7 8	8.1	20.9	11.7	14.3	16.1	8.7	9.7	2.5	23.9	7.5	0.0
8 9	7.9	19.5	12.3	13.7	15.9	8.1	10.1	4.5	24.3	8.0	0.0
9 10	7.9	19.3	11.3	13.7	15.3	7.7	9.9	3.5	22.3	7.5	0.5
10 14	8.1	19.9	11.1	14.1	16.3	8.9	9.9	3.5	24.1	8.0	1.0
11 12	8.7	19.9	11.7	13.9	16.3	8.9	10.1	3.0	23.7	7.0	1.0
12 13	7.9	19.7	11.1	14.7	15.3	7.9	9.7	3.0	23.3	8.0	0.5
13 14	7.1	18.9	10.9	13.7	15.5	7.9	8.9	2.0	23.3	8.0	0.0
14 15	7.9	20.1	11.7	14.1	15.9	8.7	10.9	4.0	24.1	7.5	1.5
15 16	8.7	19.7	11.1	13.9	15.9	8.3	9.3	3.5	23 9	8.0	1.0
16 17	7.3	13.9	11.5	14.1	15.1	8.7	9.7	2.5	22.1	7.5	− 1.0
17 18	8.5	20.1	11.9	14.7	16.7	8.9	10.7	3.0	24.9	8.5	+ 1.0
18 19	8.3	20.7	12.1	14.9	16.9	9.1	10.9	3.0	24.7	8.0	0.5
19 20	8.5	18.9	11.9	13.3	15.1	8.7	10.1	3.5	23.1	7.5	0.0
20 21	8.1	19.9	11.1	13.9	16.1	8.9	10.7	3.0	24.7	8.0	1.0
21 22	8.7	20.1	11.7	14.5	16.7	9.1	10.9	4.0	24.1	7.5	0.0
22 23	8.3	19.7	12.1	14.1	16.1	8.9	11.1	3.5	24.5	7.5	0.0
23 24	8.7	20.1	11.7	13.7	16.9	8.9	10.9	4.0	24.3	6.5	− 1.0
24 25	8.9	20.3	11.1	14.1	16.5	8.9	12.1	4.0	24.9	4.0	+ 1.0
25 26	9.1	20.5	12.7	15.1	17.1	9.5	10.9	4.0	24.7	5.0	1.0
26 27	9.5	20.9	12.1	15.5	16.9	9.1	10.5	4.0	24.9	4.5	2.0
27 28	9.1	19.9	12.7	14.9	16.9	8.9	10.3	4.0	24 9	5.0	2.0
28 29	9.7	21.3	12.7	15.1	17.7	9.1	11.5	4.0	25.3	4.5	1.0
29 30	8.9	20.7	12.3	14.7	16.9	8.9	10.1	3.5	24.7	4.5	0.5

Enfin la montre N.° 2 a donné pour ses marches diurnes du 4 Septembre 1836 au 4 Octobre suivant.

Du 4 Septembre au	5	16°0	Du 14 Septembre au	15	15°0	Du 24 Septembre au	25	17°5
5	6	14.5	15	16	16.5	25	26	17.0
6	7	16.0	16	17	15.0	26	27	16.0
7	8	16.5	17	18	16.0	27	28	16.5
8	9	16.0	18	19	16.0	28	29	16.0
9	10	16.0	19	20	15.5	29	30	15.5
10	11	15.0	20	21	16.0	30	1	16.0
11	12	15.5	21	22	16.5	1 Octobre au	2	16.5
12	13	14.5	22	23	15.5	2	3	16.0
13	14	14.5	23	24	16.0	3	4	15.5

Le journal de la comparaison de la montre N.° 4, page 266, fait voir qu'elle ne mérite aucune confiance; si cependant cette montre avait été comparée directement aux observations, les époques auraient pu se trouver de manière à ce que les variations se soient compensées, et à donner des marches diurnes moyennes uniformes; c'est ce qui aurait eu lieu si les observations avaient été faites les 1, 8, 17, 23 et 31 du mois, à peu près aux heures des comparaisons, elles auraient donnés les marches diurnes moyennes suivantes:

du 1 au 8 de + 5°49
du 8 au 17 de + 5,55
du 17 au 23 de + 5,64
et enfin du 23 au 31 de + 5,51

L'examen réfléchi des journaux précédens, refusera aux montres marines une confiance aveugle; fera sentir la nécessité de vérifier leur état et leur marche toutes les fois que faire se pourra; l'obligation de comparer *toujours* leurs résultats, à ceux que fourniront les distances lunaires; enfin, prouvera que les bons services de ces instrumens précieux, dépendront presque toujours du savoir et du zèle de celui à qui ils seront confiés.

Lorsque les comparaisons journalières ont fait connaître que le mouvement de la montre était assez régulier pour qu'elle puisse procurer la longitude avec une précision suffisante, il ne restera plus qu'à déterminer son état pour le midi du jour ou de la veille de son embarquement, ainsi que sa marche diurne moyenne: ces quantités s'obtiendront facilement par l'intermédiaire de la pendule, en observant que si la montre a une légère tendance à accélérer ou à retarder son mouvement, il est préférable de ne faire seulement usage que des comparaisons des dix derniers jours pour obtenir sa marche diurne moyenne, afin qu'elle exprime d'une manière plus approchée le mouvement réel de la montre à l'époque de son embarquement.

Quand une montre marine a été réglée à terre au moyen d'une pendule, et qu'elle se trouve installée à bord, il est très-facile de s'assurer si le transport n'a pas altéré son mouvement, en la comparant de nouveau à la pendule par l'usage des signaux de feu. Le signal le plus simple, le plus apparent, comme le plus instantané qu'on puisse faire, est celui qui est produit par l'enflammation d'un tas de poudre; on le voit à la vue simple dans tous les temps, au travers de la pluie et des brumes; la lumière subite de la poudre enflammée frappe l'œil avec la plus grande évidence, quand même il ne serait pas dirigé précisément vers l'endroit où se fait le signal, et quand même cet endroit serait au-dessous de l'horizon de l'observateur, car l'éclair qui se forme peut, en se reflétant dans le ciel, être visible à une très-grande distance.

Pour opérer avec exactitude, il faut le concours de quatre personnes; deux sont à bord du bâtiment, et les deux autres à l'observatoire; à une heure convenue on commence par brûler une amorce à l'observatoire pour servir de signal d'attention, puis après un

intervalle d'environ trois minutes, on fait les signaux des comparaisons, qui peuvent avoir lieu de deux minutes en deux minutes; à bord, l'une des personnes est placée près de la montre, et commence toujours à compter à haute voix, environ dix secondes avant que chaque intervalle convenu soit écoulé, tandis que l'autre personne est placée sur le pont de manière à entendre compter et à voir l'éclair; à l'observatoire, l'une compte à la pendule et l'autre met le feu à la poudre, de sorte qu'à l'instant de l'apparition de l'éclair on sait qu'elle heure il était à la montre et à la pendule, que l'on écrit de part et d'autre. Ces comparaisons répétées deux ou trois fois, donnent avec exactitude un résultat moyen, qui, d'après des expériences faites à Brest, diffère rarement d'une demi-seconde.

De la détermination de la marche diurne d'une montre marine, par les hauteurs correspondantes du soleil.

1. Observez plusieurs hauteurs de l'un des bords du soleil vers l'Est ou avant midi, et marquez l'heure, la minute et la seconde qui correspondent a chaque observation; prenez les heures où le même bord arrive aux mêmes hauteurs vers l'Ouest ou après midi.

2. Faites une somme de toutes les heures marquées par la montre aux différentes hauteurs le matin, et divisez-la par le nombre de ces hauteurs, vous aurez l'heure marquée par la montre à l'instant de la hauteur moyenne. Faites la même opération pour les hauteurs de l'après-midi, et vous aurez l'heure de la montre correspondante à la hauteur moyenne du soir, que vous augmenterez de 12 heures, si la montre a marqué 12 heures dans l'intervalle des deux heures moyennes; la demi-somme des heures moyennes donnera l'heure non corrigée, lorsque le centre du soleil passait au méridien du lieu.

3. Avec l'intervalle de temps écoulé entre la hauteur moyenne du matin et celle du soir, et la longitude du soleil prise pour le midi du jour, obtenez, au moyen de la Table XXXV, l'équation des hauteurs correspondantes, que vous ajouterez à l'heure approchée ou que vous en retrancherez, pour avoir l'heure exacte à l'instant du midi vrai.

4. De 24 heures retranchez, ou à 0 heures ajoutez la longitude du lieu exprimée en temps, selon qu'elle est orientale ou occidentale, vous aurez le temps vrai astronomique compté à Paris, à l'instant du midi vrai du lieu; ajoutez à l'heure de Paris le temps moyen au midi vrai correspondant, la somme donnera le temps moyen, dont la comparaison avec l'heure de la montre fera connaître son avance ou son retard absolu sur le temps moyen de Paris.

5. Plusieurs jours après, répétez les mêmes observations et déterminez de la même manière l'avance ou le retard de la montre sur le temps moyen de Paris. Maintenant, pour avoir la marche diurne de la montre, prenez la différence entre l'avance ou le retard trouvé par les secondes observations, et l'avance ou le retard trouvé par les premières, vous aurez l'avance ou le retard de la montre dans l'intervalle de ces mêmes observations. Divisant ensuite cette quantité par le nombre des jours qui se sont écoulés entre les époques des observations, le quotient sera la marche diurne cherchée.

Remarque 1. Pour obtenir, par les hauteurs correspondantes, toute la précision dont cette méthode est susceptible, il faut autant qu'il est possible, pour prendre ces hauteurs, choisir l'instant où le changement en hauteur est rapide, parce qu'alors le changement en hauteur étant plus sensible sur l'instrument, on est plus assuré de la justesse de l'observation. En général, le moment le plus favorable pour les observer, est depuis 8 heures du matin jusqu'à 10 heures, et les correspondantes de 2 heures après midi jusqu'à 4; d'ailleurs, à une plus grande distance du méridien, l'on aurait à craindre les inégalités de la montre, ou celles des réfractions. Cependant, nous remarquerons que si les réfractions à hauteurs égales, pour les observations du matin et du soir, n'étaient pas égales, on pourrait avoir égard à leur différence.

Remarque 2. Les hauteurs peuvent être prises avec un octant ou un sextant, par le moyen d'un horizon artificiel, il n'est pas nécessaire que l'instrument soit parfait, il suffit seulement de remettre, le soir, l'alidade dans les mêmes positions qu'elle avait avant midi, en commençant toutefois dans un ordre inverse, comme cela est évident. On peut aussi faire usage d'un cercle de réflexion et opérer comme il a été dit page 38.

Exemple 1. Le 28 Juin 1821, à l'Observatoire de la Marine à Brest, avec un cercle répétiteur, on a observé des hauteurs correspondantes du soleil.

Le 5 Juillet suivant, étant au même lieu, on a fait d'autres observations de hauteurs correspondantes : on demande la marche diurne de la pendule à laquelle les heures des observations ont été comptées.

Observations du 28 Juin.			Observations du 5 Juillet.		
Positions de l'alidade.	Heures du Matin.	Heures du Soir.	Positions de l'alidade.	Heures du Matin.	Heures du Soir.
296° 10'	8h 55m 13s5	3h 24m 50s0	261° 20'	8h 30m 28s0	3h 52m 9s0
20	56 15.5	23 47.0	30	31 30.0	51 8.0
30	57 17.0	22 44.5	40	32 31.5	50 5.5
40	58 19.5	21 42.5	50	33 32.0	49 4.5
50	59 22.5	20 40.0	262 0	34 33.0	48 3.5
297 0	9 0 25.0	19 38.0	10	35 35.5	47 2.0
10	1 27.0	18 35.0	20	36 37.0	46 1.5
20	2 30.5	17 32.5	30	37 38.5	44 59.0
30	3 33.5	16 28.5	40	38 39.0	43 58.0
40	4 36.5	15 26.5	50	39 40.5	42 56.5
50	5 40.0	14 23.5	263 0	40 42.5	41 55.0
298 0	6 42.5	13 21.0	10	41 44.5	40 52.5
Sommes.....	108 11 23.0	39 49 9.0	Sommes......	103 13 12.0	45 18 15.0
Moyennes....	9 0 56.9	3 19 5.7	Moyennes....	8 36 6.0	3 46 31.2
H. du s. + 12h	15 19 5.7		H. du s. + 12h	15 46 31.2	
Somme......	24 20 2.6		Somme.......	24 22 37.2	
H. approch...	12 10 1.3		H. approch...	12 11 18.6	

Intervalle		6h 18m
Longitude du soleil		3s 6° 22'
Table XXXV { 1.re partie		+ 1''97
Table XXXV { 2.e partie		− 0.57
Première partie		log. 0.294466
Latitude		l. tang. 10.051470
	+ 2''21	0.345936
		+ 2''21
		− 0.57
Correction de l'heure		+ 1.64
Heure approchée		12 10 1.30
Heure corrigée		12 10 2.94
Heure de Paris		12 27 16.00
Temps moyen au midi vrai	+	2 45.1
Temps moyen de Paris		12 30 2.1
Heure à la pendule		12 10 2.9
Retard de la pendule		19 58.2

Intervalle		7h 10m
Longitude du soleil		3s 13° 2'
Table XXXV { 1.re partie		+ 4''10
Table XXXV { 2.e partie		− 0.98
Première partie		log. 0.612784
Latitude		l. tang. 10.051470
	+ 4''61	0.664254
		+ 4''61
		− 0.98
Correction de l'heure		+ 3.63
Heure approchée		12 11 18.60
Heure corrigée		12 11 22.23
Heure de paris		12 27 16.00
Temps moyen au midi vrai	+	4 6.0
Temps moyen de Paris		12 31 16.0
Heure à la pendule		12 11 22.2
Retard de la pendule		19 53.8

Avance de la pendule du 28 Juin au 5 Juillet 4.7

Marche diurne *le septième* 0.7

Exemple 2. Le 22 Septembre 1821, à l'Observatoire de la Marine à Brest, avec un cercle répétiteur, on a observé des hauteurs correspondantes du soleil.

Le 9 Octobre suivant, étant au même lieu, on a fait d'autres observations de hauteurs correspondantes : on demande la marche diurne de la pendule à laquelle les heures des observations ont été comptées.

OBSERVATIONS DU 22 SEPTEMBRE.

Positions de l'alidade.	Heures du Matin.	Heures du Soir.
244° 20'	9h 2m 6s0	2h 56m 39s5
30	3 23.0	55 22.0
40	4 40.0	54 5.5
60	5 56.5	52 49.0
245 0	7 13.0	51 31.5
10	8 30.0	50 15.0
20	9 47.5	48 58.5
30	11 5.0	47 41.0
40	12 23.0	46 22.5
50	13 42.5	45 2.5
246 0	15 1.0	43 45.0
10	16 20.5	42 26.0
Sommes.....	109 50 8.0	33 54 58.0
Moyennes....	9 9 10.7	2 49 34.8
H. du s. + 12h	14 49 34.8	
Somme......	23 58 45.5	
H. approch...	11 59 22.75	

OBSERVATIONS DU 9 OCTOBRE.

Positions de l'alidade.	Heures du Matin.	Heures du Soir.
259° 20'	8h 50m 45s0	2h 57m 12s0
30	53 3.0	55 53.0
40	53 22.0	54 34.5
50	54 42.0	53 15.0
260 0	56 1.0	51 55.5
10	57 21.0	50 36.5
20	58 40.5	49 16.0
30	9 0 2.0	47 55.5
40	1 22.0	46 34.5
50	2 43.0	45 14.0
261 0	4 2.0	43 54.0
10	5 23.0	42 33.5
Sommes......	107 36 26.5	33 58 54.0
Moyennes....	8 58 2.2	2 49 54.5
H. du s. + 12h	14 49 54.5	
Somme.......	23 47 56.7	
H. approch...	11 53 58.35	

Intervalle	5h 40m
Longitude du soleil	5s 29° 8'
Table XXXV, 1.re partie	+ 16"37
Table XXXV, 2.e partie	− 0.08
Première partie	log. 1.214049
Latitude	l. tang. 10.051470
+ 18"43	1.265519
	+ 18"43
	− 0.08
Correction de l'heure	+ 18.35
Heure approchée	11 59 22.75
Heure corrigée	11 59 41.10
Heure de Paris	12 27 16.00
Temps moyen au midi vrai	11 52 41.9
Temps moyen de Paris	12 19 57.9
Heure à la pendule	11 59 41.1
Retard de la pendule	0 20 16.8

Intervalle	5h 52m
Longitude du soleil	6s 15° 52'
Table XXXV, 1.re partie	+ 16"09
Table XXXV, 2.e partie	+ 1.26
Première partie	log. 1.206556
Latitude	l. tang. 10.051470
+ 18"11	1.258026
	+ 18"11
	+ 1.26
Correction de l'heure	+ 19.37
Heure approchée	11 53 58.35
Heure corrigée	11 54 17.72
Heure de paris	12 27 16.0
Temps moyen au midi vrai	11 47 20.5
Temps moyen de Paris	12 14 36.5
Heure à la pendule	11 54 17.7
Retard de la pendule	0 20 18.8

Avance de la pendule du 22 Septembre au 9 Octobre 2.0

Marche diurne *le dix-septième* 0.12

Remarque 3. Quoique la manière de procéder au calcul de la moyenne arithmétique ou de l'heure approchée, ainsi que nous l'avons indiqué précédemment, soit exacte; si l'on avait des doutes sur la bonté des observations, on pourrait employer le procédé que nous allons appliquer à celles du 28 Juin, parce qu'il a l'avantage, tout en indiquant l'accord des résultats partiels, de faire connaître ceux dont les observations sont défectueuses et qui par conséquent doivent être rejetés.

Positions de l'Alidade.		Heures à la Pendule.				Heures approchées.
296° 10'	Matin	8h	55m	13s.5		
	Soir	15	24	50.0		
		24	20	3.5		12h 10m 1s.75
20	Matin	8	56	15.5		
	Soir	15	23	47.0		
			20	2.5		12 10 1.25
30	Matin	8	57	17.0		
	Soir	15	22	44.5		
			20	1.5		12 10 0.75
40	Matin	8	58	19.5		
	Soir	15	21	42.5		
			20	2.0		12 10 1.0
50	Matin	8	59	22.5		
	Soir	15	20	40.0		
			20	2.5		12 10 1.25
297 0	Matin	9	0	25		
	Soir	15	19	38		
			20	3		12 10 1.5
etc.		etc.				etc.
Moyenne des heures approchées						12 10 1.33

De la détermination de la marche diurne d'une montre marine par le passage observé du soleil ou d'une étoile au méridien.

L'instrument des passages porte un réticule, ordinairement composé de cinq fils parallèles et équidistans, et d'un sixième horizontal qui les coupe à angles droits par le milieu; les autres rectifications étant faites, on verra si, dans le mouvement vertical donné à la lunette, les fils cachent les mêmes points immobiles. Dans ce cas ces fils seront bien parallèles; et lorsque l'axe de la lunette étant dans le méridien ou à très-peu près, on sera sûr que le fil transversal du réticule est horizontal, si une étoile située dans le voisinage de l'équateur le parcourt dans toute son étendue sans le quitter.

Passage du soleil.

1. Pour le soleil, déterminez successivement tous les instans des passages du premier et du second bord à chacun des fils, et prenez le milieu arithmétique de tous les instans, pour avoir celui du passage du centre au fil méridien; prenez ensuite le temps vrai de Paris correspondant, auquel vous ajouterez le temps moyen au midi vrai, calculé pour le même instant; la somme sera le temps moyen du méridien de Paris; la différence entre l'heure de la montre et le temps moyen, sera l'avance ou le retard sur le méridien de Paris.

2. Répétez la même opération quelques jours après, puis prenez la différence entre l'avance ou le retard trouvé par la seconde opération, et l'avance ou le retard trouvé par la première, vous aurez la quantité dont la montre aura avancé ou retardé dans l'intervalle de ces memes observations; divisant ensuite cette quantité par le nombre des jours qui se sont écoulés depuis une époque jusqu'à l'autre, le quotient sera la quantité dont la montre avance ou retarde par jour.

Exemple. Le 8 Décembre 1836, à l'Observatoire de la Marine à Brest, on a observé le passage du soleil au méridien qui a donné les nombres suivans :

	1.er Fil.	2.e Fil.	3.e Fil.	4.e Fil.	5.e Fil.	
	$11^h\ 48^m\ 53^s0$	$11^h\ 49^m\ 26^s0$	$11^h\ 49^m\ 59^s5$	$11^h\ 50^m\ 32^s0$	$11^h\ 51^m\ 6^s0$	1.er Bord.
	51 15.0	51 48.0	52 21.0	52 54.0	53 27.0	2.e Bord.
Somme......	100 8.0	101 14.0	102 20.5	103 26.0	104 33.0	
Moyenne....	11 50 4.0	11 50 37.0	11 51 10.25	11 51 43.0	11 52 16.5	

Milieu des cinq moyennes, ou passage du centre		11 51 10.15
Temps vrai de Paris correspondant		12 27 18.33
Temps moyen au midi vrai		11 52 17.31
Heure, temps moyen de Paris	*somme*	12 19 35.64
Heure à la montre		11 51 10.15
Etat de la montre le 8 à midi, ou retard		0 28 25.49

Le 16 Décembre suivant, dans le même lieu, on a observé de nouveau le passage du soleil au

	1.er Fil.	2.e Fil.	3.e Fil.	4.e Fil.	5.e Fil.	
	$11^h\ 52^m\ 36^s3$	$11^h\ 53^m\ 9^s5$	$11^h\ 53^m\ 42^s3$	$11^h\ 54^m\ 15^s6$	$11^h\ 54^m\ 49^s5$	1.er Bord.
	54 58.5	55 32.6	56 5.9	56 38.5	57 12	2.e Bord.
Somme......	107 34.8	108 42.1	109 48.2	110 54.1	112 1.5	
Moyenne....	11 53 47.4	11 54 21.05	11 54 54.1	11 55 27.05	11 56 0.75	

Milieu des cinq moyennes ou passage du centre		11 54 54.07
Temps vrai de Paris correspondant		12 27 18.33
Temps moyen au midi vrai		11 56 3.74
Heure, temps moyen de Paris	*somme*	12 23 22.07
Heure à la montre		11 54 54.07
Etat de la montre le 16 à midi, ou retard		0 28 28.00
le 8 retard		0 28 25.49
Retard de la montre du 8 au 16		0 0 2.51
Marche diurne de la montre	—	0 0 0.31

Passage des étoiles.

1. Pour une étoile, déterminez successivement tous les instans des passages de l'étoile derrière chacun des fils, et prenez le cinquième des temps marqués par la montre, pour avoir l'heure moyenne de son passage au fil méridien.

2. Si l'étoile proposée est une des soixante sept principales dont les positions apparentes sont données dans la *Connaissance des Temps*, prenez son ascension droite apparente pour le jour donné; dans le cas où l'étoile ne ferait point partie de ces 67, procurez-vous son ascension droite moyenne calculée pour le jour donné, que vous corrigerez ensuite de l'aberration et de la nutation afin d'obtenir son ascension droite apparente. Prenez aussi dans l'éphéméride du soleil le temps sidéral au midi moyen, quantité qui n'est autre que l'ascension droite moyenne du soleil, pour le midi moyen qui correspond au commencement du jour proposé. La seconde de ces deux quantités, retranchée de la première (celle-ci étant augmentée de 24^h s'il est nécessaire), vous donnera pour reste, le temps sidéral compté du midi moyen, c'est-à-dire l'heure T. M. approchée du passage dans le lieu de l'observation.

3. Maintenant avec l'heure T. M. approchée du lieu et sa longitude exprimée en temps; déterminez l'heure de Paris correspondante, avec laquelle vous entrerez dans la Tab. XCVIII colonne *, le nombre correspondant de la colonne R vous donnera la quantité à retrancher de l'heure approchée de Paris, pour avoir l'heure T. M. du passage proposé. La différence entre ce T. M. de Paris et l'heure moyenne de la montre au temps du passage de l'étoile, sera son état c'est-à-dire son avance ou son retard sur le méridien de Paris.

4. Répétez les mêmes observations et les mêmes calculs quelques jours après, sur la même étoile, puis prenez la différence entre le premier état et le second, elle vous donnera la quantité dont la montre aura avancé ou retardé dans l'intervalle des deux époques; cette quantité étant divisée par le nombre des jours de l'intervalle, donnera pour quotient la marche diurne de la montre.

Exemple. On suppose que le 14 Juillet 1838, à l'observatoire de la marine à Brest, on ait observé les passages au méridien de α Hercule et de α Ophiucus.

α Hercule.

		h	m	s
Au fil 1		9h	35m	38s0
. . . . 2			36	10.0
. . . . 3			36	41.0
. . . . 4			37	13.0
. . . . 5			37	44.5
Somme			33	26.5
Heue du passage, *moyenne*		9	36	41.30
Le 14 Juillet, Æ apparente de l'étoile		17	7	18.34
Æ moyenne du ☉	−	7	27	35.94
T. S. compté de midi moyen		9	39	42.40
Longitode de Brest	+	0	27	18.33
T. M. approché de Paris		10	7	0.73
Table XCVIII	−	0	1	39.44
Heure T. M. de Paris		10	5	21.29
Heure à la montre		9	36	41.30
Retard de la montre		0	28	39.99

α Ophiucus.

		h	m	s
Au fil 1		9h	55m	43s5
. . . . 2			56	15.0
. . . . 3			56	46.0
. . . . 4			57	17.5
. . . . 5			57	48.5
Somme			33	50.5
Heure du passage, *moyenne*		9	56	46.10
Æ apparente de l'étoile		17	27	27.55
Æ moyenne du ☉	−	7	27	35.94
T. S. compté de midi moyen		9	59	51.61
Longitode de Brest	+	0	27	18.33
T. M. approché de Paris		10	27	9.94
Correction	−	0	1	42.75
T. M. de Paris		10	25	27.19
Heure à la montre		9	56	46.10
Retard de la montre		0	28	41.09

Le 14 Juillet retard moyen 0h 28m 40s,54

Le 18 du même mois, dans le même lieu, on a observé de nouveau les passages des mêmes étoiles.

α Hercule.

		h	m	s
Au fil 1		9h	19m	52s5
. . . . 2			20	24.0
. . . . 3			20	55.5
. . . . 4			21	27.0
. . . . 5			21	58.0
Somme			4	37.0
Heure du passage, *moyenne*		9	20	55.4
Le 18 Juillet Æ apparente de l'étoile		17	7	18.32
Æ moyenne du ☉	−	7	43	22.16
T. S. compté de midi moyen		9	23	56.16
Longitude du lieu	+	0	27	18.33
T. M. approché de Paris		9	51	14.49
Table XCVIII	−	0	1	36.86
Heure T. M. de Paris		9	49	37.63
Heure à la montre		9	20	55.49
Retard de la montre		0	28	42.23

α Ophiucus.

		h	m	s
Au fil 1		9h	39m	58s0
. . . . 2			40	29.5
. . . . 3			41	0.5
. . . . 4			41	32.0
. . . . 5			42	3.0
Somme			5	3.0
Heure du passage, *moyenne*		9	41	0.6
Æ apparente de l'étoile		17	27	27.55
Æ moyenne du ☉	−	7	43	22.16
T. S. compté de midi moyen		9	44	5.39
Longitude du lieu	+	0	27	18.33
T. M. approché de Paris		10	11	23.72
Correction	−	0	1	40.16
T. M. de Paris		10	9	43.56
Heure à la montre		9	41	0.60
Retard		0	28	42.96

		h	m	s
Le 18 Juillet, retard moyen		0h	28m	42s59
14		0	28	40.54
Retard du 14 au 18 Juillet		0	0	2.05
Marche diurne ou retard, *le quart*	−			0.51

Ainsi le 18 Juillet 1838 à 9h 29m 40s,6 T. M. de Paris, la montre retardait de 0h 28m 42s,59 et sa marche diurne était de − 0s,51.

Remarque. Ce qui précède suppose que les cinq fils sont à égale distance les uns des autres, mais si cette condition n'est pas remplie, la moyenne arithmétique des cinq observations ne correspondra pas au fil du milieu, ou, ce qui est de même, au vertical de la mire. Alors pour connaître l'intervalle des fils, on opérera comme il suit.

Nous ferons d'abord remarquer que l'intervalle d'un fil à l'autre, mesuré sur le fil transversal ou équatorial, intercepte à l'équateur céleste un très-petit arc de cercle. D'où il suit que pour trouver le temps qu'une étoile, située à l'équateur, met à parcourir un intervalle a, supposé évalué en partie du rayon de ce cercle pris pour unité, on aura

$$2\pi : 24^h :: a : t = \frac{24\, a}{2\pi};$$

π étant la demi-circonférence d'un cercle dont le rayon est égal à l'unité, t désignant le temps cherché.

L'intervalle a étant dirigé sur un parallèle quelconque dont la déclinaison est d, sera de même la corde d'un très-petit arc de ce parallèle, dont la circonférence est exprimée par $2\pi \cos. d$. Ainsi pour trouver le temps que mettra une étoile pour décrire la corde ou l'arc a de ce parallèle, on aura

$$2\pi \cos. d : 24^h :: a : t' = \frac{24\, a}{2\pi \cos. d}$$

d'où il suit que

$$\frac{t}{t'} = \cos. d, \quad \text{ou} \quad t' = \frac{t}{\cos. d}$$

c'est-à-dire que l'intervalle des fils en temps, pour un astre dont la déclinaison n'est pas nulle, est égal à l'intervalle équatorial divisé par le cosinus de sa déclinaison, ou divisé par le sinus de sa distance polaire.

Cela posé, les cinq fils donnent quatre intervalles a, b, c et d, dont il sera facile de déterminer les valeurs en temps, au moyen d'un nombre N de passages d'une étoile située à l'équateur ou près de ce cercle, ce qui donnera N de valeur de chacun des intervalles a, b, c et d : alors la N^{me} fera connaître celles de chacune de ces quantités dont on fera usage pour réduire au méridien l'observation faite à un des fils latéraux. Nous donnerons ci-dessous la construction d'une table contenant ces réductions.

Lorsque l'observation est complète, c'est-à-dire lorsque les passages aux cinq fils ont été observés, la réduction peut s'obtenir avec plus de facilité ; en effet, soit M l'observation au fil du milieu, les cinq fils donneront

$$\left.\begin{matrix} M-a \\ M-b \\ M \\ M+c \\ M+d \end{matrix}\right\} \text{Som.} = 5M-a-b+c+d = 5M-[(a-d)+(b-c)], \text{ moy.} = M - \frac{(a-d)+(b-c)}{5}$$

à cette moyenne il faudrait ajouter $\frac{(a-d)+(b-c)}{5}$ pour avoir l'instant du passage d'une étoile située à l'équateur.

Et pour une étoile dont la déclinaison n'est pas nulle, il faudrait ajouter

$$\frac{(a-d)+(b-c)}{5 \cos. d} = \frac{(a-d)+(b-c)}{5 \sin. D}$$

afin d'avoir l'heure moyenne du passage.

Application et construction de la Table des corrections.

Supposons que les valeurs moyennes de a, b, c et d, déterminées d'après un certain nombre N d'observations faites des passages d'un ou de plusieurs astres situés à l'équateur, soient

$a = 1^m\ 1''29$ l. a = 1.787390
$b = 0\ \ 30,86$ l. b = 1.489396
$c = 0\ \ 30,20$ l. c = 1.480007
$d = 1\ \ \ 0,50$ l. d = 1.781755

on aura $a - d = + 0''79$
$b - c = + 0,66$ d'où
$\frac{(a-d)+(b-c)}{5} = + 0,290$
et l. 0,290 = 9.462398

avec ces données, la Table sera facile à construire, sa première colonne contiendra les déclinaisons ou les distances polaires.

La seconde colonne ayant pour titre *Premier intervalle*, se calculera en ajoutant successivement au log. de *a* tous les c. log. sinus des distances polaires des astres qui peuvent être observés dans le lieu proposé; chacune de ces sommes de ces deux log. donnera la correction correspondante à chaque distance polaire, et par conséquent les nombres de la seconde colonne.

La troisième se calculera de la même manière, et ainsi de suite jusques et compris la cinquième.

La sixième colonne, qui ne servira que pour les observations complètes, se calculera d'une manière analogue, en ajoutant au log. de 0ˢ290 = 9,462398, successivement tous les c. log. sinus dont nous avons parlé, les nombres correspondants seront les corrections contenues dans cette colonne.

Dans la construction de cette Table il sera suffisamment exact de ne prendre les distances polaires que de deux degrés en deux degrés.

De la détermination de la marche diurne d'une montre marine, par les passages observés des étoiles à la lunette murale.

La manière de déterminer la *marche diurne* d'une montre (ou d'une pendule) par l'observation des passages consécutifs d'une ou de plusieurs étoiles dans un vertical quelconque, est la plus simple et la plus exacte qui puisse être employée; seulement elle ne fait pas connaître l'état de la montre, c'est-à-dire son avance ou son retard absolu.

Dirigez la lunette murale de manière à ce que son champ soit traversé par une des étoiles principales de la Table LXXXVI, en suivant le fil du réticule destiné à représenter le parallèle à l'équateur ou la direction du mouvement diurne des étoiles, alors les fils horaires qui lui sont perpendiculaires représenteront des cercles de déclinaison, fixez la lunette dans cette position, par des crampons de fer scellés dans la muraille, de manière à être assuré que l'axe de la lunette n'éprouvera aucun déplacement pendant toute la durée du temps employé à observer les mêmes étoiles, car ce n'est qu'en remplissant cette condition rigoureuse qu'elle sera réellement une *lunette murale;* cela posé, l'intérieur de la lunette étant éclairé par le réflecteur, faites compter à haute voix les secondes à la montre, à partir de l'entrée de l'étoile dans le champ de la lunette, et déterminez successivement tous les instans des passages derrière chacun des fils horaires, cela vous donnera, pour cette étoile, autant d'heures à la montre que la lunette contient de ces fils; la Table LXXXVI vous fera connaître, pour ce jour, quelles sont les étoiles sur lesquelles vous pourrez répéter les mêmes observations, sans altérer la position donnée à la lunette; le lendemain et les jours suivans, disposez-vous à observer environ 4 minutes plutôt que vous ne l'avez fait la veille, et déterminez pareillement les instans des retours des mêmes étoiles aux fils horaires. La comparaison des temps de ces observations, avec les temps correspondans obtenus le premier jour, vous donnera les retards diurnes de la montre sur la durée du jour sidéral, desquels vous conclurez le retard diurne moyen. Si la montre suivait le T. M., ce retard serait de 3ᵐ 55ˢ,91, quantité égale à l'accélération des étoiles fixes (Table C) exprimée en temps moyen, dans le cas contraire, prenez la différence entre le retard trouvé et la quantité 3ᵐ 55ˢ,91, vous aurez la marche diurne de la montre pour la durée du jour sidéral, ou ce qui est de même, sa marche pendant 23ʰ 56ᵐ 4ˢ,1 de T. M.; il ne reste plus qu'à lui ajouter une petite quantité pour avoir sa marche diurne ou en 24ʰ de T. M., la Table contenue dans la page 267, peut servir à la déterminer: en effet, elle fait connaître qu'il faut ajouter à la marche diurne de jour sidéral, les 3 millièmes de sa valeur.

Cette marche diurne sera une *avance* ou bien un *retard*, selon que dans la différence prise entre le retard moyen et 3ᵐ 55ˢ,91, la première de ces deux quantités sera plus petite ou plus grande que la seconde.

Exemple 1. Supposons que pour deux jours consécutifs l'on ait obtenu les quantités suivantes :

	1er Jour.			2e Jour.			Retards.	
Premier fil	8h	50m	17s5	8h	46m	30s0	3m	49s5
Second fil	8	50	56.0	8	47	7.3	3	48.7
Troisième fil	8	51	32.5	8	47	42.7	3	49.8

Somme		9	148.0
Le tiers, *retard moyen*		3	49.33
Accélération des étoiles (Table C)		3	55.91
Différence			6.58
Les 0.003	+		0.02
Marche diurne	+		6.60

Cette marche est une *avance*, parce que le retard moyen diffère de 3m 55s,91.

Exemple 2. Supposons que des observations semblables ont été faites les 4 et 9 Décembre.

	4 Décemb.			9 Décemb.			Retards.	
Premier fil	7h	17m	48s5	6h	57m	17s5	20m	31s0
Second fil	7	18	25.2	6	57	54.5	20	30.7
Troisième fil	7	19	2.0	6	58	31.0	20	31.0

Dans cinq jours, *retard moyen*		20	30.9
Dans un jour		4	6.18
Accélération des étoiles (Table C)		3	55.91
Différence			10.27
Les 0.003	+		0.03
Marche diurne	–		10.30

Cette marche diurne est un *retard*, parce que le retard moyen surpasse 3m 55s,91.

On peut aussi faire usage d'une lunette sans réticule, et obtenir souvent une plus grande exactitude, mais il faut alors qu'elle soit dirigée non seulement de manière à ce que son champ soit traversé par des étoiles, mais encore qu'il embrasse l'arête verticale de quelque édifice éloigné, fixée dans cette position : on observe les instans auxquels les étoiles qui, passant dans le champ de la lunette, viennent disparaître derrière l'arête verticale de l'édifice. L'exactitude du résultat dépendra du grand nombre d'observations que l'on peut faire ainsi dans une belle nuit, et à l'extrême facilité que chacune d'elles présente. La distance de l'édifice a l'avantage de rendre tout à fait insensible les déplacemens toujours extrêmement petits, que la lunette peut éprouver par l'influence inévitable des variations de température sur les supports qui l'attachent. Si la lunette est montée sur un support à trois pieds, avec beaucoup de stabilité, on pourra même, lorsque l'objet terrestre est suffisamment éloigné, marquer avec des repères la place des trois pieds et observer les disparitions des étoiles derrière l'arête de l'édifice, sans avoir besoin de sceller le support de la lunette; on pourra la ramener au même point après s'en être servi ailleurs, et observer des étoiles en plus grand nombre et à diverses hauteurs.

Ce procédé, pour déterminer la marche diurne d'une pendule ou d'une montre marine, a été employé avec succès par MM. Delambre, Biot et Arago.

La lunette murale ne suffit pas pour régler une montre marine, puisqu'il reste encore à déterminer *son état absolu* : au lieu d'y parvenir par une des méthodes données précédemment, on peut faire usage de la suivante, qui se trouve insérée dans les mémoires de la société astronomique de Londres.

Nous avons dit, page 158, que toutes les hauteurs des astres destinées à calculer l'angle horaire, devaient être prises au premier vertical ou le plus près possible de ce cercle.

Pour un astre qui s'y trouve placé, l'on sait que si sa hauteur est représentée par H, sa déclinaison par d et la latitude du lieu par L,

Sa hauteur sera donnée par la formule

$$\sin. H = \frac{\sin. d}{\sin. L} \qquad (1)$$

et son angle horaire P, par

$$\cos. P = \text{tang. } d \cot. L \quad (2)$$

par conséquent H et P ne dépendent que de la déclinaison de l'astre et de la latitude du lieu, dont la première est à peu près aussi constante que la seconde lorsqu'il s'agit d'une étoile. On peut donc construire une petite Table contenant la hauteur et l'angle horaire de chacune des étoiles à observer, soit à l'horizon artificiel, au mercure, ou au cercle répétiteur astronomique, qui pourra servir pendant une année sans qu'il en résulte des erreurs sensibles.

D'ailleurs il est facile d'ajouter à cette Table deux colonnes contenant pour chaque étoile les correct. de P et de H correspondantes aux petites variations de d, au moyen des formules

$$dP = -\,d.d\,\frac{\cot.\ P}{\sin.\ d \cos.\ d} \ (3) \quad \text{et} \quad dH = d.d \cot. d \text{ tang. } H \ (4)$$

De plus, comme il arrivera le plus souvent que la hauteur résultante d'une série d'observations ne sera point celle qui correspond au premier vertical, alors il faudra faire à l'angle horaire P une correction donnée par une seconde Table, qui peut servir pour tous les astres, calculée par la formule

$$dP = -\frac{dH}{\cos. L} \qquad (5)$$

suffisamment exacte pour plusieurs minutes avant ou après le passage des étoiles au premier vertical.

Appliquons ces formules à la construction de ces deux Tables pour Lorient, dont la latitude boréale est de 47° 44′ 46″, et en prenant dans la Connaissance des Temps de 1838, les déclinaisons apparentes approchées des étoiles à observer.

Tabl. I.

NOMS DES ÉTOILES.	DÉCLINAISONS approchées.	PREMIER VERTICAL. A. Horaires.	PREMIER VERTICAL. Hauteurs.	POUR d. d = 1″ dP	POUR d. d = 1″ dH
				−	+
α Orion	7° 22′ 20″	5h 32m 59s97	9° 58′ 59″2	0s0620	1″3605
Régulus......	12 45 20	5 12 31.70	17 21 19.5	0.0651	1.3805
Aldébaran....	16 10 50	4 58 51.93	22 6 58.5	0.0681	1.4006
Arcturus.....	20 1 30	4 42 39.45	27 33 26.3	0.0727	1.4318
α Andromède.	28 12 0	4 3 23.77	39 40 30.4	0.0893	1.5470
Castor.......	32 14 20	3 40 10.53	46 6 47.6	0.1033	1.6484

Tabl. II.

VARIATION de l'angle horaire P, correspondante à un changement dans la hauteur H.

dH	dP	dH	dP	dH	dP	dH	dP	dH	dP
1″	0s10	8″	0s79	1′	0m 5s95	8′	0m 47s69	1h	5m 56s90
2	0.20	9	0.89	2	0 11.90	9	0 53.53	2	11 49.50
3	0.30	10	0.99	3	0 17.84	10	0 59.48	3	17 51.40
4	0.40	20	1.98	4	0 23.79	20	1 58.97	4	23 49.20
5	0.50	30	2.97	5	0 29.74	30	2 58.65	5	29 47.50
6	0.59	40	3.96	6	0 35.69	40	3 57.93		
7	0.69	50	4.96	7	0 41.64	50	4 57.41		

Règle 1. Prenez la déclinaison apparente de l'étoile dans la Connaissance des Temps pour le jour proposé, puis sa différence avec celle qui est contenue dans la Table I, en affectant cette différence du signe + lorsque la première est plus grande que la seconde, et du signe − lorsqu'elle est plus petite.

2. Prenez dans les 5e et 6e colonnes de cette Table, avec leurs signes, les variations de la distance horaire ou dP et de la hauteur ou dH, pour les multiplier successivement par la différence des déclinaisons; vous obtiendrez deux produits en ayant égard à la règle des signes, que vous ajouterez algébriquement aux valeurs de la distance horaire P et de la hauteur H, contenues dans les 3e et 4e colonnes, les sommes vous donneront la distance horaire de l'étoile et sa hauteur, correspondantes au passage de cet astre au premier vertical.

3. Prenez la différence entre la hauteur vraie, déduite des observations, et la hauteur au premier vertical, puis avec cette différence, vous entrerez dans la Table II pour déterminer la variation correspondante de la distance horaire, que vous retrancherez de celle qui correspond au premier vertical, si la hauteur vraie était la plus grande, mais que vous lui ajouterez si cette hauteur est la plus petite; le résultat vous donnera la distance horaire au méridien correspondante à la hauteur vraie observée, qui sera l'angle horaire de l'étoile, si les observations ont été faites à l'Ouest du méridien, ou dont le complément à 24h sera l'angle horaire lorsque les observations ont été faites à l'Est.

4. Ajoutez à l'ascension droite apparente de l'étoile, à son angle horaire, la somme (diminuée de 24^h, si elle surpasse cette quantité) vous donnera l'ascension droite du méridien, c'est-à-dire le temps sidéral.

5. Prenez dans la Connaissance des Temps, l'ascension droite moyenne du soleil (à partir de 1838 cet élément y est donné sous la dénomination du temps sidéral au midi moyen de Paris) pour le midi du jour proposé, que vous retrancherez de l'ascension droite du méridien (augmentée de 24^h s'il est nécessaire), le reste sera le T. M. approché du lieu.

6. Déterminez l'heure de Paris T. M. correspondante, l'ayant trouvée, vous la chercherez dans la colonne * de la Table XCVIII, ce qui vous donnera la correction *soustractive* qu'il faudra appliquer au T. M. approché de Paris ou à celui du lieu, pour avoir les temps corrigés de ces lieux, dont la comparaison avec l'heure de la pendule ou de la montre, fera connaître son avance ou son retard absolu.

Applications pour Lorient, dont la latitude Nord est de 47° 44′ 46″, et la longitude Ouest de $0^h\ 22^m\ 45^s,87$.

Exemple 1. Le 21 Mars 1838, on a fait des observations à l'Ouest, de hauteurs d'Aldébaran, dont la moyenne e donné pour hautaur vraie, près du premier vertical, 22° 8′ 56″; l'heure correspoodante à la montre était da $10^h\ 44^m\ 18^s$, on demande son état sor le T. M. de Peris ainsi que sur celoi du lieo.

Déclinai. { apparente 16° 10′ 47″0 / de la Tab. I 16 10 50.0 } diff. − 3″0				
Table I { $dP = -0.068 \times -3.0 =$	+			0.20
Dist. horaira de l'* }		4^h	58^m	$51^s 93$
Dist. horaire au premier vertical		4	58	52.13
Table I { $dH = 1.401 \times -3.0 =$	−			4″20
Hauteur }		22°	6′	58.50
Haut. eu premier vertical		22	6	54.30
Haut. vraie observée		22	8	56.0
Différence		0	2	2.7
Table II, pour 2′ 2″,7		0^h	0^m	$11^s 17$
Dist. hor. ao premier vertical		4	58	52.13
Ang. hor. corr. à la haut. vraie		4	59	4.30
Æ apparente d'Aldébarau		4	26	37.73
Æ du méridien		9	25	42.03
T. sidéral à midi moyen	−	23	54	11.93
T. M. approché du lieu		9	31	30.10
Longitude	+	0	22	45.87
T. M. approché de Paris		9	54	15.97
Table XCVIII	−	0	1	37.36
T. M. corrigé de Peris		9	52	38.61
Heure à la montre		10	44	18.10
Sur le T. M. de Peris, *avance*		0	51	39.39
de Lorient, *avance*		1	14	25.26

Exemple 2. Le 18 Août 1838, le hauteur vraie d'Arcturus, provenant d'observations faites à l'Ouest, près du premier verticel, e été trouvée de 27° 10′ 4″,5; l'heure correspondante à la montre marine était de $8^h\ 4^m\ 36^s,4$, on demande son état sur le T. M. de Paris, ainsi que sur celui du lieu.

Déclinai. { apparente 20° 1′ 35″2 / de la Tab. I 20 1 30.0 } diff. + 5″2				
Table I { $dP = -0''073 \times 5.2 =$	−			$0^s 38$
Dist. horaire de l'* }		4^h	42^m	39.45
Dist. horaire au premier vertical		4	42	39.07
Table I { $dH = 1''432 \times 5.2$				7″45
Hauteor }		27°	33′	26.3
Heoteur eu premier verticel		27	33	33.75
Hauteur vraie observée		27	10	4.5
Différence		0	23	29.25
Table II, pour 23′ 29″,25		0^h	2^m	$19^s 70$
Dist. hor. eu premier vertical		4	42	39.07
Ang. hor. corr. à la haut. vreie		4	44	58.77
Æ apparente d'Arcturus		14	8	17.82
Æ du méridien		18	53	16.59
T. sidéral à midi moyen	−	9	45	35.43
T. M. approché du lieu		9	7	41.16
Longitude de Lorient	+	0	22	45.87
T. M. epproché de Paris		9	30	27.03
Teble XCVIII	−	0	1	33.45
T. M. corrigé de Paris		9	28	53.58
Heure à la montre		8	4	36.4
Etat de la montre *retard*		1	24	17.18
Poor Lorient, *retard*		1	1	31.31

Remarque. La méthode précédente est non seulement remarquable par sa simplicité, mais encore par le grand degré de précision dont elle est susceptible.

Des montres à secondes.

Une montre à secondes est la compagne obligée de la montre marine, elle la supplée dans son absence, et pour un observateur marin on peut dire que ses services sont de tous les instans.

Il n'y a qu'un artiste habile qni, par l'examen détaillé de toutes les parties d'une montre, puisse juger de son mérite et être assuré qu'elle peut marcher constamment avec la même justesse; nous n'avons donc pas de règles à donner pour faire un bon choix, seulement nous suggérerons des conseils qui pourront aider à y parvenir.

Une montre à secondes n'étant point un instrument de fantaisie, son physique et ses dimensions ne seront pas soumis à la mode, ainsi on ne la prendra ni trop petite, ni trop plate, car dans ces formes la bonne exécution offre plus de difficultés, et le mécanisme de la machine ayant moins de solidité, sa délicatesse l'expose à des réparations plus fréquentes qui sont presque toujours hors de la portée d'un horloger médiocre. Comme les usages de la montre ont lieu de jour et de nuit, il est préférable que son cadran soit en émail ou d'un blanc mat, ayant des divisions bien distinctes et soit dénué d'ornemens.

Nous ne parlerons que de deux des parties essentielles du mécanisme. 1.° De son échappement, qui doit être à vibrations libres, parce que le mouvement d'impulsion se fait sur le balancier, de manière à n'éprouver qu'un frottement minimum, et sans qu'il soit nécessaire d'employer l'huile, qui entraîne toujours avec elle des résistances variables et nuisibles. (L'échappement est une pièce intermédiaire entre le rouage et le régulateur de la montre qui reçoit le mouvement de la force motrice par la dernière roue, et ensuite modère le mouvement de cette roue même; on a imaginé un grand nombre d'échappemens, mais celui qui a prévalu, chez les premiers artistes, est formé d'un cylindre de rubis creux dans son milieu, qui sert de tige au balancier horizontal avec une roue pareillement horizontale dont les dentures, dans son plan, ont une forme particulière, ressemblante à des maillets très-petits, qui font mouvoir le balancier des deux côtés opposés, avec beaucoup moins de frottement et de violence que ne le fait la roue de rencontre dans les autres espèces d'échappemens). 2.° La préférence doit être donnée à la montre dont le cadran des secondes est excentrique, l'aiguille ne battant qu'une fraction de la seconde et n'ayant alors qu'un seul remontoir, à la montre dite à secondes indépendantes, dont le cadran des secondes est concentrique, l'aiguille battant la seconde entière, parce que celle-ci exige deux remontoirs, l'un pour les heures et les minutes ou le mouvement ordinaire de la montre, et l'autre pour les secondes; ce second système de rouage ajouté à celui de la montre, complique la machine sans nécessité et augmente non seulement les chances de son dérangement, mais encore son prix, d'après le rapport suivant: que toutes choses égales d'ailleurs, le prix d'une montre ne battant qu'une fraction de la seconde, n'est qu'environ les deux tiers de celui d'une montre à secondes indépendantes.

Nous terminerons ces avis par le suivant: dans l'achat d'une montre à secondes, méfiez-vous des bas prix, laissez de côté les marchands de montres, et ne vous adressez qu'à un horloger habile dont la réputation de probité soit faite depuis longtemps.

De la manière de conduire et de régler une montre à secondes. Pour en tirer le meilleur parti, il faut qu'elle soit portée et qu'elle soit réglée en la portant; et pour en être satisfait, n'en exiger que l'exactitude relative à son espèce; n'étant point un chronomètre, elle sera sujette non seulement à de plus grandes variations, mais encore ces variations ne seront assujetties à aucunes règles constantes; elles sont produites par les changemens de température, par les divers mouvemens auxquels la montre est exposée, etc. C'est une erreur de croire que l'on peut avoir une montre n'ayant qu'une ou deux minutes d'écart en quinze jours, l'arrivée d'un pareil résultat ne peut être que l'effet du hazard et non celui de la bonne construction de la montre. Pour nous, qu'une longue expérience a éclairé, nous dirons que toutes les fois qu'une montre à secondes n'aura qu'une fraction de minute et même une minute d'écart par jour, tantôt en avançant et tantôt en retardant, cette montre aura toute la justesse qu'elle peut avoir et sera capable de rendre de bons services.

Il faut remettre la montre à l'heure tous les quatre ou cinq jours, avec une bonne pendule ou avec une montre marine. Si elle ne donne que 4 minutes, d'avance ou de retard en cinq jours, il faut simplement remettre les aiguilles sur l'heure; mais si elle s'est écartée de plus de 4 minutes, il faut non seulement remettre les aiguilles, mais toucher en conséquence à l'aiguille de *rosette*. (On nomme ainsi un petit cadran numéroté à volonté pour indiquer seulement le côté vers lequel il faut tourner son aiguille pour avancer ou retarder le mouvement d'une montre, les extrémités de l'arc de ce cadran contiennent les lettres *A* et *R*). Pour faire avancer une montre, il faut tourner cette aiguille de *R* en *A*; et au contraire, pour faire retarder la montre, il faut tourner l'aiguille de *A* en *R*.

Il ne faut tourner l'aiguille de rosette, à chaque fois, que d'une demi-division du petit cadran, à moins que la montre n'avance ou ne retarde en 24 heures de 3 à 4 minutes;

alors on peut tourner l'aiguille d'une ou de deux divisions. En général, on ne peut trouver la quantité que par un tâtonnement.

On ne doit pas faire tourner les aiguilles à secondes d'une montre, lors donc qu'il s'agit de la remettre à l'heure, il faut arrêter le balancier au moyen de la détente, au moment que l'aiguille des secondes est sur la 60ᵉ; alors il faut se servir de la clé et faire tourner l'aiguille des minutes par son carré, et cela par le plus court chemin, jusqu'à ce que la montre marque l'heure et la minute qu'il est; et à ce moment retirer la détente).

Du remontage journalier de la montre à la même heure. Une montre étant susceptible d'avance ou de retard, selon que la force de son grand ressort est plus ou moins grande: on a adapté la *fusée* aux montres, afin de corriger les inégalités du ressort. Mais il est rare que les fusées soient assez bien faites pour rendre uniforme l'action du ressort sur le rouage; car il arrive généralement que les montres avancent ou retardent pendant une partie de la durée d'une révolution diurne, après qu'on les a remontées, et qu'elles retardent ou avancent pendant l'autre partie: or, en remontant sa montre au bout de 24 heures, on la règle en conséquence; ainsi l'avance de la première partie est compensée par le retard de la seconde; au lieu que si on la laisse marcher plus de 24 heures, elle continuera à retarder ou à avancer, mais ce retard n'étant pas compensé, cela produira dans la montre une variation qui sera d'autant plus grande qu'on la remontera alternativement, tantôt après des intervalles de 24 heures, de 23, et ensuite de 27, de 28, de 30 heures, etc.

De la position de la montre. Lorsqu'on porte une montre, elle est à peu près comme si elle était suspendue par son cordon. Ainsi, dès qu'on ne la porte plus, il faut la suspendre à un crochet, et avoir attention que la boîte reste immobile, pour que la vibration du balancier ne communique point son mouvement à la montre.

Il faut faire renouveler les huiles et nétoyer sa montre tous les trois ans, ayant soin de ne la confier qu'à un horloger habile, pour ne pas courir les risques d'un dépérissement.

PROBLÈME XXVII.

Déterminer la longitude par le moyen d'une montre marine.

1. La montre marine ne devant jamais être transportée sur le pont, il faudra avant de commencer les observations, lui comparer la montre à secondes, ce qui donnera l'avance ou le retard de celle-ci sur la première.

2. Observez plusieurs séries de hauteurs du soleil dans les circonstances favorables pour déterminer l'heure du lieu (Prob. XVII, remarque 1, pag. 158), et déterminez à la montre à secondes les temps correspondans; la somme des hauteurs qui composent chaque série et celle des heures correspondantes, étant divisées par leur nombre, vous donneront une hauteur moyenne ainsi qu'une heure moyenne.

3. Immédiatement après ces observations vous comparerez de nouveau les deux montres, cela vous fera connaître la variation de la montre à secondes dans l'intervalle de temps écoulé entre les deux comparaisons, de laquelle vous conclurez les corrections proportionnelles à faire aux heures moyennes obtenues.

4. Avec les heures moyennes corrigées de chaque série, et le résultat de la première comparaison des deux montres, vous déterminerez les heures correspondantes à la montre marine, et par le moyen d'un tableau analogue à celui de la page 91, vous déterminerez les heures correspondantes T. M. de Paris, suivant la règle donnée page 92, pour lesquelles vous calculerez les distances polaires du soleil, ainsi que les T. M. au midi vrai.

Pour chaque série, faites une somme de la hauteur vraie, de la latitude du lieu et de la distance polaire du soleil, et prenez la différence entre la demi-somme et la hauteur vraie; ensuite aux complémens arith. du log. cos. de la latitude et du log. sin. de la distance polaire, ajoutez le log. cos. de la demi-somme, le log. sin. de la différence et le log. constant 5.301030; la somme de ces cinq log., diminuée des dizaines placées à la caractéristique, vous donnera celui du T. V. du lieu, pris dans la Table XXXVIII.

Ajoutez à chacun des T. V. trouvés, le T. M. au midi vrai, vous aurez les T. M. du lieu. Les différences entre ces temps et les T. M. correspondans de Paris, donnés par la montre, vous donneront autant de fois la longitude qu'il y a de séries: elles seront *Est* ou *Ouest* selon que les T. M. du lieu surpasseront ou différeront de ceux de Paris.

Exemple 1. Le 21 Novembre 1836, au soir, étant par 34° 26' de latitude Nord, et par 27° 30' de longitude Ouest estimée, on a observé, avec un cercle de réflexion, trois séries de six hauteurs du bord inférieur du soleil; les instans des observations ont été déterminés à une montre à secondes comparée à la montre marine avant et après les observations; élévation de l'œil 16 pieds.

La montre marine réglée à Lorient avant le départ, avançait le 17 Novembre 1836, à midi, de 1h 10m 51s,24 sur le temps moyen de Paris, sa marche diurne est de + 18s,33: on demande la longitude.

Comparaison de la montre à secondes à la montre marine.

Avant les observations. .	montre marine	5h 40m 0s
	montre à secondes	3 5 17
Premier retard de la montre à secondes		2 34 43
Après les observations. .	montre marine	6 4 0
	montre à secondes	3 29 34
Deuxième retard de la montre à secondes		2 34 25
Premier retard		2 34 43
Avance de la montre à secondes dans 24m		0 0 18
dans 1m		0 0 0.75

Détermination des heures à la montre marine correspondantes à chaque série.

		1re Série.	2.e Série.	3.e Série.
Montre à secondes......	heures moyennes	3h 15m 15s9	3h 20m 28s9	3h 25m 45s9
	première comparaison	3 5 17.0	3 5 17.0	3 5 17.0
Intervalles approchés		9 58.9	15 12.9	20 28.9
Corrections approchées, part. prop. de 18s		− 7.5	− 11.2	− 15.4
Intervalles corrigés		9 51.4	15 0.7	20 13.5
Part. prop. de 18s pour 24m		− 7.4	− 11.3	− 15.2
Montre à secondes.......	heures moyennes	3 15 15.9	3 20 28.9	3 25 45.9
	heures corrigées	3 15 8.5	3 20 17.6	3 25 30.7
	Premier retard	+ 2 34 43.0	2 34 43.0	2 34 43.0
Heures correspondantes à la montre marine		5 49 51.5	5 55 0.6	6 0 13.7
Etat le 21 Novembre à midi		− 1 12 4.6	1 12 4.6	1 12 4.6
T. M. approché de Paris le 21		4 37 46.9	4 42 56.0	4 48 9.1
Part. prop. de la marche diurne		− 3.5	− 3.6	− 3.7
T. M. de Paris le 21 Novembre		4 37 43.4	4 42 52.4	4 48 5.4
T. M. au midi vrai		11 46 12.6	11 46 12.6	11 46 12.6
Déclinaison du soleil,	*australe*	20° 3' 13"6	20° 3' 16"4	20° 3' 19"2

Détermination de la longitude.

Temps moyen...........	de Paris	4h 37m 43s4	4h 42m 52s5	4h 48m 5s4
	du lieu	2 47 7.0	2 52 16.5	2 57 32.7
Longitude Ouest.........	en temps	1 50 36.4	1 50 35.9	1 50 32.7
	en degrés	27° 39' 6"	27° 38' 58"	27° 38' 10"
	moyenne		27 38 45	

TABLEAU

Contenant les calculs des angles horaires ainsi que les états de la montre du 17 Novembre au 22 Décembre 1836, et les part. prop. de la marche diurne.

	Premiere Série.	*Seconde Série.*	*Troisieme Série.*
	h m s	h m s	h m s
Heures à la montre à secondes.	3 13 37	3 19 2	3 24 5
	14 11.5	19 41	24 50
	14 51	20 12	25 23
	15 41	20 46	26 9
	16 20	21 17	26 42
	16 55	21 55.5	27 26.5
Somme...........	31 35.5	2 53.5	34 35.5
Heures moyennes..	3 15 15.9	3 20 28.9	3 25 45.9
Alidade { départ...	60° 15' 30"	182° 52' 0"	300° 53' 0"
Alidade { arrivée ..	182 52 0	300 53 0	414 9 30
Som. hauteurs.....	122 36 30	118 1 0	113 16 30
Heut. moyenne....	20 26 5	19 40 10	18 52 45
Dépr. p. 16 pieds..	− 4 3	− 4 3	− 4 3
	20 22 2	19 36 7	18 48 42
Réfr. − parallaxe...	− 2 28	− 2 34	− 2 41
	20 19 34	19 33 33	18 46 1
Demi-diemètre	+ 16 14	+ 16 14	+ 16 14
Heut. vraies	20 35 48	19 49 47	19 2 15
Latitude	34 26 0	34 26 0	34 26 0
Dist. polaire	110 3 14	110 3 16	110 3 19
Somme	165 5 2	164 19 3	163 31 34
Demi-somme......	82 32 31	82 9 31.5	81 45 47
Différence	61 56 43	62 19 44.5	62 43 32
c. l. cos. lat.	0.083659	0.083659	0.083659
c. l. sin. dist. pol..	0.027163	0.027165	0.027167
l. cos. d.-som..	9.113276	9.134906	9.156146
l. sin. différ....	9.945714	9.947186	9.948815
l. constant.....	5.301030	5.301030	5.301030
Teb. XXXVIII log.	4.470842	4.493946	4.516817
Heures T. V.......	3h 0m 54s4	3h 6m 3s9	3h 11m 20s0
T. M. eu midi vr...	11 46 12.6	11 46 12.6	11 46 12.7
Heures T. M......	2 47 7.0	2 52 16.5	2 57 32.7

Jours.	Etats pour midi +	Pert. proport. de + 18s,33	
	h m s	h	s
17	1 10 51.24	1	0.76
18	1 11 9.57	2	1.53
19	1 11 27.90	3	2.29
20	1 11 46.23	4	3.05
21	1 12 4.56	5	3.82
22	1 12 22.89	6	4.58
23	1 12 41.22	7	5.35
24	1 12 59.55	8	6.11
25	1 13 17.88	9	6.87
26	1 13 36.21	10	7.64
27	1 13 54.54	11	8.40
28	1 14 12.87	12	9.16
29	1 14 31.30	13	9.93
30	1 14 49.53	14	10.69
1	1 15 7.86	15	11.46
2	1 15 26.19	16	12.22
3	1 15 44.52	17	12.98
4	1 16 2.85	18	13.75
5	1 16 21.18	19	14.51
6	1 16 39.51	20	15.27
7	1 16 57.84	21	16.04
8	1 17 16.17	22	16.80
9	1 17 34.50	23	17.57
10	1 17 52.83	24	18.33
11	1 18 11.16		
12	1 18 39.49	Minutes.	
13	1 18 47.82	1m	0s013
14	1 19 6.15	3	0.038
15	1 19 24.48	5	0.064
16	1 19 42.81	10	0.127
17	1 20 1.14	15	0.191
18	1 20 19.47	20	0.255
19	1 20 37.80	30	0.382
20	1 20 56.13	40	0.509
21	1 21 14.46	50	0.636
22	1 21 32.79	60	0.764

Exemple 2. Le 1 Décembre 1836, au matin, étant par 29° 58' de latitude Nord, et par 27° 30' de longitude Ouest estimée, on a observé avec un cercle de réflexion trois séries de six hauteurs du bord inférieur du soleil; les instans des observations ont été déterminés à une montre à secondes comparée à la montre marine avant et après les observations; élévation de l'œil 15 pieds.

La montre marine réglée à Lorient avant le départ, avançait le 17 Novembre 1836, à midi, de 1^h 10^m 51^s,24 sur le temps moyen de Paris, sa marche diurne est de + 18^s,33: on demande la longitude.

Comparaisons de la montre à secondes à la montre marine.

Avant les observations. . .	montre marine	10^h 34^m 51^s
	montre à secondes	7 48 3
Premier retard de la montre à secondes		2 46 48
Après les observations. . .	montre marine	10 55 51
	montre à secondes	8 8 48
Deuxième retard de la montre à secondes		2 47 3
Premier retard		2 46 48
Retard de la montre à secondes dans 21^m		0 0 15
dans 1^m		0 0 0.71

Détermination des heures à la montre marine correspondantes à chaque série.

		1re *Série.*	2.e *Série.*	3.e *Série.*
Montre à secondes.......	heures moyennes	7^h 54^m 10^{s}2	7^h 58^m 15^{s}5	8^h 3^m 21^{s}0
	première comparaison	7 48 3	7 48 3	7 48 3
Intervalles approchés		6 7.2	10 12.5	15 18
Part. prop. du retard de la montre		+ 4.3	7.2	10.8
Intervalles corrigés		6 11.5	10 19.7	15 28.8
Part. prop. du retard		+ 4.4	+ 7.3	+ 11.1
Montre à secondes.......	heures moyennes	7 54 10.2	7 58 15.5	8 3 21.0
	premier retard	2 46 48.0	2 46 48.0	2 46 48.0
Heures correspond. à la montre marine		10 41 2.6	10 45 10.8	10 50 20.1
État de la montre le 30 Novembre à midi		− 1 14 49.5	1 14 49.5	1 14 49.5
T. M. approché de Paris le 30 Novembre		21 26 13.1	21 30 21.3	21 35 30.6
Part. prop. de la marche diurne		− 16.4	− 16.4	− 16.5
T. M. de Paris le 30 Novembre		21 25 56.7	21 30 4.9	21 35 14.1
T. M. au midi vrai		12 49 20.0	11 49 20.0	11 49 20.1
Déclinaison du soleil,	*australe*	21° 51' 49''2	21° 51' 50''8	21° 51' 52''8

Détermination de la longitude.

Temps moyen...........	de Paris	21^h 25^m 56^{s}7	21^h 30^m 4^{s}9	21^h 35^m 14^{s}1
	du lieu	19 35 59.8	19 48 8.0	19 45 15.0
Longitude Ouest.........	en temps	1 49 56.9	1 49 56.9	1 49 59.1
	en degrés	27° 29' 13''	27° 29' 13''	27° 29' 46''
	moyenne		27 29 24	

TABLEAU

Contenant les détails des calculs des angles horaires du 1 Décembre 1836.

	Première Série.	*Seconde Série.*	*Troisième Série.*
	h m s	h m s	h m s
Heures à la montre à secondes.	7 52 36	7 56 33	8 1 42
	53 10	57 15	2 20
	53 49	57 54	3 1
	54 32	58 37	3 40
	55 10	59 16	4 23
	55 44	59 58	5 0
Somme	25 1	49 33	20 6
Heure moyenne	7 54 10.2	7 58 15.5	8 3 21
Alidade { départ	215° 18' 0"	275° 0' 0"	339° 10' 0"
Alidade { arrivée	275 0 0	339 10 0	408 50 0
Arc parcouru	59 42 0	64 10 0	69 40 0
Hauteur moyenne	9 57 0	10 41 40	11 36 40
Dépression pour 15 pieds −	0 3 55	0 3 55	0 3 55
	9 53 5	10 37 45	11 32 45
Réfraction − parallaxe −	0 5 25	0 4 53	0 4 30
	9 47 50	10 32 52	11 28 15
Demi-diamètre +	0 16 15.5	0 16 15.5	0 16 15.5
Hauteur vraie	10 4 5.5	10 49 7.5	11 44 30.5
Latitude	29 58 0.0	29 58 0.0	29 58 0.0
Distance polaire	111 51 49.2	111 51 50.8	111 51 52.8
Somme	151 53 54.7	152 38 58.3	153 34 23.3
Demi-somme	75 56 57.3	76 19 29.1	76 47 11.6
Différence	65 52 51.8	64 30 21.6	65 2 41.1
c. l. cos. latitude	0.062324	0.062324	0.062324
c. l. sin. dist. polaire	0.032418	0.032419	0.032421
l. cos. demi-somme	9.385215	9.373681	9.359037
l. sin. différence	9.960328	9.959044	9.957434
l. constant	5.301030	5.301030	5.301030
Table XXXVIII log	4.741315	4.728498	4.712246
T. V. du lieu	19h 46m 39s.8	19h 50m 47s.9	19h 55m 54s.9
T. M. au midi vrai	11 49 20.0	11 49 20.0	11 49 20.1
Heure T. M. du lieu	19 35 59.8	19 40 8.0	19 45 15.0

Exemple 3. Le 13 Décembre 1836, au matin, étant par 23° de latitude Nord et par 30° 15' de longitude Ouest estimée, on a observé, avec un aercle de réflexion, trois séries de six banteurs du bord inférieur du soleil; les instans des observations ont été déterminés à une montre à secondes, comparée à la montre marine avant et après les observations; élévation de l'œil 15 pieds.

La montre marine réglée à Lorient avant le départ, avançait le 17 Novembre 1836, à midi, de 1h 10m 51s,24 sur le temps moyen de Paris, sa marche diurne est de + 18s,33 : on demande la longitude.

Comparaisons de la montre à secondes à la montre marine.

Avant les observations. . .	montra marine	11h 30m 0s
	montre à secondes	8 15 12
Premier retard de la montre à secondes		3 14 48
Après les observations. . .	montre marine	11 57 0
	montre à secondes	8 42 34
Deuxième retard de la montra à secondes		3 14 26
Premier retard		3 14 48
Avance de la montre à secondes dans 27m		+ 0 0 22
dans 1m		0 0 0.81

Détermination des heures à la montre marine correspondantes à chaque série.

		1re *Série.*	2.e *Série.*	3.e *Série.*
Montre à secondes.......	heures moyennes	8h 24m 19s5	8h 29m 27s5	8h 34m 40s
	première comparaison	8 15 12	8 15 12	8 15 12
	Intervalles approchés	0 9 7.5	0 14 15.5	0 19 28
Part. prop. de l'avance de la montre		− 7.4	11.4	15.8
	Intervalles corrigés	0. 9 0.1	0 14 4.1	0 19 12.2
Part. prop. de l'avanca		− 7.3	− 11.4	− 15.6
Montre à secondes.......	heures moyennes	8 24 19.5	8 29 27.5	8 34 40.0
	premier retard	+ 3 14 48.0	3 14 48.0	3 14 48.0
Heures correspondantes à la montre marine		11 39 0.2	11 44 4.1	11 49 12.4
Etat de la montre le 12 Décembra à midi		− 1 18 29.5	1 18 29.5	1 18 29.5
T. M. approché de Paris le 12 Décembre		22 20 30.7	22 25 34.6	22 30 42.9
Part. prop. de la marche diorna		− 7.9	8.0	8.0
T. M. de Paris le 12 Décembre		22 20 22.8	22 25 26.6	22 30 34.9
T. M. au midi vrai		11 54 34.6	11 54 34.7	11 54 34.8
Déclinaison du soleil,	*australe*	23° 11' 26"5	23° 11' 27"3	23° 11' 28"2

Détermination de la longitude.

Temps moyen............	de Paris	22h 20m 22s8	22h 25m 26s6	22h 30m 34s9
	du lieu	20 19 58.2	20 25 2.5	20 30 10.7
Longitude Ouest.........	en temps	2 0 24.6	2 0 24.1	2 0 24.2
	en degrés	30° 6' 9"	30° 6' 1"	30° 6' 3"
	moyenne		30 6 4	

TABLEAU

Contenant les détails des calculs des angles horaires du 13 Décembre 1836.

	Première Série.	*Seconde Série.*	*Troisième Série.*
	h m s	h m s	h m s
Heures à la montre à secondes.	8 22 41	8 27 55	8 33 11
	23 21	28 32	33 49
	23 58	29 8	34 24
	24 41	29 47	34 56
	25 18	30 23	35 31
	25 58	31 0	36 9
Somme..................	25 57	56 45	28 0
Heure moyenne...........	8 24 19.5	8 29 27.5	8 34 40
Alidade { départ, ...	17° 4' 0"	138° 8' 0"	264° 41' 0"
Alidade { arrivée	138 8 0	264 41 0	396 44 0
Arc parcouru..............	121 4 0	126 33 0	132 3 0
Hauteur moyenne	20 10 40	21 5 30	22 0 30
Dépression pour 15 pieds −	0 3 55	0 3 55	0 3 55
	20 6 45	21 1 35	21 56 35
Réfraction − parallaxe −	0 2 30	0 2 22	0 2 16
	20 4 15	20 59 13	21 54 19
Demi-diamètre .... +	0 16 17	0 16 17	0 16 17
Hauteur vraie..............	20 20 32	21 15 30	22 10 36
Latitude..................	23 0 0	23 0 0	23 0 0
Distance polaire...........	113 11 26.5	113 11 27.3	113 11 28.2
Somme	156 31 58.5	157 26 57.3	158 22 4.2
Demi-somme.............	78 15 59.2	78 43 28.6	79 11 2.1
Différence................	57 55 27.2	57 27 58.6	57 0 26.1
c. l. cos. latitude	0.035974	0.035974	0.035974
c. l. sin. dist. polaire	0.036590	0.036591	0.036592
l. cos. demi-somme......	9.308267	9.291202	9.273365
l. sin. différence	9.928061	9.925866	9.923627
l. constant..............	5.301030	5.301030	5.301030
Table XXXVIII log........	4.609922	4.590663	4.570588
T. V. du lieu..............	20h 25m 23s6	20h 30m 27s8	20h 35m 35s9
T. M. au midi vrai.........	11 54 34.6	11 54 34.7	11 54 34.8
Heure T. M. du lieu.......	20 19 58.2	20 25 2.5	20 30 10.7

Exemple 4. Le 20 Décembre 1836, au matin, étant par 15° 10' de latitude Nord et par 25° de longitude Ouest estimée, on a observé, avec un cercle de réflexion, trois séries de six hauteurs du bord inférieur du soleil; les instans des observations ont été déterminés à une montre à secondes, comparée à la montre marine avant et après les observations; élévation de l'œil 16 pieds.

La montre marine réglée à Lorient avant le départ, avançait, le 17 Novembre 1836 à midi, de 1h 10m 51s,24 sur le temps moyen de Paris, sa marche diurne est de + 18s,33 : on demande la longitude.

Comparaisons de la montre à secondes à la montre marine.

Avant les observations...	montre marine	11h 36m 0s
	montre à secondes	8 38 12
Premier retard de la montre à secondes		2 57 48
Après les observations...	montre marine	11 59 0
	montre à secondes	9 1 35
Deuxième retard de la montre à secondes		2 57 25
Premier retard		2 57 48
Avance de la montre à secondes dans 23m		+ 0 0 23
dans 1m		0 0 1.0

Détermination des heures à la montre marine correspondantes à chaque série.

		1re Série.	2.e Série.	3.e Série.
Montre à secondes......	heures moyennes	8h 45m 11s8	8h 50m 43s2	8h 56m 2s0
	première comparaison	8 38 12.0	8 38 12.0	8 38 12.0
	Intervalles approchés	0 6 59.8	0 12 31.2	0 17 50.0
Part. prop. de l'avance de la montre		− 7.0	12.0	18.0
	Intervalles corrigés	0 6 52.8	0 12 19.2	0 17 32.0
Part. prop. de l'avance		− 6.9	− 12.3	− 17.5
Montre à secondes......	heures moyennes	8 45 11.8	8 50 43.2	8 56 2.0
	premier retard	+ 2 57 48.0	2 57 48.0	2 57 48.0
Heures correspondantes à la montre marine		11 42 52.9	11 48 18.9	11 53 32.5
Etat de la montre le 19 Décembre à midi		− 1 20 37.8	1 20 37.8	1 20 37.8
T. M. approché de Paris le 19 Décembre		22 22 15.1	22 27 41.1	22 32 54.7
Part. prop. de la marche diurne		− 17.1	17.1	17.2
T. M. de Paris le 19 Décembre		22 21 58.0	22 27 24.0	22 32 37.5
T. M. au midi vrai		11 58 0.4	11 58 0.5	11 58 0.7
Déclinaison du soleil,	*australe*	23° 27' 20"6	23° 27' 20"8	23° 27' 21"0

Détermination de la longitude.

Temps moyen...........	de Paris	22h 21m 58s0	22h 27m 24s0	22h 32m 37s5
	du lieu	20 42 38.2	20 48 2.3	20 53 14.6
Longitude Ouest.........	en temps	1 39 19.8	1 39 21.7	1 39 22.9
	en degrés	24° 49' 38"	24° 50' 28"	24° 50' 43"
	moyenne		24 50 16	

TABLEAU

Contenant les détails des calculs des angles horaires du 20 Décembre 1836.

	Première Série.	*Seconde Série.*	*Troisième Série.*
	h m s	h m s	h m s
Heures à la montre à secondes.	8 43 31	8 49 1	8 54 28
	44 12	49 43	55 8
	44 50	50 22	55 45
	45 34	51 4	56 19
	46 11	51 43	56 56
	46 63	52 26	57 36
Somme....................	31 11	4 19	36 12
Heure moyenne...........	8 45 11.8	8 50 43.2	8 56 2
Alidade { départ...........	4° 3' 0"	172° 33' 0"	349° 9' 30"
Alidade { arrivée...........	172 33 0	349 9 30	531 35 0
Arc parcouru...............	170 30 0	176 36 30	182 25 30
Hauteur moyenne..........	28 25 0	29 26 5	30 24 15
Dépression pour 16 pieds —	0 4 3	0 4 3	0 4 3
	28 20 57	29 22 2	30 20 12
Réfraction — parallaxe —	0 1 40	0 1 36	0 1 32
	28 19 17	29 20 26	30 18 40
Demi-diamètre .... +	0 16 18	0 16 18	0 16 18
Hauteur vraie..............	28 35 35	29 36 44	30 34 58
Latitude....................	15 10 0	15 10 0	15 10 0
Distance polaire...........	113 27 20.6	113 27 20.8	113 27 21.0
Somme.....................	157 12 55.6	158 14 4.8	159 12 19.0
Demi-somme...............	78 36 27.8	79 7 2.4	79 36 9.5
Différence..................	50 0 52.8	49 30 18.4	49 1 11.5
c. l. cos. latitude..........	0.015397	0.015397	0.015397
c. l. sin. dist. polaire......	0.057456	0.037457	0.037457
l. cos. demi-somme......	9.295623	9.275998	9.256414
l. sin. différence........	9.884347	9.881079	9.877911
l. constant..............	5.301030	5.301030	5.301030
Table XXXVIII log.........	4.533853	4.510961	4.488209
T. V. du lieu...............	20h 44m 37s8	20h 50m 1s8	20h 55m 13s9
T. M. au midi vrai.........	11 58 0.4	11 58 0.5	11 58 0.7
Heure T. M. du lieu........	20 42 38.2	20 48 2.3	20 53 14.6

Remarque 1. Si la traversée n'excède pas deux ou trois mois, on pourra en général compter sur la longitude donnée par la montre à 20′ ou 25′ près. Mais quelle que soit l'utilité de ces montres, il faut en user avec prudence, et ne pas les regarder comme un moyen unique : il peut arriver des accidens ou des causes inconnues qui dérangent ces machines et produisent de grandes variations dans leurs marches diurnes; d'ailleurs celles qui sont construites avec le plus de soin, qui sont le plus sûres par leurs principes, sont toujours sujettes à quelque irrégularité dans leur mouvement. Ces variations s'accumulent avec le temps, et peuvent donner des erreurs plus ou moins considérables. La sûreté des bâtimens et des hommes demande que l'on emploie et les montres et les distances lunaires ; celles-ci, pour les voyages de long cours ; celles-là, pour les petites traversées et pour les détails de la route. Les observations des distances de la lune au soleil, aux étoiles ou aux planètes, fixeront des époques dans la durée d'une longue traversée, et elles veilleront, en quelque sorte, sur la fidélité des montres.

Il sera préférable, dans le calcul de ces observations, de n'employer la hauteur du soleil ou de l'étoile prise en même temps que la distance, que pour calculer la distance vraie, et d'observer avant ou après, dans les circonstances favorables, une hauteur du soleil pour avoir l'heure du lieu; alors, au lieu de chercher la longitude du lieu de la distance, on calculera directement celle du lieu de l'angle horaire, sans se servir du chemin fait dans l'intervalle des observations. On prendra la différence entre l'heure de la montre correspondante à la distance moyenne et celle qui répond à la hauteur moyenne de l'angle horaire, on la corrigera de la marche de la montre; on aura l'intervalle de temps moyen écoulé entre ces deux observations. On l'ajoutera ou on le retranchera de l'heure de Paris donnée par la distance vraie, selon qu'elle aura été prise avant ou après la hauteur, et l'on aura l'heure T. M. de Paris correspondante à l'instant de l'observation de l'angle horaire : la différence entre cette heure et celle T. M. résultante du calcul d'heure sera la longitude du lieu de l'angle horaire, déduite de l'observation de la distance.

On prendra la différence entre l'heure T. M. de Paris donnée par la montre, et l'heure du lieu résultante du calcul de l'angle horaire, on aura la longitude du lieu de l'angle horaire déduite de la montre.

On pourra donc comparer ces deux longitudes et connaître le degré de confiance que l'on doit accorder à la montre.

La vérification précédente, étant répétée plusieurs fois, sera propre à avertir des écarts considérables que la montre pourrait avoir eus pendant la traversée ; mais, pour s'assurer plus exactement de sa marche, il faudra attendre que l'on soit arrivé dans un lieu bien connu de position ; alors on déterminera, par des observations d'angles horaires, l'état de la montre sur le temps moyen de ce lieu, et l'on en déduira, au moyen de sa longitude, l'état de la montre sur le temps moyen de Paris ; cet état comparé avec celui qui a été trouvé avant le départ, donnera la marche moyenne de la montre pendant la traversée.

Exemple. le 17 Novembre 1836, à Lorient, on a trouvé qu'une montre marine avançait à midi de $1^h\,10^m\,51^s{,}24$ sur le temps moyen de Paris, et que sa marche diurne était de $+\,18^s{,}33$.

Le 22 Décembre suivant, étant en relâche à Saint-Yago (île) la Praya, on trouve que la montre avance sur le temps moyen de Paris de $1^h\,20^m\,4^s{,}6$: on veut savoir si la marche diurne de la montre a changé pendant la traversée.

		h	m	s
Avance de la montre sur le temps moyen de Paris	le 17 Novembre	1	10	51.24
	le 22 Décembre	1	20	4.60
Avance de la montre dans l'intervalle de 35 jours		0	9	13.36
Marche diurne moyenne	*le trente-cinquième*	0	0	15.81

Ainsi la marche moyenne qui avait été déterminée de $+\,18^s{,}33$ lors du départ de Lorient, se trouve actuellement de $+\,15^s{,}81$.

Au lieu de supposer que c'est à compter du 17 Novembre, jour où la montre a été réglée, que la montre a commencé à n'avancer par jour que de $15^s{,}81$, il est plus naturel et plus conforme aux résultats de l'expérience de supposer que sa marche diurne, qui était d'abord de $+\,18^s{,}33$, a été continuellement en diminuant jusqu'au 22 Décembre.

Si nous supposons cette diminution proportionnelle au temps, c'est-à-dire, si nous supposons que le mouvement de la montre ait été uniformément retardé, alors en désignant par x la diminution du premier jour, celle du second sera $x + x$ ou $2x$, celle du troisième sera $3x$, etc., et enfin celle du trente-quatrième $34x$; ainsi les variations de marche correspondantes aux différens jours de la traversée, formeront la progression arithmétique suivante composée de trente-quatre termes, dont le premier terme et la raison sont x.

$$\div x \,.\, 2x \,.\, 3x \,.\, 4x \,.\, 5x \ldots\ldots 35x.$$

La somme de tous les termes de cette progression est, par les formules connues,

$$\frac{35x + x}{2} \,.\, 35 \text{ ou } \frac{36x}{2} \,.\, 35 \text{ ou enfin } 630x;$$

c'est la diminution totale du mouvement de la montre pendant la traversée.

Si la montre avait conservé sa marche, elle aurait avancé dans 35 jours

de $1^h\ 21^m\ 32^s{,}79 - 1^h\ 10^m\ 51^s{,}24 =$	$10^m\ 41^s{,}55$
mais son avance n'est que de	$9\ \ 13{,}36$
Diminution	$1\ \ 28{,}19$ ou $88^s{,}19$.

Nous aurons donc $630x = 88^s{,}19$ d'où $x = 0^s{,}14$; c'est la quantité dont la marche de chaque jour diffère de celle du jour précédent.

On pourra maintenant déterminer la marche de la montre pour l'un quelconque des jours de la traversée; par exemple, si l'on veut savoir quelle était la marche de la montre pour le 12 Décembre, vingt-cinquième jour de la traversée, il faudra retrancher de la marche primitive $+ 18^s{,}33$, vingt-cinq fois la diminution $0^s{,}14$ ou $3^s{,}5$, ce qui donnera $+ 13^s{,}83$ pour la marche demandée. On trouverait de même que la marche de la montre pour le 22 Décembre est de $+ 13^s{,}43$.

Lorsqu'on aura trouvé la diminution de la marche diurne de la montre par la méthode précédente, on pourra s'en servir pour corriger les longitudes des points remarquables dont on aura fixé la position pendant la campagne. Supposons que l'on veuille rectifier la longitude trouvée le 20 Décembre: nous avons calculé l'état de la montre sur le temps moyen avec la marche supposé $+ 18^s{,}33$, ce qui nous a donné $+ 1^h\ 20^m\ 56^s{,}13$; il faut retrancher de cet état le retard de la montre depuis le jour du départ jusqu'à celui dont il s'agit: or ce retard est la somme des trente-trois premiers termes de la progression arithmétique dont le premier terme et la raison sont x (nous prenons ici trente-trois jours entiers pour la facilité du calcul), ainsi elle est égale à $\frac{34 \times 33}{2} \,.\, x$, ou bien à $561\,x$. En mettant au lieu de x la valeur trouvée $0^s{,}14$, on obtient $1^m\ 18^s{,}54$; cette quantité étant retranchée de l'état $+ 1^h\ 20^m\ 56^s{,}13$ que nous avons employé dans le calcul, donne $+ 1^h\ 19^m\ 37^s{,}53$ pour l'état corrigé; on en déduira l'heure au temps moyen de Paris, et la longitude du lieu plus grande que celle qui avait été trouvée de 19′ 38″,10.

Les nombres 630 et 561 que nous avons employés dans le calcul précédent, sont indépendans de la marche de la montre; ils se déduisent directement du nombre de jours écoulés entre l'époque à laquelle la montre a été réglée et celle pour laquelle se fait le calcul: ces nombres s'obtiennent, comme on l'a vu, en multipliant le nombre des jours écoulés par ce même nombre augmenté de l'unité et divisant le produit par 2.

La méthode précédente a été donnée par Borda dans la relation du voyage de la frégate la Flore, publiée en 1778, et depuis M. de Rossel a calculé une Table de ces nombres pour tous les intervalles depuis un jour jusqu'à cent-vingt jours; c'est la suite des nombres triangulaires: elle se forme par la suite naturelle des nombres en ajoutant chacun d'eux à la somme de tous ceux qui le précèdent.

Au moyen de cette Table, qui est la vingt-cinquième de notre recueil, le calcul est un peu plus court et peut être encore simplifié, lorsqu'on n'a pas besoin de la marche de la montre et que l'on veut seulement corriger les longitudes obtenues pendant la traversée. On cherche avec la marche trouvée dans le port de départ, la longitude du port de relâche; on prend la différence entre cette longitude et la véritable, on a la

quantité dont la marche employée place le port de relâche trop à l'Est ou trop à l'Ouest; on la divise par le *facteur* qui correspond dans la Table XXV au nombre de jours de la traversée: le quotient est une quantité constante pour toute la durée de cette traversée. On multiplie cette quantité constante par le *facteur* correspondant au nombre de jours écoulés depuis le départ jusqu'au jour de l'observation de la longitude que l'on veut corriger; le produit donne la quantité dont le lieu déterminé a été placé trop à l'Est ou trop à l'Ouest, toujours dans le même sens que le port de relâche: c'est la correction cherchée.

En appliquant cette méthode au calcul précédent, on verra que la montre devait avancer à Saint-Yago, de $1^h\ 21^m\ 19^s,04$ sur le temps moyen de Paris; mais elle n'avance en effet que de $1^h\ 20^m\ 4^s,60$: si donc on avait employé cette montre pour déterminer la longitude de ce lieu, on aurait trouvé l'heure de Paris trop faible de $1^m\ 28^s,19$ et par conséquent on aurait placé Saint-Yago moins à l'Ouest ou trop à l'Est de $1^m\ 28^s,19$ de temps, ou bien de 19′ 33″ de degré.

Ainsi les corrections à faire aux longitudes données par la montre depuis le 17 Novembre jusqu'au 22 Décembre, devront être ajoutées aux longitudes occidentales et retranchées des longitudes orientales.

Si l'on prend dans la Table XXV le facteur correspondant à 35, nombre des jours écoulés depuis que la montre a été réglée, on trouvera 630; et divisant par ce nombre la correction 19′ 33″ ou 1173″ de la longitude de Saint-Yago, on aura 1″,8619, quantité constante pour toute la traversée.

S'il s'agit maintenant de corriger les longitudes trouvées les 21 Novembre, 1 Décembre, 13 et 20 du même mois, correspondans aux 4, 14, 26 et 33 jours après que la montre a été réglée, on prendra dans la Table XXV les facteurs relatifs à ces nombre de jours, ces facteurs sont 10, 105, 351 et 561, et l'on multipliera 1″,8619 successivement par chacun de ces facteurs; les produits 18″,6; 195″,5 = 3′ 15″,5; 653″,5 = 10′ 53″,5; 1044″,5 = 17′ 24″,5 seront les quantités à ajouter aux longitudes Ouest trouvées, pour avoir les longitudes corrigées.

Longitudes corrigées	le 21 Novembre	27°	38′	45″	+	0′	18″6	=	27°	39′	3″6 O.
	le 1 Décembre	27	29	24	+	3	15.5		27	32	39.5
	le 13 Décembre	30	6	4	+	10	53.5		30	16	57.5
	le 20 Décembre	24	50	22	+	17	24.5		25	7	46.5

Si des observations concluantes avaient fait connaître la tendance uniforme que cette montre a de diminuer sa marche diurne, on pourrait en faciliter les usages subséquens par la formation du tableau suivant, qui est analogue à celui qui avait été donné pour cette montre (page 285).

ETATS DE LA MONTRE pour chaque jour à midi, temps moyen de Paris.					MARCHES DIURNES pour les jours correspondans.	
22 Décembre	+	1h	19m	37s59	+	13s43
23		1	19	51.02		13.29
24		1	20	4.31		13.15
25		1	20	17.46		13.01
26		1	20	30.47		12.87
27		1	20	43.34		12.73
28		1	20	56.07		12.59
29		1	21	8.66		12.45
30		1	21	21.11		12.31
31		1	21	33.42		12.17

La méthode que nous venons de donner, pour corriger les longitudes données par les montres marines, repose, comme nous l'avons dit, sur l'hypothèse que les variations que la montre a éprouvées ont eu lieu par des degrés proportionnels au temps, ou ce qui revient au même, que le mouvement de la montre a été uniformément accéléré ou retardé. Cette hypothèse, très-incertaine à la vérité, est la plus simple que l'on

puisse faire sur les variations successives d'une montre qui n'a éprouvé aucun accident; elle se trouve d'ailleurs vérifiée par les expériences faites à terre sur la plupart des montres marines dont on suit la marche avec soin.

Nous allons en donner un exemple en présentant d'abord le tableau des marches diurnes qui ont eu lieu pendant six mois, où le mouvement de la moutre N° 28 a été comparé au temps moyen de l'observatoire de la marine à Brest, afin de prendre une idée générale de la régularité du mouvement de cette montre; ensuite, au moyen de ces marches diurnes, nous concluerons pour chacun de ces mois une marche diurne moyenne, dont la première pourra être considérée comme étant celle qui aurait été observée avant une navigation de cinq mois de durée. Nous dounerons aussi un second tableau contenant de dix en dix jours, pour les cinq derniers mois, les états réels de la montre, tels qu'ils ont été donnés par les observations astronomiques; puis, pour les mêmes époques, les états conclus de l'état réel du 1er Février combiné avec la marche diurne moyenne du mois de Janvier, c'est-à-dire les états trouvés, en supposant le mouvement parfaitement uniforme; enfin les états provenant des états réels du 1er Février et du 1er Juillet, dans l'hypothèse que le mouvement de la montre a été uniformément accéléré. Ces trois colonnes douneront le moyen d'en calculer deux autres contenant pour les mêmes époques les erreurs sur la longitude; en effet, la quatrième colonne donne ces erreurs dans la supposition que le mouvement de la montre était uniforme, et elles ne sont que les différences des nombres correspondans des deux premières colonnes, converties en degré; la cinqnième, les erreurs sur la longitude résultant de l'hypothèse que le mouvement de la montre a été uniformément accéléré; elles sont les différences, exprimées en degré, des nombres correspondans de la première et de la troisième colonnes.

MARCHE DE LA MONTRE MARINE N.° 28,
comparée au temps moyen pendant six mois.

Jours.	Janvier.	Février.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.
	+	+	+	+	+	+
1	4.62	6.23	5.78	6.35	7.77	8.26
2	5.33	5.65	5.35	6.86	7.15	8.39
3	4.28	4.56	5.64	7.54	7.89	7.55
4	5.22	4.50	5.46	8.26	7.86	8.20
5	4.35	4.69	5.47	8.25	7.65	8.27
6	4.40	4.32	5.12	7.47	7.47	7.78
7	4.57	5.94	5.12	6.43	8.39	8.46
8	4.40	6.32	5.12	7.15	8.25	8.97
9	4.22	5.91	5.26	6.85	10.07	8.46
10	4.41	5.74	5.27	5.37	10.10	8.11
11	5.32	6.26	6.15	6.83	8.65	7.85
12	5.50	5.86	6.25	5.35	6.98	8.77
13	4.33	5.05	6.76	5.86	6.17	8.66
14	4.11	5.57	5.94	6.84	6.05	8.38
15	6.09	5.57	5.95	7.36	6.19	7.97
16	6.15	5.57	6.35	7.35	7.09	7.97
17	6.53	5.15	6.77	7.34	7.36	9.65
18	6.20	5.06	6.24	6.15	8.57	10.90
19	6.09	5.37	6.24	5.76	8.55	8.69
20	5.71	4.65	5.26	6.57	8.10	9.46
21	5.43	4.97	4.76	7.38	7.80	9.80
22	4.69	5.05	5.24	7.57	6.44	9.76
23	6.00	5.47	5.26	7.29	7.87	9.57
24	6.16	5.17	5.24	6.98	7.58	10.07
25	5.64	5.03	6.45	7.07	7.36	9.48
26	5.93	5.40	7.05	5.97	7.20	8.76
27	5.12	5.11	7.26	5.28	7.20	9.07
28	5.01	5.46	6.10	5.86	6.15	9.10
29	5.51		6.46	7.07	7.10	8.47
30	5.38		6.46	7.48	7.97	8.80
31	4.90		7.44		7.57	
Marc. diurne moyenne. +	5.21	5.34	5.91	6.79	7.63	8.79

Jours des Mois.	Etats de la Montre.			Erreurs sur la longit.		Remarques.
	Réels.	Uniforme.	Unifor. accé.	Uniforme.	Unifor. accé.	
	h. m. s.	h. m. s.	h. m. s.	° ' "	° ' "	
1 Févri.	+2 10 57.59	+2 10 57.59	+2 10 57.59			Etat de la montre le
11	11 51.42	11 49.69	11 50.31	+0 0 26.4	+0 0 16.8	1.er Juillet, par les obser-
21	12 45.56	12 41.79	12 44.16	0 0 56.4	0 0 21.0	vations astronomiques.
1 Mars.	13 27.22	13 23.47	13 28.05	0 0 56.4	−0 0 12.6	+ 2h 28m 14s,49
11	14 20.81	14 15.57	14 23.92	0 1 18.6	−0 0 46.6	Etat pour la même
21	15 22.72	15 7.67	15 20.93	0 3 45.6	+0 0 27.0	époque, par la marche
1 Avril.	16 30.44	16 4.98	16 24.93	0 6 21.6	0 1 22.8	diurne.
11	17 40.97	16 57.08	17 24.30	0 10 58.2	0 4 10.2	+ 2h 23m 59s,19
21	18 46.38	17 49.18	18 24.80	0 14 18.0	0 5 23.4	Avance dans 150 jours
1 Mai.	19 54.33	18 41.28	19 26.42	0 18 15.6	0 6 58.8	4m 15s,30
11	21 16.93	19 33.38	20 29.17	0 25 53.4	0 11 56.4	Tendance à accélérer
21	22 30.64	20 25.48	21 33.05	0 31 17.4	0 14 24.0	par jour, ou valeur de
1 Juin.	23 50.86	21 22.79	22 44.62	0 37 1.2	0 16 33.6	$x = + 0^s,0112715$.
11	25 13.31	22 14.89	23 50.87	0 44 36.3	0 20 36.6	
21	26 41.61	23 7.09	24 58.34	0 53 37.8	0 25 49.2	
1 Juill.	28 14.49	23 59.19	26 6.84	1 3 49.2	0 31 54.6	

L'exemple que nous venons de donner, et qui n'est pas le seul que l'expérience peut présenter, fait voir que les corrections fondées sur l'hypothèse que le mouvement de la montre a été uniformément accéléré ou retardé, ne pourront pas être regardées comme rigoureusement exactes, mais seulement comme étant propres à diminuer autant que possible les erreurs commises sur les longitudes obtenues dans la supposition que la montre a conservé la marche qui a été déterminée au port de départ.

On peut conclure de ce qui précède, que les longitudes obtenues par les montres marines méritent d'autant plus de confiance, qu'il y a moins d'intervalle entre le jour de l'observation et celui où la montre a été réglée : quant aux longitudes données par les observations astronomiques, leur exactitude est indépendante de cet intervalle de temps. Ainsi les montres marines donneront les longitudes plus exactement que les distances, lorsque la traversée sera très-courte ; mais les longitudes trouvées par les distances mériteront au contraire plus de confiance, lorsque la traversée sera de longue durée.

Lors donc que l'on aura à déterminer les positions de plusieurs points d'une côte éloignée du lieu où la montre a été réglée, la méthode la plus sûre sera de chercher la position de l'un d'eux par des observations astronomiques, et d'employer la montre pour avoir les différences en longitude du point observé et de tous les autres ; car alors les positions respectives des différens points de cette côte seront exactes ; et seulement, si la longitude du lieu, pris pour point de départ, est en erreur d'une certaine quantité, il suffira d'augmenter ou de diminuer de cette même quantité les longitudes de tous les points qu'on y aura rapportés.

De la détermination de la marche diurne par des observations faites en mer.

Si les circonstances n'ont pas permis de régler une montre marine avant le départ, ou que pendant une traversée la montre se soit arrêtée, par oubli de la remonter, il est possible de déterminer son état et sa marche par des observations faites en mer ; nous allons en donner deux méthodes, moins précises sans doute que les précédentes, mais si le mouvement de la montre est uniforme, elles pourront suppléer à leur défaut avec une exactitude souvent suffisante pour les usages ordinaires de la navigation.

1. *Première méthode.* Prenez une série de six distances lunaires, ainsi que les heures correspondantes à une montre à secondes; de ces observations concluez la distance et l'heure moyenne, pour lesquelles vous obtiendrez les hauteurs de deux astres ainsi que l'heure comptée à la montre marine.

2. Calculez par une des méthodes données par le Problême XXV, la distance vraie, pour laquelle vous déterminerez le temps moyen de Paris correspondant, en ayant soin de le corriger de l'erreur provenant de ce que le mouvement relatif des deux astres n'est pas uniforme (pag. 249.... 251). La différence entre le T. M. de Paris corrigé et l'heure à la montre marine, vous donnera son *état.* Pour l'obtenir avec le plus grand degré d'exactitude, il sera nécessaire, non seulement d'employer à sa détermination moyenne plusieurs séries de distances de la lune à un même astre, observées le même jour, mais encore de se servir de distances lunaires de différentes dénominations, c'est-à-dire d'employer pour le même jour des distances orientales et occidentales.

Répétez les mêmes observations plusieurs jours de suite, afin d'obtenir un état moyen pour l'époque moyenne de toutes les séries observées, qui approchera le plus de l'état vrai de la montre.

3. Après un intervalle de plusieurs jours, procurez-vous une suite de séries des mêmes observations de laquelle vous tirerez un nouvel état moyen.

4. La différence entre les deux états de la montre, vous donnera la quantité dont elle aura avancé ou retardé dans l'intervalle écoulé entre les deux époques correspondantes aux deux états moyens; de cette différence vous en conclurez la marche diurne de la montre.

5. Maintenant, prenez le nombre d'heures écoulées entre la seconde époque et le midi T. M. suivant de Paris, et appliquez d'une manière convenable au second état la partie proportionnelle de la marche diurne dans ce nombre d'heures, il en résultera l'état de la montre pour le midi moyen de Paris qui suit l'instant de la seconde époque moyenne.

Lorsque le mouvement de la montre marine approchera de l'uniformité, cette méthode mise en pratique par un observateur éclairé, donnera généralement des résultats satisfaisans, qui seront dus à la perfection de nos Tables astronomiques. Il est inutile de faire remarquer que les distances lunaires, employées à regler une montre marine, serviront aussi à déterminer les longitudes des lieux dans lesquels les observations des distances lunaires auront été faites.

Exemple. Le 4 Octobre 1836, on a observé deux séries de distances de la lune au soleil, et dans la soirée du même jour, deux séries de distances de la lune à Aldebaran, ayant déterminé les hauteurs de ces astres ainsi que les heures à une montre marine correspondantes aux distances moyennes, on demande l'état de la montre sur le T. M. de Paris.

	Dist. vraies.	*H. T. M. de Paris.*	*H. à la montre.*	*Av. de la montre.*
Au Soleil	69° 14' 18"	4h 51m 44s0	5h 25m 10s0	0h 33m 26s0
Suleil	69 12 28	4 56 17.7	5 29 45.3	0 33 27.6
A Aldébaran	46 49 26	10 24 1.4	10 57 31.0	0 33 29.6
Aldébaran	46 51 53	10 29 3.5	11 2 34.5	0 33 31.0
	Sommes	30 41 6.6		114.2
	Moyennes	7 40 16.6		0 33 28.55

D'où il résulte que le 4 Octobre 1836, à 7h 40m 16s,6 T. M. de Paris, la montre marine avançait de 0h 33m 28s55.

Les jours suivans, des observations semblables ont été faites, et leur ensemble a fourni le tableau suivant.

	Jours des Observations.	Distances de la Lune.	Avance de la Montre.
	Octobre le 4 à 7h 40m	Au Soleil. A Aldébaran.	On + 0h 33m 28s55
	5 à 8 2	Au Soleil. A Aldébaran.	0 33 40.67
	6 à 8 52	Au Soleil. A Aldébaran.	0 33 55.84
	7 à 4 28	Au Soleil. A Pollux.	0 34 6.36
Sommes..............	23 5 2		191.42
Moyennes............	le 5 à 19 15	Le *quart.*	0 33 47.85

D'où il suit que le 5 Octobre à $19^h 15^m$ T. M. de Paris, la montre avançait de $0^h 33^m 47^s,85$.

Par des observations analogues, faites à différens jours, on a déterminé que le 17 Octobre à $9^h 36^m$ T. M. de Paris, la montre avançait de $0^h 36^m 13^s,30$, on aura donc

Le 5 Octobre	à	19^h	15^m	+	0^h	33^m	$47^s 85$
17	à	9	36		0	36	13.30
Dans 11 jours et		14	21	+	0	2	25.45
Marche diurne, avance ou				+			12.54

Maintenant pour obtenir son état pour le midi moyen de Paris du 17 Octobre, nous remarquerons que l'intervalle de temps écoulé entre ce midi et la seconde époque, est de $9^h 36^m$, prenant pour cet intervalle la partie proportionnelle de la marche diurne $+ 12^s,54$, on obtiendra $+ 5^s,02$ qui sera la quantité à retrancher de l'état $+ 0^h 36^m 13^s,30$ de la seconde époque, pour avoir celui qui correspondait au midi T. M. de Paris le 17 Octobre; effectuant cette soustraction, on trouvera $+ 0^h 36^m 8^s,28$ pour l'état demandé.

Seconde méthode. Etant sous voile, à la vue d'une terre dont la distance, le relèvement et la position géographique de l'un de ses points sont connus, faites, dans les circonstances favorables, des observations pour obtenir l'heure du lieu du bâtiment, et concluez-en l'état de la montre sur le méridien de Paris.

Plusieurs jours après, passant à la vue d'une autre terre remplissant les mêmes conditions que la première, obtenez un nouvel état de la montre.

Cela posé, par le moyen de ces deux états et de l'intervalle de temps écoulé entre les époques des observations, vous calculerez la marche diurne de la montre et son état pour le midi moyen de Paris le plus voisin de la seconde époque.

Exemple. Un bâtiment est parti de Rochefort avec une montre marine qui n'a pas été réglée; le 17 Avril 1836, au matin, étant à la vue de la tour de Corduan (phare) dont la distance était de trois lieues, et qui répondait au Nord-Est vrai, on a fait des observations pour déterminer l'heure T. V. du lieu, dont les résultats ont fait connaître qu'à $8^h 29^m 17^s$ du matin, T. V. du lieu, la montre marquait $9^h 52^m 36^s$.

Le 6 mai suivant, au soir, reconnaissant le Cap Blanc (côte Ouest d'Afrique), qui répondait au Sud vrai à la distance de huit milles, des observations pour déterminer l'heure du lieu, ont appris qu'à $4^h 26^m 18^s$, temps vrai du lieu, la montre marquait $6^h 43^m 5^s$; on demande la marche diurne de la montre et son état pour le 6 mai à midi, temps moyen méridien de Paris.

L'énoncé précédent suppose que l'on a commencé par déterminer les positions géographiques des deux lieux occupés par le bâtiment, avant de calculer les angles horaires de ces lieux; pour y parvenir on a fait usage des principes de la réduction des routes.

Tour de Cordouan, latitude	N.	45°	35'	15"	Cap Blanc, latitude	N.	20°	46'	55"
Différence en latitude	S. −	0	6	22	Différence en latitude	N. +	0	8	0
Latitude du lieu	N.	45	28	53	Latitude du lieu	N.	20	54	55
Tour de Cordouan, longitude	O.	3°	30'	38"	Cap Blanc, longitude	O	19°	22'	11"
Différence en longitude	O. +	0	9	5	Différence en longitude		0	0	0
Longitude du lieu	O.	3	39	43	Longitude du lieu	O	19	22	0
en temps		0^h	14^m	$38^s 9$	en temps		1^h	17^m	28^s
Heure T. V. du lieu		8	29	17	Heure T. V. du lieu		4	26	18
Heure T. V. de Paris le 16 Avril		20	43	55.9	Heure T. V. de Paris le 6 Mai		5	43	46
Temps moyen au midi vrai	+	11	59	30.0	Temps moyen au midi vrai	+	11	56	21.7
Heure T. M. de Paris le 16		20	43	25.9	Heure T. M. de Paris le 6		5	40	7.7
Heure à la montre		21	52	36.0	Heure à la montre		6	43	5.0
Avance de la montre *état*	+	1	9	10.1	Avance de la montre *état*	+	1	2	57.3

Etat de la montre le 16 Avril à $20^h 43^m$	+	1^h	9^m	$10^s 1$
le 6 Mai à 5 40	+	1	2	57.3
Retard de la montre dans 19 jours 8 57		0	6	12.8
Marche diurne de la montre, *retard* ou	−			19.24
Partie proport. du retard diurne pour $5^h 40^m$	+	0	0	4.5
Etat de la montre à la seconde époque		1	2	57.3
Etat le 6 Mai à midi T. M. de Paris	+	1	3	1.8

On remarquera qu'une montre qui n'aurait pas été réglée avant le départ, ou qui se serait arrêtée en mer par oubli de la remonter, mise en mouvement, peut être encore de quelque utilité avant de l'avoir réglée, soit pour trouver la différence en longitude de deux lieux voisins l'un de l'autre, soit pour comparer entre elles des observations de distances faites à quelques jours d'intervalle.

Nous avons supposé jusqu'à présent que l'on n'avait qu'une montre marine : si on en a plusieurs, on les comparera dans le port de départ à une pendule bien réglée, afin de savoir quelle est celle dont la marche est la plus uniforme ; on lui comparera aussi toutes les autres pour déterminer directement leur marche respective.

Ces montres étant transportées à bord, on continuera de les comparer régulièrement à celle que l'on aura choisie, et sur laquelle se compteront les heures de toutes les observations ; on aura de cette manière, pour chaque observation, autant de déterminations de l'heure de Paris qu'il y a de montres différentes : leur accord plus ou moins grand, fera connaître le degré de confiance que l'on pourra accorder aux résultats qu'elles fourniront pendant la campagne. Enfin, si l'une d'elles venait à s'arrêter, après l'avoir remise en mouvement, on déterminerait son état absolu sur le temps moyen de Paris, en se servant de la dernière comparaison faite de cette montre avec l'une des autres, et de la marche relative de la première par rapport à la seconde : cette détermination ne pourrait être affectée que d'une variation imprévue de la seconde montre dans l'intervalle des deux comparaisons, variation qui ne peut être que d'un petit nombre de secondes ; et l'exactitude des résultats fournis par la première, serait à peu près la même que si elle ne s'était pas arrêtée, en supposant toutefois qu'elle ait repris la marche qu'elle avait avant de s'arrêter.

Nous allons donner quelques questions qui peuvent exercer dans les usages des montres marines.

Question 1. Une montre marine ayant été réglée le 10 Mai à midi, temps moyen méridien de Paris, part de Lorient sur un bâtiment destiné pour l'Ile Bourbon ; le 4 Juin suivant, arrivé à Saint-Yago, l'une des îles du Cap Vert, cette montre a donné pour la longitude de cette île 26° 7′ 30″ Ouest, on demande de combien sa marche diurne a varié chaque jour, en supposant que son mouvement se soit uniformément accéléré ou retardé, et dans cet hypothèse quelle est l'erreur que cette montre a donnée le 27 Juillet suivant sur la longitude de l'attérage à Bourbon, si dans la détermination de cette longitude on a fait usage de l'état et de la marche diurne déterminés le 10 Mai.

Longitude vraie de Saint-Yago		*Ouest*	25°	51′	30″
Longitude donnée par la montre			26	7	30
Erreur sur la longitude.	en degrés	+	0	16	0
	en temps	+	0h	1m	4s
Accélération du mouvement de la montre en 25j			0	1	4
Tendance à accélérer par jour ou		$x =$	0.19692		
Accélération de la montre jusqu'au 27 Juillet			0h	10m	6s,71
La longitude de l'attérage sera trop faible de. . .			0	10	6,71
			2°	31′	41″

Question 2. Le 2 Mars 1836, une montre marine arrive à Lorient où elle est mise en mouvement ; n'ayant pas eu le temps de la régler avant le départ, on a fait seulement des observations d'angles horaires qui font connaître que le 4 Mars à $3^h\,27^m\,18^s$ du soir, temps vrai de ce lieu, la montre marquait $4^h\,2^m\,15^s$, étant parti immédiatement après, on a relaché le 19 Mars en rade de l'Ile d'Aix où l'on s'est assuré qu'à $8^h\,42^m\,17^s$ du matin, temps vrai du lieu, la montre marquait $9^h\,2^m\,53^s$. Le 20 Mars ayant repris la mer, on demande l'état et la marche diurne moyenne de la montre, et dans le cas où son mouvement se serait uniformément accéléré ou retardé, quelles sont les corrections à faire aux longitudes déterminées par la montre les 22 et 29 Mai, sachant que le 26 Juin, à Batavia, elle avançait à midi sur le temps vrai de ce lieu de $4^h\,40^m\,33^s,5$.

Le 4 Mars, temps vrai à Lorient	$3^h\ 27^m\ 18^s$	Le 18 Mars, temps vrai à l'Ile d'Aix	$20^h\ 42^m\ 17^s$
Longitude Ouest	+ 0 22 45.1	Longitude Ouest	+ 0 14 4
Le 4 Mars T. V. de Paris	3 50 3.1	Le 18 Mars T. V. de Paris	20 56 21.0
Temps moyen au midi vrai	+ 0 11 52.3	Temps moyen au midi vrai	+ 0 7 54.5
Le 4 Mars T. M. de Paris	4 1 55.4	Le 18 Mars T. M. de Paris	21 4 15.5
Heure correspondante à la montre	4 2 15.0	Heure à la montre	21 2 53.0
Avance de la montre ou *état*	+ 0 0 19.6	Retard de la montre ou *état*	− 0 1 22.5

Avance de la montre le 4 Mars	à $4^h\ 2^m$	$0^h\ 0^m\ 19^s6$
Retard de la montre le 18 Mars	à 21 4	0 1 22.5
Retard dans 14 jours	17 2	0 1 42.1
Marche diurne moyenne *retard* ou		− 6.94
Partie proportionnelle pour	$2^h\ 56^m$	− $0^h\ 0^m\ 0^s85$
Etat de la montre le 18 Mars à	21 4	− 0 1 22.50
Etat le 19 Mars à midi T. M. de Paris		− 0 1 23.35

Avec cet *état* et la marche diurne trouvée de − $6^s,94$, on fera usage de la montre.

Le 26 Juin 1836 T. V. à Batavia	$0^h\ 0^m\ 0^s$
Longitude de ce lieu *Est*	− 6 58 15
Le 25 Juin, temps vrai de Paris	17 1 45
Temps moyen au midi vrai	+ 0 2 23.12
Le 25 Juin, temps moyen de Paris	17 4 8.12
Heure correspondante à la montre	16 40 33.50
Retard le 25 Juin à $17^h\ 4^m$ T. M. de Paris	− 0 23 34.62

Depuis le 19 Mars à midi jusqu'au 25 Juin à $17^h\ 4^m$; il s'est écoulé 98 jours $17^h\ 4^m$

Retard de la montre dans cet intervalle	− $0^h\ 11^m\ 25^s20$
Etat de la montre le 19 Mars	− 0 1 23.35
Retard provenant de la marche diurne	− 0 12 48.55
Retard réel de la montre	− 0 23 34.62
Excès du retard dans 98 jours $17^h\ 4^m$	− 0 10 46.07

Pour 98 jours $17^h\ 4^m$ ou plus simplement pour 99 jours, la Table XXV donne pour facteur 4950, nous aurons donc (pag. 293) 4950 $x = -10^m\ 46^s,07 = -646^s,07$ d'où $x = -0^s,13$; ainsi la tendance journalière à retarder est de $0^s,13$.

D'où il résulte que toutes les heures T. M. de Paris, déterminées par la montre depuis le 19 Mars jusqu'au 26 Juin, ont été trop petites, puisque pour les obtenir on n'a ajouté aux heures de la montre que des retards plus petits que ceux qui réellement avaient eu lieu, ainsi les longitudes Ouest obtenues par la montre, dans l'intervalle du 19 Mars au 26 Juin, ont été diminuées des erreurs provenant de sa tendance à retarder, et qu'au contraire les longitudes Est obtenues dans ce même intervalle ont été augmentées.

Erreur le 22 Mai, c'est-à-dire 64 jours après le 19 Mars	= 2080 × 0^s13 =	$4^m\ 30^s40$
le 29 71 jours après	= 2556 × 0.13 =	5 32.28
ou bien le 22 Mai l'erreur sur la longitude était de		1° 7′ 36″
et le 29 Mai de		1 23 4

De sorte que si les longitudes déterminées à ces deux époques étaient Ouest, elles étaient trop petites de ces quantités, mais si elles étaient Est, elles se sont trouvées trop grandes de 1° 7′ 36″ et de 1° 23′ 4″.

Question 3. La montre N.° 1 avance d'une quantité a à midi, temps moyen de Paris; la montre N.° 2 avance à cet instant d'une quantité b, et sa marche diurne est $+ c$; le N.° 1 retarde de d pendant les 12 premières heures du jour, et avance de e pendant les 12 dernières. On demande quand ces deux montres avanceront également sur le temps moyen de Paris.

Pour déterminer l'époque à laquelle les états de ces montres seront égaux entre eux, soit x le nombre de jours entiers après lequel cette condition sera remplie ; y le nombre d'heures à ajouter à x ; $x - y$ sera donc l'intervalle de temps écoulé entre le midi pour lequel les montres ont été réglées et l'instant demandé.

L'état du N.° 1 sera $a + (e - d)\,x + \frac{e}{12}(y - 12) - d$.

Celui du N.° 2 sera $b + cx + \frac{c}{24}y$

On aura donc l'équation $b + cx + \frac{c}{24}y = a + (e - d)\,x + \frac{e}{12}(y - 12) - d$.

Cette équation étant à deux inconnues, ne pourra faire connaître l'une d'elles, qu'autant que l'autre aura été déterminée : pour y parvenir on remarquera que l'on doit avoir

$$b + cx > a + (e - d)\,x \quad \text{et} \quad b + c\,(x + 1) < a + (e - d)(x + 1)$$

ce qui donnera $x < \frac{b - a}{e - (d + c)}$ et $x + 1 > \frac{b - a}{e - (d + c)}$

d'où il suit que x est le nombre entier compris

entre $\frac{b - a}{e - (d + c)} - 1$ et $\frac{b - a}{e - (d + c)}$

Les quantités a, b, c, d et e, étant connues, la valeur de x est aussi déterminée, et sa substitution faite dans l'équation trouvée précédemment conduira à la détermination de y.

Application. Soient $a = 0^h\ 5^m\ 14^s$, $d = 0^h\ 0^m\ 17^s$

$b = 0\ \ 25\ \ 17$, $e = 0.0\ \ 54$

$c = 0\ \ 0\ \ 12$

on aura $\frac{b - a}{e - (d + c)} - 1 = \frac{1203}{25} - 1 = 47\frac{3}{25}$ et $\frac{b - a}{e - (d + c)} = \frac{1203}{25} = 48\frac{3}{25}$

d'où $x = 48$. Cette valeur étant substituée dans l'équation, donnera $y = 18^h\ 30^m$; ainsi $x + y = 48^j\ 18^h\ 30^m$; résultat que l'on vérifierait en remplaçant x et y par leurs valeurs dans les deux états trouvés.

Question 4. La montre N.° 1 avançait d'une quantité a à midi, temps moyen de Paris, et retardait chaque jour de la quantité b ; la montre N.° 2 marquait c heures à midi, temps moyen du même jour, et avançait de d dans les 12 premières heures du jour et retardait de e dans les 12 dernières. On demande le temps qui s'est écoulé depuis l'instant où leurs états sur le temps moyen de Paris étaient égaux, et l'instant auquel le N.° 1 avançait d'une quantité f sur le N.° 2.

INSTRUCTIONS

AUXQUELLES devront se conformer les Officiers chargés de montres marines.

Les services rendus à la navigation par les montres marines, ont contribué à en répandre l'usage dans presque tous les voyages de long cours ; mais, ces montres étant sujettes à des dérangemens dont il est difficile de s'apercevoir lorsqu'on est en mer, on ne saurait trop recommander aux marins de ne négliger aucune des précautions propres à les prévoir.

Ils s'imposeront la loi de ne les transporter que le moins possible d'un lieu à un autre, et de ne les tirer de leur suspension qu'une fois toutes les vingt-quatre heures pour les monter. Il faudra, en faisant cette opération, avoir la plus grande attention à ce que la montre n'éprouve aucune secousse, et à ce que la main qui la soutient ne lui imprime aucun mouvement circulaire.

Lorsque l'on aura deux montres marines, toutes les observations seront comptées sur la même montre, afin qu'il y en ait une d'elles qui ne soit jamais transportée. Les boîtes où la suspension est renfermée ont quelquefois une poignée sur le couvercle, par laquelle on tient la montre suspendue lorsqu'on la porte d'un lieu dans un autre. Ce moyen est dangereux, parce que le moindre mouvement du poignet peut imprimer à la boîte, et par conséquent à la montre, un mouvement circulaire assez brusque, dans le sens des oscillations du balancier; il doit altérer la durée de ces oscillations d'où dépend uniquement la régularité des mouvemens de la montre. On s'assujettira donc à tenir la boîte avec la main, ou mieux encore avec les deux mains, parce que, dans cette position, il sera presque impossible de lui imprimer un mouvement involontaire. Rien ne serait plus propre à éviter ces inconvéniens que de compter l'heure des observations sur une montre à secondes ordinaire, que l'on comparerait aux montres marines avant et après les observations. Comme leur durée ne doit pas être très-considérable, il est à présumer que les mouvemens d'une montre ordinaire n'éprouveront pas d'altération capable de nuire à l'exactitude des observations; d'ailleurs, si elle en éprouvait, il serait facile de le reconnaître, au moyen des deux comparaisons, qui ne doivent jamais différer beaucoup l'une de l'autre.

Les mouvemens diurnes ou la marche des montres doivent, en outre, être observés avec soin dans toutes les relâches, et aussi souvent que les circonstances le permettront: ce n'est que par ces observations qu'il est possible de constater la régularité de leurs mouvemens; et même, si l'on veut pouvoir compter avec confiance sur les longitudes qu'on en conclura, il ne faudra pas négliger l'observation des distances de la lune au soleil et aux étoiles, dont on comparera les résultats avec ceux que l'on aura obtenus par les montres.

Les officiers obligés de prendre tous ces soins pour assurer leur navigation, ne se contenteront pas d'employer leurs montres à ce seul objet; ils travailleront à perfectionner les cartes marines, et détermineront la longitude de tous les caps ou côtes dont ils auront connaissance. Mais pour que ces déterminations puissent être utiles, il est nécessaire qu'ils fassent connaître le degré de confiance qu'elles méritent, afin que l'on puisse choisir entre plusieurs longitudes du même point, obtenues avec des montres différentes, celles qui doivent avoir le plus de précision.

Non-seulement, pour être guidé dans un pareil choix, il importe d'avoir sous les yeux les différentes marches que les montres ont prises successivement, mais encore il est nécessaire de pouvoir vérifier s'il ne s'est pas glissé quelques erreurs dans les calculs d'où elles ont été conclues. La conservation de toutes les données doit donc être considérée comme un objet aussi essentiel que celle des résultats eux-mêmes. En conséquence, il est enjoint à tous les commandans des vaisseaux ayant à leur bord des montres marines, d'envoyer au ministre, à la fin de chaque campagne, les registres où seront inscrites toutes ces données, ainsi que les résultats des calculs. Mais, comme la facilité avec laquelle il sera possible d'en faire usage, dépend en grande partie de l'ordre que l'on mettra dans ces registres; que d'ailleurs leur utilité pourrait se trouver annulée, si l'on omettait certaines quantités peu importantes en apparence; on se conformera ponctuellement aux instructions qui vont être données, et l'on remplira scrupuleusement les cases des tableaux qui y sont joints.

Il sera tenu, à bord de chaque vaisseau, un registre sur lequel seront inscrites les premières données des observations, c'est-à-dire les heures, minutes et secondes de la montre, sur laquelle on comptait, ainsi que l'arc ou les arcs marqués par l'alidade de l'instrument; on y ajoutera l'heure approchée du vaisseau, et l'élévation de l'œil au-dessus du niveau de la mer. Ces premières données seront inscrites et signées par chaque observateur aussitôt que ses observations seront terminées. Les comparaisons des montres marines avec la montre sur laquelle on comptait, seront écrites sur le même registre au-dessus des observations de tout genre, soit pour obtenir la latitude ou la longitude par les montres et par des distances. Ce registre contiendra toutes les données des observations faites à terre ou en mer, suivant l'ordre de leur date, que l'on aura grand soin de ne pas omettre.

Les montres seront montées tous les jours à midi, ou après l'observation de la hauteur méridienne, et elles seront comparées entre elles en même temps.

Les comparaisons des montres marines, et les quantités nécessaires pour calculer leur marche ou la longitude du vaisseau, seront écrites dans des tableaux divisés en colonnes, qui seront imprimés, et dont on délivrera une quantité suffisante à tous les commandans des bâtimens de SA MAJESTÉ, à qui l'on confiera des montres marines.

Les heures des montres, à l'instant des comparaisons faites à à midi, doivent être écrites avec la date du jour correspondant, dans le Tableau n.° I, qui est divisé en colonnes, dans lesquelles on inscrira tous les jours les heures des montres marines à l'instant des comparaisons, et la différence de ces mêmes heures, chacune selon le titre qui est en tête de la colonne.

Les résultats des observations faites pour régler les montres marines, seront inscrits dans le Tableau n.° II, intitulé: *Avance ou retard journalier des montres sur le temps moyen, conclu par les observations astronomiques.*

Ce Tableau est partagé en sept colonnes, dont les titres indiquent clairement les quantités qui doivent y être inscrites, et rendent inutile d'entrer dans de plus grands détails. Il est cependant nécessaire de faire remarquer que ce Tableau, d'après la disposition qu'on lui a donnée, ne peut contenir que les quantités relatives à la marche d'une seule montre: ainsi l'on fera usage, dans chaque relâche, d'autant de Tableaux n.° II que l'on aura de montres marines à régler.

Le Tableau n.° III, intitulé, *Latitudes observées, et Longitudes obtenues par les montres*, est plus compliqué que les deux autres, et il exige que l'on entre dans de plus grands détails. La disposition qu'on lui a donné, le rend propre à présenter au premier coup-d'œil, non-seulement les résultats de toutes les observations, soit de latitude, soit de longitude, mais encore les premières données qui servent à calculer l'heure de Paris correspondante à l'heure marquée par les montres marines. Il est composé de deux pages en regard et est assez étendu pour contenir les quantités nécessaires au calcul de la longitude par deux montres marines.

Ce Tableau n.° III est divisé en seize colonnes: la première doit contenir la date de chaque observation; la seconde, intitulée, *Latitude à l'instant des observations*, doit contenir indifféremment les latitudes observées et les latitudes des lieux des observations d'angles horaires, déduites des premières par le chemin estimé. Toutes les fois que la latitude inscrite dans cette seconde colonne sera le résultat de la hauteur méridienne, on écrira $0^h\ 0^m\ 0^s$ dans la quatrième colonne, intitulée *Temps vrai des observations;* et alors toutes les parties de la même ligne horizontale, contenues dans les autres colonnes, resteront vides. Si cette latitude est le résultat de hauteurs observées hors du méridien, on portera dans la quatrième colonne le temps vrai de l'observation la plus voisine de midi; et comme toutes les parties de la même ligne horizontale, comprises dans les autres colonnes, resteront vides, ainsi que dans le premier cas, il sera facile de reconnaître que la latitude dont il s'agit est une latitude observée.

Dans le troisième cas, c'est-à-dire, lorsque la latitude portée dans la seconde colonne est celle d'un des lieux où l'on a observé un angle horaire, on écrira, dans la troisième, le chemin fait en longitude entre l'époque de cette observation et midi, ou l'époque de la hauteur la plus proche du méridien. Ce chemin sera exprimé en milles ou tiers de lieue, et en dixièmes. Si le lieu de l'angle horaire est à l'Est de celui de l'observation de latitude, on mettra à la suite la lettre E; et s'il est à l'Ouest, ce sera la lettre O.

Il faut écrire successivement dans les cinquième, sixième, septième et huitième colonnes, l'heure d'une des montres à l'instant de l'observation, son retard sur le temps moyen de Paris, l'heure vraie de Paris, et enfin la longitude, qui est la différence entre l'heure vraie de Paris et l'heure de l'observation réduite en degrés. Il faut remarquer, à cette occasion, que le temps vrai de la quatrième colonne doit être celui qui résulte du calcul exprimé en heures, minutes, secondes et parties de seconde, et non l'heure approchée dont on se sert pour trouver les élémens du calcul.

La date des observations sera inscrite une seconde fois dans la neuvième colonne, parce que c'est la première de la page placée en regard: cette seconde indication facilitera les recherches que l'on aura à faire sur le III.e Tableau, et pourra éviter des méprises.

Les dixième, onzième, douzième et treizième colonnes ne serviront que dans le cas où l'on aurait deux montres marines. Les titres en sont absolument les mêmes que ceux des cinquième, sixième, septième et huitième de la première page, et contiendront la longitude obtenue par la seconde montre et les quantités qui ont servi à la trouver; ainsi elles n'ont pas besoin d'explication.

Les longitudes obtenues par les distances de la lune au soleil, doivent être inscrites dans la quinzième colonne, et y être placées suivant la date du jour où elles ont été faites. On doit ne pas oublier de dire qu'il est nécessaire que ces longitudes correspondent toujours avec une observation d'angle horaire, afin de pouvoir les comparer directement aux longitudes obtenues par les montres, sans employer le chemin, toujours incertain, qui a été fait dans l'intervalle des observations. La méthode la plus expéditive est d'observer un angle horaire peu de temps avant de prendre des distances, ou peu de temps après les avoir prises, et d'en conclure la longitude par la montre marine. On obtiendra aussi par cette observation, l'avance ou le retard de la même montre sur le temps vrai du lieu où l'observation a été faite. Si, lorsqu'on mesure des distances, on compte l'heure des observations sur la même montre, on pourra, en ajoutant son retard à l'heure moyenne, qui correspond à la distance moyenne, ou en retranchant son avance de la même quantité, se procurer l'heure vraie du lieu de l'observation d'angle horaire correspondant à l'instant où la distance corrigée a eu lieu à Paris. La différence de ces deux heures donnera donc la longitude du lieu de l'observation d'angle horaire, qui pourra être comparée directement à celle de la montre.

Les résultats de toutes les observations de distances faites un même jour, correspondront tous à la longitude obtenue par la montre marine; c'est la longitude moyenne de tous ces résultats qui sera inscrite dans la quinzième colonne.

Il arrivera souvent que l'on pourra observer des distances pendant plusieurs jours de suite; alors rien ne sera plus avantageux, pour avoir la longitude du vaisseau avec une grande exactitude, que d'en conclure une seule longitude de la manière suivante :

On choisira une des longitudes obtenues par la montre, à un jour également éloigné du premier jour d'observations de distances et du dernier jour, ou de manière que l'intervalle de ce jour intermédiaire au premier jour d'observations de distances ne diffère pas de plus d'un jour avec l'intervalle qui sera entre ce même jour intermédiaire et le dernier jour d'observations de distances.

Toutes les longitudes observées par les distances, avant et après le jour intermédiaire, seront rapportées au lieu de l'observation de l'angle horaire de ce jour intermédiaire, par les différences en longitudes obtenues par les montres marines. On obtiendra autant de longitudes correspondantes à l'observation d'angle horaire du jour intermédiaire, qu'il y a eu de jours où l'on a observé des distances. La longitude moyenne de tous ces résultats devra être écrite dans la dernière colonne, vis-à-vis la date du jour intermédiaire.

Les données et les résultats des observations astronomiques, ainsi rassemblés dans des tableaux, il sera toujours facile de vérifier les positions du vaisseau, tant en latitude qu'en longitude.

Il est recommandé de ne pas négliger de les employer pour déterminer la position géographique des points les plus importans des côtes dont on aura connaissance, et de saisir toutes les occasions qui se présenteront de fixer les gisemens et l'étendue de ces côtes elles-mêmes. On croit donc nécessaire de rassembler, dans cette instruction, le precis des opérations qu'on fera, toutes les fois que les circonstances s'en présenteront.

Lorsqu'un capitaine relâchera dans un port, il vérifiera l'exactitude des plans qui se trouvent parmi les cartes qui lui ont été remises: et si le plan de ce port n'y est pas compris, il en levera le plan, ou au moins il en prendra un croquis qui puisse, jusqu'à un certain point, y suppléer. On recommande la plus grande circonspection à cet égard, et d'éviter tout ce qui pourrait compromettre chez l'étranger.

La position des caps qui marquent les endroits où les côtes changent de direction, devra fixer principalement l'attention; et, dès qu'elle sera bien connue, on pourra en conclure avec confiance le gisement et l'étendue des parties de côtes qui se trouvent entre deux caps.

Lorsque la route permettra de serrer la côte de près, on aura soin de relever les pointes et les caps à mesure qu'ils se découvriront les uns par les autres, et de relever également les memes caps, lorsqu'après les avoir dépassés, on les verra se cacher les uns derrière les autres.

Dans le cas où l'on voudra déterminer la position d'une pointe ou d'un cap éloigné de plus de deux ou trois lieues, il faudra relever cette pointe ou ce cap à l'instant de midi, dans l'Est ou dans l'Ouest, ou à-peu-près, s'il s'agit de la latitude; et si l'on veut fixer sa position en longitude, on tâchera de les relever au Nord ou au Sud, à l'instant de l'observation de l'angle horaire. Lorsqu'on sera à une petite distance de terre, cette attention sera moins nécessaire, parce qu'on pourra relever ces objets de deux points de la route, et que le chemin estimé dans l'intervalle de ces relèvemens, aura moins d'influence sur la position de l'objet. Il faudra placer, par les memes méthodes, toutes les montagnes remarquables qui peuvent servir de point de reconnaissance.

On devra s'assujettir, autant qu'il sera possible, à prendre des relèvemens astronomiques, soit pour fixer la position des objets, soit pour en conclure la déclinaison de l'aiguille aimantée; les donnécs des observations seront conservées ainsi que les autres.

La nécessité de conserver les données des opérations hydrographiques, destinées à fixer la position des objets les plus remarquables d'une côte, ou même, s'il est possible, à en faire une carte, engage à recommander à tous les capitaines des batimens de SA MAJESTÉ de se conformer scrupuleusement à ce qui va être prescrit à cet égard.

Lorsqu'on sera à vue de terre et que l'on se trouvera dans une position qui permettra de prendre des relèvemens, il faudra tenir une Table de loch très-circonstanciée des routes du vaisseau, dans laquelle il ne faudra pas se contenter de marquer la route d'heure en heure comme à l'ordinaire; mais on y marquera l'instant précis où le bâtiment a changé de route.

Des relèvemens astronomiques seront pris aussi souvent qu'il sera possible, mais surtout à l'instant des observations d'angles horaires et à midi : ces relèvemens serviront à trouver ceux de tous les points qui sont à vue, au moyen des angles observés avec des cercles à réflexion ou des octants.

On peut également se servir de la boussole ; mais on aura soin de ne relever qu'un seul point, et de conclure les relevemens de tous les autres, par des angles observés, comme dans le premier cas, avec des instrumens à réflexion. Ces relevemens ne peuvent avoir l'exactitude désirable que quand la déclinaison de l'aiguille aimantée a été observée par les meilleures méthodes.

Outre les relèvemens dont on vient de parler, qui pourront être croisés ou servir à la construction des cartes, on relèvera les objets apparens toutes les fois qu'ils resteront au Nord et au Sud, ou qu'ils seront vus sur la perpendiculaire de la route. On écrira ces relèvemens, ainsi que ceux des pointes vues les unes par les autres, en marquant l'heure à laquelle ils ont été pris, à côté de l'aire de vent où ils restaient. Ces derniers relèvemens sont d'une grande utilité, et donnent des moyens de vérifier la position de certains lieux, et quelquefois de corriger les routes avec beaucoup d'avantage.

Les registres où l'on consignera tous les relèvemens, doivent contenir un croquis de la vue des côtes à l'instant de ces relèvemens, qui sera le même que celui de l'observation d'angles horaires et de midi : l'on y marquera les lieux relevés, ainsi que leur distance angulaire. On doit aussi y joindre un autre croquis qui fera connaître les contours de la côte et la position des îles telle qu'on la conçoit. Il est inutile de dire qu'il n'est pas nécessaire de chercher à leur donner de l'exactitude ; ces dessins informes n'ont d'autre usage que de conserver les premières apparences sous lesquelles une côte s'est présentée.

Tous les relèvemens doivent être écrits tels qu'on les a observés à la boussole ; mais on écrira la déclinaison de l'aiguille aimantée, en tête de chaque vue.

Un exemplaire de la présente Instruction sera remis à tous les commandans des vaisseaux qui auront des montres marines.

Les tableaux et les registres qui contiennent les détails des observations astronomiques et des opérations hydrographiques, seront envoyés, à la fin de chaque campagne, au Ministre, pour être remis au dépôt général des cartes et plans de la marine, qui sera chargé de les examiner et d'en rendre compte.

On peut espérer qu'on pourra perfectionner insensiblement l'hydrographie, en se conformant à la présente Instruction, et donner aux cartes le degré d'exactitude que l'on doit attendre des instrumens dont on fait actuellement usage.

Tous les Officiers commandans des bâtimens du ROI, et auxquels des montres marines auront été remises, seront tenus de se conformer aux présentes Instructions.



Nota. Les Tableaux en regard des deux pages suivantes ont été remplis par les résultats de plusieurs observations astronomiques, faites pendant un voyage aux Antilles.

N.° I. *Comparaisons des Montres Marines aux environs de Midi.*

Jours du mois.	Heure de la Montre N.° 1.	Différence.	Heure de la Montre N.° 2.	Jours du mois.	Heure de la Montre N.° 1.	Différence.	Heure de la montre N.° 2.
	h m	h m s	h m s		h m	h m s	h m s
1 Janv.	2 33	1 4 17	3 37 17	16 Janv.	2 26	1 4 15	3 30 15
2	2 30	1 4 16	3 34 16	17	2 26	1 4 15	3 30 15
3	2 34	1 4 17	3 38 17	18	2 29	1 4 16	3 33 16
4	2 35	1 4 15	3 39 15	19	2 28	1 4 18	3 32 18
5	2 30	1 4 15	3 34 15	20	2 30	1 4 17	3 34 17
6	2 29	1 4 16	3 33 16	21	2 26	1 4 18	3 30 18
7	2 29	1 4 17	3 33 17	22	2 26	1 4 19	3 30 19
8	2 31	1 4 18	3 35 18	23	2 24	1 4 17	3 28 17
9	2 28	1 4 17	3 32 17	24	2 26	1 4 18	3 30 18
10	2 28	1 4 17	3 32 17	25	2 25	1 4 19	3 29 19
11	2 30	1 4 15	3 34 15	26	2 25	1 4 20	3 29 20
12	2 35	1 4 16	3 39 16	27	2 28	1 4 17	3 32 17
13	2 32	1 4 17	3 36 17	28	2 24	1 4 18	3 28 18
14	2 28	1 4 17	3 32 17	29	2 25	1 4 18	3 29 18
15	2 27	1 4 17	3 31 17	30	2 25	1 4 17	3 29 17

N.° III. *Latitudes observées et Longitudes obtenues par les Montres, Année 1836.*

Jours du mois.	Latitude Nord à l'instant des observations.	Différence en longitude entre midi et l'instant des observations.	Temps vrai des observations.	MONTRE N.° I. Heure de la Montre à l'instant des observations.	Retard de la Montre sur le temps moyen de Paris.	Heure vraie de Paris.	Longitude Ouest.
	° ′ ″	′ ″	h m s	h m s	h m s	h m s	° ′ ″
27 Janv.	19 43 50	4 0 O	20 20 42.30	10 54 14.58	1 59 39.91	24 40 23.20	64 57 31
28	20 1 47	- -	- - -	- - -	- - -	- - -	- - -
28	21 42 0	6 30 E	20 19 5.72	10 52 26.67	1 59 30.11	24 38 25.92	64 50 3
28	21 56 0	- -	23 4 6.00	- - -	- - -	- - -	- - -
29	23 55 0	9 0 E	21 33 23.36	12 10 51.63	1 59 19.78	25 56 30.08	65 46 40
30	24 7 21	- -	- - -	- - -	- - -	- - -	- - -
31	26 21 12	- -	- - -	- - -	- - -	- - -	- - -
31	28 7 0	7 36 O	20 17 23.21	10 59 38.33	1 59 0.74	24 44 40.65	66 49 24
1 Févr.	28 27 30	- -	0 59 15.00	- - -	- - -	- - -	- - -
2	30 22 30	16 9 E	3 56 38.30	6 32 28.13	1 58 47.74	8 17 7.93	65 7 24
3	31 24 0	24 0 O	20 42 29.41	11 12 55.33	1 58 40.92	24 57 23.76	63 43 35
3	31 40 0	- -	22 53 15.00	- - -	- - -	- - -	- - -
4	33 7 15	29 0 O	20 23 19.17	10 35 37.62	1 58 21.57	24 19 36.29	59 4 17
5	34 0 54	- -	- - -	- - -	- - -	- - -	- - -
5	35 5 40	31 0 O	21 21 17.61	11 18 36.00	1 58 11.47	25 2 20.48	55 15 43

N.° II. *Avance ou retard journalier des Montres sur le temps moyen, conclu par les Observations astronomiques.*

Jours du mois.	Temps moyen des observations.	Heure de la Montre N.° 1 à l'instant des observations.	Avance de la Montre N.° 1 sur le temps moyen.	Intervalle entre les observations.	Avance sur le temps moyen. dans l'intervalle.	Avance sur le temps moyen. en 24 heures.
	h m s	h m s	h m s	j	s	s
15 Décembre.	7 58 13.56	10 7 7.50	2 8 53.54			
20	7 52 38.58	10 2 21.08	2 9 42.50	4.996	48.56	9.71
21	7 57 46.75	10 7 40.22	2 9 53.47	1.004	10.97	10,93
26	8 23 7.60	10 33 46.17	2 10 38.57	5.018	45.10	8.98
28	7 49 58.49	10 0 58.06	2 10 59.57	1.977	21.00	10.62
29	8 20 48.24	10 31 58.00	2 11 9.76	1.021	10.19	9.98
31	7 52 29.20	10 3 59.50	2 11 30.30	1.980	20.54	10.37
2 Janvier.	8 6 8.15	10 18 0.56	2 11 52.41	2.009	22.11	11.00
5	8 25 40.46	10 38 1.08	2 12 20.62	3.014	28.21	9.36
8	8 12 22.62	10 25 11.56	2 12 48.94	2.991	28.32	9.47
14	7 56 55.37	10 10 42.89	2 13 47.52	5.989	58.58	9.78
15 Décembre.	3 24 43.06	5 33 32,05	2 8 48.99			
18	3 31 52.51	5 41 5.17	2 9 12.66	3,005	23.67	7.87
24	3 38 21.09	5 48 35.39	2 10 14.30	6.004	61.64	10,26
1 Janvier.	3 44 59.97	5 56 35.72	2 11 35.75	8.005	81.45	10.17
8	3 37 54.09	5 50 40.22	2 12 46.13	6.995	70.38	10.06

Suite du N.° III. *Latitudes observées et Longitudes obtenues par les Montres, Année 1836.*

Jours du mois.	MONTRE N.° II. Heure de la Montre à l'instant des observations.	Retards de la Montre sur le temps moyen de Paris.	Heure vraie de Paris.	Longitude Ouest.	Différence entre la longitude des Montres et celle des distances.	Longitude de Paris par les distances.	Longitude de Paris par les distances rapportées au jour correspondant.
	h m s	h m s	h m s	° ' "	' "	° ' "	
27 Janv.	11 58 31.62	0 55 16 58	24 40 28.20	64 56 28	0 3	64 57 2	. . .
28	. . .	. . .	. . .	. . .	. .	. . .	. . .
28	11 56 44.71	0 55 13.04	24 38 26.95	64 50 18	1 5	64 49 5	. . .
28	. . .	. . .	. . .	. . .	. .	. . .	. . .
29	1 15 10.67	0 55 1.61	25 56 31.04	65 46 55	1 48	65 48 36	. . .
30	. . .	. . .	. . .	. . .	. .	. . .	. . .
31	. . .	. . .	. . .	. . .	. .	. . .	. . .
31	0 3 55.37	0 54 45.60	24 44 42.64	66 49 51	. .	. . .	. . .
1 Févr.	. . .	. . .	. . .	. . .	. .	. . .	. . .
2	7 36 48.17	0 54 29.25	8 17 9.54	65 7 49	. .	. . .	. . .
3	0 17 13.37	0 54 29.39	24 57 24.56	63 43 47	. .	. . .	. . .
3	. . .	. . .	. . .	. . .	. .	. . .	. . .
4	11 39 53.66	0 54 6.49	24 19 37.30	59 4 32	3 56	59 8 20	. . .
5	. . .	. . .	. . .	. . .	. .	. . .	. . .
5	0 22 53.04	0 53 55.48	25 2 21.58	55 15 59	4 45	55 20 36	. . .

PROBLÈME XXVIII.

Connaissant la déclinaison et l'ascension droite d'une étoile avec l'obliquité de l'écliptique, trouver sa longitude et sa latitude.

1. Prenes dans la Connaissance des Temps ou dans les Tables astronomiques, la déclinaison et l'ascensiou droite de l'étoile, pour le jour proposé, ainsi que l'obliquité de l'écliptique, de manière à ce que ces trois quantités soient d'une même espèce, c'est-à-dire, toutes trois *moyennes* ou *apparentes*.

Du logarithme tangente de la déclinaison, retranchez le logarithme sinus de l'ascension droite, le reste sera le logarithme tangente d'un arc M, toujours plus petit que 90° et de même déuomination que la décliuaison.

2. Si l'ascension droite est plus petite que 180°, nommez *australe* l'obliquité de l'écliptique; si elle est plus grande, appelez-la *boréale*.

3. Si M et l'obliquité sont de même dénomination, faites leur somme; dans le cas contraire, prenez leur différence, que vous nommerez N, et qui sera de même dénomination que la plus grande des deux quantités.

4. Ajoutez ensemble le logarithme tangente de l'ascension droite, le complément arithmétique du logarithme cosinus de M, et le logarithme cosinus de N, la somme, diminuée d'une dizaine, sera le logarithme tangente de la longitude qui sera dans le même quadrant que l'ascension droite, à moins que N ne soit plus grand que 90°; dans ce cas, la quantité trouvée dans le même quadrant que l'ascension droite, retranchée de 360°, donnera la longitude.

5. Au logarithme tangente de N ajoutez le logarithme sinus de la longitude, la somme, diminuée d'une dizaine, sera le logarithme tangente de la latitude, de même dénomination que N.

Remarque 1. On observera que la Table LIII ne donne les logarithmes des lignes trigonométriques que jusqu'à 180°: ainsi, quand l'ascension droite surpassera cette quantité, on en retranchera 180°, et l'on trouvera le logarithme tangente et le logarithme sinus de la différence; alors l'arc correspondant au logarithme tangente de la longitude doit être pris de même espèce que cette différence, en y ajoutant 180°: la somme sera la longitude, à moins que N ne soit plus grand que 90°; dans ce cas, le supplément de cette somme à 360° doit être pris comme il a été dit précédemment.

Remarque 2. On observera aussi que, si l'ascension droite, la déclinaison et l'obliquité de l'écliptique ont des valeurs moyennes, la longitude et la latitude résultantes du calcul, seront exprimées en valeurs moyennes; mais si l'ascension droite, la déclinaison et l'obliquité sont apparentes, les quantités calculées seront apparentes, c'est-à-dire corrigées de l'aberration et de la nutation.

Cette remarque est aussi applicable au Problème suivant.

Exemple 1. Le 19 Février 1838, déterminer la longitude et la latitude d'Aldebaran.

Nous trouverons dans la Connaissance des Temps de 1838:

Æ apparente	4h 26m 38s,20 ou	66° 39' 33"0	page 133,
Déclin. apparente	*Boréale*	16 10 47.6	
Obliquité apparente		23 27 47.9	page 3,

Déclinaison	16° 10' 47"6 B	log. tang.	9.462617				
Æ	66 39 33.0	log. sin.	− 9.962920	log. tang.	10.365006		
Arc M	17 32 12.8 B	log. tang.	9.499697	c. log. cos.	0.020669		
Obliquité	23 27 47.9 A						
Arc N	5 55 35.1 A			log. cos.	9.997673	log. tang.	9.016222
Longitude			67° 31' 35"9	log. tang.	10.383348	log. sin.	9.965699
Latitude			5 28 45.1	*Australe*		log. tang.	8.981921

Exemple 2. Le 10 Mai 1838, déterminer la longitude et la latitude de Pollux.

La Connaissanee des Temps nons donnera :

Æ aprarente	7h 35m 23s,96 oo		113° 50' 59"4	page 137.
Déelinaison apparente		*Boréale*	28 24 51.1	
Obliquité apparente			23 27 47.6	page 3.

Déclinaison	28° 24' 51"1 B	log. tang.	9.733212				
Æ	113 50 59.4	log. sin.	— 9.961235	log. tang.	10.354487		
Arc *M*	30 36 20.1 B	log. tang.	9.771977	c. log. cos.	0.065152		
Obliquité	23 27 47.6 A						
Arc *N*	7 8 32.5 B			log. eos.	9.996617	log. tang.	9.097977
Longitude	110° 58' 51"3			log. tang.	10.416256	log. sin.	9.970207
Latitode	6 40 23.7	*Boréale*				lug. taog.	9.068184

Exemple 3. Déterminer la longitude et la latitnde d'Antarès poor le 27 Septembre 1838.

Nous trooverons dans la Connaissanee des Temps :

Æ apparente	16h 19m 30s,96 on		244° 52' 44"4	page 145.
Déclinaison apparente		*Australe*	26 4 7.4	
Obliquité apparente			23 27 48.0	page 3.

Déclinaison	26° 4' 7"4 A	log. tang.	9.689504				
Æ	244 52 44.4	log. sin.	— 9.956847	log. tang.	10.328937		
Are *M*	28 23 0.9 A	log. tang.	9.732657	c. log. cos.	0.055624		
Obliquité	23 27 48.0 B						
Arc *N*	4 55 12.9 A			log. eos.	9.998397	log. tang.	8.934934
Longitude	247° 30' 30"5			log. tang	10.382958	log. sin.	9.965642
Latitude *Australe*	4 32 51.4					log. tang.	8.900576

Exemple 4. Déterminer la longitode et la latitnde de α de Céphée pour le 26 Décembre 1838.

La Connaissance des Temps fournira les données soivantes :

Æ apparente	21h 14m 41s,0 on		318° 40' 15"0	page 150.
Declinaison apparente		. *Boréale*	61 54 23.6	
Obliquité apparente			23 27 47.1	page 3.

Déelinaison	61° 54' 23"6 B	log. ta'g.	10.·72619				
Æ	318 40 15.0	log. sin.	— 9 819797	log. tang.	9.944198		
Are *M*	70 34 54.0 B	log. tang.	1c.452822	e. log. cos.	0.478257		
Obliquité	23 27 47.1 B						
Arc *N*	94 2 41.1 B			log. cos.	8.848408	log. tang.	11.150509
Longitude	349° 25' 52"7			log. tang.	9.270863	lng. siu.	9.263433
Latitode *Boréale*	68 55 0.7					log. tang.	10.413942

Exemple 5. Déterminer la longitude et la latitude de α de Pégase pour le 7 Octobre 1838.

La Connaissance des Temps fournira les données suivantes ;

Æ apparente	22h 56m 44s,88 on		344° 11' 13"2	page 151.
Déclinaison apparente		*Boréale*	14 20 30.5	
Obliqnité apparente			23 27 48,0	page 3.

Déclinaison	14° 20' 30"5 B	lng. tang.	9.407687				
Æ	344 11 13.2	log. sin.	— 9.435364	log. tang.	9.452127		
Arc *M*	43 10 31.8 B	log. tang.	9.972323	c. log. cos.	0.137117		
Obliquité	23 27 48.0 B						
Arc *N*	66 38 19.8 B			log. cos.	9.598271	log. taog.	10.364582
Longitude	351° 14' 43"3			log. tang.	9.187515	log. sin.	9.182424
Latitude *Boréale*	19 24 40.5					log. tang.	9.547006

PROBLÈME XXIX.

Connaissant la latitude et la longitude d'un astre, avec l'obliquité de l'écliptique, trouver son ascension droite et sa déclinaison.

Les Tables astronomiques ne donnent généralement que les latitudes et les longitudes des astres, c'est-à-dire leurs positions par rapport à l'écliptique ; il faut ensuite recourir au calcul trigonométrique, pour obtenir ces positions par rapport à l'équateur.

1. Du logarithme tangente de la latitude, retranchez le logarithme sinus de la longitude, le reste sera le logarithme tangente d'un arc M', toujours plus petit que 90° et de même dénomination que la latitude.

2. Si la longitude est moindre que 180°, appelez *boréale* l'obliquité de l'écliptique ; si elle est au-dessus, nommez-la *australe*.

3. Si M' et l'obliquité sont de même dénomination, faites leur somme ; autrement, prenez leur différence, que vous nommerez N', et qui sera de même dénomination que la plus grande des deux.

4. Ajoutez ensemble le logarithme tangente de la longitude, le complément arithmétique du logarithme cosinus de M', le logarithme cosinus de N', la somme sera le logarithme tangente de l'ascension droite qui sera dans le même quadrant que la longitude, à moins que N' ne soit plus grand que 90° ; dans ce cas, la quantité trouvée dans le même quadrant que la longitude, retranchée de 360°, sera l'ascension droite.

5. Au logarithme tangente de l'arc N' ajoutez le logarithme sinus de l'ascension droite, la somme, diminuée d'une dizaine, sera le logarithme tangente de la déclinaison, de même dénomination que N'.

Remarque. On remarquera que, si la longitude surpasse 180°, il faudra en retrancher cette quantité, et trouver le logarithme tangente et le complément arithmétique logarithme sinus de la différence. L'arc correspondant au logarithme tangente de l'ascension droite doit être pris de même espèce que cette différence, en y ajoutant 180° : on aura l'ascension droite, à moins que N' ne soit plus grand que 90° ; dans ce cas, le complément de la somme à 360° doit être pris pour l'ascension droite, comme on l'a dit ci-dessus.

Pour applications, prenons celles que nous avons données dans le Problême précédent.

Exemple 1. Calculer l'ascension droite et la déclinaison d'Aldébaran pour le 19 Février 1838, sachant que sa latitude australe est de 5° 28' 45",1, sa longitude de 67° 31' 35",9 et l'obliquité apparente de l'écliptique de 23° 27' 47",9.

Latitude	5° 38' 45"1 A	log. tang.	8.981921					
Longitude	67 31 35.9	log. sin.	− 9.965699		log. tang.	10.383347		
Arc M'	5 55 35.1 A	log. tang.	9.016222	c.	log. cos.	0.002327		
Obliquité	23 27 47.9 B							
Arc N'	17 32 12.8 B				log. cos.	9.979331	log. tang.	9.499697
Ascension droite			66° 39' 33"0		log. tang.	10.365006	log. sin.	9.962920
Déclinaison *Boréale*			16 10 47.6				log. tang.	9.462617

Exemple 2. Déterminer l'ascension droite et la déclinaison de Pollux, pour le 10 Mai 1838, sachant que sa latitude boréale est de 6° 40' 23",7, sa longitude de 110° 58' 51"3 et l'obliquité apparente de l'écliptique de 23° 27' 47"6.

Latitude	6° 40' 23"7 B	log. tang.	9.068184					
Longitude	110 58 51.3	log. sin.	− 9.970207		log. tang.	10.416256		
Arc M'	7 8 32.5 B	log. tang.	9.097977	c.	log. cos.	0.003383		
Obliquité	23 27 47.6 B							
Arc N'	30 36 20.1 B				log. cos.	9.934848	log. tang.	9.771977
Ascension droite			113° 50' 59"4		log. tang.	10.354487	log. sin.	9.961235
Déclinaison *Boréale*			28 24 51.1				log. tang.	9.733212

Exemple 3. Calculer l'ascension droite et la déclineison d'Antarès pour le 27 Septembre 1838, sachent que sa latitude austrele est de 4° 32' 51",4, sa longitude de 247° 30' 30",5, et l'obliquité apparente de l'écliptique de 23° 27' 48",0

Latitude	4° 32' 51"4 A	log. tang.	8.900576				
Longitude	247 30 30.5	lug. sin.	− 9.965642	log. tang.	10.382958		
Arc *M'*	4 55 12.9 A	lug. tang.	8.934934	c. log. cos.	0.001603		
Obliquité	23 27 48.0 A						
Arc *N'*	28 23 0.9 A			log. cos.	9.944376	log. teng.	9.732657
Ascension droite	244° 52' 44"4			log. taug.	10.328937	log. sin.	9.956847
Délinaison *Australe*	26 4 7.4					log. tang.	9.689504

Exemple 4. Celculer l'escension droite et la déclinaison de α de Céphée ponr le 26 Décembre 1838, sachent que sa latitude boréale est de 68° 55' 0",7, sa lungitude de 349° 25' 52",7, et l'obliquité apparente de l'écliptique de 23° 27' 47",1.

Latitude	68° 55' 0"7 B	lug. tang.	10.413942				
Longitude	349 25 52.7	log. sin.	− 9.263433	log. tang.	9.270863		
Are *M'*	85 57 18.9 B	log. teng.	11.150509	c. log. cos.	1.151592		
Obliquité	23 27 47.1 B						
Arc *N'*	109 25 6.0 B			log. cos.	9.521743	log. tang.	10.452822
Ascension droite	318° 40' 15"0			log. tang.	9.944198	log. sin.	9.819797
Declinaisun *Boréale*	61 54 23.6					log. tang.	10.272619

Exemple 5. Déterminer l'ascension droite et la déclinaison de α de Pégese, ponr le 7 Octubre 1838, sachant que sa latitude boréale est de 19° 24' 40",5, sa longitude de 351° 14' 43",3, et l'obliquité apparente de l'écliptique de 23° 27' 48",0.

Latitude	19° 24' 40",5 B	log. tang.	9.547006				
Longitude	351 14 43.3	log. sin.	− 9.182424	log. tang.	9.187515		
Arc *M'*	66 38 19.8 B	log. tang.	10.364582	c. log. cos.	0.401729		
Obliquité	23 27 48.0 A						
Arc *N'*	43 10 31.8 B			log. cos.	9.862883	lug. tang.	9.972323
Ascensiun droite	344° 11' 13"2			log. taug.	9.452127	log. sin.	9.435364
Déclinaison *Boréale*	14 20 30.5					log. tang.	9.407687

PROBLÊME XXX.

Connaissant les longitudes du soleil et de la lune, ainsi que la latitude de la lune, déterminer leur distance.

Prenez la différence des deux longitudes, puis à son logarithme cosinus, ajoutez le logarithme cosinus de la lune, la somme de ces deux logarithmes, diminuée d'une dizaine, sera celui du cosinus de la distance cherchée, qui sera de même espèce que la différence en longitude.

Exemple 1. Le 15 Octobre 1838, à midi T. M. de Paris, la Connaissance des Temps donne :

Longitude dn soleil	201° 41' 20"7
Longitude de le lune	168 4 53.1
Latitnde de le lune *Boréale*	1 28 1.3

On demande la distance vreie des centres de ces deux astres.

Differ. des lung.	33° 36' 27"6	l. cos.	9.920565
Latitude de la lune	1 28 1.3	l. cus.	9.999858
Dist. vraie	33 38 9.3	l. cos.	9.920423
La Connaissance des Temps donne	33° 38' 10"		

Exemple 2. Le 28 Octobre 1838, à 12h T. M. de Peris, la Conneissance des Temps donne :

Longitude de la lune	339° 16' 51"4
Longitude du suleil	215 8 35.9
Latitude de la lune *Australe*	2 10 41.8

On demande la distance vraie des centres de ces deux estres.

Differ. des long.	124° 8' 15"5	l. cos.	9.749104
Latitude de la lune	2 10 41.8	l. cos.	9.999686
Distance vraie	124 6 34.5	l. cos.	9.748790
La Connaissance des Temps donne	124° 6' 35"		

Remarque 1. La méthode précédente servira à calculer les distances vraies des centres de la lune au soleil, pour les jours (rares à la vérité), où elles ne se trouvent point insérées dans la Connaissance des Temps, quoiqu'elles puissent être observées; ou bien encore lorsque n'ayant pas la Connaissance des Temps de l'année, on aura eu la précaution de se munir des Tables astronomiques pour se procurer les données des Problêmes. Ces Tables sont, pour le soleil, celles de Delambre, en y corrigeant les élémens des changemens dus aux travaux de M. Bessel (voyez addition à la Connaissance des Temps de 1831, page 152), ou bien en faisant usage de la seconde édition des Tables solaires de M. Carlini, dans lesquelles les corrections ont été effectuées, et publiées dans les Ephémérides de Milan, pour l'année 1833. Pour les Tables de la lune, celles de M. Burckhardt, ou bien celles de M. Damoiseau, publiées en 1828.

Dans les circonstances qui exigent la détermination des distances vraies correspondantes à des heures T. M. de Paris, il suffira de ne calculer directement ces distances que pour midi et pour minuit, puis de se les procurer de 3^h en 3^h par la méthode donnée dans le Problême IV. Nous allons en indiquer la marche par un exemple.

Connaissant les distances vraies de 12^h en 12^h, calculer les dist. intermédiaires de 3^h en 3^h.

Le 11 Juillet	à midi	127° 21' 0"		
			− 6° 43' 12"	
	à minuit	120 37 48		+ 1' 29"
			− 6 41 43	
Le 12	à midi	113 56 1		+ 2 2
			− 6 39 41	
	à minuit	107 16 26		
				3 31
			B =	+ 1 45.5

Deuxième distance		120° 37' 48"		120° 37' 48"			120° 37' 48"
Pert. prop. pour 3^h	−	1 40 25.75	pour 6^h	− 3 20 51.5	pour 9^h	−	5 1 17.25
T. XCV pour 3^h et B	−	9.9	pour 6^h et B	− 13.2	pour 9^h et B	−	9.9
Distence à 15^h		118 57 12.3	à 18^h	117 16 43.3	à 21^h		115 36 20.85

Remarque 2. Au lieu de calculer directement la distance vraie, on peut, au moyen des Tables LXX, LXXI, LXXII et CIII, calculer seulement la réduction positive ou négative à faire à la différence en longitude des deux astres, pour avoir leur distance vraie; le calcul en est très-facile, il arrivera même que pour les distances de la lune au soleil, cette réduction sera donnée en ne faisant usage que des deux premières de ces Tables. Pour y parvenir:

1. Entrez dans la Table LXX avec la différence en longitude des deux astres, prise dans la colonne *angle*, et prenez dans les colonnes *tang.* et *cotang.* les nombres correspondans avec des signes contraires, la somme algébrique de ces deux nombres vous donnera un résultat positif ou négatif, que vous représenterez par A.

2. Prenez dans la Table LXXI le facteur correspondant à la latitude de la lune, et nommez-le B.

3. Multipliez A par B, vous obtiendrez un produit C de même signe que A, qui sera la réduction cherchée, ajoutez-la algébriquement à la différence en longitude, et la somme vous donnera la distance vraie demandée.

Appliquons ces règles d'abord aux deux exemples précédens.

Exemple 1. Du 15 Octobre 1838.

Teble LXX	{ teng.	− 6"23
Pour 33° 36',5	{ cotang.	+ 68.31
Somme algébrique, ou nombre A		+ 62.08
Teble LXXI poue 2° 28' facteur B		1.64
$A \times B$ ou	produit C +	1' 41"75
Différence en longitude		33° 36 27.60
Distence vraie		33 38 9.35

Exemple 2. Du 28 Octobre 1838.

Table LXX	{ cotang.	+ 10.94
Pour 124° 8',2	{ teng.	− 38.90
Somme algébrique, ou nombre A		− 27.96
Table LXXI pour 2° 10',7 fecteur B		3.61
$A \times B$ ou	produit C −	1' 40"94
Différence en longitude		124° 8 15.50
Distance vraie		124 6 34.56

Exemple 3. Le 9 Octobre 1838, à midi.

Longitude { du soleil		195° 44' 32"2
{ de la lune		94 28 41.5
Différence en longitude		101 15 50.7
Latitude de la lune *boréale*		5 17 16,5
Table LXX	{ tang	− 25.14
Pour 101° 15',8	{ cotang.	+ 16.92
Somme algébrique ou nombre *A*		− 8.22
Tab. LXXI pour 5° 17',3 facteur *B*		21.28
A × *B* ou produit *C* −		2' 54"92
Différence en longitude		101° 15 50.70
Distance vraie		101 12 55.78
La Connaissance des Temps donne		101 12 56

Exemple 4. Le 27 Septembre 1838, à 12 heures.

Longitude { de la lune		287° 45' 48"9
{ du soleil		184 24 21.7
Différence en longitude		103 21 27.2
Latitude de la lune *australe*		5 9 2.4
Table LXX	{ tang.	− 26.09
Pour 103° 21',4	{ cotang.	+ 16.30
Somme algébrique ou nombre *A*		− 9.79
Table LXXI pour 5° 9' facteur *B*		20.19
A × *B* ou produit *C* −		3' 17"66
Différence en longitude		103° 21 27.20
Distance vraie		103 18 9.54
La Connaissance des Temps donne		103 18 9

PROBLÊME XXXI.

Connaissant les déclinaisons et les ascensions droites de la lune et d'une étoile, ou de la lune et d'une planète, trouver la distance vraie des centres des deux astres.

1. Prenez la position apparente de l'étoile par rapport à l'équateur, c'est-à-dire que si vous n'avez que la déclinaison et l'ascension droite moyennes, corrigez ces élémens de l'aberration et de la nutation.

2. Au logarithme cosinus de la moitié de la différence des ascensions droites, exprimées en degrés, des deux astres, ajoutez les moitiés des logarithmes cosinus de leurs déclinaisons et le complément arithmétique du logarithme cosinus de la demi-somme de ces déclinaisons, si elles sont toutes deux de même dénomination, ou le complément arithmétique du logarithme cosinus de la demi-différence de ces déclinaisons, si elles sont de différentes dénominations : la somme de ces quatre logarithmes, diminuée d'une dizaine, sera le logarithme sinus d'un arc *M*.

3. Ajoutez au logarithme cosinus de l'arc *M*, le logarithme cosinus de la demi-somme des déclinaisons, si elles sont de même dénomination, ou le logarithme cosinus de leur demi-différence, si elles sont de différentes dénominations ; la somme de ces deux logarithmes, diminuée d'une dizaine, sera le logarithme sinus de la demi-distance vraie.

Exemple 1. Calculer la distance vraie de la lune à l'Epi de la Vierge, pour le 9 Juin 1838, à midi, T. M. de Paris. La Connaissance des Temps donne :

Æ apparente de l'Epi de la Vierge			13h 16m 41s77		
ou en degrés			199° 10' 26"5	Déclin. *A*	10° 19' 1"2
Æ de la lune			275 3 36.5	Déclin. *A*	28 23 51.9
Différence			75 53 10.0	Somme	38 42 53.1
Demi-différence des Æ	37° 56' 35"0	log. cos.	9.896869		
Déclinaison de { l'Epi	10 19 1.2	demi-log. cos.	4.972159		
Déclinaison de { la lune	28 23 51.9	demi-log. cos.	4.996461		
Demi-somme des déclinaisons	19 21 26.5	c. log. cos.	0.025272	log. cos.	9.974728
Arc *M*	51 2 31.5	log. sin.	9.890761	log. cos.	9.798478
	Demi-distance		36° 23' 5"5	log. sin.	9.773206
	Distance vraie		72 46 11.0		

Exemple 2. Calculer la distaoce vraie de la lune à α de l'Aigle, poor le 28 Octobre 1838, à 12 heures, T. M. de Paris.

La Connaissance des Temps donne :

Æ apparente de α de l'Aigle			$19^h\ 42^m\ 54^s75$		
on en degrés			295° 43' 41"2	Déclin. *B*	8° 26' 54"0
Æ de la lune			341 41 48.3	Déclin. *A*	10 6 54.9
Différenee			45 58 7.1	Différenee	1 40 0.9
Demi-différenee des Æ	22° 59' 3"5	log. cos.	9.964076		
Déclinaison de α de l'Aigle	10 6 54.9	demi-log. cos.	4.996598		
Déclinaison de la lune	8 28 54.0	demi-log. cos.	4.997631		
Demi-différence des déclinaisons	0 50 0.4	c. log. cos.	0.000046	log. cos.	9.999954
Arc *M*	65 18 23.4	log. sin.	9.958351	log. cos.	9.620931
Demi-distance			24° 41' 26"5	log. sin.	9.620885
Distance vraie			49 22 53.0		

Exemple 3. Déterminer la distanee vraie de la lune à Vénus, pour le 15 Juillet 1838, à midi, T. M. de Paris. Pour Vénus, les données ont été prises dans le Nautical Almanae, et pour la lune, dans la Connaissance des Temps

Æ de Vénus			$4^h\ 53^m\ 49^s93$		
ou en degrés			73° 27' 28"95	Déclin. *B*	20° 45' 11"8
Æ de la lune			34 35 44.8	Déclin. *B*	16 33 30.3
Différence			38 51 44.1	Somme	37 18 42.1
Demi-différence des Æ	19° 25' 52"1	log. cos.	9.974531		
Déclinaison de Vénus	20 45 11.8	demi-log. cos.	4.985433		
Déclinaison de la lune	16 33 30.3	demi-log. cos.	4.990803		
Demi-somme des déclinaisons	18 39 21.0	c. log. cos.	0.023440	log. cos.	9.976560
Arc *M*	70 26 53	log. sin.	9.974207	log. cos.	9.524605
Demi-distance			18° 29' 10"5	log. sin.	9.501165
Distanee vraie			36 58 21.0		

Exemple 4. Déterminee la distance vraie de la lune à Jupiter, pour le 14 Avril 1838, à 12 heures, T. M. de Paris. Pour Jupiter, les domées ont été prises dans le Nautical Almanae, et pour la lune, dans la Connaistance des Temps.

Æ de Jupiter			$10^h\ 46^m\ 19^s29$		
oo en degrés			161° 34' 39"8	Déclin. *B*	9° 20' 21"4
Æ de la lune			260 16 1.5	Déclin. *A*	28 4 36.2
Différenee			98 41 21.7	Différence	18 44 14.8
Demi-différence des Æ	49° 20' 40"8	log. cos.	9.813919		
Déclinaison de Jupitee	9 20 21.4	demi-log. cos.	4.997102		
Déclinaison de la lune	28 4 36.2	demi-log. cos.	4.972813		
Demi-différence des déclinaisons	9 22 7.4	c. log. cos.	0.005832	log. cos.	9.994168
Arc *M*	38 2 0.3	log. sin.	9.789666	log. cos.	9.896334
Demi-distance			50° 59' 59"7	log. sin.	9.890502
Distance vraie			101 59 59.4		

Remarque 1. Les règles précédentes seraient absolument les mêmes, si au lieu d'employer les déclinaisons et les ascensions droites des deux astres pour calculer leur distance, on faisait usage de leurs latitudes et de leurs longitudes.

Remarque 2. Les Tables LXX, LXXI, LXXII et CIII, peuvent être employées, dans de certains cas, à calculer la réduction positive ou négative à faire à la différence des ascensions droites des deux astres, pour obtenir leur distance vraie.

1. Entrez dans la Table LXX avec la différence en ascension droite des deux astres, prise dans la première ou dans la dernière colonne, ayant pour titre *Angle*, et prenez dans les colonnes *tang.* et *cotang.*, les nombres correspondans, en affectant le premier du signe −, et le second du signe +.

2. Cherchez dans la Table LXXI les facteurs M et N correspondans à la somme et à la différence des déclinaisons des deux astres, si elles sont de même dénomination; ou les facteurs M et N correspondans à la différence et à la somme des declinaisons, lorsqu'elles sont de différentes dénominations.

3. Multipliez le nombre *tang.* par M et le nombre *cotang.* par N, vous obtiendrez deux produits dont les signes seront les mêmes que ceux des multiplicandes. La somme algébrique de ces deux produits vous donnera le plus souvent la réduction cherchée.

4. Si cette réduction doit être corrigée, vous le remarquerez en entrant dans la Table LXXII; avec cette réduction approchée, prise dans la ligne supérieure de cette Table, et avec la différence en ascension droite contenue dans la première où dans la dernière colonne, le nombre correspondant devra être retranché de la réduction approchée si la différence en ascension droite a été trouvée dans la première colonne, mais ce nombre devra y être ajouté lorsque la différence se sera trouvée dans la dernière colonne.

Vous augmenterez toujours le résultat du nombre qui lui correspond, pris dans la Table CIII. Connaissant enfin la réduction corrigée, vous l'ajouterez à la différence en ascension droite on vous l'en retrancherez, selon le signe dont elle sera affectée, et vous aurez la distanee vraie.

Exemple 1. Calculer la distanee vraie de la lune à α de l'Aigle, pour le 22 Avril 1838, à midi, T. M. de Paris.

La Connaissance des Temps donne:

Æ de la lune		6°	47'	54''7
Æ de α de l'Aigle 19h 42m 53s,5 ou		295	43	22.5
Différence		71	4	32.2
Déclinaison de la lune	B	2	20	40.2
Déclinaison de α de l'Aigle	B	8	26	30.1
Somme des déclin.		10	47	10.3
Différence		6	5	50

T. LXX pour la diff. 71° 4'5 *tang.*	−	14''73
LXXI pour la som. 10 47.2 fact. M		88.336
Produit	−	1301.19
T. LXX pour la diff. 71° 4'5 *cotang.*	+	28.88
LXXI pour la diff. 6 5.8 fact. N		28.284
Produit	+	816.84
Somme algébrique des produits	−	484.35
ou réduction approchée	−	8' 4''35
T. LXXII pour 71° et 8'	−	0.2
T. CIII		0.0
Réduction corrigée	−	8 4.55
Différence en ascension droite		71° 4 32.2
Distance vraie		71 56 27.65

Exemple 2. Calculer la distanee vraie de la lune à α du l'aigle, pour le 18 Mai 1838, à 12h, T. M. de Paris.

La Connaissance des Temps donne:

Æ de la lune		356°	12'	23''8
Æ de α du l'Aigle 19h 42m 54s,3 ou		295	43	34.0
Différence		60	28	49.8
Déclinaison de la lune	A	3	18	13.9
Déclinaison de α de l'Aigle	B	8	26	34.0
Differ. des déclin.		5	8	20.1
Somme		11	44	47.9

T. LXX pour la diff. 60° 28'8 *tang.*	−	12''02
LXXI pour la diff. 5 8.3 fact. M		20.097
Produit	−	241.57
T. LXX pour la diff. 60° 28'8 *cotang.*	+	35.39
LXXI pour la som. 11 44.8 fact. N		104.709
Produit	+	3705.65
Somme algébrique des produits		3464.08
ou réduction approrhée	+	57' 44.08
T. LXXII pour 60° et 58'	−	17.00
T. CIII		0.16
	+	57 26.94
Différence en ascension droite		60° 28 49.8
Distance vraie		61 26 16.7

PROBLÈME XXXII.

Déterminer la longitude d'un lieu, par le moyen de la hauteur observée de l'un des bords de la lune et de l'heure T. M. correspondante.

1. Convertissez la longitude estimée en temps, et si elle est occidentale, ajoutez-la à l'heure T. M. du lieu, comptée astronomiquement; mais si elle est orientale, retranchez-la de l'heure T. M.; la somme ou la différence vous donnera l'heure T. M. approchée de Paris correspondante à l'instant de la hauteur moyenne observée, pour laquelle vous calculerez la parallaxe horizontale de la lune relative à la latitude du lieu, son demi-diamètre horizontal et sa déclinaison. (En tenant compte de l'équation des secondes différences, Problème IV, page 108).

2. Convertissez la hauteur moyenne du bord observé en hauteur vraie du centre, suivant les règles données, Probl. IX, page 124.

3. Avec la hauteur vraie, la latitude du lieu et la distance polaire de la lune, calculez son angle horaire de la manière suivante : faites une somme de la hauteur vraie, de la latitude du lieu et de la distance polaire de la lune ; prenez la demi-somme, ainsi que la différence entre cette demi somme et la hauteur vraie ; cela posé, aux complémens arithmétiques du logarithme cosinus de la latitude et du logarithme sinus de la distance polaire, vous ajouterez le logarithme cosinus de la demi somme et le logarithme sinus de la différence ; la moitié de la somme de ces quatre logarithmes, sera le logarithme sinus du nombre de degrés contenu dans le demi-angle horaire, qu'il suffira de multiplier par 2 pour avoir l'angle horaire de la lune.

4. Déterminez l'ascension droite du méridien correspondante à l'angle horaire de la lune ; vous l'obtiendrez avec facilité en prenant dans la *Connaissance des Temps* (année 1838 et suivantes) le temps sidéral pour le midi moyen de Paris du jour proposé : (ce temps n'est autre que l'ascension droite moyenne du soleil, donnée avant 1838). A ce temps sidéral vous ajouterez les parties proportionnelles données par les Tables XCVIII et XCIX en y entrant avec l'heure T. M. approchée de Paris, prise dans la colonne ⊙, la somme vous donnera l'ascension droite du méridien, ou ce qui est même, le temps sidéral correspondant à l'observation, que vous convertirez en degrés.

5. Lorsque la lune aura été observée à l'Ouest du méridien du lieu, retranchez son angle horaire calculé de l'ascension droite du méridien, le reste vous donnera l'ascension droite de la lune ; mais lorsque la lune aura été observée à l'Est du méridien, ajoutez son angle horaire à l'ascension droite du méridien, la somme, diminuée de 360° s'il y a lieu, vous donnera l'ascension droite absolue de la lune.

6. Connaissant l'ascension droite de la lune, vous la chercherez dans la *Connaissance des Temps* ; si vous la trouvez parmi celles qu'elle contient, l'heure T. M. corrigée de Paris correspondante sera placée à gauche et sur la même ligne horizontale ; mais si cette Æ ne s'y trouve pas, vous déterminerez l'heure T. M. de Paris suivant les règles données dans le Probl. V, page 109 ; sa différence avec l'heure T. M. du lieu vous donnera la longitude demandée.

Remarque 1. Cette méthode a été donnée vers 1750, mais à cette époque les Tables solaires et lunaires n'ayant pas atteint le haut degré de perfection auquel elles sont parvenues de nos jours, elle a été abandonnée ; maintenant nous pensons qu'elle est susceptible de donner des résultats satisfaisans, surtout à terre dans les relâches et lorsque la méthode des distances lunaires n'est pas praticable ; comme celle-ci, elle exige la connaissance exacte de l'heure du lieu et par conséquent celle de sa latitude, mais de plus elle demande la mesure précise de la hauteur observée, obtenue par le moyen de l'horizon artificiel et prise lorsque la lune est dans le voisinage du premier vertical. Quant à son usage à la mer, indépendamment de l'heure précise du lieu, ce n'est qu'autant que l'horizon visuel sera parfaitement terminé et par un temps calme que cette méthode devra être mise en pratique.

Exemple 1. Le 20 Février 1636, après midi, étant par 40° 10' de latitude Nord et par 36° 1' de longitude Est estimée, on a observé une série de six hauteurs du bord supérieur de la lune, dont la moyenne était de 39° 2' 8",2, l'heure T. M. correspondante du lieu, déterminée par des observations précédentes était de 5h 52m 16s, l'élévation de l'œil 23 pieds, on demande la longitude vraie.

Heure T. M. du lieu		5h	52m	16s
Longitude Est	−	2	24	4
Heure approchée T. M. de Paris		3	28	12
Déclinaison ☾ le 20	B	3°	35'	29"8
Partie proportionnelle	+	0	48	41.4
Correction des secondes différ.	+	0	0	31.5
Déclin. de ☾	B	4	24	32.7
Distance polaire		85	35	27.3

Exemple 2. Le 24 Décembre 1838, au soir, étant situé par 41° de latitude Nord et par 44° 26' de longitude Ouest estimée, on a observé une série de six hauteurs du bord inférieur de la lune, dont la moyenne était de 31° 5' 26", l'heure T. M. correspondante du lieu, déterminée par des observations faites le même jour, était de 3h 2m 16s, l'élévation de l'œil 21 pieds, on demande la longitude vraie.

Heure T. M. du lieu		3h	2m	16s
Longitude Ouest	+	2	57	44
Heure approchée T. M. de Paris		6	0	0
Déclinaison ☾ le 24	B	3°	25'	52"5
Partie proportionnelle	+	1	39	53.0
Correction des secondes différ.	+	0	0	24.4
Déclin. de ☾	B	5	6	9.9
Distance polaire		84	53	50.1

Parallaxe horizontale équat.		0°	56'	0"9
Diminution (Tab. XX)	−	0	0	4.6
Parallaxe horisontale du lieu		0	55	56.3
Demi-diamètre horizontal		0	15	15.8
Hauteur moyenne observée		39°	2'	8"2
Dépression pour 23 pieds	−	0	4	51.0
Haut. appar. du bord supér.		38	57	17.2
Demi-diamètre en hauteur	−	0	15	25.2
Haut. appar. du centre		38	41	52.0
Parallaxe − réfraction	+	0	42	28.0
Hauteur vraie du centre		39	24	20.0

Angle horaire de la lune.

Haut. vraie	39°	24'	20"		
Latitude	40	10	0	c. l. cos.	0.116809
Dist. polaire	85	35	21.3	c. l. sin.	0.001287
Somme	165	9	47.3		
Demi-somme	82	34	53.6	l. cos.	9.110976
Différence	43	10	33.6	l. sin.	9.835209
				Somme	19.064281
Demi-ang. hor.	19	54	30.4	l. sin.	9.532140
Angle horaire	39	49	0.8		

Ascension droite du méridien.

Æ moy. ☉ le 20 à midi					21h	57m	48s78
T. M. de Paris	3h	28m	12s				
T. XCVIII pour	3	26	58	+	0	0	34.00
T. XCIX pour		1	14	+	0	0	0.20
T. M. du lieu				+	5	52	16.00
Æ du méridien en heures					3	50	38.98
Æ du méridien en degrés					57°	39'	44"7
Angle horaire ☾				−	39	49	0.8
Æ de la lune					17	50	43.9

Heure de Paris et longitude du lieu.

	Asc. de la lune.	*Diff. prem.*	*Dif. sec.*
Le 19 à min.	10°26'46"5		
20 à midi	16 11 35.7	+5°44'49"2	− 2'36.8
20 à min.	21 53 48.1	A = +5 42 12.4	− 0 49.2
21 à midi	27 35 11.3	+5 41 23.2	
			− 3 26.0
		B =	− 1 43.0

	12h			log.	4.158362
Diff. des Æ	1°	39'	8"2	log.	3.297265
A =	5	42	22.4	c. log.	6.164682
H. app. C = 3h 28m 35s0					3.620309

Table XCV pour C et B N =			10.6
Table XCVI pour A et N	− 0h	0m	20s8
Heure approchée C	3	28	35.0
Heure T. M. de Paris le 20	3	28	14.2
Heure T. M. du lieu	5	52	16.0
Longitude Est en temps	2	24	1.8
Longitude Est en degrés	36°	0'	2

Parallaxe horizontale équat.		0°	59'	13"6
Diminution (Tab. XX)	−	0	0	5.1
Parallaxe horisontale du lieu		0	59	8.5
Demi-diamètre horisontal		0	16	8.3
Hauteur moyenne observée		31°	5'	26"
Dépression pour 21 pieds	−	0	4	38
Haut. appar. du bord infér.		31	0	48
Demi-diamètre en hauteur	+	0	16	17
Haut. appar. du centre		31	17	5
Parallaxe − réfraction	+	0	48	57.5
Hauteur vraie du centre		32	6	2.5

Angle horaire de la lune.

Haut. vraie	32°	6'	2"5		
Latitude	41	0	0.0	c. l. cos.	0.122220
Dist. polaire	84	53	50.1	c. l. sin.	0.001725
Somme	157	59	52.6		
Demi-somme	78	59	56.3	l. cos.	9.280640
Différence	46	53	53.8	l. sin.	9.863407
				Somme	19.267992
Demi-ang. hor.	25	30	2.5	l. sin.	9.633996
Angle horaire	51	0	5.0		

Ascension droite du méridien.

Æ moy. ☉ le 24 à midi					18h	10m	14s58
T. M. de Paris	6h	0m	0s				
T. XCVIII pour	5	59	9	+	0	0	59.00
T. XCIX pour	0	0	51	+	0	0	0.14
T. M. du lieu					3	2	16.00
Æ du méridien en heures					21	13	29.72
Æ du méridien en degrés					318°	22'	25"8
Angle horaire ☾				+	51	0	5.0
Æ de la lune					9	22	30.8

Heure de Paris et longitude du lieu

	Asc. dr. de la lune.	*Diff. prem.*	*Dif. sec.*
Le 23 à min.	359°59'39"0		
24 à midi	6 12 24.1	+6°12'45"1	+ 3'29"2
24 à min.	12 28 38.4	A = +6 16 14.3	+ 5 53.1
25 à midi	18 50 45.8	+6 22 7.4	
			+ 9 22.3
		B =	+ 4 41.1

	12h			log.	4.158362
Diff. des Æ	3°	10'	6"7	log.	3.580039
A	6	16	14.3	c. log.	6.123507
H. appr. C = 6h 3m 48s7					3.861908

Table XCV pour C et B N			35.19
Table XCVI pour A et N	+ 0h	1m	7s2
Heure approchée C	6	3	48.7
Heure T. M. de Paris le 24	6	4	55.9
Heure T. M. du lieu	3	2	16.0
Longitude Ouest en temps	3	2	39.9
Longitude Ouest en degrés	45°	39'	58"5

Exemple 3. Le 26 Novembre 1838, étant au centre de l'île d'Evouts, située par 55° 33' de latitude Sud et par 69° 0' 30" de longitude Ouest, on a observé deux séries de hauteurs du bord supérieur de la lune à l'horizon artificiel ; la hauteur moyenne résultante de la première était de 9° 49' 27",5, et celle de la seconde de 10° 33' 4". Les heures T. M. du lieu, déterminées par des observations faites le même jour sur le soleil, ont fait connaître que la première hauteur moyenne de la lune correspondait à 2ʰ 58ᵐ 27ˢ,5 T. M., et que l'heure de la seconde était 3ʰ 4ᵐ 12ˢ,5 T. M., on demande la longitude vraie du lieu.

Heures T. M. du lieu le 26	2ʰ 58ᵐ 27ˢ5	3ʰ 4ᵐ 12ˢ5
Longitude Ouest	+ 4 36 2.5	4 36 2.5
Heures appr. T. M. de Paris le 26	7 34 30.0	7 40 15.0
Déclinaison de la lune	B 0° 14' 20"5	0° 15' 59"1
Distances polaires	90 14 20.5	90 15 59.1
Parallaxes horizontales du lieu	0 59 33.3	0 59 33.1
Demi-diam. horizontal	0 16 15.9	0 16 15.9
Hauteurs moy. observées	9° 49' 27"5	10° 33' 4"
Demi-diam. en hauteur	− 0 16 18.6	− 0 16 19
Haut. appar. du centre	9 33 8.9	10 16 45
Parallaxe − réfraction	+ 0 53 10.0	+ 0 53 25
Hauteurs vraies du centre	10 26 18.9	11 10 10

Angles horaires de la lune.

Hauteurs vraies	10° 26' 18"9			11° 10' 10"0		
Latitude	55 33 0.0	c. l. cos.	0.247424	55 33 0.0	c. l. cos.	0.247424
Distances polaires	90 14 20.5	c. l. cos.	0.000004	90 15 59.1	c. l. sin.	0.000005
Sommes	156 13 39.4			156 59 9.1		
Demi-somme	78 6 49.7	l. cos.	9.313801	78 29 34.6	l. cos.	9.299918
Différences	67 40 30.8	l. sin.	9.966163	67 19 24.6	l. cos.	9.965059
Sommes			19.527392			19.512406
Demi-ang. horaire	35 28 32.5	l. sin.	9.763696	34 46 49	l. sin.	9.756203
Angle horaire	70 57 5			69 33 38		

Ascensions droites du méridien et de la lune.

Æ moyennes ☉ le 26 à midi				16ʰ 19ᵐ 50ˢ94	16ʰ 19ᵐ 50ˢ94
Heures T. M. de Paris	7ʰ 34ᵐ 30ˢ0		7ʰ 40ᵐ 15ˢ		
Table XCVIII pour	7 30 28	et	7 36 33	+ 0 1 14.00	+ 0 1 15.00
Table XCIX pour	0 4 2		0 3 42	+ 0 0 0.66	+ 0 0 0.61
Heures T. M. du lieu				+ 2 58 27.50	+ 3 4 12.50
Æ du méridien en heures				19 19 33.10	19 25 19.05
Æ du méridien en degrés				289° 53' 16"50	291° 19' 45"75
Angles horaires de la lune				+ 70 57 5.00	+ 69 33 38.00
Ascensions droites de la lune				0 50 21.5	0 53 23.75

Heures T. M. de Paris et longitude du lieu.

	Ascens. droite de la lune.		*Diff. prem.*	*Diff. sec.*
Le 25 à min.	350° 33' 23"6			
			6° 17' 52"3	
26 à midi	356 51 15.9			+ 1' 22"2
		A =	6 19 14.5	
26 à min.	3 10 30.4			+ 3 47.6
			6 23 2.1	
27 à midi	9 33 32.5			
				+ 5 9.8
			B =	+ 2 34.9

	12h	log. 4.158362			log. 4.158362
Différ. des Æ	3° 59' 5"6	log. 3.679598		4° 2' 7"8	log. 3.685078
A	6 19 14.5 e.	log. 6.120054		6 19 14.5 e.	log. 6.120054
Heures appr. *C*	7h 33m 55,5	3.958014	*C*	7h 39m 41s4	3.963494
Table XCV pour *C* et *B* *N*		18"1	pour *C* et *B* *N*		17"9
Table XCVI pour *A* et *N* +		0h 0m 34s0	pour *A* et *N* +		0h 0m 34s0
Heures approchées *C*		7 33 55.5	*C*		7 39 41.4
Heures T. M. de Paris		7 34 29.5	T. M. de Paris		7 40 15.4
Heures T. M. du lieu		2 58 27.5			3 4 12.5
Longitude Ouest en { temps		4 36 2.0	temps		4 36 2.9
degrés		69° 0' 30"	degrés		69° 0' 43"5

Remarque 2. En examinant attentivement la théorie de cette méthode, on se convaincra qu'elle est toute aussi rationnelle que celle des distances lunaires et par conséquent en conclure avec confiance, qu'à terre, dans les relâches des expéditions scientifiques, elle pourra non seulement suppléer au besoin la méthode des distances, mais encore être employée concurremment avec elle, pour déterminer la position géographique des points les plus importans des lieux dans lesquels on se trouvera ; quant à son calcul, il est au moins aussi facile et serait encore abrégé, si la *Connaissance des Temps* donnait les positions de la lune de trois en trois heures. (Le *Nautical Almanac* les donne d'heure en heure).

PROBLÈME XXXIII.

Résoudre tous les cas des triangles rectilignes rectangles et des triangles rectilignes obliquangles.

Nous savons qu'un triangle quelconque, rectiligne ou sphérique, est composé de six parties principales : trois angles et trois côtés, tellement dépendantes les unes des autres, qu'il suffit d'en connaître trois pour déterminer non seulement les trois autres, mais encore diverses quantités, telles que sa hauteur, sa surface, etc. La seule exception est que si le triangle est rectiligne il faut qu'il y ait au moins un côté parmi les trois parties connues.

Les arcs ou les angles auxquels ils servent de mesures, sont exprimés indistinctement dans le calcul par des nombres de degrés, minutes et secondes. Ainsi nous désignerons le quadrant ou l'angle droit par 90°; deux quadrans ou deux angles droits par 180°; trois quadrans ou trois angles droits par 270°; quatre quadrans ou quatre angles droits par 360°; de plus par l'extension donnée aux principes qui servent à la résolution des triangles, nous considérerons des arcs ou des angles *positifs* et *négatifs* plus grands que 180° et même comprenant plusieurs circonférences.

Menons deux droites AA', BB' perpendiculaires entre elles, et prenons leur point O d'intersection pour centre d'une circonférence, ayant un rayon quelconque OA et décrite dans le sens $ABA'B'A$; cette circonférence ayant pour *origine* le point A, déterminera sur ces droites deux diamètre AA', BB' perpendiculaires entre eux, qui la diviseront, ainsi que l'espace plan situé autour du point O, en quatre parties égales de 90° chacune.

Cela posé, on est convenu de dire qu'un arc quelconque commençant à l'origine A et compté dans le sens direct $ABA'B'A$ de la description, est *positif* et toujours censé précédé du signe +.

Que s'il est compté de l'origine A dans le sens opposé $AB'A'BA$ de la description, cet arc est *négatif* et doit être précédé du signe −.

Ainsi les valeurs des arcs ou des angles sont comprises entre 0° et ± 360°.

Le *complément* d'un arc ou d'un angle est la quantité qu'il faut ajouter algébriquement à cet arc ou à cet angle pour avoir une somme égale à 90° ou un angle droit, affectée du même signe que lui.

Pour remplir ces conditions, il a fallu admettre non seulement des complémens *positifs* et *négatifs*, mais encore fixer leurs origines suivant le signe dont l'arc ou l'angle est affecté.

Pour les arcs positifs ou précédés du signe +, l'origine des complémens a été placé du côté des arcs positifs à une distance égale à + 90° de l'origine de la circonférence et se comptent de part et d'autre de ce point depuis 0° jusqu'à ± 180°.

Pour les arcs ou les angles précédés du signe –, l'origine des complémens à un point situé du côté des arcs négatifs à une distance de -90° de l'origine de la circonférence, ils se comptent de part et d'autre de ce point depuis 0° jusqu'à ± 180.

Dans notre construction, pour les arcs positifs l'origine des complémens est le point B, ils sont précédés du signe + lorsqu'ils sont comptés de B vers A; et précédés du signe – lorsqu'ils sont près de B vers A'.

Pour les arcs négatifs, l'origine des complémens sera en B', ayant le signe – lorsqu'ils seront comptés de B' vers A, et du signe + lorsqu'ils seront comptés de B' vers A'.

Le *supplément* d'un arc ou d'un angle est la quantité qu'il faut lui ajouter algébriquement pour avoir une somme égale à 180° ou deux angles droits, qui soit de même signe que l'arc.

Nous aurons donc des supplémens *positifs* et *négatifs* qui, quel que soit le signe de l'arc ou de l'angle, auront une origine commune placée à $\pm 180^\circ$ de l'origine de la circonférence et qui se compteront depuis 0° jusqu'à $\pm 180^\circ$.

L'origine des supplémens sera donc le point A' situé à $\pm 180^\circ$ du point A; ces supplémens seront affectés des mêmes signes que les arcs, lorsque ceux-ci seront plus petits que 180°; mais ils auront des signes contraires quand les arcs ou les angles seront plus grands que 180°.

Pour abréger les calculs, on a remplacé les arcs ou les angles par des lignes droites qui en dépendent de telle manière qu'elles soient déterminées quand l'arc est connu, et réciproquement. C'est à ces droites, dont le nombre a été augmenté successivement, que l'on a donné le nom de *lignes trigonométriques ;* elles sont.

1.° Le SINUS : le sinus d'un arc est la perpendiculaire abaissée de l'extrémité où il se termine, sur le diamètre qui passe par l'origine de l'arc; d'où il suit qu'il est la moitié de la corde qui soutend un arc double.

2.° Le COSINUS: le cosinus d'un arc est le sinus du complément de cet arc.

3.° La TANGENTE: La tangente d'un arc est la droite élevée perpendiculairement sur l'extrémité du diamètre qui passe par l'origine de l'arc, et terminée par le prolongement du rayon qui passe par l'autre extrémité.

4.° La COTANGENTE : la cotangente d'un arc est la tangente du complément de cet arc.

5.° La SÉCANTE : la sécante d'un arc est la ligne droite comprises entre le centre et le point où le rayon prolongé rencontre la tangente.

6.° La COSECANTE : la cosécante d'un arc est la sécante du complément de cet arc.

7.° Le SINUS VERSE : le sinus verse d'un arc est la partie du diamètre comprise entre l'origine de l'arc et le sinus.

8.° Le COSINUS VERSE : le cosinus verse d'un arc est le sinus verse du complément de cet arc.

9.° Le SUSINUS VERSE : le susinus verse d'un arc est le sinus verse du supplément de cet arc, compté de l'origine des supplémens.

Valeurs des lignes trigonométriques pour un arc quelconque x et fonction d'un arc a plus petit que 90° ; le rayon du cercle étant pris pour unité.

LIGNES.	$x=0$	$x=\pm a$	$x=\pm 90^\circ$	$x=a\pm 90^\circ$	$x=\pm 180^\circ$	$x=a\pm 180^\circ$	$x=\pm 270^\circ$	$x=a\pm 270$
Sinus x	0	± sin. a	± 1	± cos. a	0	– sin. a	∓ 1	∓ cos. a
Cosin. x	1	+ cos. a	0	∓ sin. a	– 1	– cos. a	0	± sin. a
Tang. x	0	± tang. a	± ∞	– cotan. a	0	+ tang. a	∓ ∞	– cot. a
Cotang. x	∞	± cotan. a	0	– tang. a	– ∞	+ cotan. a	0	– tang. a
Sécante x	1	+ séc. a	∞	∓ cosée. a	– 1	– séc. a	∞	± cosée a
Cosée. x	∞	± cosée. a	1	± séc. a	∞	– cosée. a	– 1	∓ séc. a
Sin. v. x	0	1 – cos. a	1	1 ± sin. a	2	1 + cos. a	1	1 ∓ sin. a
Cos. v. x	1	1 ∓ sin. a	0	1 ∓ cos. a	1	1 + sin. a	2	1 ± cos. a
S. sin. v. x	2	1 + cos. a	1	1 ∓ sin. a	0	1 – cos. a	1	1 ± sin. a
S. cos v. x	1	1 ± sin. a	1 ± 1	1 ± cos. a	1	1 – sin. a	1 ± 1	1 ∓ cos. a

Formules trigonométriques relatives à un seul arc.

Soit a un arc quelconque d'un cercle dont le rayon est pris pour unité.

Valeurs de sin. a.	Valeurs de cos. a.	Valeurs de tang. a.
1 $\cos. a \tang. a$	27 $\frac{\sin. a}{\tang. a}$	53 $\frac{\sin. a}{\cos. a}$
2 $\frac{\cos. a}{\cot. a}$	28 $\sin. a \cot. a$	54 $\frac{1}{\cot. a}$
3 $\sqrt{(1 - \cos.^2 a)}$	29 $\sqrt{(1 - \sin.^2 a)}$	55 $\sqrt{(\text{séc.}^2 a - 1)}$
4 $\frac{1}{\sqrt{(1 + \cot.^2 a)}}$	30 $\frac{1}{\sqrt{(1 + \tang.^2 a)}}$	56 $\frac{1}{\sqrt{(\text{cosec.}^2 a - 1)}}$
5 $\frac{1}{\text{cosec. } a}$	31 $\frac{1}{\text{séc. } a}$	57 $\sqrt{\left(\frac{1}{\cos.^2 a} - 1\right)}$
6 $\frac{\tang. a}{\sqrt{(1 + \tang.^2 a)}}$	32 $\frac{\cot. a}{\sqrt{(1 + \cot.^2 a)}}$	58 $\frac{\sin. a}{\sqrt{(1 - \sin.^2 a)}}$
7 $\frac{\tang. a}{\text{séc. } a}$	33 $\frac{\cot. a}{\text{cosec. } a}$	59 $\frac{\sqrt{(1 - \cos.^2 a)}}{\cos. a}$
8 $2 \sin. \frac{1}{2} a \cos. \frac{1}{2} a$	34 $\cos.^2 \frac{1}{2} a - \sin.^2 \frac{1}{2} a$	60 $\frac{2 \tang \frac{1}{2} a}{1 - \tang.^2 \frac{1}{2} a}$
9 $\sqrt{\frac{1 - \cos. 2a}{2}}$	35 $1 - 2 \sin.^2 \frac{1}{2} a$	61 $\frac{2 \cot. \frac{1}{2} a}{\cot.^2 \frac{1}{2} a - 1}$
10 $\frac{2 \tang. \frac{1}{2} a}{1 + \tang.^2 \frac{1}{2} a}$	36 $2 \cos.^2 \frac{1}{2} a - 1$	62 $\frac{2}{\cot. \frac{1}{2} a - \tang. \frac{1}{2} a}$
11 $\frac{2}{\cot. \frac{1}{2} a + \tang. \frac{1}{2} a}$	37 $\sqrt{\frac{1 + \cos. 2a}{2}}$	63 $\cot. a - 2 \cot. 2a$
12 $\frac{\sin. (30^\circ + a) - \sin. (30^\circ - a)}{\sqrt{3}}$	38 $\frac{1 - \tang.^2 \frac{1}{2} a}{1 + \tang.^2 \frac{1}{2} a}$	64 $\frac{1 - \cos. 2a}{\sin. 2a}$
13 $2 \sin.^2 (45^\circ + \frac{1}{2} a) - 1$	39 $\frac{\cot. \frac{1}{2} a - \tang. \frac{1}{2} a}{\cot. \frac{1}{2} a + \tang. \frac{1}{2} a}$	65 $\frac{\sin. 2a}{1 + \cos. 2a}$
14 $1 - 2 \sin.^2 (45^\circ - \frac{1}{2} a)$	40 $\frac{1}{1 + \tang. a \tang. \frac{1}{2} a}$	66 $\sqrt{\frac{1 - \cos 2a}{1 + \cos. 2a}}$
15 $\frac{1 - \tang.^2 (45^\circ - \frac{1}{2} a)}{1 + \tang.^2 (45^\circ - \frac{1}{2} a)}$	41 $\frac{2}{\text{t.} (45^\circ + \frac{1}{2} a) + \cot. (45^\circ + \frac{1}{2} a)}$	67 $\frac{\text{t.} (45^\circ + \frac{1}{2} a) - \text{t.} (45^\circ - \frac{1}{2} a)}{2}$
16 $\frac{\text{t.} (45^\circ + \frac{1}{2} a) - \text{t.} (45^\circ - \frac{1}{2} a)}{\text{t.} (45^\circ + \frac{1}{2} a) + \text{t.} (45^\circ - \frac{1}{2} a)}$	42 $2 \cos. (45^\circ + \frac{1}{2} a) \cos. (45^\circ - \frac{1}{2} a)$	68 $\frac{\sin. (60^\circ + a) - \sin. (60^\circ - a)}{\cos. (60^\circ + a) + \cos. (60^\circ - a)}$
17 $\sin. (60^\circ + a) - \sin. (60^\circ - a)$	43 $\cos. (60^\circ + a) + \cos. (60^\circ - a)$	69 $\frac{\sin. (30^\circ + a) - \sin. (30^\circ - a)}{\cos. (30^\circ + a) + \cos. (30^\circ + a)}$
18 $\cos. (90^\circ - a)$	44 $\sin. (90^\circ + a)$	70 $- \cot. (90^\circ + a)$
19 $- \cos. (90^\circ + a)$	45 $\sin. (90^\circ - a)$	71 $\cot. (90^\circ - a)$
20 $\cos. (a - 90^\circ)$	46 $- \sin. (a - 90^\circ)$	72 $- \cot. (a - 90^\circ)$
21 $\sin. (180^\circ - a)$	47 $- \cos. (180^\circ + a)$	73 $\tang. (180^\circ + a)$
22 $- \sin. (180^\circ + a)$	48 $- \cos. (180^\circ - a)$	74 $- \tang. (180^\circ + a)$
23 $- \sin. (a - 180^\circ)$	49 $- \cos. (a - 180^\circ)$	75 $\tang. (a - 180^\circ)$
24 $\cos. (270^\circ + a)$	50 $- \sin. (270^\circ + a)$	76 $- \cot. (270^\circ + a)$
25 $- \cos. (270^\circ - a)$	51 $- \sin. (270^\circ - a)$	77 $\cot. (270^\circ - a)$
26 $- \cos. (a - 270^\circ)$	52 $\sin. (a - 270^\circ)$	78 $- \cot. (a - 270^\circ)$

Formules par lesquelles on pourra calculer le sinus et le cosinus d'un arc a dont la longueur linéaire est donnée en parties du rayon, pris pour unité.

$$\cos. a = 1 - \frac{a^2}{2} + \frac{a^4}{2.\,3.\,4} - \frac{a^6}{2.\,3.\,4.\,5.\,6} + \text{etc.}$$

$$\sin. a = a - \frac{a^3}{2.\,3} + \frac{a^5}{2.\,3.\,4.\,5} - \frac{a^7}{2.\,3.\,4.\,5.\,6.\,7} + \text{etc.}$$

Les règles des signes, dans l'emploi des valeurs trigonométriques, sont :

1.° Le produit de deux quantités est positif ou négatif, selon que ces quantités sont affectées du même signe ou de signes différens. La règle est la même pour le signe du quotient de deux quantités.

2.° Le sinus, le cosinus, la tangente et la cotangente d'un angle moindre qu'un droit, sont positifs. Généralement la sécante a le même signe que le cosinus, et la cosécante le même signe que le sinus.

3.° Si un angle est compris entre 1 et 2 droits, son sinus et sa cosécante sont positifs, toutes ses autres lignes trigonométriques sont négatives.

4.° Tout angle compris entre 2 et 3 droits, a son sinus et son cosinus négatifs, mais sa tangente et sa cotangente sont positives.

5.° Lorsqu'un angle est compris entre 3 et 4 droits, son cosinus et sa sécante sont positifs ; ses autres lignes trigonométriques sont négatives.

6.° Enfin, le sinus d'un angle négatif et compris entre o et 2 droits, est lui-même négatif, et le cosinus est positif ou négatif selon que cet angle est aigu ou obtus. Quant aux signes des autres lignes trigonométriques, ils dépendent évidemment de ceux du sinus et du cosinus.

Formules trigonométriques relatives à deux arcs.

1 $\text{sin.}\ (a \pm b) = \text{sin.}\ a\ \text{cos.}\ b \pm \text{cos.}\ a\ \text{sin.}\ b$

2 $\text{cos.}\ (a \pm b) = \text{cos.}\ a\ \text{cos.}\ b \mp \text{sin.}\ a\ \text{sin.}\ b$

3 $\text{tang.}\ (a \pm b) = \dfrac{\text{tang.}\ a \pm \text{tang.}\ b}{1 \mp \text{tang.}\ a\ \text{tang.}\ b}$

4 $\text{cot.}\ (a \pm b) = \dfrac{\text{cot.}\ a\ \text{cot.}\ b \mp 1}{\text{cot.}\ b \pm \text{cot.}\ a}$

5 $\text{séc.}\ (a \pm b) = \dfrac{\text{séc.}\ a\ \text{séc.}\ b}{1 \mp \text{tang.}\ a\ \text{tang.}\ b}$

6 $\text{coséc.}\ (a \pm b) = \dfrac{\text{coséc.}\ a\ \text{coséc.}\ b}{\text{cot.}\ b \pm \text{cot.}\ a}$

7 $\left.\begin{array}{l}\text{sin.}\ (45^\circ \pm b) = \\ \text{cos.}\ (45^\circ \mp b) = \end{array}\right\} \dfrac{\text{cos.}\ b \pm \text{sin.}\ b}{\sqrt{2}}$

8 $\text{tang.}\ (45^\circ \pm b) = \dfrac{1 \pm \text{tang.}\ b}{1 \mp \text{tang.}\ b}$

9 $\text{tang.}^2\ (45^\circ \pm \frac{1}{2} b) = \dfrac{1 \pm \text{sin.}\ b}{1 \mp \text{sin.}\ b}$

10 $\text{tang.}\ (45^\circ \pm \frac{1}{2} b) = \dfrac{1 \pm \text{sin.}\ b}{\text{cos.}\ b} = \dfrac{\text{cos.}\ b}{1 \mp \text{sin.}\ b}$

11 $\dfrac{\text{sin.}\ (a+b)}{\text{sin.}\ (a-b)} = \dfrac{\text{tang.}\ a + \text{tang.}\ b}{\text{tang.}\ a - \text{tang.}\ b} = \dfrac{\text{cot.}\ b + \text{cot.}\ a}{\text{cot.}\ b - \text{cot.}\ a}$

12 $\dfrac{\text{cos.}\ (a+b)}{\text{cos.}\ (a-b)} = \dfrac{\text{cot.}\ b - \text{tang.}\ a}{\text{cot.}\ b + \text{tang.}\ a} = \dfrac{\text{cot.}\ a - \text{tang.}\ b}{\text{cot.}\ a + \text{tang.}\ b}$

13 $\dfrac{\text{sin.}\ a + \text{sin.}\ b}{\text{sin.}\ a - \text{sin.}\ b} = \dfrac{\text{tang.}\ \frac{1}{2}(a+b)}{\text{tang.}\ \frac{1}{2}(a-b)}$

14 $\dfrac{\text{cos.}\ a + \text{cos.}\ b}{\text{cos.}\ a - \text{cos.}\ b} = \dfrac{\text{cot.}\ \frac{1}{2}(a+b)}{\text{tang.}\ \frac{1}{2}(a-b)}$

15 $2\ \text{sin.}\ a\ \text{cos.}\ b = \text{sin.}\ (a+b) + \text{sin.}\ (a-b)$

16 $2\ \text{cos.}\ a\ \text{sin.}\ b = \text{sin.}\ (a+b) - \text{sin.}\ (a-b)$

17 $2\ \text{cos.}\ a\ \text{cos.}\ b = \text{cos.}\ (a+b) + \text{cos.}\ (a-b)$

18 $2\ \text{sin.}\ a\ \text{sin.}\ b = \text{cos.}\ (a-b) - \text{cos.}\ (a+b)$

19 $2\ \text{sin.}\ a\ \text{cos.}\ \text{m}a = \text{sin.}\ (\text{m}+1)a - \text{sin.}\ (\text{m}-1)a$

20 $2\ \text{cos.}\ a\ \text{sin.}\ \text{m}a = \text{sin.}\ (\text{m}+1)a + \text{sin.}\ (\text{m}-1)a$

21 $2\ \text{cos.}\ a\ \text{cos.}\ \text{m}a = \text{cos.}\ (\text{m}+1)a + \text{cos.}\ (\text{m}-1)a$

22 $2\ \text{sin.}\ a\ \text{sin.}\ \text{m}a = \text{cos.}\ (\text{m}-1)a - \text{cos.}\ (\text{m}+1)a$

23 $\text{sin.}\ a + \text{sin.}\ b = 2\ \text{sin.}\ \frac{1}{2}(a+b)\ \text{cos.}\ \frac{1}{2}(a-b)$

24 $\text{sin.}\ a - \text{sin.}\ b = 2\ \text{cos.}\ \frac{1}{2}(a+b)\ \text{sin.}\ \frac{1}{2}(a-b)$

25 $\text{cos.}\ a + \text{cos.}\ b = 2\ \text{cos.}\ \frac{1}{2}(a+b)\ \text{cos.}\ \frac{1}{2}(a-b)$

26 $\text{cos.}\ a - \text{cos.}\ b = 2\ \text{sin.}\ \frac{1}{2}(a+b)\ \text{sin.}\ \frac{1}{2}(a-b)$

27 $\text{tang.}\ a + \text{tang.}\ b = \dfrac{\text{sin.}\ (a+b)}{\text{cos.}\ a\ \text{cos.}\ b}$

28 $\text{tang.}\ a - \text{tang.}\ b = \dfrac{\text{sin.}\ (a-b)}{\text{cos.}\ a\ \text{cos.}\ b}$

29 $\text{cot.}\ a + \text{cot.}\ b = \dfrac{\text{sin.}\ (a+b)}{\text{sin.}\ a\ \text{sin.}\ b}$

30 $\text{cot.}\ b - \text{cot.}\ b = \dfrac{\text{sin.}\ (a-b)}{\text{sin.}\ a\ \text{sin.}\ b}$

31 $\text{tang.}\ \frac{1}{2}(a+b) = \dfrac{\text{sin.}\ a + \text{sin.}\ b}{\text{cos.}\ a + \text{cos.}\ b}$

32 $\text{tang.}\ \frac{1}{2}(a-b) = \dfrac{\text{sin.}\ a - \text{sin.}\ b}{\text{cos.}\ a + \text{cos.}\ b}$

33 $\text{cot.}\ \frac{1}{2}(a+b) = \dfrac{\text{sin.}\ a - \text{sin.}\ b}{\text{cos.}\ a - \text{cos.}\ b}$

34 $\text{cot.}\ \frac{1}{2}(a-b) = -\dfrac{\text{sin.}\ a + \text{sin.}\ b}{\text{cos.}\ a - \text{cos.}\ b}$

35 $\left.\begin{array}{l}\text{sin.}^2\ a - \text{sin.}^2\ b = \\ \text{cos.}^2\ b - \text{cos.}^2\ a = \end{array}\right\} \text{sin.}\ (a+b)\ \text{sin.}\ (a-b)$

36 $\text{cos.}^2\ a - \text{sin.}^2\ b = \text{cos.}\ (a+b)\ \text{cos.}\ (a-b)$

37 $\text{tang.}^2\ a - \text{tang.}^2\ b = \dfrac{\text{sin.}\ (a+b)\ \text{sin.}\ (a-b)}{\text{cos.}^2\ a\ \text{cos.}^2\ b}$

38 $\text{cot.}^2\ b - \text{cot.}^2\ a = \dfrac{\text{sin.}\ (a+b)\ \text{sin.}\ (a-b)}{\text{sin.}^2\ a\ \text{sin.}^2\ b}$

Différentielle des lignes trigonométriques.	*Différentielles finies des lignes trigonométriques.*
$d \sin. a = d a \cos. a$	$d \sin. a = 2 \sin. \tfrac{1}{2} d a \cos. (a + \tfrac{1}{2} d a)$
$d \cos. a = - d a \sin. a$	$d \cos. a = - 2 \sin. \tfrac{1}{2} d a \sin. (a + \tfrac{1}{2} d a)$
$d \operatorname{tang}. a = \frac{d a}{\cos.^2 a}$	$d \operatorname{tang}. a = \frac{\sin. d a}{\cos. a \cos. (a + \frac{1}{2} d a)}$
$d \cot. a = - \frac{d a}{\sin.^2 a}$	$d \cot. a = - \frac{\sin. d a}{\sin. a \sin. (a + \frac{1}{2} d a)}$
$\left\{ \begin{array}{l} d \sin.^2 a = \\ d \cos.^2 a = \end{array} \right\} \pm d a \sin. a \cos. a$	$\left\{ \begin{array}{l} d \sin.^2 a = \\ d \cos.^2 a = \end{array} \right\} \pm \sin. d a \sin. (2 a + d a)$
$d \operatorname{tang}^2 a = \frac{2 d a \operatorname{tang}. a}{\cos.^2 a}$	$d \operatorname{tang}.^2 a = \frac{\sin. d a \sin. (2 a + d a)}{\cos.^2 a \cos.^2 (a + d a)}$
$d \cot.^2 a = - \frac{2 d a \cot. a}{\sin.^2 a}$	$d \cot.^2 a = - \frac{\sin. d a \sin. (2 a + d a)}{\sin.^2 a \sin.^2 (a + d a)}$

Remarque 1. La plupart des formules précédentes ne sont pas homogènes, parce que le rayon des Tables, représenté par l'unité, en est éliminé; mais il sera toujours facile de rétablir l'homogénéité dans une formule trigonométrique : pour y parvenir, c'est de désigner le rayon des Tables par R, et de l'introduire comme facteur, ainsi que ses puissances, dans tous les termes où le nombre de dimensions est moindre. Par exemple, la première et la troisième du tableau ci-devant s'écriront ainsi :

$$R \sin. (a \pm b) = \sin. a \cos. b \pm \cos. a \sin. b \quad ; \quad \operatorname{tang}. (a \pm b) = \frac{R^2 (\operatorname{tang}. a \pm \operatorname{tang}. b)}{R^2 \mp \tan. a \operatorname{tang}. b}$$

Remarque 2. Pour la résolution des triangles rectilignes, on se rappellera que, de deux côtés d'un triangle, celui-là est le plus grand qui est opposé à un plus grand angle; et réciproquement, de deux angles d'un triangle, celui-là est le plus grand qui est opposé à un plus grand côté.

Si deux côtés d'un triangle sont égaux, les angles opposés seront égaux; et réciproquement, si deux angles sont égaux; les côtés opposés seront égaux.

Si dans un triangle les côtés sont égaux, les angles seront égaux.

La somme des trois angles d'un triangle est égale à 180°.

Deux angles d'un triangle étant donnés, ou seulement leur somme, on connaîtra le troisième en retranchant la somme de ces angles de 180°.

Dans un triangle il ne peut y avoir qu'un seul angle droit; à plus forte raison, un triangle ne peut-il avoir qu'un seul angle obtus.

Dans un triangle rectangle, la somme des deux angles aigus est égale à 90°; par conséquent, si l'un des angles aigus est connu, on connaîtra l'autre en le retranchant de 90°.

Lorsque l'un des angles d'un triangle est connu, on obtiendra la somme des deux autres en retranchant l'angle connu de 180°.

Résolution des triangles rectilignes rectangles.

Soient A, B, C les trois angles d'un triangle rectiligne rectangle en A; et a, b, c les côtés opposés, on aura

1 $\sin. B = \frac{b}{a}$	6 $\operatorname{tang}. \tfrac{1}{2} C = \frac{c}{a + b} = \frac{a - b}{c}$
2 $\cos. B = \frac{c}{a} = \sin. C$	7 $\sin. \tfrac{1}{2} B = \sqrt{\left(\frac{a - c}{2 a}\right)}$
3 $\operatorname{tang}. B = \frac{b}{c}$	8 $\sin. \tfrac{1}{2} C = \sqrt{\left(\frac{a - b}{2 a}\right)}$
4 $\operatorname{tang}. C = \frac{c}{b}$	9 $\operatorname{tang}. \tfrac{1}{2} B = \sqrt{\left(\frac{a - c}{a + c}\right)}$
5 $\operatorname{tang}. \tfrac{1}{2} B = \frac{b}{(a + c)} = \frac{a - c}{b}$	10 $\operatorname{tang}. \tfrac{1}{2} C = \sqrt{\left(\frac{a - b}{a + b}\right)}$

11 $a = \frac{b}{\sin. B} = \frac{c}{\sin. C}$

12 $b = a \sin. B = c \operatorname{tang.} B = \frac{c}{\operatorname{tang} C}$

13 $c = a \sin. C = b \operatorname{tang.} C = \frac{b}{\operatorname{tang.} B}$

14 $a - c = 2 a \sin.^2 \tfrac{1}{2} B = b \operatorname{tang.} \tfrac{1}{2} B$

15 $a - b = 2 a \sin.^2 \tfrac{1}{2} C = c \operatorname{tang.} \tfrac{1}{2} C$

16 $a + c = \frac{b}{\operatorname{tang.} \frac{1}{2} B}$

17 $a + b = \frac{c}{\operatorname{tang.} \frac{1}{2} C}$

18 $a = c \sqrt{\left(1 + \frac{b^2}{c^2}\right)}$

19 $b = \sqrt{(a + c)(a - c)}$

20 $c = \sqrt{(a + b)(a - b)}$

Formules qui servent à trouver les triangles rectilignes rectangles en nombres entiers.

Soient m et n deux nombres entiers quelconques, alors il suffira de prendre

l'hypothénuse ou $a = m^2 + n^2$
l'un des côtés $b = (m^2 - n^2)$
et l'autre côté $c = 2 m.n$

Appliquons ces formules à des exemples.

Etant donné un côté et un angle aigu d'un triangle rectangle, déterminer les deux autres côtés.

1.° Soit a le côté donné et B ou C l'angle observé, on fera usage des formules 12 et 13.

Exemple 1. Soit a de 7690 et B de 88° 9' 6",9, ou C de 1° 50 53",1.

log. a	3.885926	log. a	3.885926
log. sin. B	9.999774	log. sin. C	8.508526
log. b	3.885700	log. c	2.394452

Cherchant ces logarithmes dans les Tables, on trouve b de 7686 et c de 248.

Exemple 2. Soit a de 1186,1 et B de 29° 20' 8",5 ou C de 60° 39' 51",5.

log. a	3.074121	log. a	3.074121
log. sin. B	9.690130	log. sin. C	9.940399
log. b	2.764251	log. c	3.014520

b de 581,1 et c de 1034

2.° Si le côté connu était c, on trouverait a et b par les formules 11 et 12.

En supposant b couuu, on aura les deux autres côtés par les formules 11 et 13.

Connaissant deux quelconques des côtés, trouver les angles.

1.° Si les deux côtés sont a et b, on fera usage de la formule 1.

Exemple 1. Soit a de 7690 et b de 7686.

log. b	3.885700
log. a	3.885926
log. sin. B	9.999774

On trouve B de 88° 9' 6",9, et comme C est égal à 90° − B on aura C de 1° 50' 53"1.

Exemple 2. Soit a de 1186,1 et b de 581,1

log. b	2.764251
log. a	3.074121
log. sin. B	9.690130

B est de 29° 20' 8"5 et 90° − B ou C de 60 39 51.5

Quand au troisième côté c, on le déterminera par la formule 13, ou bien, si l'on ne veut point faire usage des angles, on se servira de la formule 20.

log. $a + b$	4.186843	log. $a + b$	3.247286
log. $a - b$	0.602060	log. $a - b$	2.781755
log. c^2	4.788903	log. c^2	6.029041
log. c	2.394452	log. c	3.014520

Ces logarithmes sont les mêmes que ceux qui ont été trouvés ci-dessus.

2.° Si les deux côtés donnés sont b et c, la formule 4 fera connaître les angles.

Quant au côté a, on pourra faire usage de la formule 11, ou bien si l'on ne veut point faire usage des angles, on se servira de la formule 18.

		log. b^2	7.771401		log. b^2	5.528502
		log. c^2	− 4.788903		log. c^2	− 6.029040
	960,5	log. $\frac{b^2}{c^2}$	2.982498	0.31583	log. $\frac{b^2}{c^2}$	9.499462
plus 1	961,5	log.	2.982949	1.31583	log.	0.119201
		moitié	1.491474		moitié	0.059601
		log. c	2.394452		log. c	3.014520
		log. a	3.885926		log. a	3.074121

Déterminer les côtés d'un triangle rectiligne rectangle.

Soit m de 63 et n de 61

Les formules ci-dessus donneront :

m	63	quarré	3969
n	61		3721
$m\ n$ ou produit	3843	*somme*	7690
$2\ m\ n$	7686	*différence*	248

On aura a de 7690, b de 7686 et c de 248

Soit m de 94 et n de 55

m	94	quarré	8836
n	55		3025
$m\ n$ ou produit	5170		11861
$2\ m\ n$	10340		5811

a de 11861, b de 10340 et c de 5811

Résolution des triangles rectilignes obliquangles.

Le théorème fondamental relatif à tous les triangles rectilignes est que

Le cosinus d'un angle est égal à la somme des quarrés des côtés qui comprennent cet angle, moins le quarré du troisième côté, ou du côté opposé, divisée par le double du produit des deux premiers côtés.

C'est-à-dire qu'en nommant A, B, C les trois angles d'un triangle rectiligne quelconque ; a, b, c les trois côtés opposés, on aura

$$\cos. A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,b\,c}$$

Données.	Inconnues.	Solutions.
Deux angles et le côté compris ou $A.\ B.\ c$	*Deux côtés et l'angle compris* ou $a.\ b.\ C$	$a = \frac{c \sin. A}{\sin. (A + B)}$ $b = \frac{c \sin. B}{\sin. (A + B)}$ $C = 180^\circ - (A + B)$ Base $= c$ Hauteur $= \frac{c \sin. A \sin. B}{\sin. (A + B)}$ surface $= \frac{c^2 \sin. A \sin. B}{2 \sin. (A + B)}$
Deux côtés et un angle opposé ou $a.\ b.\ A$	*Deux angles et un côté opposé* ou $c.\ B.\ C$	Sin. $B = \frac{b \sin. a}{a}$ $\sin. C = 180^\circ - (A + B)$ $C = \frac{a \sin. (A + B)}{\sin. A}$ Base $= a$ Hauteur $= b \sin. (A + B)$ surfece $= \frac{a.\ b.\ \sin. (A + B)}{2}$
Deux côtés et l'angle compris ou $a.\ b.\ C$	*Deux angles et le côté compris* ou $A.\ B.\ c$	Soit $a > b$ on aura $A > B$ et $A + B = 180^\circ - C$ Tang. $\frac{1}{2}(A - B) = \cot. \frac{1}{2} C \frac{a - b}{a + b}$; $\frac{1}{2}(A + B) \pm \frac{1}{2}(A - B) = \begin{matrix} A \\ B \end{matrix}$ Tang. $x = \frac{2 \sin. \frac{1}{2} c}{a - b} \sqrt{a.\ b}$; $c = \frac{a - b}{\cos. x}$ Base $= a$ Hauteur $= b \sin. C$ surface $= \frac{a.\ b \sin. C}{2}$
Les trois côtés ou $a.\ b.\ c$	*Les trois angles* ou $A.\ B.\ C$	Soit $a + b + c = 2\,s$ on aura Cos. $\frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{s(s-a)}{b.\ c}}$ ou sin. $\frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{b.\ c}}$ ou tan. $\frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$ Base $= a$ Hauteur $= \frac{2}{a}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ surface $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

Appliquons ces formules à des exemples.

Connaissant deux angles et le côté compris, déterminer 1.° les deux autres côtés et l'angle compris ; 2.° la hauteur ainsi que la surface du triangle.

Exemple 1. Soit C de 52416 metres.

	A de	66°	44'	19"46
	B de	62	53	45.38
on eure	$A + B$ de	129	38	4.84
	et C de	50	21	55.16

Exemple 2. Suit C de 7300 mètres.

	A de	176°	51'	4"5
	B de	1	41	38.2
on aura	$A + B$ de	178	32	42.8
	et C de	1	27	17.2

Calcul de *a*.		Calcul de *b*.		Calcul de *a*.		Calcul de *b*.	
log. *c*	4.719464	log. *c*	4.719464	log. *c*	3.863323	log. *c*	3.863323
log. sin. *A*	9.963180	log. sin. *B*	9.949478	log. sin. *A*	8.739795	log. sin. *B*	8.470720
c. l. sin. (*A*+*B*)	0.113437	c. l. sin. (*A*+*B*)	0.113437	c. l. sin. (*A*+*B*)	1.595373	c. l. sin. (*A*+*B*)	1.595373
log. *a*	4.796081	log. *b*	4.782379	log. *a*	4.198491	log. *b*	3.929416
côté *a*	62529 mèt.	côté *b*	60587 mèt.	côté *a*	15794 mèt.	côté *b*	8500 mèt.

Calcul de la hauteur.		Calcul de la surface.		Calcul de la hauteur.		Calcul de la surface.	
log. *c*	4.719464			log. *c*	3.863323		
log. sin. *A*	9.963180	l. hauteur	4.745559	log. sin. *A*	8.739795	l. hauteur	2.669211
log. sin. *B*	9.949478	log. *c*	4.719464	log. sin. *B*	8.470720	log. *c*	3.863323
c. l. sin. (*A*+*B*)	0.113437	c. log. de 2	9.698970	c. l. sin. (*A*+*B*)	1.595373	c. log. de 2	9.698970
l. hauteur	4.745559	l. surface	9.163993	l. hauteur	2.669211	l. surface	6.231504
Hauteur	55683 mèt.	Surface	1459464290 m. q.	Hauteur	466,89 mèt.	Surface	1704134 mèt. q.

Connaissant deux côtés et un angle opposé, déterminer 1.° les deux autres angles et le troisième côté ; 2.° la hauteur et la surface du triangle.

Soit				Soit			
	a de 62529 mètres				*a* de 15794 mètres		
	b de 60587				*b* de 8500		
	et *A* de 66° 44' 19"2				et *A* de 176° 51 4"54		
Calcul de l'angle *B*		log. *b*	4.782379	Calcul de l'angle *B*		log. *b*	3.929417
		log. sin. *A*	9.963180			log. sin. *A*	8.739795
	c.	log. *a*	5.203919		c.	log. *a*	5.801506
		log. sin. *B*	9.949478			log. sin. *B*	8.470720
		angle *B*	62° 53' 45"4			angle *B*	1° 41' 38"3
		A	66 44 19.4			*A*	176 51 4.5
		A + *B*	129 38 4.8			*A* + *B*	178 32 42.8
Angle *C* de 180° — (*A* + *B*)			50 21 55.2	Angle *C* de 180° — (*A* + *B*)			1 27 17.2
Calcul du côté *c*		log. *a*	4.796082	Calcul du côté *c*		log. *a*	4.198494
		log. sin. *C*	9.886562			log. sin. *C*	8.404624
	c.	log. sin. *A*	0.036820		c.	log. sin. *A*	1.260205
		log. *c*	4.719464			log. *c*	3.863323
		côté *c*	52416 mèt.			côté *c*	7300 mèt.

Calcul de la hauteur.

Base, le côté *a*	log. *b*	4.782379	Base, le côté *a*	log. *b*	3.929419
	log. sin. *C*	9.886563		log. sin. *C*	8.404624
	log. haut.	4.668942		log. haut.	2.334043
	hauteur	46659,7 mèt.		hauteur	215,59 mèt.
Base, le côté *b*	log. *a*	4.796082	Base, le côté *b*	log. *a*	4.198494
	log. sin. *C*	9.886562		log. sin. *C*	8.404624
	log. haut.	4.682644		log. haut.	2.603118
	hauteur	48155,3 mèt.		hauteur	402 mèt.

Calcul de la surface.

	Base *a*		Base *b*		Base *a*		Base *b*
log. haut.	4.668942	ou	4.682644	log. haut.	2.334043	ou	2.603118
log. *a*	4.796082		4.782379	log. *a*	4.198494		3.929419
c. log. 2	9.698970		9.698970	c. log. 2	9.698970		9.698970
log. surf.	9.163994		9.163993	log. surf.	6.231507		6.231507

Connaissant deux côtés et l'angle compris, déterminer 1.° le troisième côté et les deux autres angles; 2.° la hauteur et la surface du triangle.

Soit a de 62529 mètres
b de 60587 d'où $a - b = 1942$
et C de 50° 21' 55",2

Calcul du côté C	log. 2	0.301030
	log. sin. $\frac{1}{2}C$	9.628905
	$\frac{1}{2}$ log. a	2.398041
	$\frac{1}{2}$ log. b	2.391190
	c. log. $(a - b)$	6.711751
	log. tang. x	11.430917
	angle x	87° 52' 36"2
	c. log. cos. x	1.431215
	log. $(a - b)$	3.288249
	log. c	4.719464
	côté c	52416 mèt.

$A + B = 180° - C = 129° 38' 4'',8$

Calcul des angles A, B	log. cot. $\frac{1}{2}C$	10.327722
	log. $(a - b)$	3.288249
	c. log. $(a + b)$	4.909686
	l. tan. $\frac{1}{2}(A - B)$	8.525657
	$\frac{1}{2}(A - B)$	1° 55' 17"
	$\frac{1}{2}(A + B)$	64 49 2.4
	A	66 44 19.4
	B	62 53 45.4

Soit a de 15794 mètres
b de 8500 d'où $a - b = 7294$
et C de 1° 27' 17",2

Calcol du côté C	log. 2	0.301030
	log. sin. $\frac{1}{2}C$	8.103629
	$\frac{1}{2}$ log. a	2.099247
	$\frac{1}{2}$ log. b	1.964709
	c. log. $(a - b)$	6.137028
	log. tang. x	8.605643
	angle x	2° 18' 34",5
	c. log. cos. x	0.000353
	log. $(a - b)$	3.862972
	log. c	3.863325
	côté c	7300,3 mèt.

$A + B = 180° - C = 178° 32' 42'',8$

Calcul des angles A, B	log. cot. $\frac{1}{2}C$	11.896336
	log. $(a - b)$	3.862972
	c. log. $(a + b)$	5.614499
	l. tang. $\frac{1}{2}(-B)$	11.373807
	$\frac{1}{2}(A - B)$	87° 34' 43"2
	$\frac{1}{2}(A + B)$	89 16 21.4
	A	176 51 4.6
	B	1 41 38.2

Les hauteurs ainsi que les surfaces se calculeront avec les mêmes données et de la même manière que dans le cas précédent.

Remarque. Lorsque l'angle donné différera peu de 180°, le côté cherché sera déterminé avec plus de précision par la formule suivante :

$$b + c - a = (b + c)\left(\tfrac{1}{2}x + \tfrac{1}{8}x^2 + \tfrac{1}{16}x^3 + \tfrac{5}{128}x^4 + \text{etc.}\right)$$

dans laquelle x est égal à $\dfrac{4bc \cos.^2 \frac{1}{2}A}{(b+c)^2}$

Cette formule est de Delambre ; dans bien des cas, le côté cherché sera donné par le calcul du premier terme.

Soit A de 176° 51' 4",6 ; b de 8500 mètres, et c de 7300.

log. 4	0.602060
log. b	3.929419
log. c	3.863323
log. cos.² $\frac{1}{2}A$	6.877858
c. log. $(b + c)^2$	1.602686
log. x	6.875346
log. 1/2 $(b + c)$	3.897627
log. $b + c - a$	0.772973
$b + c - a$	5.93
$b + c$	15800.00
côté a de	15794.07 mètres.

Connaissant les trois côtés d'un triangle, determiner 1.° les angles; 2.° la hauteur et la surface.

Soit a de 52416; b de 62529; et c de 60587.
Représentons par 2 S la somme des trois côtés.

		a	52416
		b	62529
		c	60587
	2 S ou	$a+b+c$	175532
		S	87766
		$S-a$	35350
		$S-b$	25237
		$S-c$	27179
Calcul de l'angle A		log. S	4.943326
		log. $S-a$	4.548389
		c. log. b	5.203919
		c. log. c	5.217621
			19.513255
	25° 10' 58"	log. cos. ½ A	9.956627
A	50 21 56		
Calcul de l'angle B		log. $S-a$	4.548389
		log. $S-c$	4.434233
		c. log. a	5.280537
		c. log. c	5.217621
			19.480780
	33° 22' 10"	log. sin. ½ B	9.740390
B	66 44 20		
Calcul de l'angle C		log. $S-c$	4.548389
		log. $S-a$	4.402038
		c. log. $S-b$	5.565767
		c. log. S	5.056674
			19.572868
	31° 26' 53"	log. tang. ½ B	9.786434
C	62 53 46		

Soit a de 15794,07; b de 8500; et c de 7300.

		a	15794.07
		b	8500
		c	7300
	2 S ou	$a+b+c$	31594.07
		S	15797.035
		$S-a$	2.965
		$S-b$	7297.035
		$S-c$	8497.035
Calcul de l'angle A		log S	4.198575
		log. $S-a$	0.472025
		c. log. b	6.070581
		c. log. c	6.136677
			16,877858
	88° 25' 32"27	log. cos. ½ A	8.438929
A	176 51 4.54		
Calcul de l'angle B		log. $S-a$	0.472025
		log. $S-c$	3.929267
		c. log. a	5.801506
		c. log. c	6.136677
			16.339475
	0° 50' 49"14	log. sin. ½ B	8.169738
B	1 41 38.28		
Calcul de l'angle C		log. $S-a$	0°472025
		log. $S-b$	3.863146
		c. log. $S-c$	6.070733
		c. log. S	5.801425
			16.207329
	0° 43' 38"58	log. tang. ½ C	8.103664
C	1 27 17.16		

Surface du triangle.

Soit a de 62529; b de 60587; et de 52416.

log. S	4.943326
log. $S-a$	4.402038
log. $S-b$	4.434233
log. $S-c$	4.548389
	18.327986
log. surface	9.163993

Soit a de 15794,07; b de 8500; et c de 7300.

log. S	4.198576
log. $S-a$	0.472025
log. $S-b$	3.863146
log. $S-c$	3.929267
	12.463014
log. surface	6.231507

Hauteur du triangle, la base étant a.

log. surface	9.163993
log. 2	0.301030
c. log. a	5.203919
log. hauteur	4.668942
hauteur	4666 mètres.

log. surface	6.231507
log. 2	0.301030
c. log. a	5.801506
log. hauteur	2.334043
hauteur	215,6 mètres.

PROBLÈME XXXIV.

Résoudre tous les cas des triangles sphériques rectangles, et des triangles sphériques obliquangles.

Exposition sommaire des principales propriétés de la sphère, coupée par des plans ou préliminaires de la trigonométrie sphérique.

1. *La sphère* est un solide terminé par une surface courbe, dont les points sont également distans d'un point intérieur qu'on appelle *centre*. On peut regarder la surface de la sphère comme engendrée par la révolution d'une demi-circonférence autour du diamètre.

2. *Le rayon* d'une sphère est une ligne droite menée du centre à tout point de la surface; le *diamètre* ou *axe* est une droite passant par le centre de la sphère et terminée de part et d'autre à la surface. Tous les rayons sont égaux ainsi que tous les diamètres, dont chacun est double du rayon.

3. Toute section de la sphère, faite par un plan, est un cercle: on appelle *grand cercle* la section qui passe par le centre, *petit cercle* celle qui n'y passe pas. Si la section passe par le centre de la sphère, son rayon sera le rayon de la sphère; donc tous les grands cercles sont égaux. Le plan de cette section partage la sphère en deux parties égales nommées *hémisphères*.

4. Deux grands cercles se coupent toujours en deux parties égales, car leur intersection commune passant par le centre et un diamètre, ainsi les intersections des circonférences de ces cercles sont deux points diamétralement opposés, dont la distance est de 180°. Deux grands cercles partagent la surface de la sphère en quatre parties nommées *fuseaux*, chacune d'elles est renfermée entre deux demi-circonférences. Si trois grands cercles ou quatre grands cercles avaient la même intersection, ils diviseraient la surface de la sphère en six fuseaux ou en huit fuseaux, et ainsi de suite.

5. Deux points de la surface de la sphère, qui ne sont point diamétralement opposés, déterminent la position d'un grand cercle, parce que ces deux points et le centre de la sphère sont trois points qui déterminent la position d'un plan.

6. On nomme *axe* d'un cercle le diamètre de la sphère, qui, passant par le centre de ce cercle, est perpendiculaire à son plan. Les extrémités de l'axe ont été nommées *pôles* de ce cercle.

7. De ce que les axes de tous les cercles passent par le centre de la sphère et que ce point est commun à tous les grands cercles, nous en conclurons que, 1.° Si un grand cercle est perpendiculaire à un autre, grand ou petit, il passera par les deux pôles de celui-ci. 2.° Si un grand cercle passe par l'un des pôles d'un autre cercle, grand ou petit, il passera aussi par l'autre pôle et lui sera perpendiculaire. 3.° Si un cercle, grand ou petit, est perpendiculaire à plusieurs grands cercles, l'axe de ce cercle sera l'intersection commune de ces grands cercles, et par conséquent les extrémités de cette intersection en seront les pôles. 4.° Si un cercle, grand ou petit, a l'un de ses pôles à l'intersection commune des circonférences de plusieurs grands cercles, il leur sera perpendiculaire, et son autre pôle sera à la seconde intersection commune de ces circonférences. 5.° Tous les cercles qui auront l'un de leurs pôles à l'une des extrémités de l'intersection commune de plusieurs grands cercles, auront pour axe cette intersection; et par conséquent seront parallèles entre eux. 6.° Si deux grands cercles *A* et *B* sont perpendiculaires entre eux, les pôles de *A* seront situés dans la circonférence de *B* et réciproquement. 7.° Si un grand cercle *A* a ses pôles dans la circonférence d'un grand cercle *B*, réciproquement le cercle *B* aura ses pôles dans la circonférence de *A*. 8.° Tous les cercles qui ont un pôle dans la circonférence d'un grand cercle *A*, seront divisés en deux parties égales par ce grand cercle, et l'intersection commune de chacun de ces cercles avec le cercle *A*, passera par le centre du premier et par conséquent en sera un diamètre. 9.° Tous les cercles parallèles auront le même axe et les mêmes pôles et réciproquement, si plusieurs cercles ont un axe ou les pôles communs, ces cercles seront parallèles.

8. On appelle *zône*, la partie de la surface de la sphère comprise entre deux plans parallèles, qui en sont les *bases*. L'un de ces plans peut être *tangent* à la sphère, c'est-à-dire, n'avoir qu'un point commun avec sa surface, alors la zône n'a qu'une base. *L'axe* ou la *hauteur* d'une zône est la distance des deux plans parallèles.

9. *L'angle sphérique* est formé sur la surface de la sphère par des arcs de grand cercle. Alors il ne diffère pas de l'angle dièdre que font les plans des arcs de cercle, dont la rencontre donne lieu à l'angle sphérique. Les angles sphériques sont mesurés par les arcs de grand cercle et de petit cercle, compris entre leurs cotés et décrits de leur sommet comme pôle; ils sont égaux à l'angle rectiligne formé par les tangentes de ces arcs au point de rencontre. D'où il résulte que, si deux demi-grands cercles passent par l'un des pôles de plusieurs cercles, tous les arcs de ceux-ci, compris par les deux premiers, seront d'un même nombre de degrés, ainsi chacun de ces arcs sert de mesure à l'angle sphérique formé par ces demi-cercles.

10. De la définition de l'angle sphérique et de sa mesure, on peut conclure; 1.° Que dans un fuseau les deux angles sphériques sont égaux. 2.° Que les angles sphériques opposés au sommet sont égaux. 3.° Que tous les angles sphériques formés par divers arcs qui concourent ou se coupent en un point, valent ensemble quatre angles droits ou 360°. 4.° Que tous les angles sphériques formés en un point par plusieurs arcs situés d'un même côté de la circonférence d'un grand cercle, valent ensemble 180° ou deux angles droits. 5.° Que les quatre angles sphériques formés par deux arcs qui se coupent, deux sont aigus et égaux entre eux; les deux autres sont obtus et sont les supplémens des premiers.

11. Presque toutes les fois qu'il s'agit des distances entre plusieurs corps célestes, ce ne sont que des distances angulaires. On appelle *distance angulaire* les angles formés par les rayons visuels menés de l'œil de l'observateur aux points que l'on considère ou que l'on compare. En imaginant une sphère d'un rayon suffisamment grand, dont le centre soit à l'œil de l'observateur, les distances entre plusieurs points seront égales aux arcs de grands cercles compris entre les rayons de la sphère qui passent par ces points.

12. La distance d'un astre à un grand cercle est seulement la distance angulaire, c'est-à-dire l'angle que le rayon visuel, mené de l'observateur à l'astre, forme avec le plan de ce grand cercle; d'où il resulte que cette distance angulaire se compte sur la circonférence d'un grand cercle passant par le pôle du premier et par l'extrémité du rayon visuel mené à l'astre.

13. La distance angulaire d'un point à un petit cercle, se mesure sur l'arc de grand cercle déterminé par l'arc de ce cercle et par le rayon de la sphère mené à ce point.

14. Lorsque plusieurs sphères sont concentriques, on nomme *cercles correspondans* ceux dont les circonférences passent par les extrémités des mêmes rayons.

15. Les petits cercles correspondans de plusieurs sphères concentriques, sont des sections parallèles à la base d'un même cône, ils ont un même axe qui est l'axe du cône et de ses sections.

16. Les grands cercles correspondans de plusieurs sphères concentriques sont dans un même plan.

17. La distance entre deux cercles parallèles se mesure sur l'arc de grand cercle qui passe par leurs pôles; c'est-à-dire sur l'arc de grand cercle perpendiculaire aux cercles parallèles. La distance entre deux cercles parallèles d'une sphère est égale à la distance entre leurs cercles correspondans d'une autre sphère concentrique.

18. La distance angulaire d'un point à tous les cercles correspondans de plusieurs sphères concentriques est la même. Les circonférences et les points correspondans sont placés aux extrémités des mêmes rayons.

19. L'œil de l'observateur étant au centre d'une sphère indéfinie, pour comparer les distances angulaires de plusieurs points ou de leurs cercles respectifs, on peut concevoir que tous ces points sont placés sur la surface de cette sphère, aux extrémités des rayons qui passent par chacun d'eux.

20. Les pôles de tous grands cercles sont distans de ces cercles de 90°. La distance d'un point au pôle d'un grand cercle est complément de la distance du point à ce cercle. Si la distance perpendiculaire d'un point à un grand cercle est de 90°, ce point en sera le pôle. L'angle aigu formé par deux grands cercles est égal à la plus petite distance de leurs pôles. Si A et B sont deux grands cercles, la distance du pôle du cercle A au cercle B, est égale à la distance du pôle du cercle B au cercle A. L'angle formé par deux grands cercles A et B, est complément de la distance du pôle de A au cercle B, et de la distance du pole de B au cercle A.

21. Le pôle d'un cercle est également éloigné de tous les points de sa circonférence.

22. Lorsque deux plans passent par le centre de la sphère, ils partagent sa surface en quatre fuseaux; et si ces plans sont coupés par un troisième, passant aussi par le centre mais non pas par l'intersection commune des deux premières, ces trois plans divisent la surface de la sphère en huit parties, dont chacune est terminée par trois arcs de grands cercles; c'est à chacune de ces parties que l'on a donné le nom de *triangle sphérique*. Un triangle sphérique est donc une partie de la surface de la sphere, comprise par trois arcs de grands cercles; ces trois arcs, qu'on nomme cotés du triangle, sont plus petits qu'une demi-circonférenre, les trois angles formés par ces arcs, nommés angles du triangle, sont tous saillans et par conséquent moindres que deux angles droits.

23. Nous remarquerons que, si des quatre triangles situés sur un même hémisphère, on en retranche un, le reste formé par la réunion des trois autres, détermine une espèce de triangle ayant un angle rentrant et dont le côté opposé à cet angle est plus grand que la demi-circonférence; mais il est évident que la connaissance des côtés et des angles du triangle retranché, fera connaître immédiatement les côtés et les angles du triangle, reste de l'hémisphère. De plus, si des huit triangles situés sur la surface de la sphère, on en retranche un, le reste formé par la réunion des sept autres détermine une espèce de triangle, dont les angles sont rentrans et les côtés opposés plus grands qu'une demi-circonférence, de même il sera facile de se convaincre que la connaissance des parties du triangle retranché, fera connaître immédiatement celles du triangle, reste de la surface de la sphère. D'où nous pouvons conclure que la détermination des parties d'un triangle sphérique quelconque, se réduira toujours à celles d'un triangle dont tous les angles sont saillans.

24. Dans un triangle sphérique à angles saillans, qui sont les seuls que nous considérerons. 1.° La somme des trois côtés est moindre que la circonférence entière ou 360°; 2.° La somme des trois angles est moindre que six angles droits ou 540°, et elle est plus grande que deux angles droits ou 180°; 3.° Les côtés égaux sont opposés à des angles égaux; et réciproquement aux angles égaux sont opposés des côtés égaux; 4.° Au plus grand côté est opposé le plus grand angle, et au plus grand angle est opposé le plus grand côté.

Lorsque le triangle sphérique est rectangle, c'est-à-dire lorsqu'il a un angle droit; 1.° Aux angles aigus sont opposés des côtés moindres, et aux angles obtus des côtés plus grands que 90°; 2.° Réciproquement, suivant que les côtés sont plus petits ou plus grands que 90°, les angles opposés sont aigus ou obtus; 3.° Selon que les côtés adjacens à l'angle droit sont de même ou de différente espèce, l'hypothénuse est moindre ou plus grande que 90°; 4.° Réciproquement, si l'hypothénuse est moindre ou plus grande que 90°, les deux côtés sont de même ou de différente espèce.

25. Les Problêmes relatifs à la résolution des triangles sphériques dépendent des relations essentiellement différentes, qui lient entre elles quatre des six quantités qui les composent.

Ces relations sont entre :

I Un angle et les trois côtés;

II Deux angles et les deux côtés opposés;

III Deux angles et deux côtés, dont un est commun aux deux angles;

IV Trois angles et un côté.

Nommons A, B, C, les trois angles d'un triangle sphérique quelconque; a, b, c, les trois côtés opposés construits sur la surface d'une sphère dont le rayon est pris pour unité.

I. *Relation entre un angle et les trois côtés.*

26. Dans un triangle sphérique quelconque, *le cosinus d'un côté est égal au produit du sinus des deux autres côtés par le cosinus de l'angle compris, plus le produit des cosinus de ces mêmes côtés.*

Ce théorême remarquable, qui renferme toute la trigonométrie sphérique, est dû au prince et astronome arabe ALBATEGNIUS, qui vivait vers l'an 880 de notre ère;

c'est ce même savant qui substitua les sinus aux cordes dans les calculs numériques et qui introduisit l'usage des sinus verses.

$$\text{Ainsi on a I}\begin{cases}(1)\ \cos.\,a = \sin.\,b\,\sin.\,c\,\cos.\,A + \cos.\,b\,\cos.\,c\\ (2)\ \cos.\,b = \sin.\,a\,\sin.\,c\,\cos.\,B + \cos.\,a\,\cos.\,c\\ (3)\ \cos.\,c = \sin.\,a\,\sin.\,b\,\cos.\,C + \cos.\,a\,\cos.\,b\end{cases}$$

II. *Relation entre deux angles et les deux côtés opposés.*

27. Si dans l'équation $\sin.^2 A = 1 - \cos.^2 A$, nous mettrons la valeur de $\cos.\,A$, tirée de (1) de la relatinn I, nous aurnns

$$\sin.^2 A = 1 - \frac{\cos.^2 a + \cos.^2 b\,\cos.^2 c - 2\cos.\,a\,\cos.\,b\,\cos.\,c}{\sin.^2 b\,\sin.^2 c}$$

réduisant au même dénnminateur, puis mettant au numérateur $1 - \cos.^2 b$ et $1 - \cos.^2 c$ au lieu de $\sin.^2 b$ et $\sin.^2 c$ et enfin multipliant les deux termes de la fraction par $\sin.^2 a$, nous aurons

$$\sin.^2 A = \sin.^2 a\left(\frac{1 - \cos.^2 a - \cos.^2 b - \cos.^2 c + 2\cos.\,a\,\cos.\,b\,\cos.\,c}{\sin.^2 a\,\sin.^2 b\,\sin.^2 c}\right)$$

qui pourra s'écrire en représentant la fraction par M^2

$$\sin.^2 A = \sin.^2 a\,M^2 \quad \text{ou} \quad \sin.\,A = \sin.\,a\,M.$$

Opérant de la même manière pour les angles B et C, ou remarquant que M est une fonction symétrique et invariable des trois côtés, le triangle ABC donne les équations

$$\sin.\,A = \sin.\,a\,M \;;\; \sin.\,B = \sin.\,b\,M \;;\; \sin.\,C = \sin.\,c\,M$$

desquelles on tire

$$\text{II}\begin{cases}M = \dfrac{\sin.\,A}{\sin.\,a} = \dfrac{\sin.\,B}{\sin.\,b} = \dfrac{\sin.\,C}{\sin.\,c}\\[2ex] \dfrac{\sin.\,A}{\sin.\,B} = \dfrac{\sin.\,a}{\sin.\,b} \quad \dfrac{\sin.\,A}{\sin.\,C} = \dfrac{\sin.\,a}{\sin.\,c} \quad \dfrac{\sin.\,B}{\sin.\,C} = \dfrac{\sin.\,b}{\sin.\,c}\end{cases}$$

c'est-à-dire que dans un triangle sphérique quelconque *les sinus des angles sont proportionnels aux sinus des côtés opposés.*

28. Pour parvenir à trouver les deux dernières relations, nous allons obtenir des formules contenant cinq des six parties du triangle.

La relation I nous a donné les trois équations (1); (2); et (3), multiplions

l'équation (1) par $\cos.\,b$; puis la même équation (1) par $\cos.\,c$
(2) par $\cos.\,c$; et la même équation (2) par $\cos.\,a$
(3) par $\cos.\,a$; ensuite cette équation (3) par $\cos.\,b$

nous obtiendrons six équations, parmi lesquelles nous trouverons
deux valeurs de $\cos.\,a\,\cos.\,b$
deux de $\cos.\,a\,\cos.\,c$
et deux de $\cos.\,b\,\cos.\,c$

Cela posé, dans les équations de la relation I, faisons les substitutions suivantes :

dans l'équation (1), successivement les deux valeurs de $\cos.\,b\,\cos.\,c$
(2), celles de $\cos.\,a\,\cos.\,c$
(3), successivement celles de $\cos.\,a\,\cos.\,b$

Réduction faite, nous obtiendrons six équations contenant cinq des six parties du triangle.

$$\left.\begin{array}{ll}(1) & \cos.\,a\,\sin.\,c = \sin.\,a\,\cos.\,c\,\cos.\,B + \sin.\,b\,\cos.\,A\\ (2) & \cos.\,a\,\sin.\,b = \sin.\,a\,\cos.\,b\,\cos.\,C + \sin.\,c\,\cos.\,A\\ (3) & \cos.\,b\,\sin.\,c = \sin.\,b\,\cos.\,c\,\cos.\,A + \sin.\,a\,\cos.\,B\\ (4) & \cos.\,b\,\sin.\,a = \sin.\,b\,\cos.\,a\,\cos.\,C + \sin.\,c\,\cos.\,B\\ (5) & \cos.\,c\,\sin.\,b = \sin.\,c\,\cos\,b\,\cos.\,A + \sin.\,a\,\cos.\,C\\ (6) & \cos.\,c\,\sin.\,a = \sin.\,c\,\cos.\,a\,\cos.\,B + \sin.\,b\,\cos.\,C\end{array}\right\}(\alpha)$$

29. De ces six formules (α), qui contiennent trois côtés et deux angles, nous allons en déduire six autres, couteuant trois angles et deux côtés.

Il suffit de diviser la 1re par $\sin. b$, la 2e $\sin. c$, la 3e $\sin. a$, la 4e $\sin. c$, la 5e $\sin. a$, la 6e $\sin. b$ — Puis au lieu du rapport des sinus des côtés, substituer (relation II) celui des sinus des angles opposés, qui lui est égal.

Réduction faite, on aura

$$\left.\begin{aligned}
&(1)\ \cos. a \sin. C = \cos. c \sin. A \cos. B + \sin. B \cos. A \\
&(2)\ \cos. a \sin. B = \cos. b \sin. A \cos. C + \sin. C \cos. A \\
&(3)\ \cos. b \sin. C = \cos. c \sin. B \cos. A + \sin. A \cos. B \\
&(4)\ \cos. b \sin. A = \cos. a \sin. B \cos. C + \sin. C \cos. B \\
&(5)\ \cos. c \sin. B = \cos. b \sin. C \cos. A + \sin. A \cos. B \\
&(6)\ \cos. c \sin. A = \cos. a \sin. C \cos. B + \sin. B \cos. C
\end{aligned}\right\} (\beta)$$

III. *Relation entre deux angles et deux côtés, dont un est commun à ces deux angles.*

30. Les formules (α), nous conduiront à la relation demandée, en substituant dans

(1) la première valeur de $\sin. b$ (relation II) et divisant par $\sin. a$
(2) de $\sin. c$ par $\sin. a$
(3) de $\sin. a$ par $\sin. b$
(4) la seconde valeur de $\sin. c$ par $\sin. b$
(5) de $\sin. a$ par $\sin. c$
(6) de $\sin. b$ par $\sin. a$

Nous obtiendrons, après avoir mis cotang. au lieu de $\frac{\text{cosinus}}{\text{sinus}}$

$$\text{III.}\left\{\begin{aligned}
&\cot. a \sin. c = \cos. c \cos. B + \cot. A \sin. B \\
&\cot. a \sin. b = \cos. b \cos. C + \cot. A \sin. C \\
&\cot. b \sin. c = \cos. c \cos. A + \cot. B \sin. A \\
&\cot. b \sin. a = \cos. a \cos. C + \cot. B \sin. C \\
&\cot. c \sin. b = \cos. b \cos. A + \cot. C \sin. A \\
&\cot. c \sin. a = \cos. a \cos. B + \cot. C \sin. B
\end{aligned}\right.$$

IV. *Relation entre trois angles et un côté.*

31. Dans les formules (β) du paragraphe 29, éliminons

$\sin. A \cos. c$ entre la première et la sixième
$\sin. A \cos. b$ la seconde et la quatrième
$\sin. B \cos. c$ la troisième et la cinquième.

Nous aurons, après avoir mis 1.° $1 - \sin.^2$ au lieu de $\cos.^2$; 2.° avoir divisé par un sinus commun; et 3.° changé les signes.

$$\text{IV.}\left\{\begin{aligned}
&(1)\ \cos. A = \sin. B \sin. C \cos. a - \cos. B \cos. C \\
&(2)\ \cos. B = \sin. A \sin. C \cos. b - \cos. A \cos. C \\
&(3)\ \cos. C = \sin. A \sin. B \cos. c - \cos. A \cos. B
\end{aligned}\right.$$

32. Les formules (α) et (β) contenant cinq des six parties d'un triangle, ne sont pas les seules qui peuvent être utiles, nous allons parvenir à en trouver douze autres avec une grande facilité.

1.° Dans la relation I multiplions

le premier membre de (1) par $\frac{\sin. A}{\sin. a}$ le second membre par $\frac{\sin. B}{\sin. b}$ et ce 2e membre par $\frac{\sin. C}{\sin. c}$

de (2) par $\frac{\sin. B}{\sin. b}$ par $\frac{\sin. A}{\sin. a}$ par $\frac{\sin. C}{\sin. c}$

de (3) par $\frac{\sin. C}{\sin. c}$ par $\frac{\sin. A}{\sin. a}$ par $\frac{\sin. B}{\sin. b}$

Nous aurons les six formules (1) . . . . (6)

$$\left.\begin{array}{l}(1)\text{ et }(2).\ \sin. A \cot. a = \sin. B \sin. c \cos. A + \cot. b \cos. c \sin. B = \sin. C \sin. b \cos. A + \cot. c \cos. b \sin. C\\ (3)\text{ et }(4).\ \sin. B \cot. b = \sin. C \sin. a \cos. B + \cot. c \cos. a \sin. C = \sin. A \sin. c \cos. B + \cot. a \cos. c \sin. A\\ (5)\text{ et }(6).\ \sin. C \cot. c = \sin. A \sin. b \cos. C + \cot. a \cos. b \sin. A = \sin. B \sin. a \cos. C + \cot. b \cos. a \sin. B\end{array}\right\}(\gamma)$$

2.° Dans la relation IV multiplions

le premier membre de (1) par $\frac{\sin. a}{\sin. A}$ le second par $\frac{\sin. b}{\sin. B}$ et ensuite ce second par $\frac{\sin. c}{\sin. C}$

de (2) par $\frac{\sin. b}{\sin. B}$ par $\frac{\sin. a}{\sin. A}$ par $\frac{\sin. c}{\sin. C}$

de (3) par $\frac{\sin. c}{\sin. C}$ par $\frac{\sin. a}{\sin. A}$ par $\frac{\sin. b}{\sin. B}$

Nous obtiendrons les six autres formules (1) . . . . (6)

$$\left.\begin{array}{l}(1)\text{ et }(2)\ \sin. a \cot. A = \cos. a \sin. b \sin. C - \cos. C \cot. B \sin. b = \sin. c \sin. B \cos. a - \cos. B \cot. C \sin. c\\ (3)\text{ et }(4)\ \sin. b \cot. B = \cos. b \sin. c \sin. A - \cos. A \cot. C \sin. c = \sin. a \sin. C \cos. b - \cos. C \cot. A \sin. a\\ (5)\text{ et }(6)\ \sin. c \cot. C = \cos. c \sin. a \sin. B - \cos. B \cot. A \sin. a = \sin. b \sin. A \cos. c - \cos. A \cot. B \sin. b\end{array}\right\}(\delta)$$

Expressions analytiques des lignes trigonométriques d'un triangle sphérique quelconque ABC.

33. Les relations I . . . IV nous fourniront trente-six valeurs, savoir :

6 expressions provenant de la relation I
12 de la relation II
12 de la relation III
6 de la relation IV.

I.

1. $\cos. a = \sin. b \sin. c \cos. A + \cos. b \cos. c$; 2. $\cos. A = \frac{\cos. a - \cos. b \cos. c}{\sin. b \sin. c}$

3. $\cos. b = \sin. a \sin. c \cos. B + \cos. a \cos. c$; 4. $\cos. B = \frac{\cos. b - \cos. a \cos. c}{\sin. a \sin. c}$

5. $\cos. c = \sin. a \sin. b \cos. C + \cos. a \cos. b$; 6. $\cos. C = \frac{\cos. c - \cos. a \cos. b}{\sin. a \sin. b}$

II.

7 et 8. $\sin. A = \frac{\sin. a \sin. B}{\sin. b} = \frac{\sin. a \sin. C}{\sin. c}$

9 et 10. $\sin. B = \frac{\sin. b \sin. A}{\sin. a} = \frac{\sin. b \sin. C}{\sin. c}$

11 et 12. $\sin. C = \frac{\sin. c \sin. A}{\sin. a} = \frac{\sin. c \sin. B}{\sin. b}$

13 et 14. $\sin. a = \frac{\sin. A \sin. b}{\sin. B} = \frac{\sin. A \sin. c}{\sin. C}$

15 et 16. $\sin. b = \frac{\sin. B \sin. a}{\sin. A} = \frac{\sin. B \sin. c}{\sin. C}$

17 et 18. $\sin. c = \frac{\sin. C \sin. a}{\sin. A} = \frac{\sin. C \sin. b}{\sin. B}$

III.

19. $\text{tang. } a = \frac{\sin. c}{\cos. c \cos. B + \cot. A \sin. B}$ 20. $\text{tang. } A = \frac{\sin. B}{\sin. c \cot. a - \cos. c \cos. A}$

21. $\text{tang. } a = \frac{\sin. b}{\cos. b \cos. C + \cot. A \sin. C}$ 22. $\text{tang. } A = \frac{\sin. C}{\sin. b \cot. a - \cos. b \cos. C}$

23. $\text{tang. } b = \frac{\sin. c}{\cos. c \cos. A + \cot. B \sin. A}$ 24. $\text{tang. } B = \frac{\sin. A}{\sin. c \cot. b - \cos. c \cos. A}$

25. $\text{tang. } b = \frac{\sin. a}{\cos. a \cos. C + \cot. B \sin. C}$ 26. $\text{tang. } B = \frac{\sin. C}{\sin. a \cot. b - \cos. a \cos. C}$

27. $\text{tang. } c = \frac{\sin. b}{\cos. b \cos. A + \cot. C \sin. A}$ 28. $\text{tang. } C = \frac{\sin. A}{\sin. b \cot. c - \cos. b \cos. A}$

29. $\text{tang. } c = \frac{\sin. a}{\cos. a \cos. B + \cot. C \sin. B}$ 30. $\text{tang. } C = \frac{\sin. B}{\sin. a \cot. c - \cos. a \cos. B}$

IV.
$$31.\ \cos. A = \sin. B \sin. C \cos. a - \cos. B \cos. C \qquad 32.\ \cos. a = \frac{\cos. A + \cos. B \cos. C}{\sin. B \sin. C}$$
$$33.\ \cos. B = \sin. A \sin. C \cos. b - \cos. A \cos. C \qquad 34.\ \cos. b = \frac{\cos. B + \cos. A \cos. C}{\sin. A \sin. C}$$
$$35.\ \cos. C = \sin. A \sin. B \cos. c - \cos. A \cos. B \qquad 36.\ \cos. c = \frac{\cos. C + \cos. A \cos. B}{\sin. A \sin. B}$$

Résolutions des triangles sphériques rectangles.

34. Les expressions précédentes se simplifient beaucoup, lorsque le triangle *ABC* est rectangle, c'est-à-dire lorsqu'un de ses angles est droit. Si nous supposons que l'angle *A* soit droit, le côté *a* qui lui est opposé prend le nom *d'hypothénuse*, comme dans les triangles rectilignes; les deux autres angles *B* et *C*, aigus ou obtus, se nomment *angles obliques*.

Nous aurons $\sin. A = 1$; $\cos. A = 0$; $\text{cotang.}\ A = 0$

et les expressions désignées ci-dessous deviendront

I. 1. et IV. 32 $\cos. a = \cos. b \cos. c = \cot. B \cot. C$

II. 15. et III. 27 $\sin. b = \sin. B \sin. a = \cot. C\ \text{tang.}\ c$
17. 23 $\sin. c = \sin. C \sin. a = \cot. B\ \text{tang.}\ b$

IV. 33. et III. 19 $\cos. B = \sin. C \cos. b = \cot. a\ \text{tang.}\ c$
35. 21 $\cos. C = \sin. B \cos. c = \cot. a\ \text{tang.}\ b$

Ces dix formules, qui se réduisent à six essentiellement différentes, suffisent en général pour résoudre les triangles sphériques rectangles.

Pour en faciliter l'usage, nous allons réunir dans le tableau suivant toutes les valeurs qui s'y trouvent renfermées.

Valeurs des lignes trigonométriques d'un triangle sphérique rectangle **ABC.**

Hypothénuse a

1. $\cos. a = \cos. b \cos. c$
2. $\cos. a = \cot. B \cot. C$
3. $\sin. a = \dfrac{\sin. b}{\sin. B}$
4. $\sin. a = \dfrac{\sin. c}{\sin. C}$
5. $\cot. a = \dfrac{\cos. B}{\text{tang.}\ c}$ ou $\text{tang.}\ a = \dfrac{\text{tang.}\ c}{\cos. B}$
6. $\cot. a = \dfrac{\cos. C}{\text{tang.}\ b}$ ou $\text{tang.}\ a = \dfrac{\text{tang.}\ b}{\cos. C}$

Côté b

7. $\cos. b = \dfrac{\cos. a}{\cos. c}$
9. $\cos. b = \dfrac{\cos. B}{\sin. C}$
11. $\sin. b = \sin. B \sin. a$
13. $\sin. b = \cot. C\ \text{tang.}\ c = \dfrac{\text{tang.}\ c}{\text{tang.}\ C}$
15. $\text{tang.}\ b = \dfrac{\sin. c}{\cot. B} = \sin. c\ \text{tang.}\ B$
17. $\text{tang.}\ b = \dfrac{\cos. C}{\cot. a} = \cos. C\ \text{tang.}\ a$

Côté c

8. $\cos. c = \dfrac{\cos. a}{\cos. b}$
10. $\cos. c = \dfrac{\cos. C}{\sin. B}$
12. $\sin. c = \sin. C \sin. a$
14. $\sin. c = \cot. B\ \text{tang.}\ b = \dfrac{\text{tang.}\ b}{\text{tang.}\ B}$
16. $\text{tang.}\ c = \dfrac{\sin. b}{\cot. C} = \sin. b\ \text{tang.}\ C$
18. $\text{tang.}\ c = \dfrac{\cos. B}{\cot. a} = \cos. B\ \text{tang.}\ a$

Angle B

19. $\cos. B = \sin. C \cos. b$
21. $\cos. B = \cot. a\ \text{tang.}\ c = \dfrac{\text{tang.}\ c}{\text{tang.}\ a}$
23. $\sin. B = \dfrac{\sin. b}{\sin. a}$
25. $\sin. B = \dfrac{\cos. C}{\cos. c}$
27. $\cot. B = \dfrac{\cos. a}{\cot. C}$ ou $\text{tang.}\ B = \dfrac{\cot. C}{\cos. a}$
29. $\cot. B = \dfrac{\sin. c}{\text{tan.}\ b}$ ou $\text{tang.}\ B = \dfrac{\text{tang.}\ b}{\sin. c}$

Angle C

20. $\cos. C = \sin. B \cos. c$
22. $\cos. C = \cot. a\ \text{tang.}\ b = \dfrac{\text{tang.}\ b}{\text{tang.}\ a}$
24. $\sin. C = \dfrac{\sin. c}{\sin. a}$
26. $\sin. C = \dfrac{\cos. B}{\cos. b}$
28. $\cot. C = \dfrac{\cos. a}{\cot. B}$ ou $\text{tang.}\ C = \dfrac{\cot. B}{\cos. a}$
30. $\cot. C = \dfrac{\sin. b}{\text{tan.}\ c}$ ou $\text{tang.}\ C = \dfrac{\text{tang.}\ c}{\sin. b}$

Transformations de plusieurs de ces valeurs dans des cas particuliers.

35. Dans la théorie, les valeurs précédentes satisfont complètement à la résolution des triangles sphériques rectangles, mais dans la pratique il n'en est pas de même, par la raison que les logarithmes ne sont que des approximations qui ne sont pas toujours suffisantes.

Quand il s'agit de trouver 1.° un angle ou arc très-petit, par le moyen de son cosinus;
2.° un angle ou un arc appar. de 90° par le moyen de son sinus,

la quantité cherchée ne peut s'obtenir avec précision ; alors pour obvier à cet inconvénient, on a recours à des moyens moins directs, mais qui sont susceptibles de donner cette quantité avec une plus grande exactitude.

1.° Lorsqu'un angle ou un arc très-petit est donné par son cosinus.

Soit m l'angle ou l'arc dont le cosinus est donné par une valeur n.

La formule 38 (page 321) des lignes trigonométriques relatives à un seul arc, et la formule 6 (page 322), relative à deux arcs, donneront

$$\cos. m = n = \frac{1 - \text{tang.}^2 \frac{1}{2} m}{1 + \text{tang.}^2 \frac{1}{2} m} \text{ d'où on tire } \text{tang.}^2 \tfrac{1}{2} m = \frac{1-n}{1+n} = \frac{1 - \text{tang. } x}{1 + \text{tang. } x} = \text{tang. } (45^\circ - x)$$

Cela posé, pour trouver l'angle ou l'arc

au lieu de 1° $\cos. a = \cos. b \cos. c$, faites $\text{tang. } x = \cos. b \cos. c$, vous aurez $\text{tang.}^2 \frac{1}{2} a = \text{tang. } (45^\circ - x)$

2° $\cos. a = \cot. B \cot. C$ immédiatement vous aurez $\text{tang.}^2 \frac{1}{2} a = -\dfrac{\cos. (B + C)}{\cos. (B - C)}$

7° $\cos. b = \dfrac{\cos. a}{\cos. c}$ immédiatement vous aurez $\text{tang.}^2 \frac{1}{2} b = \text{t.} \frac{1}{2}(c-a)\, \text{t.} \frac{1}{2}(a+c)$

9° $\cos. b = \dfrac{\cos. B}{\sin. C}$ faites $\text{tang. } x = \dfrac{\cos. B}{\sin. C}$ vous aurez $\text{tang.}^2 \frac{1}{2} b = \text{tang. } (45^\circ - x)$

19° $\cos. B = \sin. c \cos. b$ faites $\text{tang. } x = \sin. C \cos. b$ vous aurez $\text{tang.}^2 \frac{1}{2} B = \text{tang. } (45^\circ - x)$

21° $\cos. B = \cot. a \tan. c$ immédiatement vous aurez $\text{tang.}^2 \frac{1}{2} B = \dfrac{\sin. (a - c)}{\sin. (a + c)}$

2.° Lorsqu'un angle ou un arc approche de 90° et qu'il est donné par son sinus.

Soit m l'angle ou l'arc dont le sinus est donné par une valeur n, nommons z le complément de m, on aura $\sin. m = \sin. (90^\circ - z) = \cos. z = n$

Les formules 36 et 8, citées plus haut, donneront

$$\sin. m = n = \cos. z = \frac{1 - \text{tang.}^2 \frac{1}{2} z}{1 + \text{tang.}^2 \frac{1}{2} z} \text{ d'où il résulte } \text{tang.}^2 \tfrac{1}{2} z = \frac{1-n}{1+n} = \frac{1 - \text{tang. } x}{1 + \text{tang. } x} = \text{tang. } (45^\circ - x)$$

$\text{tang. } x$ sera donnée par $\text{tang. } x = n$; a par $\text{tang.}^2 \frac{1}{2} z = \text{tang. } (45^\circ - x)$, et m par $90^\circ - z$.

Cela posé, pour trouver l'angle ou l'arc

au lieu de 3° $\sin. a = \dfrac{\sin. b}{\sin. B}$ faites $\text{tang.}^2 \frac{1}{2} z = \dfrac{\text{tang. } \frac{1}{2} (B - b)}{\text{tang. } \frac{1}{2} (B + b)}$ vous aurez $a = 90^\circ - z$

4° $\sin. a = \dfrac{\sin. c}{\sin. C}$ faites $\text{tang.}^2 \frac{1}{2} z = \dfrac{\text{tang. } \frac{1}{2} (C - c)}{\text{tang. } \frac{1}{2} (C + c)}$ vous aurez $a = 90^\circ - z$

11° $\sin. b = \sin. B \sin. a$ faites $\text{tang. } x = \sin. B \sin. a$, alors $\text{tang.}^2 \frac{1}{2} z = \text{tang. } (45^\circ - x)$ et $b = 90^\circ - z$

13° $\sin. b = \cot. C \text{ tang. } c$ faites $\text{tang.}^2 \frac{1}{2} z = \dfrac{\sin. (C - c)}{\sin. (C + c)}$ vous aurez $b = 90^\circ - z$

23° $\sin. B = \dfrac{\sin. b}{\sin. a}$ faites $\text{tang.}^2 \frac{1}{2} z = \dfrac{\text{tang. } \frac{1}{2} (a - b)}{\text{tang. } \frac{1}{2} (a + b)}$ vous aurez $B = 90^\circ - z$

25° $\sin. B = \dfrac{\cos. C}{\cos. c}$ faites $\text{tang.}^2 \frac{1}{2} z = \text{tang. } \frac{1}{2} (C + c) \text{ tang. } \frac{1}{2} (c - C)$ vous aurez $B = 90^\circ - z$

Les formules suivantes font connaître l'excès de l'hypothénuse sur l'un des côtés de l'angle droit ; elles ont été données pour la première fois par M. de Prony.

$$\sin. (a - b.)^{*} = \sin. c \cos. b \text{ tang. } \tfrac{1}{2} C$$
$$\sin. (a - c) = \sin. b \cos. c \text{ tang. } \tfrac{1}{2} B$$
$$\sin. (a - b) = \text{tang. } c \cos. a \text{ tang. } \tfrac{1}{2} C$$
$$\sin. (a - c) = \text{tang. } b \cos. a \text{ tang. } \tfrac{1}{2} B$$

Enfin, les formules que nous allons donner établissent des relations qu'il peut être utile de connaître.

$$\sin. c \cos. b = \sin. a \cos. B$$
$$\sin. b \cos. c = \sin. a \cos. C$$
$$t. \tfrac{1}{2}(B+C)\, t. \tfrac{1}{2}(B-C) = \frac{\sin.(b-c)}{\sin.(b+c)}$$

En ayant égard dans ces formules aux signes qui doivent affecter les valeurs de sin., cos., tang. et cotang. d'un angle, on ne sera jamais embarrassé sur l'espèce de l'angle ou du côté cherché, dans tous les cas qui ne sont pas douteux de leur nature.

Appliquons ces formules à des exemples.

1. *Connaissant l'hypothénuse et un angle oblique, déterminer les autres parties du triangle.*

Pour obtenir l'un des côtés de l'angle droit, on fera usage de (11 et 12), pour se procurer l'un des angles obliques de (27 et 28) et pour trouver le second coté de l'angle droit de (17 et 18).

Soit a de 45° 30' 0" et B de 62° 39' 28",38.

Calcul de b (11)	log. sin. a	9.853242
	log. sin. B	9.948550
	log. sin. b	9.801792
On trouvera b de		39° 18' 49",37
Calcul de C (28)	log. cos. a	9.845662
	log. tang. B	10.286451
	log. cot. C	10.132113
On trouvera C de		36° 25' 0"
Calcul de c (18)	log. tang. a	10.007580
	log. cos. B	9.662099
	log. tang. c	9.669679
On trouvera c de		25° 3' 3",27

Soit a de 45° 30' 0" et C de 36° 25' 0".

Calcul de c (12)	log. sin. a	9.853242
	log. sin. C	9.773533
	log. sin. c	9.626775
On trouvera c de		25° 3' 3",27
Calcul de B (27)	log. cos. a	9.845662
	log. tang. C	9.867887
	log. cot. B	9.713549
On trouvera B de		62° 39' 28",38
Calcul de b (17)	log. tang. a	10.007580
	log. cos. C	9.905645
	log. tang. b	9.913225
On trouvera b de		39° 18' 49",37

2. *Connaissant l'hypothénuse et un côté, déterminer les autres parties du triangle.*

Pour obtenir l'un des angles obliques, on fera usage de (23 et 24), pour avoir l'autre côté de l'angle droit, on se servira de (7 et 8), mais dans le cas où le coté cherché serait très-petit, les Tables ne pourraient le donner exactement par son cosinus, alors on fera usage de (7*), et pour trouver le second angle oblique, on se servira de (23); mais si cet angle est très-petit, il faudra se servir de (16*).

Soit a de 45° 30' 0" et b de 39° 18' 49",37.

Calcul de B (23)	log. sin. b	9.801792
	log. sin. a	9.853242
	log. sin. B	9.948550
On trouvera B de		62° 39' 28",38
Calcul de c (8)	log. cos. a	9.845662
	log. cos. b	9.888566
	log. cos. c	9.957096
On trouvera c de		25° 3' 3",27
Calcul de c (17*)	l. tang. ½ $(a-b)$	8.732699
	l. tang. ½ $(a+b)$	9.960635
		18.693334
	l. tang. ½ c	9.346667
On trouvera demi-c de		12° 31' 31"63
c de		25 3 3, 27
Calcul de C (22)	log. tang. b	9.913225
	log. tang. a —	10.007580
	log. cos. C	9.905645
On trouvera C de		36° 25' 0"

Soit a de 45° 30' 0" et b de 25° 3' 3",27.

Calcul de C (24)	log. sin. c	9.626775
	log. sin. a	9.853242
	log. sin. C	9.773533
On trouvera C de		36° 25' 0"
Calcul de b (7)	log. cos. a	9.845662
	log. cos. c	9.957096
	log. cos. b	9.888566
On trouvera b de		39° 18' 49"37
Calcul de b (17*)	l. tang. ½ $(a-c)$	9.256166
	l. tang. ½ $(a+c)$	9.849664
		19.105830
	l. tang. ½ b	9.552915
On trouvera demi-b de		19° 39' 24"68
b de		39 18 49, 37
Calcul de B (21)	log. tang. c	9.669679
	log. tang. a —	10.007580
	log. cos. B	9.662099
On trouvera B de		62° 39' 28"38

Calcul de *C* (21*)	l. sin. $(a-b)$		9.032463
	l. sin. $(a+b)$	−	9.998218
			19.034245
	l. tang. ½ *C*		9.517123
On trouvera demi-*C* de			18° 12' 30"
C de			36 25 0

Calcul de *B* (21*)	l. sin. $(a-c)$		9.543292
	l. sin. $(a+c)$	−	9.974483
			19.568809
	l. tang. ½ *B*		9.784404
On trouvera demi-*B* de			31° 19' 44"19
B de			62 39 28,38

3. *Connaissant un côté et l'angle oblique adjacent, déterminer les autres parties du triangle.*

Pour trouver l'autre côté de l'angle droit, on fera usage de (15 et 16); pour avoir le second angle oblique de (19 et 20); mais si cet angle est très-petit, on se servira de (4*); et pour obtenir l'hypothénuse de (5 et 6).

Soit *B* de 62° 39' 28",38 et *c* de 25° 3' 3",27.

Calcul de *b* (15)	log. tang. *B*	10.286451
	log. sin. *c*	9.626775
	log. tang. *b*	9.913226
On trouvera *b* de		39° 18' 49"37
Calcul de *C* (20)	log. sin. *B*	9.948550
	log. cos. *c*	9.957096
	log. cos. *C*	9.905646
On trouvera *C* de		36° 25' 0"
Calcul de *C* (19*)	log. cot. *z*	9.905645
	z	51° 10' 32"27
	l. tang. $(45°-z)$	9.034245
	l. tang. ½ *C*	9.517123
On trouvera demi-*C* de		18° 12' 30"
C de		36 25 0
Calcul de *a* (5)	log. tang. *c*	9.669679
	log. cos. *B* −	9.662099
	log. tang. *a*	10.007580
On trouvera *a* de		45° 30' 0"

Soit *C* de 36° 25' 0" et *b* de 39° 18' 49",37.

Calcul de *c* (16)	log. tang. *C*	9.867887
	log. sin. *b*	9.801792
	log. tang. *c*	9.669679
On trouvera *c* de		25° 3' 3"27
Calcul de *B* (19)	log. sin. *C*	9.773533
	log. cos. *b*	9.888566
	log. cos. *B*	9.662099
On trouvera *B* de		62° 39' 28"38
Calcul de *B* (19*)	log. cot. *y*	9.662099
	y	65° 19' 50"
	l. tang. $(y-45°)$	9.568809
	l. tang. ½ *B*	9.784405
On trouvera demi-*B* de		31° 19' 44"19
B de		62 39 28,38
Calcul de *a* (6)	log. tang. *b*	9.913226
	log. cos. *C* −	9.905645
	log. tang. *a*	10.007581
On trouvera *a* de		45° 30' 0"

4. *Connaissant un côté et l'angle oblique opposé, déterminer les autres parties du triangle.*

Pour trouver l'hypothénuse, on fera usage de (3 et 4); pour avoir l'autre côté de l'angle droit de (13 et 14); et enfin, pour obtenir le second angle oblique de (25 et 26).

Les quantités données étant de même espèce, les quantités cherchées auront deux valeurs, c'est ce qu'on appelle *cas douteux*.

Suit *B* de 62° 39' 28",38 et *b* de 39° 18' 49"37.

Calcul de *a* (3)	log. sin. *b*	9.801792
	log. sin. *B* −	9.948550
	log. sin. *a*	9.853242
On trouvera *a* de		45° 30' 0"
ou *a* de		134 30 0
Calcul de *c* (14)	log. tang. *b*	9.913226
	log. tang. *B* −	10.286451
	log. sin. *c*	9.626775
On trouvera *c* de		25° 3' 3"27
ou *c* de		154 56 56,73
Calcul de *C* (26)	log. cos. *B*	9.662099
	log. cos. *b* −	9.888566
	log. sin. *C*	9.773533
On trouvera *C* de		36° 25' 0"
ou *C* de		143 35 0

Soit *C* de 36° 25' 0" et *c* de 25° 3' 3",27.

Calcul de *a* (4)	log. sin. *c*	9.626775
	log. sin. *C* −	9.773533
	log. sin. *a*	9.853242
On trouvera *a* de		45° 30' 0"
ou *a* de		134 30 0
Calcul de *b* (13)	log. tang. *c*	9.669679
	log. tang. *C* −	9.867887
	log. sin. *b*	9.801792
On trouvera *b* de		39° 18' 49"37
ou *b* de		140 41 11,63
Calcul de *B* (25)	log. cos. *C*	9.905645
	log. cos. *c* −	9.957096
	log. sin. *B*	9.948549
On trouvera *B* de		62° 39' 28"38
ou *B* de		117 20 31,62

5. *Connaissant les deux côtés de l'angle droit, déterminer les autres parties du triangle.*

Pour avoir l'hypothénuse, on se servira de (1); mais dans le cas où l'hypothénuse serait très-petite, on fera usage de (1*).

Pour obtenir les deux angles obliques, on fera usage de 10.

Soit b de 39° 18' 49",37 et c de 25° 3' 3",27.

Calcul de a (1)	log. cos. b	9.888566
	log. cos. c	9.957096
	log. cos. a	9.845662
On trouvera a de		45° 30' 0"
Calcul de a (1*)	log. cot. x	9.845662
	x	54° 58' 22"9
	l. tang. $(x-45°)$	9.245122
	l. tang. ½ a	9.622561
On trouvera demi-a de		22° 45' 0"
a de		45 30 0

Calcul de B (29)	log. tang. b	9.913226
	log. sin. c −	9.626775
	log. tang. B	10.286451
On trouvera B de		62° 39' 28"38
Calcul de C (30)	log. tang. c	9.669679
	log. sin. b −	9.801792
	log. tang. C	9.867887
On trouvera C de		36° 25' 0"

6. *Connaissant les deux angles obliques, déterminer les autres parties du triangle.*

Pour obtenir l'hypothénuse, on se servira de (6); mais dans le cas où l'hypothénuse serait très-petite, on fera usage de (5*).

Pour se procurer les deux côtés de l'angle droit, on se servira de (12); mais si ces côtés étaient très-petits, on fera usage de (12*).

Soit B de 62° 39' 28",38 et C de 36° 25' 0".

Calcul de a (2)	log. cot. B	9.713549
	log. cot. C	10.132113
	log. cos. a	9.845662
On trouvera a de		45° 30' 0"
Calcul de b (9)	log. cos. B	9.662099
	log. sin. C −	9.773533
	log. cos. b	9.888566
On trouvera b de		39° 18' 49"37
Calcul de b (12*)	l. t. (½$(C+B)$−45°)	8.899582
	l. c. (½$(C+B)$−45°)	10.206247
		19.105829
	l. tang. ½ b	9.552914
On trouvera demi-b de		19° 39' 24"68
b de		39 18 49,37

Calcul de a (2*)	l. cos. $(B+C)$	9.197885
	l. cos. $(B-C)$ −	9.952764
		9.245121
	l. tang. ½ a	9.622561
On trouvera demi-a de		22° 45' 0"
a de		45 30 0
Calcul de c (10)	log. cos. C	9.905645
	log. sin. B −	9.948550
	log. cos. c	9.957095
On trouvera c de		25° 3' 3"27
Calcul de c (12*)	l. t. (½$(B+C)$−45°)	8.899582
	l. c. (½$(B-C)$+45°)	9.793753
		18.693335
	l. tang. ½ c	9.346667
On trouvera demi-c de		12° 31' 31"63
c de		25 3 3,27

Connaissant les deux côtés de l'angle droit et l'un des angles obliques, déterminer la différence entre l'hypothénuse et le côté de l'angle droit adjacent à cet angle.

Pour obtenir cette différence, on fera usage des formules de la page 336.

Soit c de 25° 3' 3",27; b de 39° 18' 49",37; et C de 36° 25' 0".

Calcul de $a-b$ (17)	log. sin. c	9.626775
	log. cos. b	9.888566
	log. tang. ½ C	9.517123
	log. sin. $(a-b)$	9.032464
On trouvera $a-b$ de		6° 11' 10"63

Soit c de 25° 3' 3"27; b de 39° 18' 49",37; et B de 62° 39' 28",38.

Calcul de $a-c$ (17)	log. sin. b	9.801792
	log. cos. c	1.957096
	log. tang. ½ B	9.784404
	log. sin. $a-c$	9.543292
On trouvera $a-c$ de		20° 26' 56"73

Connaissant l'hypothénuse, l'un des côtés de l'angle droit et l'angle oblique qui lui est opposé, déterminer la différence entre l'hypothénuse et l'autre côté de l'angle droit.

Pour obtenir cette différence, on fera usage des formules (18).

Soit a de 45° 30' 0"; c de 25° 3' 3",27; et C de 36° 25' 0".

Calcul de $a - b$ (18)	log. tang. c	9.669679
	log. cos. a	9.845662
	log. tang. ½ C	9.517123
	log. sin. $(a - b)$	9.032464
On trouvera $a - b$ de		6° 11' 12",63

Soit a de 45° 30' 0"; b de 39° 18' 49",37; et B de 62° 39' 28",38.

Calcul de $a - c$ (18)	log. tang. b	9.913226
	log. cos. a	9.845662
	log. tang. ½ B	9.784404
	log. sin. $a - c$	9.543292
On trouvera $a - c$ de		20° 26' 56",73

Le triangle sphérique rectilatère, est celui dans lequel l'un des côtés est égal à 90°

Sa résolution se ramène à celle d'un triangle rectangle, parce qu'à tout triangle rectilatère ABC, dont le côté AC est de 90°, on peut substituer un triangle rectangle BCD, rectangle en D, ayant :

Pour hypothénuse CB, le côté CB du triangle rectilatère.

Pour côtés BD et CD de l'angle droit, le complément de AB et l'angle A.

Pour angles obliques B et C, l'angle B ou son supplément et le complément de l'angle C du triangle rectilatère.

Résolution d'un triangle sphérique obliquangle ABC.

Données.	Inconnues.	Solutions.
Le côté a. Le côté b. L'angle A opposé au côté a.	L'angle B opposé à l'autre côté b.	Sin. a : sin. b :: sin. A : sin. B. L'angle cherché est toujours de même espèce que le côté qui lui est opposé, lorsque a est tout à la fois $> b$ et $< 180° - b$. Dans le cas contraire, les trois inconnues auront chacune deux valeurs.
	L'angle compris C.	De l'angle C on abaissera l'arc perpendiculaire P' sur le côté c; alors l'angle C sera égal à la somme ou à la différence des segmens Z, Z'. Il s'agit donc de calculer ces deux segmens. On aura Z par la proportion, R : cos. b :: tang. A : cot. Z, et Z' s'obtiendra par tang. a : tang. b :: cos. Z : cos. Z' d'où $Z + Z' = C$.
	Le troisième côté c.	En formant dans le triangle ABC la construction indiquée ci-dessus, le côté cherché sera égal à la somme ou à la différence des segmens z, z'; on aura z par cette proportion, R : cos. A :: tang. b : tang. z, et z' par cette seconde analogie, cos. b : cos. a :: cos. z : cos. z'; d'où $z + z' = c$. Dans les deux dernières solutions on doit prendre *la somme des segmens*, quand les angles opposés aux côtés donnés sont de même espèce, sinon, *la différence*.

Données.	Inconnues.	Solutions.
Le côté c. Le côté b. L'angle compris A.	Le troisième côté a.	Abaissant l'arc perpendiculaire P' sur le côté c, on calculera le segment x par cette proportion, $R : \cos. A :: \tang. b : \tang. x.$ Le segment x' est donc connu, puisqu'il est égal à $c \mp x$; puis on obtiendra le côté a par cette proportion, $\cos. x : \cos. x' :: \cos. b : \cos. a.$ Lorsque a est très-petit, il sera déterminé plus exactement par $\tang. x = \frac{\sin. \frac{1}{2} A}{\sin. \frac{1}{2}(b-c)} \sqrt{\sin. b \sin. c}$ $\sin. \frac{1}{2} a = \frac{\sin. \frac{1}{2}(b-c)}{\cos. x}$ Mais si a est très-grand, il faudra faire usage de $\sin. y = \frac{\sin. \frac{1}{2} A}{\cos. \frac{1}{2}(b-c)} \sqrt{\sin. b \sin. c}$ $\cos. \frac{1}{2} a = \cos. \frac{1}{2}(b-c) \cos. y.$
	L'un des deux autres angles, par exemple l'angle B.	Supposant toujours la construction précédente, on aura le segment x par cette proportion, $R : \cos. A :: \tang. b : \tang. x$; ensuite l'angle B par la suivante, $\sin. x' : \sin. x :: \tang. A : \tang. B.$
L'angle A. L'angle B. Le côté b opposé à l'un des deux.	Le côté a opposé à l'un des angles donnés.	$\sin. B : \sin. A :: \sin. b : \sin. a.$ Le côté cherché est toujours de même espèce que l'angle qui lui est opposé, lorsque A est tout à la fois $> B$ et $< 180^\circ - B$. Dans le cas contraire, les trois inconnues auront chacune deux valeurs.
	Le côté c compris entre les angles A et B.	On cherchera le segment x du côté c, par la proportion suivante, $R : \cos. A :: \tang. b : \tang. x$; et le segment x' par cette seconde proportion, $\tang. B : \tang. A :: \sin. x : \sin. x'$; d'où $x \pm x' = c$.
	Le troisième angle C.	L'angle C est égal à la somme ou à la différence des segmens Z, Z', formés par l'arc perpendiculaire P''; on calculera ces deux segmens par les proportions suivantes, $R : \cos. b :: \tang. A : \cot. Z$ $\cos. A : \cos. B :: \sin. Z : \sin. Z'$; d'où $Z \pm Z' = C$. Dans les deux dernières solutions, si les angles donnés sont de même espèce, prenez *la somme des segmens*; sinon *la différence.* Mais le second segment peut avoir deux valeurs. En général, *les espèces des segmens sont entre elles, comme les espèces des côtés opposés aux angles donnés sont entre elles.*

Données.	Inconnues.	Solutions.
L'angle A. L'angle C. Le côté compris b.	Le troisième angle B.	On obtiendra le segment Z de l'angle C, formé par l'arc perpendiculaire P', en faisant cette proportion. $R : \cos. b :: \text{tang.} A : \cot. Z.$ Connaissant Z, on peut déterminer Z' puis on obtiendra B par cette analogie, $\sin. Z : \sin. Z' :: \cos. A : \cos. B.$ Lorsque B est très-petit, il sera déterminé plus exactement par $\text{tang.}\ x = \frac{\sin. \frac{1}{2} b}{\cos. \frac{1}{2}(C-A)} \sqrt{\sin. A \sin. C}$ $\sin. \frac{1}{2} B = \frac{\cos. \frac{1}{2}(C-A)}{\cos. x}$ mais si B est très-grand, on fera usage de $\text{tang.}\ y = \frac{\cos. \frac{1}{2} b}{\sin. \frac{1}{2}(C-A)} \sqrt{\sin. A \sin. C}$ $\cos. \frac{1}{2} B = \frac{\sin. \frac{1}{2}(C-A)}{\cos. y}$
	L'un des deux autres côtés, par exemple le côté a.	On cherchera le segment Z de l'angle C par la proportion, $R : \cos. b :: \text{tang.} A : \cot. Z.$ Le second segment Z' s'obtiendra en prenant la différence entre C et Z; puis pour avoir a, on fera cette proportion; $\cos. Z' : \cos. Z :: \text{tang.} b : \text{tang.} a.$
Le côté a. Le côté b. Le côté c.	Un angle quelconque, par exemple l'angle A.	On déterminera l'angle A par l'une ou l'autre des trois formules, dans lesquelles s représente la demi-somme des trois côtés, $\sin. \frac{1}{2} A = R \sqrt{\left(\frac{\sin. (s-c) \sin. (s-b)}{\sin. b \sin. c}\right)}$ $\cos. \frac{1}{2} A = R \sqrt{\left(\frac{\sin. s \sin. (s-a)}{\sin. b \sin. c}\right)}$ $\text{tang.} \frac{1}{2} A = R \sqrt{\left(\frac{\sin. (s-c) \sin. (s-b)}{\sin. s \sin. (s-a)}\right)}$
L'angle A. L'angle B. L'angle C.	Un côté quelconque, par exemple le côté a	On obtiendra le côté a par l'une des trois formules suivantes, en représentant par s' la demi-somme des trois angles. $\sin. \frac{1}{2} a = R \sqrt{-\left(\frac{\cos. s' \cos. (s'-A)}{\sin. B \sin. C}\right)}$ $\cos. \frac{1}{2} a = R \sqrt{\left(\frac{\cos. (s'-B) \cos. (s'-C)}{\sin. B \sin. C}\right)}$ $\text{tang.} \frac{1}{2} a = R \sqrt{-\left(\frac{\cos. s' \cos. (s'-A)}{\cos. (s'-B) \cos. (s'-C)}\right)}$

Pour applications, nous allons donner *le triangle d'épreuve* calculé par Delambre ; sa notation est la suivante :

Les perpendiculaires abaissées des sommets A, B, C, sur les côtés a, b, c, sont P, P', P''

Les segmens de A sont X, X' ; ceux de B sont Y, Y' ; ceux de C sont Z, Z'

Les segmens de a sont x, x' ; ceux de b sont y, y' ; ceux de c sont z, z'.

RÉSOLUTION
D'UN TRIANGLE SPHÉRIQUE OBLIQUANGLE *ABC*.

Parties.	Angles et Arcs. ° ′ ″	Cordes.	Log. sinus.	Log. cosinus.	Log. tangente.	Log. cotangente.
A	121 36 19.8	1746	9.930275	− 9.719387	− 10.210887	− 9.789113
B	42 15 13.7	721	9.827638	9.869334	9.958304	10.041696
C	34 15 2.8	589	9.750366	9.917286	9.833080	10.166920
a	76 35 36.0	1240	9.988001	9.365228	10.622773	9.377227
b	50 10 30.0	848	9.885364	9.806482	10.078882	9.921118
c	40 0 10.0	684	9.808093	9.884236	9.923856	10.076144
P	25 36 36.5	443	9.635730	9.955089	9.680641	10.319359
P''	33 11 39.0	571	9.738367	9.922632	9.815735	10.184265
P'	40 51 3.0	698	9.815639	9.878760	9.936878	10.063122
X	55 9 58.8	926	9.914245	9.756785	10.157460	9.842540
X'	66 26 21.0	1096	9.962197	9.601759	10.360438	9.639562
Y	− 38 46 29.4	664	− 9.796756	9.891879	− 9.904876	− 10.095124
Y'	81 1 43.1	1299	9.994654	9.192960	10.801695	9.198305
Z	78 6 19.3	1260	9.990573	9.314106	10.676468	9.323532
Z'	− 43 51 16.2	747	− 9.840626	9.858001	− 9.982625	− 10.017375
x	31 50 45.9	549	9.722337	9.929147	9.793190	10.206810
x'	44 44 50.1	761	9.847561	9.851393	9.996168	10.003832
y	73 54 51.5	1202	9.982643	9.442584	10.540059	9.459941
y'	− 23 44 21.5	411	− 9.604848	9.961605	− 9.643243	− 10.356757
z	− 32 8 50.0	554	− 9.725991	9.927721	− 9.798269	− 10.201731
z'	72 9 0.0	1178	9.978574	9.486467	10.492107	9.507893
½ A	60 48 9.9	1012	9.940987	9.688258	10.252730	9.747271
½ B	21 7 36.8	367	9.556827	9.969781	9.587045	10.412955
½ C	17 7 31.4	298	9.469032	9.980305	9.488727	10.511273
½ a	38 17 48.0	656	9.792205	9.894766	9.897439	10.102561
½ b	25 5 15.0	434	9.627368	9.956966	9.670402	10.329598
½ c	20 0 5.0	347	9.534081	9.972982	9.561099	10.438901
$A + B$	163 51 33.5	1980	9.444040	− 9.982534	− 9.461506	− 10.538494
$B + C$	76 30 16.4	1238	9.987840	9.368041	10.619599	9.380201
$A + C$	155 51 22.6	1956	9.611752	− 9.960243	− 9.651509	− 10.348491
$a + b$	126 46 6.0	1788	9.903666	− 9.777123	− 10.126543	− 9.873457
$b + c$	90 10 40.0	1416	9.999998	− 7.491754	− 12.508244	− 7.491756
$a + c$	116 35 46.0	1702	9.951427	− 9.650986	− 10.300442	− 9.699558
½ $(A + B)$	81 55 46.7	1311	9.995678	9.147333	10.848345	9.151655
½ $(B + C)$	38 15 8.2	655	9.991779	9.895031	9.896747	10.103253
½ $(A + C)$	77 55 41.3	1258	9.990288	9.320434	10.669854	9.330146
½ $(a + b)$	63 23 3.0	1051	9.951352	9.651281	10.300068	9.699932
½ $(b + c)$	45 5 20.0	767	9.850158	9.848810	10.001348	9.998653
½ $(a + c)$	58 17 53.0	974	9.929824	9.726573	10.209251	9.790749
$B - A$	− 79 21 6.2	1277	− 9.992456	9.266654	− 10.725802	− 9.274198
$C - B$	− 8 0 10.9	140	− 9.143719	9.995750	− 9.147969	− 10.852031
$C - A$	− 87 21 17.1	1381	− 9.999537	8.664174	− 11.335343	− 8.664657
$b - a$	− 26 25 6.0	457	− 9.648284	9.952099	− 9.696184	− 10.303816
$c - b$	− 10 10 20.0	177	− 9.247009	9.993119	− 9.253890	− 10.746110
$c - a$	− 36 35 26.0	628	− 9.775314	9.904670	− 9.870644	− 10.129356
½ $(B - A)$	− 39 40 33.1	679	− 9.805122	9.886304	− 9.918819	− 10.081181
½ $(C - B)$	− 4 0 5.5	70	− 8.843749	9.998940	− 8.844809	− 11.155191
½ $(C - A)$	− 43 40 38.5	744	− 9.839225	9.859283	− 9.979942	− 10.020058
½ $(b - a)$	− 13 12 33.0	230	− 9.358899	9.988355	− 9.370544	− 10.629456
½ $(c - b)$	− 5 5 10.0	89	− 8.947693	9.998287	− 8.949406	− 11.050594
½ $(c - a)$	− 18 17 43.0	318	− 9.506811	9.977473	− 9.519338	− 10.480662

Connaissant la longitude et la latitude de deux lieux, comme Brest et le Fort Royal de la Martinique, une des Antilles, on demande l'arc de la terre supposée sphérique, intercepté entre ces deux lieux, ou, ce qui revient au même, leur distance.

Cette question donne lieu au cas dans lequel, connaissant deux côtés b et c et l'angle compris A, il s'agit de trouver le troisième côté a.

Latitude . . .	de Brest	N.	48° 23' 14"	Complément de la latitude.	de Brest, ou b	41° 36' 46"
	du Fort Royal	N.	14 35 49		du Fort Royal, ou c	75 24 11
Longitude . . .	de Brest	O.	6 49 0	Angle au Pôle, ou A		56 37 0
	du Fort Royal	O.	63 26 0	On aura $1 : \cos. A :: \text{tang.}\, b : \text{tang.}\, x$; $x' = c - x$		
Différence en longitude			56 37 0	$\cos. x : \cos. x' :: \cos. b : \cos. a$.		
	log. cos. A		9.740551	log. cos. $(c - x)$		9.813817
	log. tang. b		9.948530	log. cos. b		9.873699
	log. tang. x		9.689081	c. log. cos. x		0.046513
	x		26° 2' 48"5	log. cos. a		9.734030
	c		75 24 11	a		57° 10' 39"6
	$c - x$		49 21 22.5	Qui pour 20 lieues par degré, donne 1143l,555.		

Surface du triangle sphérique.

Surface cherchée $= R^2 \sin. 1'' (A + B + C - 180°)''$.

Pour avoir la surface d'un triangle sphérique au logarithme de l'excès de ses trois angles sur 180°, exprimée en secondes, ajoutez le logarithme sinus d'une seconde, la somme vous donnera le logarithme de la surface demandée, le rayon de la sphère étant égal à l'unité.

Mais si à cette somme vous ajoutez deux fois le logarithme du rayon moyen de la terre, exprimé en toises ou en mètres, vous obtiendrez le logarithme de la surface d'un triangle sphérique terrestre, exprimée en toises quarrées ou en mètres quarrés.

On voit comme on pourrait trouver la surface d'une grande région qu'on aurait partagée en triangles sphériques.

Exemple. Déterminer la surface du triangle sphérique de la page 343.

A	121° 36' 19"8		log. 65196"	4.814221
B	42 15 13.7		log. sin. 1"	4.685575
C	34 15 2.8		log. const.	9.499796
$A + B + C$	198 6 36.3	Surface, le rayon étant 1		0.316079
Somme — 180°	18 6 36		log. const.	9.499796
	65196	Rayon moyen en toises, 2	log.	13.028119
			log.	12.527915
		Surface en toises quarrées		3372209000000
			log. const.	9.499796
		Rayon moyen en mètres, 2	log.	13.607759
			log.	13.107555
		Surface en mètres quarrés		12808410000000

Divisant ce nombre par 10000, on aura cette surface exprimée en hectares 1280841000

Cette méthode de déterminer la surface d'un triangle sphérique, suppose la connaissance de ses trois angles; dans le cas où l'on ne connaîtrait que les trois côtes, il faudrait chercher d'abord la somme des angles par la formule suivante, due à M. Cagnoli.

$$\text{Cos. } \tfrac{1}{2} (A + B + C) = - \frac{\sqrt{\sin. s \sin. (s - a) \sin. (s - b) \sin. (s - c)}}{2 \cos. \tfrac{1}{2} a \cos. \tfrac{1}{2} b \cos. \tfrac{1}{2} c}$$

Exemple. Déterminer la somme des angles du triangle sphérique de la page 343.

a	76° 35' 36"	log. sin. s	9.997100
b	50 10 30	log. sin. $(s - a)$	9.072872
c	40 0 10	log. sin. $(s - b)$	9.738556
$2s$ ou $a + b + c$	166 46 16	log. sin. $(s - c)$	9.836874
s	83 23 8		38.645402
$s - a$	6 47 32		19.322701
$s - b$	33 12 38	c. log. 2	9.698970
$s - c$	43 22 58	c. log. cos. ½ a	0.106234
		c. log. cos. ½ b	0.043034
		c. log. cos. ½ c	0.027018
	90 3 2	log. cos. ½ $(A + B + C)$	9.196957

De la surface d'une Zone sphérique.

La surface d'une Zone sphérique à une ou à deux bases, est égale à son épaisseur multipliée par la circonférence d'un grand cercle. Soient H et H' les latitudes des bases de la Zone, et supposons-les de même dénomination, puis désignons par π le rapport de la circonférence au diamètre, et par R le rayon de la sphere; on aura

$$E = R\,(\sin. H' - \sin. H) = 2\,R \sin. 1/2\,(H' - H) \cos. 1/2\,(H' + H),$$

circonférence d'un grand cercle $= 2\,\pi\,R$; ainsi

la surface de la Zone $= 4\,\pi\,R^2 \sin. 1/2\,(H' - H) \cos. 1/2\,(H' + H)$.

Exemple. Déterminer la surfece de la Zone torride, de le Zone tempérée et de la Zone glaciale. La première étant terminée par les tropiqoes du Cancer et du Caprieorne; la seconde par le Cercle Polaire erctique et le tropique du Cancer; la troisieme par le Pôle boréal et le Cercle Polaire erctique. Le reyon moyen de la terre étant de 6366184 mètres, dont le logarithme est de 6.8038793.

	log. 4	0.602060
	log. π	0.497150
	2 log. R	13.607759
Pour les trois Zones	log. constant	14.706969

Zone torride.

$H' =$	+ 23° 28'	log. constant	14.706969
$H =$	— 23 28	log. sin. 1/2 $(H' - H)$	9.600118
		log. cos. 1/2 $(H' + H)$	10.000000
$H' + H =$	0 0		
$H' - H =$	46 56	log. sorface	14.307087
1/2 $(H' - H) =$	23 28	log. 10000	— 4.000000
	en hecteres	log. surface	10.307087

Surface de la Zone torride 2028069158 hectares.

Zone tempérée.

$H' =$	+ 66° 32'	log. constent	14.706969
$H =$	+ 23 28	log. sin. 1/2 $(H' - H)$	9.564716
		log. cos. 1/2 $(H' + H)$	9.849485
$H' + H =$	90 0		
$H' - H =$	43 4	log. sorface	14.121170
1/2 $(H' + H) =$	45 0	log. 10000	— 4.000000
1/2 $(H' - H) =$	21 32	log. sorfece	10.121170

Surfece de la Zone tempérée 13218124620 hectares.

Zone glaciale.

$H' =$	+ 90° 0'	log. constant	14.706969
$H =$	+ 66 32	log. sin. 1/2 $(H' - H)$	9.308259
		log. cos. 1/2 $(H' + H)$	9.308259
$H' + H =$	156 32		
$H' - H =$	23 28	log. surface	13.323487
1/2 $(H' + H) =$	78 16	log. 10000	— 4.000000
1/2 $(H' - A) =$	11 44	log. surface	9.323487

Sorfece de la Zone glaciale 2106136408 hectares.

Ainsi le Zone do milieu, oo torride	est de	2028069158
la Zone tempérée, boréele	est de	1321812 4620
la Zone tempérée, australe	est de	1321812 4620
le Zone glaciele do Nord	est de	2106136408
la Zone glaciale do Sud	est de	2106136488
Surface entière do globe		5092939 1214

En prenent pour unité la surface entière du globe,

Les Zonea glaciales en forment les	0,083
Les Zones tempéréea	0,519
La Zone torride	0,398

PROBLÈME XXXV.

Déterminer la position d'un lieu.

1. La position d'un lieu sur le globe est déterminée par sa distance à deux cercles imaginaires, passant par le centre de la terre et se coupant à angles droits. L'un d'eux s'appelle l'*équateur*, et l'autre *le premier méridien*. La position de l'équateur est fixe, mais celle du premier méridien est arbitraire : en France, on a adopté pour premier méridien celui qui passe par l'Observatoire royal de Paris; c'est sur ce méridien que sont construites toutes les Tables dont on fait usage dans l'astronomie et la navigation.

2. L'équateur a pour axe, l'axe de la terre, et pour pôles, les pôles de la terre; ce cercle la divise en deux parties égales, nommées *hémisphère Nord et Sud*. *La latitude* d'un lieu est sa distance à l'équateur, comptée en degrés sur l'arc du méridien terrestre, compris entre ce lieu et l'équateur : elle est *Nord*, si le lieu est situé dans l'hémisphère Nord; elle est *Sud*, lorsqu'il est placé dans l'hémisphère Sud. La latitude est la même pour tous les lieux situés sur un même parallèle à l'équateur.

3. Le premier méridien divise la terre en deux parties égales, appelées *hémisphères oriental et occidental*. *La longitude* d'un lieu est l'arc de l'équateur, compris entre le méridien de ce lieu et le premier méridien. Cette longitude se compte ordinairement de part et d'autre du premier méridien, depuis 0° jusqu'à 180°; elle est la même pour tous les lieux placés sur un même méridien : Lorsqu'elle est exprimée en heures, elle indique la différence des heures que l'on compte au même instant au premier méridien et au lieu dont on a la longitude.

La longitude est *orientale*, si le méridien de ce lieu est situé dans l'hémisphère oriental; elle est *occidentale*, lorsqu'il est placé dans l'hémisphère occidental.

4. On peut conclure de ce qui précède, que deux lieux différens ne peuvent avoir en même temps une même latitude et une même longitude; s'ils ont une même latitude, leur longitude est différente, et réciproquement. Ainsi la latitude et la longitude fixent exactement la position des lieux.

5. Toutes les fois qu'on fera route vers le Nord ou vers le Sud, on restera sur le méridien du lieu du départ, et par conséquent on aura constamment la même longitude; seulement, par cette route, la latitude augmentera ou diminuera : elle ira en augmentant, si l'on s'éloigne de l'équateur; et elle ira en diminuant, si l'on s'en approche.

6. Les méridiens étant des grands cercles, leurs degrés sont de la même grandeur par toute la terre, abstraction faite de l'aplatissement de la terre vers les poles. La Commission des poids et mesures a trouvé le quart du méridien de 5130740 toises en supposant un applatissement de $\frac{1}{334}$; avec un applatissement de $\frac{1}{289}$, M. Delambre a trouvé 5131111ᵗ. Le premier nombre donne pour le degré moyen 57008ᵗ,2222, le second 57012ᵗ,3457 : la minute vaudra donc 950ᵗ,137 ou 950ᵗ,2057; la seconde 15ᵗ,835617 ou 15ᵗ,836763; la lieu marine sera de 2850ᵗ,411 ou 2850ᵗ,6171.

7. Le degré de grand cercle valant 20 lieues marines, il s'ensuit que chaque lieue vaut 3 minutes de degré, et que ⅓ de lieue vaut ou un mille ou une minute. Ainsi, pour réduire un certain nombre de lieues en degrés, il faut le diviser par 20; le quotient de la division indiquera les degrés : il faudra tripler le reste pour avoir les minutes; ou bien, on triplera le nombre total des lieues, ce qui le réduira en milles, que l'on comptera pour autant de minutes de degrés.

8. Lorsqu'on fait route à l'Est ou à l'Ouest, on reste constamment sur le même parallèle, et par conséquent on conserve toujours la même latitude; mais la longitude augmente ou diminue, par cette route, selon qu'on s'éloigne ou qu'on s'approche du premier méridien. Les parallèles sont d'autant plus petits qu'ils sont situés par une plus grande latitude : ainsi, leurs degrés, qui sont des degrés de longitude, vont en décroissant, suivant le même rapport que leur circonférence. Il n'y a que sur l'équateur que les degrés de longitude sont égaux à ceux de latitude, c'est-à-dire de 20 lieues; partout ailleurs, ils sont plus petits; sur le parallèle de 60 degrés, ils ne sont que de 10 lieues.

9. On appelle *différence en latitude* le chemin qu'on a fait au Nord ou au Sud : si l'on a fait 57 lieues au Nord, la différence est Nord de 2° 51'; elle serait Sud de 1° 24',

si l'on avait fait 28 lieues ou 84 milles au Sud, et ainsi des autres. On appelle aussi différence en latitude, l'arc du méridien compris entre deux parallèles.

10. *La différence en longitude* est le nombre de degrés qui correspond au chemin qu'on a fait à l'Est ou à l'Ouest; elle est, par conséquent, toujours orientale ou occidentale. On appelle aussi de ce nom l'arc de l'équateur, ou d'un parallele compris entre deux meridiens.

11. Connaissant le chemin fait à l'Est ou à l'Ouest, on n'en peut pas conclure immédiatement la différence en longitude, comme on conclut celle en latitude par le chemin fait au Nord ou au Sud, parce que les degrés de longitude sont plus petits que ceux de latitude : il faut être sur l'équateur pour que cela puisse avoir lieu.

Connaissant les latitudes de deux lieux, trouver leur différence en latitude.

12. Lorsque les latitudes sont de mêmes dénominations, retranchez la plus petite de la plus grande; mais si elles sont de différentes dénominations, ajoutez les : la différence ou la somme donnera la différence demandée.

Exemple 1. Quelle est la différence en latitude entre le cap Finistère, situé par 42° 54' de latitude Nord, et le cap Ortegal, situé par 43° 46' 40'' de latitude Nord ?

Latitude du cap Ortegal		43° 46' 40''
Latitude du cap Finistère		42 54 0
Différence en latitude,	N.	0 52 40
en milles,		52,67

Exemple 2. Un vaisseau, situé par 45° 22' de latitude Sud, doit aller dans un lieu situé par 15° 58' de latitude Sud : on demande la différence en latitude de ces deux lieux.

Latitude de départ		45° 22'
Latitude d'arrivée		15 58
Différence en latitude,	N.	29 24
en milles,		17,54

Connaissant la différence entre les latitudes de deux lieux et la latitude de l'un d'eux, trouver la latitude du second.

13. Lorsque la différence entre les latitudes est de même dénomination que la latitude donnée, ajoutez-les; mais si elle est de différente dénomination, prenez leur différence : la somme ou la différence sera la latitude demandée, de même dénomination que la plus grande des deux quantités.

Exemple 1. Un vaisseau, situé par 48° 24' de latitude Nord, court au Nord jusqu'à ce que la différence en latitude soit de 3° 52' : on demande la latitude du lieu d'arrivée.

Latitude du départ,	N.	48° 24'
Différence en latitude,	N.	3 52
Latitude d'arrivée,	N.	52 16

Exemple 2. Un vaisseau, situé par 6° 52' de latitude Nord, a fait 833 milles au Sud : trouver la latitude du lieu où il est arrivé.

Latitude du départ,	N.	6° 52'
Différence en latitude,	S.	13 53
Latitude d'arrivée,	S.	7 1

Connaissant les longitudes de deux lieux, trouver leur différence en longitude.

14. Si les longitudes sont de mêmes dénominations, retranchez la plus petite de la plus grande, et le reste sera la différence en longitude; mais si les longitudes sont de différentes dénominations, leur somme donnera la différence en longitude. Si la somme surpasse 180°, son complément à 360° donnera la différence demandée.

Exemple 1. Quelle est la différence en longitude entre le port de Brest, situé par 6° 49' de longitude occidentale, et la pointe Nord-Est de l'île de la Désirade, située par 63° 22' 5'' de longitude occidentale ?

Longitude de Brest,	Oc.	6° 49' 0''
Longitude de la pointe,	Oc.	63 22 5
Différence en longitude		56 33 5

Exemple 2. Quelle est la différence en longitude entre le cap Nord-Est d'Asie, situé par 178° 28' 30'' de longitude orientale, et le cap Young de l'île de Chatam, situé par 179° 18' 15'' de longitude occidentale ?

Longitude du cap Nord-Est,	Or.	178° 28' 30''
Longitude du cap Young,	Oc.	179 18 15
Somme		357 46 45
Différence en longitude		2 13 15

Connaissant la différence en longitude de deux lieux et la longitude de l'un d'eux, trouver la longitude du second.

15. Si la longitude donnée et la différence en longitude sont de différentes dénominations, retranchez la plus petite de la plus grande, et le reste sera la longitude demandée, de même dénomination que la plus grande quantité; mais si elles sont de mêmes dénominations, ajoutez les, et la somme donnera la longitude cherchée, de même dénomination que la longitude donnée. Si la somme surpasse 180°, prenez son complément à 360°, et vous aurez la longitude demandée, d'une dénomination contraire à la longitude donnée.

Exemple 1. Un vaisseau, situé par 9° 54' de longitude orientale, a fait à l'Ouest une route qui lui a donné 21° 18' de différence en longitude : on demande la longitude du lieu de l'arrivée.

Longitude du départ,	Or.	9° 54'
Différence en longitude,	Oc.	21 18
Longitude demandée,	Oc.	11 24

Exemple 2. Un vaisseau, situé par 172° 25' de longitude orientale, court à l'Est jusqu'à ce que la différence en longitude soit de 25° 28' : on demande la longitude du lieu de l'arrivée.

Longitude du départ,	Or.	172° 25'
Différence en longitude,	Or.	15 28
Somme		187 53
Longitude demandée,	Oc.	172 7

PROBLÈME XXXVI.

Déterminer la longueur et la direction d'une route.

Le moyen dont on fait usage à la mer pour connaître le chemin que fait un vaisseau, se réduit à déterminer l'espace qu'il parcourt pendant une partie connue de l'heure; on en conclut ensuite le chemin qu'il fait pendant tout autre espace de temps, en supposant que la vitesse continue d'être la même que pendant l'expérience.

La durée de l'expérience est ordinairement d'une demi minute, ou 30 secondes, lesquelles se mesurent à l'aide d'un sablier qui est exactement de la même durée.

L'instrument dont on se sert pour mesurer le chemin que le vaisseau fait pendant une demi-minute, est appelé *loch*.

Le *loch* est un morceau de bois auquel on donne la figure d'un triangle isocèle, ou d'un secteur de 7 à huit pouces de hauteur; sa base, plus petite que les deux autres côtés, est chargée d'une lame de plomb pour lui faire prendre une position verticale lorsqu'on le jette dans la mer. Sur une des faces est attachée une longue ficelle, nommée *ligne de loch*, divisée en parties égales par des nœuds. La distance entre les nœuds est la 120.e partie d'un mille ou de 950 toises, c'est-à-dire que la distance de chaque nœud est de 47 pieds ½. Or, comme l'expérience dure une demi-minute, et que dans une heure il y a 120 demi minutes, il s'ensuit donc que, pour chaque nœud qui aura été filé durant l'expérience, le vaisseau doit faire 120 fois autant de chemin, c'est-à-dire un mille par heure, en supposant toujours son mouvement uniforme.

Si le vaisseau changeait de vitesse pendant l'heure, il faudrait répéter cette expérience autant de fois qu'on le jugerait convenable; et si le vaisseau n'avait conservé sa même vitesse que pendant un quart d'heure, par exemple, il ne faudrait compter pour ce quart-d'heure que le quart du chemin trouvé par le loch, lorsque le vaisseau avait cette vitesse.

(Il est à présumer que les anciens avaient plusieurs moyens de mesurer le sillage d'un bâtiment. Vitruve, qui vivait au commencement du siècle d'Auguste, dit que les Phéniciens y parvenaient par une roue garnie de vannes, placée à l'extérieur et sur le côté du navire, qui tournait plus ou moins vite suivant la vitesse du bâtiment. Pour obtenir le chemin fait par le nombre des tours de cette roue, on en avait ajustée une seconde dans l'intérieur, dont les mouvemens et les révolutions étaient réglés sur la première, de manière que quand celle-ci faisait un tour, la seconde laissait tomber un caillou dans un bassin, alors le nombre des révolutions et par conséquent le chemin se trouvait marqué par le nombre des cailloux du bassin, ce qui supposait qu'une expérience préliminaire avait fait connaître le nombre des cailloux correspondant à un espace parcouru dans un temps donné. Ce moyen, qui au premier aspect paraissait atteindre son but, ne donnait que des résultats erronés, qui y ont fait renoncer.

Quant au loch qui est maintenant en usage, l'auteur n'en est pas connu; on sait seulement que *William Bourne* en a parlé le premier en 1577 dans son ouvrage *a Regiment for the sea*, mais on ne trouve aucune mention de son usage à la mer avant 1607, dans un voyage aux Indes orientales, publié par *Purchas*).

Pour faire usage du loch, on le jette à la mer, de la poupe, du côté opposé au vent, et on lache la ficelle à mesure que le vaisseau fait route; on attend qu'il soit éloigné de la poupe d'une quantité égale à la longueur du navire (une marque sur la ficelle détermine cette longueur), et c'est lorsqu'on y parvient que l'on commence à compter les 30 secondes: alors celui qui jette le loch avertit, par le mot *vire*, de tourner le sablier; et celui-ci, par le mot *stop*, donne au premier le signal d'arrêter le loch lorsque le sablier finit.

Le résultat de cette opération serait exact, si le loch restait immobile à la surface de la mer; mais il est entraîné par les courans, la lame, les vents, etc., en sorte qu'il ne fait connaître le mouvement du vaisseau que par rapport à un point qui est ou qui peut être mobile sur la surface de la mer: l'expérience a fait voir qu'en laissant 47 pieds et demi entre les nœuds, on trouve toujours trop peu de chemin; ce qui prouve que le loch est mobile, et qu'il tend toujours à s'approcher du vaisseau. Suivant les différentes expériences faites, on a trouvé qu'il ne fallait mettre entre les nœuds que 45 pieds.

Comme la ligne de loch peut changer de longueur, il faut avoir soin de la vérifier, afin de tenir compte des changemens qu'elle aura éprouvés.

Pareillement, si en vérifiant le sablier par sa comparaison avec une montre à secondes, on trouve qu'il est altéré dans sa durée, on doit aussi en tenir compte, afin d'avoir la distance parcourue.

Corriger le chemin trouvé avec un sablier altéré, la ligne de loch étant exacte.

Multipliez le chemin trouvé par 30, et divisez le produit par le nombre de secondes qu'a duré le sablier, le quotient sera le chemin corrigé.

Exemple 1. Un vaisseau a filé 10 nœuds, pendant la durée d'un sablier qui n'était que de 27 secondes: trouver le chemin parcouru.

Nœuds filés	10
Multipliez par	30
Produit	300
Quotient de 300 par 27 =	11,1

Exemple 2. Un navire a fait 92 milles, évalués avec un sablier dont la durée était de 33 secondes: on demande le chemin vrai.

Chemin évalué	92
Multipliez par	30
Produit	2760
Quotient de 2760 par 33 =	83,64

Corriger le chemin trouvé sur l'estime d'un loch altéré, le sablier étant exact.

Multipliez le chemin trouvé par la distance moyenne qui existe entre les nœuds, et divisez le produit par 45, le quotient sera le chemin corrigé.

Exemple 1. Un vaisseau a filé 9 nœuds, sur l'estime d'un loch dont la distance entre les nœuds était de 40 pieds: on demande le chemin vrai.

Chemin estimé	9
Multipliez par	40
Produit	360
Dont le quotient par 45 =	8

Exemple 2. Un navire a fait 52 milles, évalués avec un loch dont la distance des nœuds était de 48 pieds: on demande le chemin vrai.

Chemin estimé	52
Multipliez par	48
Produit	2496
Dont le quotient par 45 =	55,47

Corriger le chemin trouvé lorsque la ligne de loch et le sablier sont tous deux altérés.

Multipliez le double du chemin trouvé par la distance altérée entre les nœuds, et divisez le produit par le triple du nombre de secondes que dure le sablier, le quotient sera le chemin corrigé.

Exemple 1. Un navire a filé 10 nœuds pendant la durée d'un sablier qui n'était que de 26", la distance entre les nœuds étant alors de 42 pieds : on demande le chemin corrigé.

Double du chemin	20
Multipliez par	42
Produit	840
Divisez par	78
Quotient	10 10/13 pour le chemin demandé.

Exemple 2. Un vaisseau a estimé avoir fait 56 milles, avec un sablier dont la durée était de 32 secondes, et la longueur des nœuds de 47 pieds ; on demande le chemin corrigé.

Double du chemin	112
Multipliez par	47
Produit	5264
Divisez par	96
Quotient	54,8 pour le chemin demandé.

De la direction de la route.

La boussole ou le compas de route est l'instrument à l'aide duquel on dirige la route du vaisseau ; il consiste en une aiguille d'acier aimantée, posée en équilibre sur un pivot, de manière à pouvoir tourner librement dans tous les sens : cette aiguille tient à un cercle sur lequel on trace trente-deux pointes qui divisent la circonférence en trente-deux parties égales, appelées rhumbs de vent ou pointes du compas. Le cercle ainsi divisé se nomme *rose des vents.*

Les trente-deux rhumbs de vent sont écrits dans l'ordre naturel, qui est en passant du Nord à l'Est, de l'Est au Sud, du Sud à l'Ouest et de l'Ouest au Nord ; et par la disposition qu'on leur a donnée, l'on trouve chaque rhumb de vent vis-à-vis de son opposé, sur la même ligne.

N.	S.
N. ¼ N. E.	S. ¼ S. O.
N. N. E.	S. S. O.
N. E. ¼ N.	S. O. ¼ S.
N. E.	S. O.
N. E. ¼ E.	S. O. ¼ O.
E. N. E.	O. S. O.
E. ¼ N. E.	O. ¼ S. O.
E.	O.
E. ¼ S. E.	O. ¼ N. O.
E. S. E.	O. N. O.
S. E. ¼ E.	N. O. ¼. O.
S. E.	N. O.
S. E. ¼ S.	N. O. ¼ N.
S. S. E.	N. N. O.
S. ¼ S. E.	N. ¼ N. O.

Le compas de route est renfermé dans l'*habitacle*, qui est une espèce d'armoire ouverte, située selon la largeur du vaisseau, ou perpendiculairement à la longueur de la quille. La boîte de la boussole est parfaitement carrée ; ce qui fait qu'en examinant la situation de la rose, par rapport à la boîte, ou par rapport à l'habitacle, on sait, sans être obligé de porter la vue plus loin, où est le cap du navire, c'est-à-dire quelle est sa direction.

Lorsque la boussole sert à relever les objets, c'est-à-dire à reconnaître l'air de vent auquel ils répondent, on l'appelle *compas de variation.*

Le compas de route sert à déterminer la position de la quille du vaisseau, à l'égard de la vraie ligne Nord et Sud, et à la maintenir ou à la ramener à cette position lorsqu'elle s'en écarte ; mais il ne fait pas connaître la direction de la route du vaisseau, qui, le plus souvent, est différente de la direction de la quille. C'est le compas de variation qu'on emploie pour connaître l'angle que la route fait avec la quille, angle que l'on appelle la *dérive* ; voici comment on la détermine :

Le vaisseau faisant route, laisse assez loin en arrière de lui une trace qu'on appelle la *houache* ; qui étant l'effet de sa marche est sur la ligne même qu'il suit, du moins en supposant que la mer n'ait aucun mouvement propre. Il ne s'agit donc que de relever cette trace au compas de variation ; le nombre des degrés compris entre cette direction et le rhumb de vent opposé à celui où l'on gouverne, marque la dérive.

Exemple 1. En faisant route au S. O. 5° O., on a relevé la houache du vaisseau au N. E. ¼ N. : on demande la dérive.

Rhumb de vent opposé au S. O. 5° O. ; le N. E. 5° E. ; en degrés	50° 0'
Relèvement de la houache, le N. E. ¼ N.	33 45
Différence, qui est la dérive	16 15

Exemple 2. On gouverne au N. ¼ N. O. 5° N. ; la houache a été relevée au S. ¼ S. O. 3° O. : on demande la dérive.

Rhumb de vent opposé au N. ¼ N. O. 5° N. ; le S. ¼ S. E. 5° S. ; en degrés	6° 15'
Relèv. de la houache, le S. ¼ S. O. 3° O.	14 15
Somme, qui est la dérive	20 30

Exemple 3. On fait route à l'E. S. E. 4° S., la houache relevée à l'O. 2° N.: on demande la dérive.

Rhumb du vent opposé à l'E. S. E. 4° S.;	
l'O. N. O. 4° N.; en degrés	63° 30'
Relèvement de la houache, l'O. 2° N.	88 »
Différence, qui est la dérive	24 30

Exemple 4. On a le cap au N. E. 1/4 E., la houache relevée à l'O. 1/4 S. O. 2° O.: on demande la dérive.

Rhumb de vent opposé au N. E. 1/4 E.;	
le S. O. 1/4 O.; en degrés	56° 15'
Relèv. de la houache, l'O. 1/4 S. O. 2° O.	80 45
Différence, qui est la dérive	24 30

La dérive n'est point la même pour tous les vaisseaux en général; les uns en ont plus, les autres moins, quoiqu'à voilures égales: elle dépend de la qualité de la mer, de la force du vent, de la quantité de voiles que le navire porte actuellement, de la manière dont il est construit, chargé, arrimé, etc. Enfin, cet élément dépend d'un si grand nombre de circonstances, qu'il n'y a que l'observation immédiate qui puisse le fournir avec une certaine exactitude.

La dérive est toujours du côté opposé au vent, ou qui n'est point amuré; c'est-à-dire que le vaisseau s'éloigne de la route où il présente le cap dans le sens opposé à la direction du vent: ainsi, la dérive est du côté droit ou à tribord, si le vent souffle du côté gauche ou à babord, ou si les amures sont à babord; au contraire, elle sera sur la gauche ou à babord, si le vent souffle du côté droit ou à tribord, ou si les amures sont à tribord.

Corriger de la dérive une route déjà faite.

Si la dérive est à tribord, comptez-la à droite du rhumb de vent auquel on a cinglé; si elle est à babord, comptez-la à gauche du même rhumb de vent.

Exemple 1. Ayant gouverné au N. O. 1/4 O. 4° O., les amures à tribord, avec 17° de dérive: on demande la vraie route qu'on a tenue.

La route corrigée est l'O. 1/4 N. O. 1° 30' N.

Exemple 2. Les vents étant au N. E., on a gouverné à l'E. 1/4 S. E. 5° S., avec 21° de dérive: on demande la route suivie.

La route valait le S. E. 1/4 E. 3° 30' S.

Exemple 3. Les vents étant au S. O., on a gouverné au S. S. E. 3° S., la dérive étant de 33°: trouver la vraie route qu'on a tenue.

La vraie route est le S. E. 1/4 E. 3° 45' S.

Exemple 4. On a cinglé au S. S. E., les amures à babord, et avec 16° de dérive: on demande la vraie route du navire.

La vraie route est le S. 1/4 S. E. 4° 45' S.

Prévenir des effets de la dérive une route à faire.

Si la dérive est à tribord, comptez-la à gauche du rhumb de vent projeté; si elle est à babord, comptez-la à droite du même rhumb de vent.

Exemple 1. On a vu sur une carte, que pour se rendre dans un port, il faut que la route vaille le N. O. 1/4 O. 4° O.; mais les vents sont de la partie du N. N. E.: trouver à quel rhumb de vent il faut gouverner, en supposant qu'en mettant le cap directement à cette route, la dérive soit de 8°.

Il faut gouverner au N. O. 1/4 O. 4° N., pour que la route vaille le N. O. 1/4 O. 4° O.

Exemple 2. On a besoin de suivre le S. E. 3° E.; mais les circonstances exigent qu'on ait pour cela les amures à babord, ce qui produit 11° de dérive; on demande à quel rhumb de vent il faut gouverner.

Il faut gouverner au S. E. 1/4 E. 2° 45' E.

Pour connaître la route que suit le navire, il faut encore avoir continuellement égard à la déclinaison ou à la variation de la boussole, laquelle est quelquefois très-grande: lorsqu'elle a été déterminée par quelqu'une des méthodes données précédemment, il faut corriger toutes les routes parcourues par le vaisseau, afin d'avoir les vraies routes qui leur correspondent.

Lorsque la variation est N. O. ou babord, chacun de ses rhumbs de vent est transporté vers la gauche; c'est-à-dire du N. vers l'O., de l'O. vers le S., du S. vers l'E., et de l'E. vers le N.

D'où il suit que, si la route est comprise entre le N. et l'O., on s'éloigne du Nord du monde de toute la quantité de la variation.

Si la route a été entre le S. et l'O., on s'éloigne de l'Ouest du monde d'une quantité égale à la variation.

Si elle a été entre le S. et l'E., la vraie route s'écarte du Sud du monde de toute la quantité de la variation.

Si elle a été entre le N. et l'E., on s'écarte de l'Est du monde d'une quantité égale à la variation.

Lorsque la variation est N. E. ou tribord, chacun de ses rhumbs de vent s'écarte vers la droite ; c'est-à-dire du N. vers l'E., de l'E. vers le S., du S. vers l'O., et de l'O. vers le N.

D'où il résulte que, si la route est comprise entre le N. et l'E., on s'écarte du Nord du monde de toute la quantité de la variation.

Si la route a été entre le S. et l'E., on s'éloigne de l'Est du monde d'une quantité égale à la variation.

Si elle a été entre le S. et l'O., la vraie route s'écarte du Sud du monde de toute la variation.

Si elle a été entre le N. et l'O., on s'écarte de l'Ouest du monde d'une quantité égale à la variation.

Corriger de la variation une route déjà faite.

Si la variation est N. O. ou babord, comptez-la à gauche du rhumb de vent sur lequel on a fait route.

Si la variation est N. E. ou tribord, comptez-la à droite du rhumb de vent auquel on a gouverné.

Pour faciliter l'application de ces règles, on remarquera que, par ces expressions *à gauche, à droite* d'un rhumb de vent, on est supposé placé au centre de la rose des vents, et tourné vers le point désigné par le rhumb de vent du compas. Lorsqu'il y a des degrés joints au rhumb de vent, ajoutez-les avec la variation N. O. ou babord, s'ils sont à gauche du rhumb de vent ; ou les en retranchez, s'ils sont à droite, et corrigez ensuite l'air de vent, comme s'il n'y avait pas de degrés. Lorsqu'au contraire la variation est N. E. ou tribord, ajoutez-les avec la variation, s'ils sont à droite de l'air de vent ; on les en retranchez, s'ils sont à gauche, et corrigez comme s'il n'y avait pas de degrés.

Exemple 1. On a gouverné au S. E. ¼ S. du compas, ayant 17° 30' de variation N. O. ou babord : on demande la vraie route qu'on a tenue.

La route demandée est le S. E. ¼ E. 5° S.

Exemple 2. On a cinglé sur le S. ¼ S. E. de la boussole, la variation étant N. E. ou tribord, de 19° : on demande la vraie route qu'on a tenue.

La route demandée est le S. ¼ S. O. 3° 30' S.

Exemple 3. On a cinglé au S. O. ¼ O. 3° S. du compas, la variation étant N. O. ou babord, de 25° : on demande la vraie route qu'on a tenue.

La route cherchée est le S. O. ¼ S. 5° 30' S.

Exemple 4. Ayant cinglé au N. E. ¼ N., la variation étant N. E. ou tribord, de 20° : on demande la vraie route qu'on a tenue.

La route cherchée est le N. E. ¼ E. 2° 30' N.

Corriger de la variation une route à faire.

On peut avoir besoin de suivre une certaine route pour se rendre à un port, ce qu'on ne peut faire qu'en prévenant l'erreur que produit la variation.

Si la variation est N. O. ou babord, ajoutez-la à droite du rhumb de vent sur lequel on veut faire route.

Si la variation est N. E. ou tribord, ajoutez-la à gauche du rhumb de vent auquel on veut gouverner.

Exemple 1. On demande à quel rhomb de vent il faut gouverner pour que la route vraie soit l'E. ¼ N. E., la variation étant N. O. ou babord de 29°.

La route du compas est l'E. S. E. 4° 45' E.

Exemple 2. La variation étant de 29° N. E. ou tribord, on demande à quel rhumb de vent il faut gouverner pour faire route au S. E.

Il faut gouverner à l'E. S. E. 6° 30' E.

Exemple 3. On a vu sur une carte, que la route qu'il convient de tenir pour se rendre dans un port est le S. O. 3° S.; mais la variation est de 17° N. O. ou babord : trouver le rhumb de vent où il faut gouverner.

Il faut gouverner au S. O. 1/4 O. 2° 45' O.

Exemple 4. Pour se rendre dans un port, il faut que la route soit le S. E. 5° S.; mais la variation est N. O. ou babord, de 17°: on demande à quel rhumb de vent du compas il faut gouverner.

Il faut gouverner au S. S. E. 30' E.

Corriger une route faite, de la variation et de la dérive.

Si la dérive et la variation sont toutes deux de même dénomination, ajoutez-les, et opérez ensuite avec la somme, comme si elle exprimait une dérive de même dénomination que l'une des deux quantités.

Si la dérive et la variation sont de différentes dénominations, retranchez la plus petite quantité de la plus grande, et opérez ensuite avec le reste, comme s'il exprimait une dérive de même dénomination que la plus grande des deux quantités.

Exemple 1. Ayant gouverné au N. O. 3° N., avec un compas dont la variation était de 14° à tribord, ayant les amures à babord avec 15° de dérive, on demande la vraie route.

La route demandée est le N. 1/4 N. O. 1° 45' O.

Exemple 2. La variation étant babord de 19°, et la dérive de 14°, amures à tribord, on demande quelle route on suit, lorsqu'on gouverne au N. E. 1/4 N.

La route corrigée est le N. 45' E.

Exemple 3. La variation étant tribord de 12°, on a gouverné au N. O.; les vents étant à l'E. N. E., la dérive était de 32°: on demande la vraie route que l'on a suivie.

La route cherchée est l'O. N. O. 2° 30' N.

Exemple 4. Ayant gouverné au S. O. 4° O., avec un compas dont la variation était de 24° babord, les vents étaient au S. E., et la dérive de 11°, on demande la vraie route.

La route demandée est le S. O. 1/4 S. 2° 15' O.

PROBLÊME XXXVII.

Contenant les principes de la réduction des routes.

La réduction des routes est l'opération qui a pour objet de faire connaître deux des quatre choses principales contenues dans les Problèmes de Navigation, savoir : *le rhumb de vent, le chemin, la différence de latitude et la différence de longitude.*

Le rhumb de vent est l'angle formé par la direction de la route avec le méridien.

Le chemin est l'espace parcouru par le vaisseau sur une route donnée.

La différence de latitude est le chemin fait en latitude.

La différence de longitude est le chemin fait en longitude.

Ces quatre choses, prises deux à deux, donnent six combinaisons différentes, qui sont :

1.° Le rhumb de vent et le chemin. 2.° Le rhumb de vent et la différence de latitude. 3.° Le rhumb de vent et la différence de longitude. 4.° Le chemin et la différence de latitude. 5.° Le chemin et la différence de longitude. 6.° La différence de latitude et la différence de longitude.

Ces combinaisons donnent lieu à autant de Problêmes, dans lesquels deux de ces quatre choses étant données; on peut déterminer les autres, en supposant dans tous les cas que le point de départ est connu.

La résolution de ces Problèmes ne demande que les deux principes suivans :

Le rayon est au cosinus du rhumb de vent, comme le chemin est à la différence de latitude.

Le rayon est à la tangente du rhumb de vent, comme la somme ou la différence des latitudes croissantes de départ et d'arrivée est à la différence de longitude.

Si l'on conçoit le chemin parcouru AB (*fig.* 39) partagé en parties égales, assez petites pour pouvoir être regardées comme droites, et que AC soit une de ces parties, en menant par le point C le méridien PI et le parallèle BH, le petit triangle AEC rectangle

en E pourra être considéré comme s'il était rectiligne, et AE et $E'I$ seront les différences de latitude et de longitude. On aura par les principes de la trigonométrie,

$$R : \text{cos. } CAE :: AC : AE.$$

Multipliant les deux termes du second rapport par le nombre des parties de la route, cette proportion deviendra

$$R : \text{cos. } CAE :: AB : AF.$$

Mais l'angle CAE est l'angle que fait la direction de la route avec le méridien, c'est-à-dire le rhumb de vent; on voit donc que *le rayon est au cosinus du rhumb de vent, comme le chemin est à la différence de latitude.*

En supposant toujours la même construction, le triangle AEC donnera R : tang. CAE :: AE : EC. Mais séc. EE' : R :: $E'I$: EC; d'où l'on tire $EC = \frac{R \times E'I}{\text{séc. } EE'}$ Substituant cette valeur dans la première proportion, elle deviendra

$$R : \text{tang. } CAE :: AE : \frac{R \times E'I}{\text{séc. } EE'}$$

Divisant les deux termes du second rapport par $\frac{R}{\text{séc. } EE'}$, on obtiendra enfin

$$R : \text{tang. } CAE :: \frac{AE \times \text{séc. } EE'}{R} : E'I,$$

dont le quatrième terme est l'expression de la différence en longitude correspondant à la partie AC du chemin. Chaque petite différence de longitude, donnée ainsi par une des parties de la route, sera le quatrième terme d'une proportion dans laquelle le premier rapport sera celui du R : tang. CAE, le troisième terme, la valeur que reçoit $\frac{AE \times \text{séc. } EE'}{R}$, qui change pour chaque portion de la route.

Mais $\frac{AE \times \text{séc. } EE'}{R}$ est la partie méridionale correspondante à AE, ou la grandeur que l'on donne à AE dans une carte réduite, pour conserver sur chaque parallèle, entre la minute de longitude, supposée constante à cause du parallélisme des méridiens, et la minute de latitude, leur rapport qui est celui du rayon à la sécante de la latitude. Donc la somme des petits changemens en longitude, ou le changement total $E'Q$ est le quatrième terme d'une proportion dans laquelle le troisième est la somme des parties méridionales qui correspondent à la différence totale de latitude AF, et dont le premier rapport est celui du rayon a la tangente du rhumb de vent. Mais la somme de ces parties méridionales n'est autre chose que la somme ou la différence des latitudes croissantes des points A et F du méridien; ainsi l'on peut dire que *le rayon est à la tangente du rhumb de vent, comme la somme ou la différence des latitudes croissantes de départ et d'arrivée est à la différence de longitude.*

Quelquefois on estime le chemin fait à l'Est ou à l'Ouest, par le moyen de cette proportion : *Le rayon est au sinus du rhumb de vent, comme la longueur de la route est au chemin fait à l'Est ou à l'Ouest.* Ensuite, de ce chemin on en tire la différence de longitude, de la manière suivante : *Le cosinus de la latitude du parallèle moyen de la route est au rayon, comme le chemin fait à l'Est ou à l'Ouest est à la différence de longitude.* Pour trouver la latitude du moyen parallèle, il faut prendre la moitié de la somme des latitudes de départ et d'arrivée, lorsqu'elles sont de même dénomination, et la moitié de leur différence, lorsqu'elles sont de dénominations contraires.

On peut aussi obtenir la différence de longitude sans se servir du chemin Est ou Ouest, en faisant usage de cette proportion : *Le cosinus de la latitude du parallèle moyen de la route est à la tangente du rhumb de vent, comme la différence de latitude est à la différence de longitude.*

Résolution de tous les cas des Problêmes de navigation.

	Données.	Inconnues.	Solutions.
1.	Le rh. de vent et le chemin.	Chemin E. O. diff. en lat. diff. en long.	R : sin. rh. de vent :: chemin : chemin E. O. R : cos. rh. de vent :: chemin : diff. en latitude. Prenez la différence ou la somme des latitudes croissantes (Table LXVII). R : tang. rh. de vent :: diff. ou s. lat. cr. : diff. en longitude.
2.	Lat. d'arrivée et rhumb de vent.	Chemin, chemin E. O. diff. en long.	Cos. rh. de vent : R :: diff. en latitude : chemin. R : tang. rh. de vent :: diff. en latitude : chemin E. O. R : tang. rh. de vent :: diff. ou s. lat cr. : diff. en longitude.
3.	Lat. d'arrivée et chemin.	Rh. de vent, chemin E. O. diff. en long.	Chemin : R :: diff. en latitude : cos. rh. de vent. R : sin. rh. de vent :: chemin : chemin E. O. R : tang. rh. de vent :: diff. ou s. lat. cr. : diff. en longitude.
4.	Latitude et longitude d'arrivée.	Rhumb de vent, chemin, chemin E. O.	Avec les deux latitudes prenez la différence ou la somme des latitudes croissantes (Table LXVII). Diff. ou s. lat. cr. : R :: diff. en longitude : tang. rh. de vent. Cos. rh. de vent : R :: diff. en latitude : chemin. R : diff. en latitude :: tang. rh. de vent : chemin E. O. Diff. ou s. lat. cr. : diff. en longit. :: diff. en latitude : chemin E. O.
5.	Lat. d'arrivée et chemin E. O.	Rhumb de vent, chemin, diff. en long.	Prenez la différence ou la somme des latitudes croissantes (Table LXVII). Diff. en latitude : R :: chemin E. O. : tang. rh. de vent. Cos. rh. de vent : R :: diff. en latitude : chemin. Sin. rh. de vent : R :: chemin E. O. : chemin. R : tang. rh. de vent :: diff. ou s. lat. cr. : diff. en longitude. Diff. en latitude : chemin E. O. :: diff. ou s. lat. cr. : diff. en longitude.
6.	Rhumb de vent et chemin E. O.	Diff. en lat. chemin, diff. en long.	Tan. rh. de vent : R :: chemin E. O. : diff. en latitude. Sin. rh. de vent : R :: chemin E. O. : chemin. R : tang. rh. de vent :: diff. ou s. lat. cr. : diff. en longitude. Diff. en latitude : chemin E. O. :: diff. ou s. lat. cr. : diff. en longitude.
7.	Chemin et chemin E. O.	Rhumb de vent, diff. en lat. diff. en long.	Chemin : chemin E. O. :: R : sin. rh. de vent. R : cos. rh. de vent :: chemin : diff. en latitude. R : tang. rh. de vent :: diff. ou s. lat. cr. : diff. en longitude. Diff. en latitude : chemin E. O. :: diff. ou s. lat. cr. : diff. en longitude.

Passons maintenant aux applications de ces principes.

1. *Connaissant le chemin et le rhumb de vent, on demande la latitude et la longitude du lieu de l'arrivée.*

Nous avons indiqué, dans l'explication des Tables L, LI et LII, l'usage qu'on pouvait en faire pour la résolution de ces Problêmes ; nous ne nous occuperons dans ce qui va suivre que de l'application des Tables LXV et LXVI ; la première donne généralement le chemin N. ou S., et le chemin E. ou O. correspondans à une route faite, lorsque l'angle de la route ou le rhumb de vent sera donné en degrés, et la Table LXVI n'est qu'une Table auxiliaire pour servir au calcul des parties proportionnelles.

Exemple. Un vaisseau est parti de 46° 30' de latitude Nord, et 40° de longitude occidentale ; il a fait 420 milles au S. O. 1/4 S. 3° O. : trouver la latitude et la longitude du lieu de l'arrivée.

Solution en employant les latitudes croissantes.

Prenez le rhumb de vent dans la ligne supérieure des pages de la Table XLV, s'il ne surpasse pas 4

Solution en employant le parallele moyen de la route.

Prenez dans la Table LXV les nombres correspondans au rhumb de vent et aux milles parcourus,

rhumbs ou 45 degrés, et dans la ligne inférieure s'il est plus grand ; cherchez le chemin fait dans les colonnes des milles parcourus : le nombre correspondant à la colonne commençant par le rhumb de vent et à la ligne horizontale contenant le chemin fait, donnera dans la ligne N. S. le changement en latitude. Pour éviter les erreurs, on aura soin de consulter les titres supérieurs des colonnes, si le rhumb de vent donné est écrit au haut de la page, mais s'il est écrit au bas, ce sont les titres inférieurs qu'il faudra consulter.

Avec la latitude de départ et le changement en latitude, on déterminera la latitude d'arrivée, ainsi qu'il a été dit dans le Problème XXXV. Ayant les latitudes de départ et d'arrivée, prenez dans la Table LXVII les nombres correspondans : si les deux latitudes sont d'une même dénomination, retranchez le plus petit du plus grand ; dans le cas contraire, ajoutez-les : ce qui vous donnera, dans l'un ou l'autre cas, la différence ou la somme des latitudes croissantes.

Pour avoir la différence de longitude, prenez le rhumb de vent dans la ligne supérieure ou la ligne inférieure de la Table LXV, et dans la colonne N. S. la différence ou la somme des latitudes croissantes ; le nombre de la colonne E. O. correspondant à la colonne verticale, commençant par le rhumb de vent, et à la ligne horizontale sur laquelle se trouve la différence ou la somme des latitudes croissantes, considérée comme si c'était un chemin N. S., donnera la différence en longitude, avec laquelle et la longitude de départ on trouvera la longitude d'arrivée.

Ainsi sous le S. O. ¼ S. 3° O., ou 36° 45', et le dixième du chemin 42, on trouvera dans la colonne N. S. de la Table LXV 33,5 qui, étant multiplié par 10, donnera 335 pour la différence en latitude.

Latitude de départ	46° 30' N.	lat. cr.	3158,93
Différence 335 ou	5 35 S.		
Latitude d'arrivée	40 55 N.	lat. cr.	2694,98
Différence des latitudes croissantes			463,95

Maintenant, avec le quart de la différence des latitudes croissantes 116, pris dans la colonne N. S. correspondante à 36° 45', ou 37°, on trouvera 87,3 qui, étant multiplié par 4, donnera 349,2 pour la différence en longitude.

Longitude de départ		40° o' O.
Différence 349	ou	5 49 O.
Longitude d'arrivée		45 49 O.

Par le calcul direct on aurait trouvé 336,8 pour la différence en latitude, et 348,4 pour la différence en longitude.

vous aurez le chemin fait sur la ligne N. S., ou le changement en latitude, et le chemin fait sur la ligne E. O. ; déterminez ensuite la latitude d'arrivée et celle du moyen parallèle, par ce qui a été dit précédemment.

Maintenant, pour avoir la différence en longitude, considérez la latitude du moyen parallèle comme si elle exprimait un rhumb de vent, et le chemin E. O. comme un chemin N. S. ; le nombre correspondant de la Table LXV, pris dans la colonne des milles parcourus, donnera la différence en longitude, avec laquelle et la longitude de départ vous obtiendrez la longitude d'arrivée.

Ainsi, dans la Table LXV, sous le S. O. ¼ S. 3° O., ou 36° 45', et le dixième du chemin 42, on trouve dans la colonne N. S. 33,5 et dans la colonne E. O. 25,3 qui, étant multipliés par 10, donneront 335 pour le chemin fait au Sud, ou la différence en latitude, et 253 pour le chemin fait à l'Ouest.

Latitude de départ		46° 30' N.
Différence 335	ou	5 35 S.
Latitude d'arrivée		40 55 N.
Somme des latitudes		87 25
Latitude du parallèle moyen		43 42 N.

Avec la latitude du parallèle moyen de la route 43° 42' N., prise comme un rhumb de vent, et la moitié du chemin fait à l'Ouest 127, prise dans la colonne N. S., on trouvera dans celle des milles parcourus 176 qui, étant multiplié par 2, donnera 352 pour la différence en longitude.

Longitude de départ		40° o' O.
Différence 352	ou	5 52 O.
Longitude d'arrivée		45 52 O.

Remarque. Lorsque la route est voisine de la ligne Nord et Sud, il est essentiel de bien estimer le rhumb de vent, parce que son erreur porte presqu'entièrement sur la longitude, tandis qu'une erreur sur le chemin influe alors très-peu sur elle.

Mais si la route est voisine de la ligne Est et Ouest, tous les soins doivent avoir lieu sur la mesure du chemin, parce que les erreurs dont il peut être affecté, se transmettent presque tout entières à la longitude, tandis que celles du rhumb de vent, au contraire, ne l'affectent que très-peu.

2. *Connaissant la latitude d'arrivée et le rhumb de vent, on demande le chemin et la longitude d'arrivée.*

Exemple. Un vaisseau est parti de 46° 30' de latitude Nord, et de 40° de longitude occidentale, il a couru au S. O. ¼ S. 3° O., jusque par 40° 55' de latitude aussi Nord : on demande le chemin direct et la longitude d'arrivée.

Solution en employant les latitudes croissantes.

Prenez le rhumb de vent dans la ligne supérieure ou dans la ligne inférieure de la Table LXV, et cherchez dans la colonne N. S. la différence en latitude, le nombre correspondant de la colonne des milles parcourus vous fera connaître le chemin demandé.

Pour obtenir la longitude d'arrivée ; on opérera comme on l'a fait dans le cas 1.

Latitude de départ		46° 30' N.
Latitude d'arrivée		40 55 N.
Différence 335	ou	5 35 S.

Ainsi, sous le S. O. 1/4 S. 3° O., ou 36° 45', et au dixième de la différence en latitude 33,5, on trouvera dans la Table LXV que le nombre correspondant de la colonne des milles parcourus est 42 qui, étant multiplié par 10, donnera 420 pour le chemin demandé.

Latitude de départ	46° 30' N.	lat. cr.	3158,93
Latitude d'arrivée	40 55 N.	lat. cr.	2694,98
Différence des latitudes croissantes			463,95

Au rhumb de vent 36° 45' ou 37°, et au quart de la différence des latitudes croissantes 116, pris dans la colonne N. S., on trouvera que le nombre correspondant de la colonne E. O. est 87,3 qui, étant multiplié par 4, donnera 349,2 pour la différence en longitude.

Longitude de départ		40° 0' O.
Différence 349	ou	5 49 O.
Longitude d'arrivée		45 49 O.

Solution en employant le moyen parallèle.

Dans la Table LXV prenez le rhumb de vent, et cherchez dans la colonne N. S. la différence en latitude, les nombres correspondans de la colonne des milles parcourus et de la colonne E. O. vous donneront le chemin cherché et celui qui a été fait sur la ligne E. O.

Déterminez la latitude du moyen parallèle, et opérez ensuite pour avoir la longitude d'arrivée, comme on l'a fait dans le cas 1.

Dans la Table LXV, au rhumb de vent 36° 45' ou 37°, et au dixième de la différence en latitude 33,5, on trouvera que les nombres correspondans de la colonne des milles parcourus et de la colonne E. O. sont 42 et 25,3 qui, étant multipliés par 10, donneront 420 pour le chemin demandé, et 253 pour le chemin fait à l'Ouest.

Avec la latitude du moyen parallèle 43° 42', considéré comme un rhumb de vent, et 127, moitié du chemin fait à l'Ouest, pris dans la colonne N. S., on trouvera dans la colonne des milles parcourus le nombre correspondant 176 qui, étant multiplié par 2, donnera 352 pour la différence en longitude.

Longitude de départ	40° 0' O.
Différence en longitude	5 52 O.
Longitude d'arrivée	45 52 O.

3. *Connaissant la latitude d'arrivée et le chemin direct, on demande le rhumb de vent et la longitude d'arrivée.*

Exemple. Un vaisseau est parti de 46° 30' de latitude Nord et de 40° de longitude occidentale ; il a couru 420 milles, entre le Sud et l'Ouest, au bout desquels il s'est trouvé par 40° 55' de latitude aussi Nord : on demande le rhumb de vent direct et la longitude d'arrivée.

Solution en employant les latitudes croissantes.

Déterminez la différence en latitude, puis prenez dans la Table LXV le nombre de milles parcourus ayant pour nombre correspondant dans la colonne N. S. cette différence ; le rhumb de vent cherché correspondra à ces deux nombres : on le prendra dans la ligne supérieure de la page, si le nombre de la colonne E. O. correspondant à cette différence est plus petit qu'elle ; mais, s'il est plus grand, dans la ligne inférieure.

Pour avoir la longitude d'arrivée vous opérerez comme dans le cas 1.

Latitude de départ		46° 30' N.
Latitude d'arrivée		40 55 N.
Différence 335	ou	5 35

Au dixième de la différence en latitude 33,5, et au dixième des milles parcourus 42, pris dans la Tab. LXV, le premier dans la colonne N. S., le second pour le nombre correspondant de la colonne des milles parcourus, on trouvera 37° pour le rhumb de vent compris entre le Sud et l'Ouest ; c'est-à-dire, suivant la Table LXIII, le S. O. 1/4 S. 3° 15' O.

En opérant comme on l'a fait dans les deux cas précédens, on trouvera pour la longitude d'arrivée 45° 49' O.

Solution en employant le moyen parallèle.

Après avoir déterminé la différence en latitude, vous prendrez dans la Table LXV le rhumb de vent et le chemin Est ou Ouest correspondant aux milles donnés et à la différence en latitude ; ensuite vous trouverez la longitude d'arrivée, en opérant comme il a été dit dans le cas 1.

Ainsi, nous chercherons, dans la Table LXV, le dixième de la différence en latitude 33,5 dans la colonne N. S. ayant pour nombre correspondant dans la colonne des milles parcourus, le dixième des milles donnés ; ce qui nous donnera 37° pour le rhumb de vent demandé, et 25,3 pour le nombre correspondant de la colonne E. O., qui, étant multiplié par 10, produira 253 pour le chemin fait à l'Ouest.

Si l'on opère ensuite comme on l'a fait dans les deux cas précédens pour avoir la longitude, on trouvera 45° 52' O.

4. *Connaissant la latitude et la longitude d'arrivée, on demande le rhumb de vent et le chemin.*

Exemple. Un vaisseau est parti du 46° 30' de latitude Nord, et de 40° de longitude occidentale; il veut aller par 40° 55' de latitude aussi Nord, et par 45° 49' de longitude aussi occidentale: on demande le rhumb de vent qu'il faut suivre et le chemin qu'il faut faire.

Déterminez la différence, ou la somme des latitudes croissantes du départ et de l'arrivée, ainsi que la différence en longitude; vous considérerez la première comme un chemin N. S., et la seconde comme un chemin E. O.: ces deux quotités, prises dans la Table LXV, sur une même ligne horizontale, donneront pour le rhumb de vent cherché, le rhumb de vent correspondant, pris dans la ligne supérieure ou inférieure de la page, selon que la différence ou somme des latitudes croissantes sera plus grande ou plus petite que la différence en longitude.

Pour avoir le chemin, c'est-à-dire les milles à parcourir, vous prendrez, dans la Table LXV, le nombre de la colonne des milles parcourus, qui correspond au rhumb de vent trouvé et à la différence en latitude prise dans la colonne N. S.

Ainsi, avec le quart de la différence des latitudes croissantes 116, pris dans la colonne N. S. de la Table LXV, et le quart de la différence en longitude 87,2 pris pour nombre correspondant de la colonne E. O. de la même Table, on trouvera 37° ou le S. O. ¼ S. 3° 15' O. pour le rhumb de vent cherché.

Pour avoir les milles à parcourir, on cherchera, dans la Table LXV, le nombre de la colonne des milles parcourus qui correspond au rhumb de vent 37°, et au dixième de la différence en latitude 33,5; on trouvera 42 qui, étant multiplié par 10, donnera 320 pour le chemin demandé.

On trouverait le chemin fait sur la ligne Est et Ouest, en prenant dans la même Table le nombre de la colonne E. O. correspondant au rhumb de vent 37°, et au dixième de la différence en latitude 33,5; ce qui donnerait 25,3 qui, étant multiplié par 10, produirait 253 pour ce chemin.

5. *Connaissant la latitude d'arrivée et le chemin Est ou Ouest, on demande le rhumb de vent, le chemin et la longitude.*

Exemple. Un vaisseau est parti de 46° 30' de latitude Nord, et de 40° de longitude occidentale; il fait route entre le Sud et l'Ouest jusqu'à ce que le chemin Ouest soit de 253 milles, alors il détermine par l'observation que sa latitude est de 40° 55' aussi nord: on demande le rhumb de vent qu'il a suivi, le chemin qu'il a fait et la longitude d'arrivée.

Déterminez la différence en latitude, et cherchez dans les colonnes N. S. et E. O. de la Table LXV, jusqu'à ce que les deux nombres correspondans soient la différence en latitude et le chemin Est ou Ouest. Cela posé, le chemin cherché sera le nombre de la colonne des milles parcourus; et si le chemin Est ou Ouest est plus petit que la différence en latitude, le rhomb de vent se prendra dans la ligne supérieure de la page; mais, s'il est plus grand, dans la ligne inférieure.

Pour avoir la longitude, prenez la latitude moyenne, que vous considérerez comme un rhumb de vent, et cherchez le chemin Est ou Ouest dans la colonne N. S.; le nombre correspondant de la colonne des milles parcourus donnera la différence en longitude, avec laquelle vous vous procurerez la longitude d'arrivée.

Avec le dixième de la différence en latitude 33,5 et du chemin O. 25,3 pris sur une même ligne, on trouve dans la colonne des milles parcourus 42 qui, étant multiplié par 10, donne 420 pour le chemin cherché, et dans la ligne supérieure 37° pour le rhumb de vent; c'est-à-dire, suivant la Table LXIII, le S. O. ¼ S. 3° 15' O.

Dans la même Table, avec la latitude moyenne 43° 42' prise pour rhumb de vent, et le dixième du chemin Ouest 25,3 pris dans la colonne N. S., on trouve dans la colonne des milles parcourus 35 qui, étant multiplié par 10, donne 350 pour la différence en longitude. (On aurait pu trouver aussi cette différence en faisant usage de la différence des latitudes croissantes et du rhumb de vent trouvé).

Latitude de départ		46° 30' N.
Latitude d'arrivée		40 55 N.
Différence	335 ou	5 35 S.

Longitude de départ		40° 0' O.
Différence	350 ou	5 50 O.
Longitude d'arrivée		45 50 O.

6. *Connaissant le rhumb de vent et le chemin fait à l'Est ou à l'Ouest, on demande le chemin, la latitude et la longitude d'arrivée.*

Exemple. Un vaisseau est parti de 46° 30' de latitude Nord, et de 40° de longitude occidentale; il fait route au S. O. ¼ S. 3° O. jusqu'à ce que le chemin Ouest soit de 253 milles: on demande le chemin direct, la latitude et la longitude d'arrivée.

Prenez le rhumb de vent dans la Table LXV, et le chemin Est ou Ouest dans la colonne qui lui est propre, les nombres correspondans de la colonne N. S. et de la colonne des milles parcourus, donneront la différence en latitude et le chemin cherché.

Maintenant, avec la latitude moyenne, considérée comme un rhumb de vent, et le chemin Est ou Ouest, pris dans la colonne N. S., vous aurez dans le nombre correspondant de la colonne des milles parcourus, la différence en longitude.

On pourrait aussi se procurer cette différence, en cherchant dans la colonne E. O. le nombre correspondant en rhumb de vent et à la différence ou la somme des latit. crois., prise dans la colonne N. S.

Ainsi, sous le rhumb de vent 37°, et le dixième du chemin Ouest 25,3, on trouve 42 et 33,5 qui, multipliés par 10, donnent 420 pour le chemin, et 335 pour la différence en latitude.

Latitude de départ		46° 30' N.
Différence 335	ou	5 35 S.
Latitude d'arrivée		40 55 N.

En opérant, avec la latitude moyenne 43° 42' et le chemin Ouest 253, comme on l'a fait dans l'exemple précédent, on trouvera 350 pour la différence en longitude, avec laquelle on se procurera 45° 50' O. pour la longitude demandée.

7. *Connaissant le chemin direct et le chemin Est ou Ouest, on demande le rhumb de vent, la latitude et la longitude d'arrivée.*

Exemple. Un vaisseau est parti de 46° 30' de latitude Nord, et de 40° de longitude occidentale; il fait route entre le S. et l'O. jusqu'à ce que le chemin couru soit de 420 milles, répondant à un chemin Ouest de 253 milles: on demande le rhumb de vent, la latitude et la longitude d'arrivée.

Cherchez dans la Table LXV, jusqu'à ce que le chemin direct et le chemin Est ou Ouest, soient deux nombres correspondans, l'un de la colonne des milles parcourus, l'autre de la colonne E. O.; le nombre correspondant de la colonne N. S. vous donnera le changement en latitude, et le rhumb de vent se prendra dans la ligne supérieure de la page, si le chemin Est ou Ouest est plus petit que la différence en latitude; dans le cas contraire, il se prendra dans la ligne inférieure.

Maintenant, avec la latitude moyenne, considérée comme un rhumb de vent, et le chemin Est, ou Ouest, pris dans la colonne N. S., vous aurez dans le nombre correspondant de la colonne des milles parcourus, la différence en longitude.

Ainsi le dixième du chemin direct 42, et le dixième du chemin Ouest 25,3, pris dans leurs colonnes respectives, se trouvent correspondre à-peu-près à un chemin N. S. 33,5 qui, multiplié par 10, donne 335 pour le changement en latitude, et au rhumb de vent 37° ou le S. O. 1/4 S. 3° 15' O.

Latitude de départ		46° 30' N.
Différence 335	ou	5 55 S.
Latitude d'arrivée		40 55 N.
Somme des latitudes		87 25
Latitude moyenne		43 42

Avec cette latitude moyenne et le chemin fait à l'Ouest, on trouvera, comme précédemment, le changement en longitude.

Lorsqu'un vaisseau a fait successivement plusieurs routes dans un jour, et que le chemin couru sur chacune n'est que d'un petit nombre de milles; pour déterminer la position du dernier point d'arrivée, on peut opérer de la manière suivante: formez une Table à neuf colonnes, dans la première, vous marquerez les routes; dans la seconde, la variation; dans la troisième, la dérive; dans la quatrième, les routes corrigées; dans la cinquième, les milles parcourus; et dans les quatre dernières, les milles faits au Nord, au Sud, à l'Est et à l'Ouest.

Corrigez chaque route de la dérive et de la variation, et cherchez ce qu'elle produit, soit au Nord ou au Sud, soit à l'Est ou à l'Ouest, et portez les résultats dans leurs colonnes respectives.

Faites ensuite une somme des milles contenus dans chaque colonne, puis prenez la différence entre les milles faits au Nord et au Sud; en retranchant la plus petite de ces deux quantités de la plus grande, vous obtiendrez des milles restans au Nord ou au Sud, qui vous donneront le changement en latitude, avec lequel vous déterminerez la longitude d'arrivée: prenez de la même manière la différence entre les milles faits à l'Est et à l'Ouest, et cherchez la différence en longitude, soit par le moyen parallèle, soit par les latitudes croissantes.

Pour connaître le rhumb de vent et le chemin direct qui résultent de toutes ces routes, on emploiera l'un ou l'autre des principes précédens.

Exemple. Un vaisseau est parti de 46° 30' de latitude Nord, et de 40° de longitude occidentale; il a couru aux routes suivantes : N. N. O. 15 milles et 11° 15' de dérive tribord; S. E. ¼ S. 25 milles et 17° de dérive babord; S. O. 62 milles et 15° de dérive tribord; N. E. ¼ E. 54 milles et 18° de dérive tribord; O. S. O. 75 milles et 10° de derive babord : la variation étant de 20° N. E. durant ces routes, on demande le point d'arrivée.

Routes du compas.	Variation.	Dérive.	Routes corrigées.	Chemin.	N.	S.	E.	O.
N. N. O.	20° N. E. ou tribord.	11° 15' T.	N. ¼ N. E. 2° 30' N.	15	14.82	»	2.28	»
S. E. ¼ S.		17 » B.	S. E. ¼ S. 3° S.	25	»	21.49	12.79	»
S. O.		15 » T.	O. ¼ S. O. 1° 15' O.	62	»	10.77	»	61.06
N. E. ¼ E.		18 » T.	E. 4° 15' S.	54	»	4.01	53.85	»
O. S. O.		10 » B.	O. ¼ S. O. 1° 15' S.	75	»	16.23	»	73.22
					14.82	52.50	68.92	134.28
						14.82		68.92
Milles restans au Sud et à l'Ouest.						37.68		65.36

Ainsi, il paraît que par ces routes et le chemin fait sur chacune, le vaisseau a couru 37,68 milles Sud et 65,36 Ouest.

Latitude de départ	46° 30'	N.	Lat. cr.	3158.93
Différence 37,68 ou	0 38	S.		
Latitude d'arrivée	45 52	N.	Lat. cr.	3104.04
Somme des latitudes	92 22		Différ.	54.89
Latitude moyenne	46 11			

Avec la différence en latitude 38 et le chemin Ouest 65,36, on trouvera dans la Table LXV, pour le rhumb de vent qui conduit du point de départ au point d'arrivée, 60° ou le S. O. ¼ O. 3° 45' O., et les milles à parcourir pour aller directement du premier au second, 75,5.

Dans la même page, au rhumb de vent 60°, et à la différence des latitudes croissantes 54,89, pris dans la colonne N. S., on trouvera dans la colonne E. O. 95,3, pour la différence en longitude.

Longitude de départ	40° 0' O.
Différence	1 35 O.
Longitude d'arrivée	41 35 O.

On peut aussi trouver la différence en longitude, en faisant usage de la latitude moyenne 46° 11', considérée comme un rhumb de vent; et prenant le chemin Ouest 65,36 dans la colonne N. S., le nombre correspondant de la colonne des milles parcourus 94 donnera le changement en longitude.

De la détermination du point de partance.

Dès qu'un bâtiment a acquis une vîtesse uniforme, qu'il s'avance en mer et s'éloigne de la terre, on s'occupe alors à fixer la position d'un point qu'on puisse prendre, pour le commencement de sa route et pour un terme de comparaison dans tout l'espace qu'il doit parcourir. Pour déterminer la position de ce point, nommé *point de partance*, opérez de la manière suivante :

1. Sur la côte faites choix d'un point *A*, facile à distinguer de loin, qui soit porté sur la carte et dont par conséquent la latitude et la longitude soient connues, ou bien dont la position a été déterminée à terre par vos propres observations.

2. Le batiment faisant route avec une vîtesse uniforme et se trouvant en *B*, faites relever le point *A* au compas azimuthal et déterminez l'angle en *B* formé par le relèvement avec la direction de la route ou le rhumb de vent suivi; de ce point *B*, mesurez exactement une partie *BC* du chemin commencé.

3. Etant parvenu en *C*, faites relever de nouveau le point *A* et déterminez l'angle formé par ce second relèvement avec le rhumb de vent suivi. Cela posé, vous aurez les données suffisantes pour déterminer la position du point *C* et pour le marquer sur la carte, c'est ce point qui sera votre *point de partance*.

Pour obtenir la distance du point *C* au point *A*, prenez dans la ligne supérieure de la Table suivante, l'argument I qui n'est autre que l'angle formé par le premier relèvement avec la direction de la route, et dans la première colonne à gauche, l'argument II,

c'est-à-dire l'angle formé par le second relèvement avec la route suivie ; le nombre correspondant à ces deux lignes vous donnera le facteur par lequel il faudra multiplier le chemin parcouru de *B* en *C*, pour avoir la distance cherchée *AC*.

4. Connaissant le rhumb de vent qui conduit de *A* en *C* (il n'est autre que celui qui est opposé au second relèvement) et la distance de ces deux points, vous aurez par le premier cas de la résolution des Problemes de navigation, la latitude et la longitude du point *C*, facile alors à porter sur la carte.

Exemple 1. Le Phare d'Ouessant a été relevé au N. 3° E. et après avoir fait 12 milles au N. O. 8° Ouest ; ce Phare répondait au N. E. 19° E. On demande la position du lieu du second relèvement.

L'angle compris entre le N. 3° E. et le N. O. 8° O. est de 56° argument I.
entre le N. E. 19° E. et le N. O. 8° O. est de 117° argument II.

Pour ces deux argumens la Table suivante donne le facteur 0,95.

Nous aurons donc 12 milles, multipliés par 0,95 = 11,40 pour la distance du lieu du second relèvement au phare.

Pour déterminer la position de ce lieu, nous observerons que le second relèvement N. E. 19° E. ou 64° du N. vers l'E., donne pour rhumb de vent opposé 64° du S. vers l'O., et que la distance ou chemin du Phare à ce lieu est de 11,40 milles ; de plus que le Phare d'Ouessant est situé par 48° 28′ 31″ de latitude Nord et par 7° 23′ 41″ de longitude Ouest, et qu'avec ces données il sera facile de déterminer la latitude et la longitude du lieu du second relèvement.

Remarque 1. La distance du Phare au lieu du premier relèvement, peut s'obtenir facilement ; en effet, prenez les supplémens des argumens précédens, puis prenez pour argument II le supplément provenant du premier, et pour argument I celui qui provient du second, alors la Table vous donnera le facteur par lequel il faut multiplier 12 milles pour avoir la distance cherchée.

Nous aurons donc 180° − 56° = 124° pour argument II
180° − 117° = 63° pour argument I.

Avec ces deux nouveaux argumens la Table donne 1,02 pour facteur.

Ainsi 12 milles multipliés par 1,02 = 12,24 pour la distance du lieu du premier relèvement au Phare.

Exemple 2. Le Phare d'Eddystone, situé par 50° 10′ 54″ de latitude Nord et par 6° 35′ 27″ de longitude Ouest, a été relevé au N. O., et après avoir fait 9 milles à l'O. S. O. Ce Phare répondait au N. N. E. ; On demande la position du lieu du second relèvement.

L'angle compris entre le N. O. et l'O. S. O. est de 67° 30′ argument I.
entre le N. N. E. et l'O. S. O. est de 135° argument II.

Pour ces deux argumens, la Table donne le facteur 1,01.

On aura donc 9 milles multipliés par 1,01 = 9,09 pour la distance du lieu du second relèvement au Phare.

Maintenant pour obtenir la position de ce lieu, nous observerons que le second relèvement ayant été au N. N. E., donne pour rhumb de vent opposé le S. S. O. et que la distance ou chemin du Phare à ce lieu est de 9,09 milles, alors ayant la position du Phare d'Eddystone, il sera facile de déterminer la latitude et la longitude du lieu du second relèvement.

La distance du Phare au lieu du premier relèvement, s'obtiendra comme il suit :

180° − 67° 30′ = 112° 30′ = argument II.
180° − 135° = 45° = argument I.

Pour ces argumens, la Table donne le facteur 0,77, et pour la distance demandée 9 milles multipliés par 0,77, c'est-à-dire 6,93.

Dans les deux exemples précédens on a supposé que les relèvemens avaient été corrigés de la déclinaison de l'aiguille, et que les directions des chemins faits avaient été corrigées de la déclinaison et de la dérive.

DÉTERMINATION DU POINT DE PARTANCE.

Les argumens I et II, sont les angles formés par les deux relevemens avec la direction de la ronte.

Arg.	ARGUMENT I.																													
II.	23°	26°	29°	32°	35°	38°	41°	44°	47°	50°	53°	56°	59°	62°	65°	68°	71°	74°	77°	80°	83°	86°	89°	92°	95°	98°	101°	104°	107°	110°
33°	2.25																													
36	1.74	2.52																												
39	1.42	1.95	2.79																											
42	1.20	1.59	2.16	3.05																										
45	1.04	1.35	1.76	2.36	3.30																									
48	0.94	1.17	1.49	1.92	2.55	3.55																								
51	0.84	1.04	1.29	1.63	2.08	2.74	3.78																							
54	0.76	0.93	1.15	1.41	1.76	2.23	3.65	4.00																						
57	0.70	0.85	1.03	1.26	1.53	1.89	3.00	3.09	4.21																					
60	0.65	0.78	0.94	1.13	1.36	1.64	2.02	2.52	3.25	4.41																				
63	0.61	0.73	0.87	1.03	1.22	1.46	1.75	2.13	2.65	3.41	4.60																			
66	0.57	0.68	0.81	0.95	1.11	1.31	1.55	1.82	2.25	2.78	3.55	4.77																		
69	0.54	0.64	0.75	0.88	1.03	1.20	1.39	1.64	1.95	2.35	2.90	3.69	4.94																	
72	0.52	0.61	0.71	0.82	0.95	1.08	1.27	1.48	1.73	2.04	2.45	3.01	3.81	5.08																
75	0.50	0.58	0.67	0.78	0.89	1.02	1.17	1.35	1.56	1.81	2.13	2.55	3.11	3.93	5.22															
78	0.48	0.56	0.64	0.74	0.84	0.96	1.09	1.24	1.42	1.64	1.89	2.21	2.63	3.19	4.03	5.34														
81	0.46	0.54	0.62	0.70	0.80	0.90	1.02	1.15	1.31	1.49	1.71	1.96	2.29	2.71	3.29	4.12	5.45													
84	0.45	0.52	0.59	0.67	0.76	0.86	0.96	1.08	1.22	1.37	1.55	1.77	2.03	2.36	2.78	3.36	4.20	5.34												
87	0.43	0.49	0.57	0.65	0.73	0.82	0.91	1.02	1.14	1.27	1.43	1.61	1.83	2.09	2.42	2.85	3.43	4.27	5.61											
90	0.42	0.49	0.55	0.63	0.70	0.78	0.87	0.97	1.07	1.19	1.33	1.48	1.60	1.88	2.14	2.48	2.90	3.49	4.33	5.67										
93	0.42	0.48	0.54	0.61	0.68	0.75	0.83	0.92	1.02	1.12	1.24	1.38	1.53	1.71	1.93	2.19	2.52	2.95	3.53	4.38	5.72									
96	0.41	0.47	0.53	0.59	0.66	0.73	0.80	0.88	0.97	1.06	1.17	1.29	1.42	1.58	1.76	1.97	2.24	2.57	2.99	3.57	4.41	5.74								
99	0.40	0.46	0.52	0.58	0.62	0.70	0.77	0.85	0.93	1.04	1.11	1.22	1.33	1.47	1.62	1.80	2.01	2.27	2.60	3.02	3.60	4.43	5.76							
102	0.40	0.45	0.51	0.56	0.62	0.68	0.75	0.82	0.89	0.97	1.06	1.15	1.26	1.37	1.51	1.66	1.84	2.05	2.31	2.63	3.05	3.62	4.44	5.70						
105	0.39	0.45	0.50	0.55	0.61	0.67	0.73	0.79	0.86	0.94	1.01	1.10	1.19	1.29	1.41	1.54	1.69	1.87	2.08	2.33	2.65	3.06	3.63	4.44	5.74					
108	0.39	0.44	0.49	0.55	0.60	0.66	0.71	0.77	0.84	0.90	0.97	1.05	1.14	1.22	1.33	1.44	1.57	1.72	1.89	2.10	2.35	2.66	3.07	4.63	4.43	5.70				
111	0.39	0.44	0.49	0.54	0.59	0.64	0.70	0.75	0.81	0.88	0.94	1.01	1.09	1.17	1.26	1.36	1.47	1.60	1.74	1.91	2.11	2.36	2.67	3.07	3.61	4.40	5.65			
114	0.39	0.44	0.49	0.54	0.58	0.63	0.69	0.74	0.79	0.85	0.91	0.98	1.05	1.12	1.20	1.29	1.39	1.50	1.62	1.76	1.93	2.12	2.37	2.67	3.06	3.59	4.36	5.59		
117	0.39	0.44	0.49	0.53	0.58	0.63	0.68	0.73	0.78	0.83	0.89	0.95	1.01	1.08	1.15	1.23	1.31	1.41	1.52	1.64	1.77	1.94	2.13	2.36	2.66	3.04	3.56	4.31	5.52	
120	0.39	0.44	0.48	0.53	0.58	0.62	0.67	0.72	0.76	0.82	0.87	0.92	0.98	1.04	1.11	1.15	1.25	1.34	1.43	1.53	1.65	1.74	1.94	2.13	2.36	2.64	3.02	3.52	4.25	5.41
123	0.40	0.44	0.49	0.53	0.57	0.62	0.66	0.71	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.01	1.07	1.13	1.23	1.27	1.35	1.44	1.54	1.66	1.79	1.94	2.12	2.34	2.62	2.98	3.47	4.18
126	0.40	0.45	0.[illegible]9	0.53	0.57	0.62	0.66	0.70	0.75	0.79	0.84	0.88	0.93	0.98	1.04	1.09	1.15	1.22	1.29	1.37	1.46	1.55	1.66	1.79	1.93	2.11	2.32	2.59	2.94	3.41
129	0.41	0.45	0.49	0.53	0.57	0.62	0.66	0.70	0.74	0.78	0.82	0.87	0.91	0.96	1.01	1.06	1.11	1.17	1.24	1.30	1.38	1.46	1.56	1.66	1.78	1.92	2.09	2.30	2.55	2.8[illegible]
132	0.41	0.46	0.50	0.54	0.58	0.62	0.66	0.70	0.73	0.77	0.81	0.85	0.90	0.94	0.98	1.03	1.08	1.13	1.19	1.25	1.32	1.39	1.47	1.53	1.66	1.77	1.86	2.07	2.26	2.51
135	0.42	0.46	0.50	0.54	0.58	0.62	0.66	0.69	0.73	0.77	0.81	0.84	0.88	0.92	0.96	1.01	1.05	1.10	1.15	1.20	1.26	1.32	1.39	1.47	1.55	1.65	1.76	1.88	2.04	2.22
138	0.43	0.47	0.51	0.55	0.59	0.63	0.66	0.70	0.73	0.77	0.80	0.84	0.87	0.91	0.95	0.99	1.03	1.07	1.11	1.16	1.21	1.27	1.32	1.39	1.46	1.54	1.63	1.73	1.86	2.0[illegible]
141	0.44	0.48	0.52	0.56	0.60	0.63	0.67	0.70	0.73	0.77	0.80	0.83	0.8[illegible]	0.90	0.93	0.97	1.01	1.04	1.08	1.13	1.17	1.22	1.27	1.32	1.38	1.4[illegible]	1.53	1.61	1.71	1.8[illegible]

Remarque 2. Quelquefois le point de partance est fixé par un seul relèvement et par la distance estimée du lieu au point relevé; cette méthode étant susceptible de beaucoup d'erreurs, nous nous en tiendrons à la précédente.

Sur la manière de sonder.

Sonder c'est mesurer la profondeur de l'eau et prendre connaissance de l'espèce ou de la qualité du sol qu'elle recouvre. *La sonde* ordinaire est un instrument fort simple, composé d'un plomb de forme conique, attaché à l'extrémité d'une corde légère, nommée ligne de sonde, divisée en brasses et en pieds. La base du cône est creusée pour y placer du suif, afin que venant à s'appuyer sur le fond de la mer, elle puisse en apporter des échantillons. Le poids du cône varie suivant celui de la ligne elle-même, et les profondeurs auxquelles elle est destinée à atteindre.

Quand on veut sonder, on amortit la vitesse du bâtiment, ou l'on met en panne ou côté en travers; car si on voulait faire l'opération pendant que l'on fait route, le choc de l'eau empêcherait le plomb de descendre et exposerait la ligne à se rompre. Plusieurs marins se placent autour du bâtiment, par dehors, et glènent la ligne le long du bord et la soutiennent; et lorsque tout est prêt, ils lâchent à leur tour la portion qu'ils tenaient et ils ne lâchent qu'autant qu'il est nécessaire, afin de sentir, s'il est possible, la diminution que doit recevoir tout-à-coup le poids total, lorsque le plomb vient à s'appuyer sur le fond. L'habitude d'effectuer cette opération, permet de sonder jusqu'à une profondeur de 80 brasses sans mettre en panne, en faisant ralinguer les voiles.

Comme le bâtiment n'est pas parfaitement fixe, qu'il peut même changer sensiblement de lieu, il peut arriver que la ligne de sonde s'écarte de la verticale, d'une quantité assez considérable pour qu'on ne puisse se dispenser d'y avoir égard, dans la crainte d'estimer trop grande la profondeur de la mer, en prenant pour sa mesure la partie de la ligne comprise entre les mêmes termes. Mais alors, si à cause de l'inclinaison de la ligne de sonde, la partie dont il s'agit ne donne plus la vraie profondeur, elle conduira toujours à la découvrir, au moins à peu près. On n'aura qu'à mesurer la partie de la ligne comprise entre la main et la surface de l'eau, et la distance de la main à cette surface, et faire la proportion suivante, qui suppose que la ligne de sonde forme une ligne droite, ce qui réellement n'est pas vrai, mais n'est pas assez éloigné de l'être, pour qu'il en puisse résulter une erreur grave dans la détermination qu'on veut obtenir; la partie de la ligne mesurée hors de l'eau, est à la distance de la main à la surface de l'eau, comme la partie de la ligne, comprise entre la surface de l'eau et le fond, est à la verticale qui lui répond ou à la vraie profondeur de la mer.

Pour acquérir toutes les connaissances indispensables à l'emploi des sondes, il faut lire et méditer les mémoires contenant les exposés des travaux hydrographiques exécutés sous la direction et sous les ordres de M. Beautemps-Beaupré, ingénieur hydrographe en chef de la marine; ce n'est que dans ces ouvrages que l'on peut trouver tout ce qui est propre à nous conserver le haut degré de précision auquel nous sommes parvenus dans la construction des cartes marines.

Journal de navigation ou journal nautique.

C'est un compte détaillé et circonstancié, tenu jour par jour, de tout ce qui concerne la navigation d'un bâtiment, de tous les événemens intéressans qui surviennent, et de toutes les remarques que l'on est dans le cas de faire. Ce journal doit être tenu par le commandant et par chacun des officiers.

Un journal doit faire mention du vent qui a soufflé dans les différentes heures, entre chaque midi, de sa force, de ses changemens; de la qualité du temps et par conséquent des observations météorologiques; de la situation de la mer; des courans observés; de la quantité du chemin, de la route que le bâtiment a tenue, et des changemens qu'on y a faits; de la voilure que le bâtiment a portée; de ses mouvemens et évolutions; des rencontres qu'on a faites; des bâtimens, terres, brisans ou bas fonds qu'on a aperçus; des sondes; des relevés qu'on a faits des points essentiels des côtes, si on en a vu; de la déclinaison de l'aiguille aimantée; de tous les phénomènes qu'on a vus, des observations astronomiques et de leur résultat, pour fixer la latitude et la longitude

actuelle du bâtiment, à chaque midi. On y parle des mouillages où le bâtiment s'est arrêté ; de la nature et de la qualité du fond, et des amers et remarques qui peuvent servir à trouver le bon mouillage ; des marées et des courans, et des vents régnans ou dominans, ainsi que des erreurs que l'on croit apercevoir sur les cartes marines des divers lieux où l'on aborde.

Remarque. Pour perfectionner l'art de la manœuvre et dissiper les nuages qui enveloppent encore sa théorie, il serait nécessaire de fournir aux savans les matériaux sans lesquels le Problème de la résistance des fluides pourrait rester insoluble. Nous allons donner un aperçu des moyens qui pourraient conduire à sa solution, et lors même qu'elle n'en résulterait pas entièrement, au moins on en retirerait l'avantage de mieux connaître les qualités d'un bâtiment, d'en apprécier les causes, de les modifier et de prévenir bien des dangers.

Le manœuvrier doit avoir un plan exact du bâtiment, connaître la quantité et la qualité des bois employés ; la force des liaisons ; les dimensions, le poids et la position des mâts, ainsi que de tous les objets qui doivent former le gréement.

Il doit présider à l'arrimage, et ne rien placer sans en déterminer le poids et la position à l'égard du plan longitudinal, de la flottaison et du maître-couple ; enfin, doit déterminer le centre de gravité du bâtiment, tout armé et prêt à faire route.

Il doit tenir un journal de manœuvre contenant des observations pratiques faites avec précision et continuité, dans lequel doit y entrer ; 1.° La direction apparente du vent et sa vitesse absolue ; 2.° Le tirant d'eau au milieu, à l'avant et à l'arrière ; 3.° Les voiles exposées au vent, leur surface, leur inclinaison à l'horizon, l'angle qu'elles font avec la quille, avec le vent ; la manière dont elles sont brassées ; leur degré de courbure ; 4.° La direction de la route ; la dérive ; le sillage du bâtiment et sa bande sous le vent ; 5.° La vitesse des courans et leur direction ; 6.° La nature du tangage et du roulis et la durée de leurs oscillations ; 7.° L'angle du gouvernail avec la quille ; la grandeur et la durée de sa rotation.

Il ne faut pas se dissimuler que la détermination de ces élémens offre des difficultés, qu'elle demande de la circonspection, des expériences répétées et surtout un examen attentif de toutes les circonstances qui peuvent altérer les résultats trouvés et les rendre incertains. Cependant, tout porte à croire, qu'un esprit instruit, ingénieux et persévérant, peut procurer des données qui serviront un jour à résoudre le Problème de la résistance des fluides.

PROBLÈME XXXVIII.

Déterminer l'heure de la haute mer dans un lieu dont l'établissement est connu, et réciproquement, connaissant le temps de la haute mer, déterminer l'établissement de ce lieu.

Marée. Mouvement régulier et périodique des eaux de l'Océan, par lequel la mer s'élève et s'abaisse alternativement deux fois entre deux retours consécutifs de la lune au demi-méridien supérieur, et forme deux courans en sens opposés, l'un en montant vers les côtes, qui se nomme *flux* ou *flot* ; et l'autre en descendant, que l'on appelle *reflux*, *ebe* ou *jusant*. Lorsque les eaux sont parvenues à leur plus grande hauteur, elles restent quelques instans stationnaires ; on dit dans ce cas que la mer est *haute*, *pleine* ou *étale* ; et lorsqu'elles arrivent au terme de leur abaissement, où elles demeurent quelques instans, c'est alors que l'on a *la basse mer*.

Le phénomène des marées provient de l'action des forces attractives de la lune et du soleil sur les eaux de la mer, mais comme la force attractive que les corps exercent les uns sur les autres augmente comme le quarré de la distance diminue ; la lune attire donc inégalement les diverses parties du globe terrestre ; elle agit davantage sur celles dont elle est plus près, et moins sur celles dont elle est plus éloignée, ainsi les points de la surface de la terre, tournés vers la lune, seront plus attirés que ceux qui sont dans l'intérieur, et ces derniers plus que ceux qui sont à la surface de l'hémisphère opposé à celui qu'éclaire la lune. Si la terre était entièrement solide, ses molécules ne pouvant obéir séparément à ces diverses actions, prendraient un mouvement commun

répondant à une force qui serait la résultante de toutes celles que la lune exerce sur chaque molécule en particulier, et c'est ce qui a lieu en effet pour la partie solide du globe, mais non dans la masse d'eau qui le recouvre, dont toutes les parties mobiles, séparément, obéissent à l'action qui les sollicite, selon l'intensité de cette action. Delà il résulte que les eaux de la mer, qui couvrent la portion du globe la plus voisine de l'astre, sont attirées plus fortement que le centre, et que les eaux qui recouvrent l'hémisphère opposé étant encore plus éloignées de la lune, sont attirées avec moins de force que le centre. La portion du globe recouverte par l'Océan prend donc la forme d'un sphéroïde alongé, dont le grand diamètre n'est qu'à peu près dirigé vers la lune, parce que la force d'inertie des eaux s'oppose à la force attractive de la lune, et que le soleil agissant sur elles comme le fait la lune mais dans une direction qui varie suivant la situation de cet astre; ensorte que tantôt les actions de ces deux astres contribuent à produire le même effet et tantôt l'action de l'un est contrarié par l'action de l'autre.

L'influence de la lune sur le phénomène des marées surpasse celle du soleil; la raison en est que quoique sa masse soit beaucoup plus petite que celle de cet astre, sa distance à la terre est aussi beaucoup plus petite, de manière qu'étant comparée à celle du soleil, elle fait plus que compenser ce qui lui manque en masse; d'où il résulte que sa force attractive surpasse celle du soleil et qu'elle est environ trois fois plus grande; aussi c'est surtout sur le mouvement de la lune que se règle celui des marées. En effet, la mer est pleine dans un lieu, peu de temps après le passage de cet astre au méridien du lieu; il en est de même au point diamétralement opposé, s'il appartient à l'Océan. A mesure que la lune s'éloigne du méridien, l'eau s'abaisse, le reflux s'opère; et lorsqu'elle est à un peu plus de 90 degrés on a la basse mer. On voit donc que les eaux de la mer s'élèvent deux fois dans l'intervalle qui s'écoule entre deux passages de la lune au même méridien, intervalle qui dépend de la combinaison des vitesses de la lune et de la terre dans leurs orbites respectives; sa durée moyenne, exprimée en temps moyen, étant de $1^j,035050$ ou de $24^h\ 50^m\ 28^s 32$, surpasse d'environ trois quarts d'heure celle du jour, ce qui fait retarder de cette quantité le moment de la pleine mer. Les forces du soleil et de la lune ayant leur entier effet toutes les fois qu'elles agissent dans la même ligne, les plus grandes marées ont lieu dans les syzigies, et les plus petites dans les quadratures; en sorte que la seule observation des phases de la lune peut faire prévoir leur retour.

Ces phénomènes augmentent d'intensité quand le soleil et la lune sont plus près de la terre; ils diminuent quand ces astres s'éloignent, mais même dans cet effet secondaire, l'action de la lune conserve sa supériorité, et les variations de ses distances y seront surtout sensibles. Enfin les déclinaisons des deux astres y produisent aussi des modifications.

Dans un même lieu, le retard des marées, leurs diverses hauteurs, comparées entre elles, sont en tout conforme à ce qui résulte du changement de position de la lune et du soleil; mais près des rivages, les mouvemens des eaux étant gênés et contrariés par les obstacles qu'ils rencontrent, l'heure de la pleine mer varie pour le même jour d'un lieu à un autre suivant les temps nécessaires pour que les ondulations se propagent: c'est ce qui arrive dans nos ports, quoiqu'ils soient situés sur le même Océan. L'heure de la pleine mer est fort différente de l'un à l'autre, quoique constante dans chaque port: à Dunkerque, par exemple, la pleine mer a lieu un demi-jour après le passage de la lune au méridien; à Saint-Malo, c'est un quart de jour; à Brest, c'est un septième de jour. L'heure où ce phénomène arrive le jour de la nouvelle lune, s'appelle l'*établissement du port*. Cet instant se détermine dans chaque lieu, par l'observation, mais comme il y a deux pleines mers par jour lunaire, il faut deux observations de ce genre pour déterminer complètement l'établissement du port, et pouvoir prédire avec le retard moyen de $50^m\ 28^s,32$, toutes les époques moyennes des pleines mers.

L'élévation des eaux paraît tenir à des circonstances locales dont l'effet n'est pas encore bien apprécié; elle dépend beaucoup de la forme des bassins qui renferment les golfes, baies et détroits. A l'entrée de la Manche, dans un enfoncement où se trouve le port de Saint-Malo, dans les fortes marées la mer s'élève à plus de 15 mètres; et dans le port de Brest seulement à 9 mètres; à $0^m,8$ à l'embouchure du Sénégal, et enfin à $8^m,5$ dans l'île d'Otaïti.

Parmi les inégalités des mouvemens de la mer, on remarque cette loi générale: plus la mer s'élève lorsqu'elle est pleine, plus elle descend dans la basse mer suivante,

et la durée du flux est d'environ 9^m à 10^m plus courte que celle du reflux. On appelle *marée totale*, la demi-somme de deux pleines mers consécutives au-dessus du niveau de la basse mer intermédiaire. La plus grande valeur de cette marée totale à Brest, est $5^m,888$; elle a lieu dans les syzigies : la plus petite est 2^m789; elle a lieu dans les quadratures.

Les marées sont peu sensibles dans la Méditerranée et dans la mer Baltique, probablement parce que leur communication avec l'Océan est fort étroite, eu égard à leur surface; l'eau monte à peine de $0^m,6$ dans la Méditerranée : d'ailleurs l'une et l'autre de ces mers ne peuvent prendre que de très-petits mouvemens en vertu de l'action immédiate du soleil et de la lune; car ce n'est que l'accumulation des mouvemens partiels imprimés à chaque molécule d'une grande masse, qui les rend sensibles; et voilà pourquoi sur les lacs on n'aperçoit aucun changement analogue au flux et reflux.

Le calcul des marées repose principalement sur la connaissance de *l'établissement* des ports : cette indication est de la plus haute importance pour les navigateurs, sur les côtes et dans les ports où la marée s'élève beaucoup, puisque delà dépend la possibilité d'entrer dans ces ports ou de passer sur des fonds où l'on échouerait à mer basse, parce qu'il ne s'y trouverait pas assez d'eau. Nous avons des Tables très-étendues de l'établissement des ports, mais pour un grand nombre cet établissement n'est pas connu avec la précision que comporte l'état de nos connaissances, ni même avec celle qu'exige la sûreté de la pratique. Une chose assez étrange, dit l'Institut, il y a quelques années, dans un mémoire sur les observations qu'il est important de faire sur les marées dans les différens ports de France, c'est que les dernières expéditions autour du monde nous ont fourni, pour des régions éloignées de nous de plusieurs milliers de lieues, des données plus précises que celles que nous avons pour beaucoup de ports de notre voisinage, et que nous fréquentons tous les jours. En appelant sur cet objet l'attention des hommes éclairés qui habitent les villes maritimes, ce corps savant a proposé un plan d'observations que nous allons transcrire.

1. Qu'on doit multiplier les observations autant qu'il sera possible.

2. Qu'il est surtout essentiel d'observer toutes les circonstances des marées des jours des syzigies et des quadratures, ainsi que celles des marées des trois jours qui suivent ces phases.

3. Les observateurs devront tenir un journal de leurs observations : ce journal doit être assez circonstancié pour faciliter le dépouillement, la comparaison et la discussion des observations.

A la tête de la page de chaque mois on écrira l'heure des phases de la lune, réduite au méridien du lieu.

La première colonne contiendra le quantième du mois; la deuxième, le temps vrai du passage de la lune au méridien du lieu, en heures et minutes; dans la troisième on marquera l'heure vraie de la haute mer; dans la quatrième, la hauteur de la marée en mètres et décimales du mètre; dans la cinquième, l'heure vraie de la basse mer, et dans la sixième, le degré désigné par l'échelle au moment de la basse mer.

Une septième colonne contiendra le diamètre apparent du soleil au moment de la haute mer; une huitième, la déclinaison du soleil au même instant en degrés et minutes seulement : enfin la neuvième et la dixième colonnes contiendront, l'une le diamètre apparent de la lune au moment de la haute mer, et l'autre la déclinaison de la lune au même instant, exprimée en degrés et minutes seulement. On pourra même se contenter de remplir ces quatre dernières colonnes pour les observations de marées des jours des syzigies, des quadratures et des trois jours suivans.

A ces dix colonnes principales, il sera utile d'ajouter une colonne de remarques et d'observations particulières, dans laquelle on écrira l'état de l'atmosphère, principalement la direction du vent et sa force pendant la durée du flot et du jusant; on y marquera aussi la direction de la marée montante et descendante. Quoiqu'il ne paraisse pas indispensable de tenir note de la hauteur du baromètre et du degré du thermomètre, il est toujours utile, autant qu'il sera possible, de marquer ces deux élémens dans le journal d'observations.

4. Le premier soin des observateurs sera l'établissement de *l'échelle métrique des marées*. Chacun choisira dans sa localité, l'endroit le plus convenable et le plus à sa portée; on aura surtout soin que le zéro de cette échelle ne reste jamais à sec, même dans les plus basses eaux.

Dans les lieux où les marées s'élèvent à une grande hauteur, telle que les vaisseaux du premier rang peuvent passer sans danger dans des endroits qui étaient à sec quelques heures auparavant, comme il arrive à Saint-Malo et à Granville, il ne sera pas toujours facile de se procurer une échelle propre à marquer la haute et la basse mer : dans ce cas, l'observateur établira deux portions d'échelle, l'une pour évaluer la haute mer et l'autre pour la basse mer; et par un nivellement exact, il déterminera combien le zéro de la première échelle est élevé au-dessus du zéro de la seconde. Ce dernier parti a plusieurs avantages, et est même indispensable dans les localités où la mer laisse une grande plage à découvert.

Autant qu'il dépendra d'eux, les observateurs feront en sorte que ces échelles soient fixes et permanentes : en conséquence ils les établiront sur les jetées, sur le revêtement des fortifications, et en cas de besoin, sur les rochers : ils auront soin qu'elles soient autant qu'il sera possible, à l'abri, afin que la grande houpée de la mer, dans certains cas, ne nuise pas trop à la précision des observations et ne les rende pas trop incommodes.

5. Le moment de la haute mer est un point essentiel à déterminer : il faudra donc que les observateurs s'assurent avec exactitude du temps vrai; on le déterminera à l'aide d'un cadran solaire ou par des hauteurs correspondantes, prises avec un octant ou avec un sextant, ou avec un cercle de réflexion, au moyen d'un horizon artificiel; et, à défaut d'un horizon artificiel fait exprès, l'observateur pourra faire usage de la réflexion de l'eau, en garantissant le vase de l'action du vent.

Pour avoir plus exactement le moment de la haute mer, on observera, dans l'intervalle d'environ une demi-heure avant la haute mer, les heures auxquelles la mer répondra à différentes divisions de l'échelle, et lorsqu'elle descendra, on observera pareillement à qu'elle heure elle arrivera aux mêmes divisions : alors la moitié de l'intervalle de temps compris entre deux observations correspondantes, indiquera l'heure de la haute mer d'après ces deux observations. Faisant la même chose pour chaque paire d'observations correspondantes, par un milieu entre tous les résultats, on conclura l'heure de la haute mer avec toute la précision qu'on peut désirer.

6. Le moment précis de la basse mer, c'est-à-dire celui où elle cesse de descendre, est également un objet essentiel : pour le déterminer, on doit pareillement faire usage d'observations correspondantes. En conséquence, aux environs d'une demi-heure avant la basse mer, l'observateur notera l'heure à laquelle l'eau arrivera successivement à différentes divisions de l'échelle, et lors du retour du flot, il notera également l'heure à laquelle la mer parviendra aux mêmes divisions; d'où il conclura l'heure du plus grand abaissement de la mer.

7. Dans les endroits où l'on n'aura aucune des commodités dont nous venons de parler, on pourra encore y faire des observations utiles. Pour avoir le temps vrai, il suffira de tracer une méridienne pour y régler une montre ordinaire. Les algues, les flocons d'écume que la mer abandonne à chaque marée sur les plages lorsqu'elle se retire, marquent avec précision l'endroit où elle a monté; il ne s'agit que de déterminer l'instant où elle est parvenue à cette hauteur : pour cela, dans l'intervalle d'une demi-heure avant la pleine mer, il suffira de planter quelques piquets à l'endroit de la plage où le flot aboutit, et d'en noter le temps; ensuite, lorsque la mer descendra, on observera sur la montre à qu'elle heure le jusant arrivera successivement aux mêmes marques, ce qui fournira le moyen de conclure l'heure de la haute mer avec une assez grande précision. On emploiera le même moyen pour déterminer le moment précis de la basse mer.

Ces dernières observations ne fournissent pas immédiatement la hauteur absolue des marées; mais ayant marqué sur le rivage l'endroit où la mer s'est élevée et celui où elle est descendue, il est facile de conclure son élévation totale par un nivellement, opération qu'on peut même remettre à une autre fois, lorsque les marques sont permanentes et distinctes. Si l'on observait constamment dans le même endroit, on pourrait fixer à demeure de grosses pierres sur le rivage, et transporter une fois pour toutes, leur différence de niveau sur un rocher voisin : on se formerait ainsi, sur la déclivité

même du rivage, une échelle très-exacte dont les parties seraient très-grandes. C'est un fait d'observation, que la pente des côtes sablonneuses battues de la mer, est constante dans chaque localité, et que les variations d'une localité à l'autre sont même assez petites. S'il ne s'agissait pas de profiter des édifices déjà construits pour établir des échelles de marées, il faudrait préférer des échelles qui suivraient la déclivité de la côte aux échelles verticales; leur construction serait bien moins dispendieuse et leur usage plus commode. Lorsqu'elles suivraient exactement la pente naturelle de la côte, la mer y serait très-douce, et les observations plus exactes et plus faciles. Quelques carreaux de pierre, posés à demeure, et un nivellement une fois fait, seraient toute la dépense.

9. Il serait également important de multiplier les observations des marées dans différentes parties du globe, dans les colonies, dans plusieurs points des grandes îles, dans les Archipels, et les différens détroits qu'ils forment. On sait qu'il y a plusieurs régions du globe où l'on n'observe qu'un seul flux et un seul reflux dans vingt-quatre heures, au lieu de deux qui est la loi générale (comme on le rapporte du port de *Batsha*, dans le golfe de Tonquin). On sait encore qu'on a vu souvent, même sur nos côtes, la marée monter, puis suspendre son cours, et même descendre pendant quelque temps pour remonter ensuite, en reprenant sa marche ordinaire. Tous ces faits ne paraissent pas avoir été observés avec le soin nécessaire, et on doit désirer qu'ils le soient. Dans plusieurs endroits, les courans de la mer ont une marche périodique qui est le résultat des positions et des obstacles environnans, témoin ce qui arrive parmi cette multitude d'îles situées à l'Ouest de l'Ecosse, dans les Archipels de l'Inde, etc. Pour porter un jugement certain sur tous ces importans objets, il faut de bonnes observations, et de plus, avoir une description exacte de la figure, de la situation et de l'étendue des côtes adjacentes, enfin de toutes les circonstances locales.

10. Il serait aussi important de faire de bonnes observations des marées dans la partie du cours des fleuves qui en ressent l'effet, de déterminer avec précision l'étendue du flot, tant dans les syzigies que dans les quadratures, et sa vitesse ainsi que celle du jusant, dans les différens états du fleuve. Des connaissances exactes sur tous ces points seraient non seulement utiles à la navigation et à la science des marées, mais encore fourniraient des lumières importantes pour la confection des travaux dont les Ingénieurs sont chargés, tant pour la bonification des fleuves que pour différens objets de service public.

Ces instructions sont suffisantes pour avoir de tous les autres ports une suite d'observations semblable à celle que le port de Brest a fourni et qu'il continue chaque jour à enrichir, d'autant plus qu'il convient d'abandonner les autres détails aux lumières et à la sagacité des personnes qui s'occuperont de ces observations; nous ajouterons seulement que pour obtenir toute l'exactitude désirable, il sera préférable de ne se servir que d'agens déjà employés à un autre service dans le lieu ou dans le voisinage du lieu des observations, et que parmi les dispositions à prendre, il faudra donner la préférence à celles qui permettent de les surveiller à leur insçu.

Première méthode pour trouver l'heure de la pleine mer.

1. Pour le jour et le lieu donné, déterminez à une minute près l'heure astronomique du passage de la lune au méridien (page 104), et à un dixième de minute près la parallaxe horizontale de la lune. (Il suffira qu'elle soit équatoriale).

2. Prenez dans la Table LXXXVII le nombre d'heures et de minutes correspondant à l'heure du passage et à la parallaxe horizontale, et ajoutez le à l'heure de l'établissement du port (donnée par la Table LXXXVIII ou par la Table CIV), la somme vous donnera l'heure astronomique de la pleine mer. D'où il résulte que si l'heure trouvée surpasse 12 heures, son excès sur ce nombre sera l'heure de la pleine mer du matin, pour le jour suivant; pour en déduire celle de la pleine mer du jour donné, après midi, retranchez $12^h\ 25^m$ de l'heure astronomique trouvée, ou plus exactement 12^h plus la moitié du retard diurne du passage de la lune au méridien, le reste exprimera l'heure demandée.

Exemple 1. Quelle est l'heure de la pleine mer à Brest, le 25 Mars 1836.

La Connaissance des Temps donne,

Pour le passage de la lune à Brest	$6^h\ 31^m$
la parallaxe horizontale	54',4

Exemple 2. On demande l'heure de la pleine mer à Bordeaux, le 1 Janvier 1838.

La Connaissance des Temps donne,

Pour le passage de ☾ à Bordeaux	$4^h\ 55^m$
la parallaxe horizontale	59',5

Tab. LXXXVII. Pour $6^h\ 31^m$ et 54',4 on a	$5^h\ 33^m\ 3$
Etablissement du port	3 48
Pleine mer le 25 Mars à	9 21. 3

Exemple 3. Quelle est l'heure de la pleine mer à Cherbourg, le 27 Mars 1836.

La Connaissance des Temps donne,	
Pour le passage à Cherbourg	$8^h\ 13^m$
la parallaxe horizontale	55',2
Tab. LXXXVII. Pour $8^h\ 13^m$ et 55',2	$8^h\ 26^m\ 4$
Etablissement du port	7 45
Pleine mer le 27 Mars à	16 11. 4
Retranchant	12 25
Pleine mer le 27 Mars au soir à	3 46. 4

Tab. LXXXVII pour $4^h\ 44^m$ et 59',5 on a	$3^h\ 35^m\ 5$
Etablissement du port	6 54
Pleine mer le 1 Janvier à	10 29. 5

Exemple 4. On demande l'heure de la pleine mer à Dunkerque, le 23 Janvier 1838.

La Connaissance des Temps donne	
Pour le passage à Dunkerque	$22^h\ 38^m$
la parallaxe horizontale	60',1
Tab. LXXXVII pour $22^h\ 38^m$ et 60',1	$10^h\ 51^m\ 2$
Etablissement du port	11 45
Pleine mer le 23 Janvier à	22 36. 2
Retranchant	12 32
Pleine mer le 23 Janvier au soir	10 4. 2

Remarque. De la méthode précédente il est facile d'en déduire celle qui sert à trouver, par approximation, l'établissement d'un port.

Observez l'heure astronomique de la pleine mer dans le port dont il s'agit de trouver l'établissement, calculez ensuite comme précédemment, pour ce jour, l'heure du passage de la lune au méridien du lieu et sa parallaxe horizontale correspondante, puis avec ces deux quantités, prenez dans la Table LXXXVII le temps correspondant que vous retrancherez de l'heure observée, le reste vous donnera, par approximation, l'établissement demandé.

Seconde méthode.

Les deux méthodes suivantes, quoique moins exactes que la première, peuvent être utiles dans le cas où l'on n'aurait pas de *Connaissance des Temps*.

1. Cherchez dans la partie *mois*, de la Table LXXXIX, le jour du mois, et sur la même ligne horizontale, dans la partie *années*, prenez le nombre correspondant à l'année, vous aurez l'âge de la lune : en observant que N désigne une nouvelle lune et P une pleine lune.

2. Prenez dans la Table XCII, le nombre d'heures et de minutes correspondant à l'âge de la lune, que vous ajouterez à l'heure de l'établissement du port, donnée par la Table LXXXVIII ou par la Table CIV, la somme sera le temps astronomique de la pleine mer, dans le port donné, après midi, pour le jour proposé, si la somme ne surpasse pas 12 heures. Si l'heure trouvée est comprise entre 12 heures et 24 heures, son excès sur 12 heures vous donnera l'heure de la pleine mer du matin, pour le jour suivant ; pour avoir celle de la pleine mer du jour donné après midi, retranchez de l'heure astronomique trouvée, 12^h plus la différence entre les nombres de la Table XCII correspondans à l'âge de la lune, et cet âge augmenté de 12^h. Mais si l'heure astronomique surpasse 24^h, retranchez 24^h plus la différence entre les nombres de la Table XCII correspondans à l'âge de la lune et cet âge augmenté d'un jour, le reste de cette soustraction donnera l'heure de la pleine mer pour le jour proposé après midi.

Exemple 1. On demande l'heure de la pleine mer à Saint-Malo, le 7 Août 1839.

Age de la lune le 7 Août, Tab. LXXXIX,	28j
Pour l'âge de la lune, Tab. XCII	$22^h\ 30^m$
Etablissement du port, Tab. LXXXVIII	6 0
Somme	28 30
Diff. entre 28j et 29j, Tab. XCII + 24^h	25 2
Pleine mer le 4, après midi, à	3 28

Exemple 2. On demande l'heure de la pleine mer à Cherbourg, le 21 Août 1839.

Age de la lune le 21 Août, Tab. LXXXIX,	12j
Pour l'âge de la lune, Tab. XCII	$9^h\ 12^m$
Etablissement du port, Tab. LXXXVIII	7 45
Heure astronomique de la pleine mer le 21	16 57
ou le 22 Août le matin	4 57
Diff. entre 12j et 12j 12^h, Tab. XCII + 12^h	12 32
Pleine mer le 21, après midi, à	4 25

Remarque. L'âge de la lune, déterminé par la Table LXXXIX, peut avoir une erreur d'un jour et procurer une erreur d'une heure sur le temps de la pleine mer : la méthode suivante est plus exacte.

Troisième méthode.

1. *Connaissant l'année et le mois, trouver le temps de la nouvelle et de la pleine lune.*

A l'épacte de l'année, prise dans la Table XC, ajoutez celle du mois que vous donne la Table XCI; la différence entre la somme et la révolution synodique de la lune, ou $29^j\ 12^h\ 44^m$, vous donnera le temps de la nouvelle lune moyenne; vous obtiendrez celui de la pleine lune qui précède ou qui suit, en retranchant ou en ajoutant au temps de la nouvelle lune, la moitié d'une lunaison ou $14^j\ 18^h\ 22^m$; et celui du dernier quartier ou du premier quartier, en retranchant on en ajoutant le quart d'une lunaison ou $7^j\ 9^h\ 11^m$.

Exemple 1. Trouver les temps de la nouvelle et de la pleine lune moyennes, ainsi que ceux du premier et du dernier quartier, pour le mois d'Octobre 1837.

Epacte de 1837, Table XC		23j	1h	57m
Epacte d'Octobre, Table XCI		7	5	24
	somme	30	7	21
Lunaison ou révolution synodique		29	12	44
Temps de la nouvelle lune,	*différ.*	0	18	37
Moitié d'une lunaison		14	18	22
Temps de la pleine lune	*somme*	15	12	59
Quart d'une lunaison		7	9	11
Dernier quartier	*somme*	22	22	10
Premier quartier	*différence*	8	3	48

Exemple 2. On demande les temps de la nouvelle et de la pleine lune moyennes, ainsi que ceux du premier et du dernier quartier, pour le mois de Septembre 1847.

Epacte de 1847, Table XC		13j	6h	55m
Epacte de Septembre, Table XCI		6	18	8
	somme	20	1	3
Lunaison on révolution synodique		29	12	44
Temps de la nouvelle lune,	*différ.*	9	11	41
Moitié d'une lunaison		14	18	22
Temps de la pleine lune	*somme*	24	6	3
Quart d'une lunaison		7	9	11
	somme	31	15	14
Lunaison		29	12	44
Dernier quartier	*différence*	4	2	30
Premier quartier		16	20	52

2. *Connaissant l'année, le mois et la longitude du lieu, trouver l'âge moyen de la lune pour un instant donné.*

A l'épacte de l'année, prise dans la Table XC, ajoutez celle du mois que vous donne la Table XCI et le temps donné compté astronomiquement; à la somme de ces trois nombres, ajoutez la longitude du lieu convertie en temps, si elle est Ouest; mais de la somme retranchez la longitude, si elle est Est, la somme ou la différence, si elle est moindre qu'une lunaison, ou $29^j\ 12^h\ 44^m$, donnera l'âge moyen de la lune; mais si elle est plus grande, retranchez $29^j\ 12^h\ 44^m$, le reste vous donnera l'âge de la lune.

Pour un jour des mois de Janvier et de Février d'une année bissextile, il faudra retrancher un jour de l'âge trouvé.

Exemple 1. Trouver l'âge de la lune, le 12 Février 1835, à 5h 20m après midi, par 60° de longitude O.

Epacte pour 1835, Table XC		0j	19h	34m
Epacte de Février, Table XCI		1	11	16
Temps donné		12	5	20
	somme	14	12	10
Longitude en temps		0	4	0
Age demandé	*somme*	14	16	10

Exemple 2. On demande l'âge de la lune à Canton, le 19 Mai 1851, à 7h 40m du matin.

Epacte pour 1851, Table XC		27j	6h	57m
Epacte de Mai, Table XCI		1	21	4
Temps donné		18	19	40
	somme	47	23	41
Longit. en temps E. 7h 23m Lunaison 29 12 44 }	—	29	20	7
Age demandé	*différence*	18	3	34

3. *Déterminer le temps de la haute mer pour un jour et un lieu donné.*

Calculez l'âge de la lune à midi du jour donné et pour le lieu proposé, comme il a été dit précédemment; prenez le nombre correspondant dans la Table XCII, que vous ajouterez à l'heure de l'établissement du port, Table LXXXVIII ou CIV, la somme donnera l'heure approchée de la pleine mer: ajoutez à cette heure l'âge de la lune, et

prenez dans la Table XCII le nombre correspondant à la somme ; le nombre donné par cette Table étant ajouté à l'heure de l'établissement du port, donnera l'heure de la pleine mer. Si l'heure trouvée surpasse 12^h ou 24^h, on opérera comme il a été dit dans la méthode précédente.

Exemple 1. On demande le temps de la pleine mer le 2 Mai 1835, à Cadix.

Epacte pour 1835, Table XC		01	19^h	34^m
Epacte de Mai, Table XCI		1	21	4
Jour du mois		2	0	0
	somme	4	16	38
Longitude en temps, O.	+		0	35
Age de la lune, le 2 à midi		4	17	13
Etablissement du port, Tab. CIV			2	30
Cor. pour l'âge de la lune, Tab. XCII			2	52
Temps approché de la pleine mer			5	22
Age de la lune pour midi		4	17	13
Age pour le temps approché		4	22	35
Etablissement du port			2	30
Correction, Table XCII			3	0
Temps de la pleine mer	*somme*		5	30

Exemple 2. On demande le temps de la pleine mer à Cuxhaven, le 3 Avril 1846.

Epacte pour 1846, Table XC		21	15^h	44^m
Epacte d'Avril, Table XCI		1	9	48
Jour du mois		3	0	0
	somme	7	1	32
Longitude en temps, E.	−		0	26
Age de la lune, le 3 à midi		7	1	6
Etablissement du port, Tab. CIV			0	40
Cor. pour l'âge de la lune, Tab. XCII			4	26
Temps approché de la pleine mer			5	6
Age de la lune pour midi		7	1	6
Age pour le temps approché		7	6	12
Etablissement du port			0	40
Correction, Table XCII			9	36
Temps de la pleine mer	*somme*		5	16

Remarque. Dans toutes les méthodes on ne tient pas compte des effets qui résultent de la combinaison des localités avec l'action des vents, aussi les heures calculées diffèrent toujours plus ou moins des heures observées.

PROBLÈME XXXIX.

De la mesure des bases.

L'exactitude des opérations trigonométriques, relatives à la construction des cartes et plans hydrographiques et en général des travaux géodésiques, dépend essentiellement de la mesure de deux espèces de grandeurs ; des étendues en longueur qui servent de bases aux triangles dont les sommets sont les principaux points de l'espace à représenter, et de la mesure des angles de ces triangles.

Ces triangles réuniront les conditions les plus avantageuses lorsqu'ils seront les plus grands possibles, qu'ils approcheront le plus de la forme équilatérale, et (quoiqu'il suffise à la rigueur de mesurer une ligne principale servant de base à l'un d'eux, pour pouvoir calculer toutes les distances entre les sommets) qu'ils seront liés par un plus grand nombre de côtés mesurés.

Pour l'emplacement d'une base, on choisira toujours la portion de terrain la plus unie et la plus étendue, située de manière que de ses limites on puisse apercevoir le plus grand nombre des points dont il s'agit de fixer la position. Pour mesurer cette ligne, à ses extrémités, on commencera par planter verticalement au moyen du fil à plomb, deux jalons garnis d'un petit papier blanc à leur partie supérieure, pour servir de point de mire, ensuite on fera poser de distance en distance d'autres jalons toujours d'aplomb et qui soient en même temps dans la direction, ou plus exactement dans le plan vertical passant par la ligne à mesurer. Ces jalons se multiplient autant qu'il est nécessaire pour que l'on puisse suivre par leur moyen la direction de cette base : les jalons intermédiaires sont quelquefois remplacés par un cordeau ou bien un observateur reste placé à l'une des extrémités de la base, pour s'assurer que pendant l'opération les mesures sont toujours placées dans la direction indiquée.

Dans les opérations de détail, la mesure de la base s'obtient au moyen d'une chaîne de gros fil de fer dont la longueur est ordinairement de dix mètres, et chaque longueur de mètre est composée de cinq parties dont chacune représente le double décimètre : cette chaîne convient parfaitement pour parcourir avec célérité une grande longueur. Il

fant, avant de s'en servir, la vérifier sur un étalon et lui donner environ deux centimètres de plus que dix mètres, vu qu'il est impossible de la tendre rigoureusement en ligne droite; d'ailleurs on risquerait, en voulant atteindre cette limite, d'en rompre les anneaux. Il est nécessaire d'employer des chaineurs intelligens, parce que c'est de la précision de leurs opérations que dépend en grande partie la justesse du plan.

Lorsque l'on mesure la ligne droite tracée par le moyen de jalons, le chaîneur qui marche en avant, dans la direction de ces jalons, porte dix fiches de fer qu'il plante en terre les unes après les autres, lorsque la chaîne est suffisamment tendue et quand ses extrémités sont dans une même ligne horizontale, quelles que soient d'ailleurs les inflexions du terrain, ensuite le chaîneur qui vient après enlève ces fiches à fur et à mesure. Si la ligne qu'on mesure est de plus d'une *portée*, c'est-à-dire si elle est plus que dix fois la chaîne, on continue la même opération en retenant ou en écrivant sur un cahier le nombre de portées et de mètres que contient la ligne mesurée.

Quand les lignes d'opérations traversent un terrain qui offre une ou plusieurs pentes longues et rapides, alors au lieu de disposer la chaîne horizontalement, ce qui serait trop gênant et peu exact, on mesure la longueur même de chaque pente, et après avoir estimé l'inclinaisun de chacune, soit avec un cercle répétitrur soit à l'aide d'un niveau à lunette plongeante, armé d'un petit arc vertical gradué, on réduit les mesures à l'horizon au moyen de la méthode suivante : au logarithme du double de la ligne droite mesurée, ajoutez deux fois le logarithme du sinus de la moitié de l'inclinaison, la somme donnera le logarithme d'un nombre, qui, étant retranché de la longueur mesurée, donnera pour reste cette longueur réduite à l'horizon.

Exemple 1. Une ligne de 200 mètres de longueur est inclinée de 4°, on demande la longueur horizontale de cette ligne.

Log. de 400		2.602060
2 Log. sin. 2°		17.085638
	0.49	9.687698
Ligne mesurée		200
Correction	—	0.49
Longueur horizontale		199.51

Exemple 2. Une ligne droite de 600 mètres a été mesurée sur un terrain dont la pente est de 5°; on demande la longueur horizontale de cette ligne.

Log. de 1200		3.079181
2 Log. sin. 2° 30'		17.279360
	2.28	0.358541
Longueur mesurée		600
Correction	—	2.28
Longueur réduite à l'horizon		597.72

Dans les opérations ordinaires de l'arpentage, de la topographie et de l'hydrographie, on peut se dispenser d'effectuer cette correction, surtout si celle relative à la longueur mesurée est jugée être moindre que l'erreur commise dans cette mesure.

Des règles égales au double ou au triple mètre remplacent avantageusement la chaîne, quand on doit mesurer de petites distances, ou bien lorsqu'il est question d'opérations plus délicates; s'il s'agit par exemple d'une triangulation du premier ou du second ordre, alors il faut mettre en usage d'autres moyens, employer d'autres précautions pour la mesure d'une base, qui devient dans ce cas une des opérations les plus difficiles et les plus importantes de la géodésie. C'est dans les ouvrages de M. Delambre que l'on peut voir les moyens dont il s'est servi pour exécuter ce qui a été fait de plus exact dans cette partie.

Pour donner une idée des soins et des attentions qu'il faut prendre pour obtenir la précision que demande la détermination des triangles même secondaires, nous allons rapporter les procédés employés par M. de Zach, dans la mesure d'une base située dans les environs de Marseille.

« Le premier soin fut de faire construire trois règles de bois bien dressées, d'environ » trois mètres de longueur chacune : quoiqu'il suit vrai que le bois est plus sujet à se » plier et à se déjeter, qu'il est plus susceptible de l'impression de l'humidité et de la » sécheresse que les règles de métal; cependant les précautions avec lesquelles on a fait » construire ces règles, ont parfaitement rassuré sur ces dangers. D'ailleurs la mesure » d'une base, comme celle dont on avait besoin, pouvait s'achever en si peu de temps, » que l'on n'avait, surtout en ce climat, rien à craindre de la vicissitude et des chan- » gemens subits de la température de l'atmosphère : aussi on avait choisi pour cette » mesure le temps le plus favorable, l'automne et le milieu du mois d'Octobre, saison

» ordinairement la plus belle, où ni les chaleurs, ni les froids, ni les humidités ne » prédominent, et où la température de l'air est la plus égale. »

« Pour éviter que les règles ne pussent se tourmenter, on a d'abord fait choix de » très-vieux bois de sapin du Nord, qui avait été gardé pendant vingt ans dans un » magasin. Chaque règle était composée de deux pièces, les fibres du bois placés en sens » contraire, l'une sur l'autre, collées et fixées ensuite par un bon nombre de chevilles » de bois. Pour les garantir de l'humidité, on les a peintes à l'huile, en leur donnant » trois couches de couleur bien épaisse. Chaque règle portait à ses deux bouts les » N.ºs 1, 2 et 3, et était peinte d'une couleur différente; cette variété de couleurs » servait encore à les faire mieux distinguer de loin et à maintenir l'ordre constant » dans lequel elle devait se suivre et être placées l'une après l'autre. Pour les empêcher » de fléchir, sans les rendre trop lourdes, on leur avait donné environ cinq centimetres » de largeur sur sept centimètres d'épaisseur. Mais un autre moyen plus sûr encore de » prévenir l'effet de la flexion, consistait en ce que chaque règle était toujours portée » de la même manière sur deux chevalets qui la soutenait aux deux tiers de la longueur. » C'est dans cette position que ces règles ont été étalonnées; c'est dans la même » position qu'elles ont été employées à la mesure de la base; de sorte que si les règles » fléchissaient, elles le faisaient toujours de la même manière, ce qui, par conséquent, » ne pouvait influer sur la mesure de leurs longueurs, ayant été étalonnées dans cette » même position. »

« Les deux bouts de chaque règle étaient garnis de plaques de cuivre bien dressées, » de deux lignes d'épaisseur, qui recouvraient toute l'épaisseur du bois, et qu'on y » avait solidement fixées par des vis longues et à têtes plates. »

« Chaque règle portait un niveau à bulle d'air, et comme elles étaient posées sur deux » chevalets ou trépieds à hauteur d'appui, on les mettait facilement et très-commodément » de niveau, en introduisant entre la règle et la table du chevalet sur laquelle elles » posaient, de petits coins de bois dont on avait une ample provision de différentes » grandeur; on les chassait à petits coups, selon qu'il fallait hausser ou baisser l'un des » bouts de la règle; par ce moyen on ramenait promptement la bulle d'air du niveau » entre ses repères, et par conséquent la règle à une parfaite horizontalité. »

« Les règles placées en ligne droite et bout à bout, ne se touchaient jamais, mais » on laissait un petit intervalle de quatre ou cinq centimètres entre elles; de cette » manière on ne risquait pas de déranger les règles qui étaient déjà posées, en les » mettant en contact, ce qui, d'ailleurs, est très-difficile à bien juger. On mesurait cet » intervalle entre deux règles avec une petite échelle dont 1000 de ses parties égalaient » 0,8462738 mètres; on pouvait fort bien encore estimer la moitié d'une de ces divisions » de l'échelle, par conséquent on pouvait évaluer ce petit intervalle jusqu'à 0,000423 » parties du mètre. Supposons qu'on se fût trompé en appliquant cette échelle pour » mesurer ces intervalles, d'une de ces parties, toujours dans le même sens, l'erreur » qui en serait résulté sur la totalité de la base aurait été à peu près de soixante-cinq » centimètres, car pendant la mesure de cette base, on avait appliqué l'échelle 696 fois, » donc en supposant qu'à chaque application de l'échelle on se fût trompé d'une de ses » parties, l'erreur totale aurait été $= 696 \times 0{,}0008463 = 0^{m},58802$. Mais tout en admettant » la possibilité de se tromper dans cette mesure, d'une division de l'échelle, il n'est pas » probable qu'on commette cette erreur 696 fois dans un même sens, et il doit y avoir » certainement compensation: ce qui le prouve, c'est l'accord des quatre mesures de » cette base. Elle fut mesurée deux fois, et les registres des mesures furent tenus par deux » personnes dont chacune était munie de son échelle, avec laquelle elles mesuraient sé- » parément les distances des règles, ce qui équivaut à quatre mesures; ou deux des

» mesures de la base de 1766 mètres, différaient entre elles de $0^{m},1405752$
» les deux autres différaient de 0 1261895
» donc la différence entre les mesures n'allait qu'à 0 0143857
» c'est-à-dire un centimètre sur 1766 mètres. »

« Sur une autre base de 505 mètres, les deux premières
» différaient entre elles de 0 0053533
» les deux autres de 0 0074690
différence 0 0021157

« Ainsi l'erreur qui provenait de l'application des échelles et de l'évaluation de ses » parties, n'allait ici qu'à deux millimètres sur 500 mètres. Ce qui prouve que l'on » pouvait parfaitement se rassurer sur l'erreur qui pouvait venir de cette source. »

« Quoique les règles fussent toutes bien alignées et bien calées horizontalement, le » terrain ne permettait pas toujours de les placer dans un même plan horizontal; car » s'il allait en montant ou en descendant, ces règles étaient placées en échelons ou par » étages, l'une au-dessus ou au-dessous de l'autre; l'application immédiate de l'échelle » aux règles, pour mesurer leurs distances, devenait alors impraticable. Dans ces cas » on employait le fil à plomb, qu'on faisait descendre d'un bout de la règle, en pré- » sentant la petite échelle entre ce fil à plomb et le bout de l'autre règle, on mesurait » la distance horizontale, ayant égard à l'épaisseur du fil à plomb. Au reste, comme » le terrain sur lequel on mesura la base était presque horizontal, à une petite montée » près, le fil à plomb ne fut employé que rarement. »

« Les règles, comme on l'a dit, étaient toujours placées sur des chevalets ou trépieds » de bois de trois pieds de hauteur, en sorte qu'on pouvait sans gêne les aligner, les » caler, et mesurer leurs intervalles avec la plus grande commodité. Ces chevalets, qu'on » avait rendus aussi légers que solides, par une espèce de treillage en arc-boutant, » prenaient une assiette bien ferme, et n'éprouvaient aucun mouvement lorsqu'on alignait » et calait ces règles. On avait des chevalets de différentes hauteurs, de demi-pied en » demi-pied jusqu'à la hauteur de trois pieds : voici leur usage. »

« Lorsqu'on commençait la mesure avec ces règles, ou que l'on voyait arriver le » moment où il fallait s'arrêter et fixer le point sur le terrain où l'on avait fini, l'on » montait ou l'on descendait par degré avec ces chevalets : on commençait avec des » chevalets d'un demi-pied de hauteur de terre, et on s'élevait successivement jusqu'aux » chevalets de trois pieds, et on continuait à cette hauteur. Lorsqu'on s'arrêtait le soir, » on descendait de la même manière. Si l'on ne s'était servi que des chevalets de trois » pieds, lorsqu'il fallait marquer sur le terrain le point de la première ou de la dernière » règle à laquelle on avait commencé ou fini, il aurait fallu faire descendre de toute » la hauteur de la règle, un fil à plomb de trois pieds; or, on a beau garantir un fil » à plomb de cette longueur par des toiles dont on l'entoure; pour peu que l'air soit » agité, le fil à plomb sera toujours dans une oscillation continuelle, et ne marquera » jamais avec certitude le point vertical sur le terrain qui répond exactement à son point » de suspension. Un fil à plomb d'un demi-pied, est moins sujet à de longues oscil- » lations; il parvient plus facilement à son repos, et on peut mieux le mettre à l'abri » des agitations de l'air. Par ce moyen bien simple, on parvient, comme il est facile » de voir, avec beaucoup plus de certitude et avec moins d'embarras, à fixer exac- » tement les points de *départ* et *d'arrivée* sur le terrain. »

« Lorsqu'on était sur le point de terminer la mesure de la journée, on marquait » provisoirement sur le terrain l'endroit où le terme devait aboutir : on y faisait un » trou en terre, dans le fond duquel on enfonçait un pieu à grands coups de maillets; » mais on faisait cette opération bien avant qu'on ne se fut approché avec tout l'attirail, » de crainte que les contre-coups du maillet ne fissent rebondir les chevalets et les » règles, et altérer par-là la mesure. Lorsqu'on arrivait à ce trou, la dernière règle » n'était plus qu'à une hauteur d'un demi pied de terre; le fil à plomb, dont la pointe » était une aiguille à coudre des plus fines, et qui descendait de l'extrémité de la règle, » répondait exactement à ce pieu; il était d'autant plus facile de se régler sur ce point, » que l'intervalle entre les règles étant arbitraire, on pouvait s'arranger de manière que » le bout de la dernière règle tombât exactement sur le milieu de ce pieu. Lorsque le » fil à plomb indiquait le point de repos sur le pieu, on y enfonçait un clou de cuivre » à tête plate et polie, et on y marquait avec un poinçon le point que le fil à plomb » y avait désigné. Par précaution on recouvrait le clou avec un morceau de toile enduit » de suif, pour le garantir de la rouille et du vert-de-gris, en cas qu'un grand vent » ou une grosse pluie nous eût empêché de reprendre de sitôt la mesure (ce qui cepen- » dant n'est pas arrivé), on plaçait encore une petite planche en bois par-dessus le » clou, et on rebouchait exactement le trou pour le soustraire à l'œil des curieux. Le » lendemain, des repères et des marques faisaient retrouver le pieu : on le découvrait » avec précaution, on plaçait la même règle à un demi-pied de hauteur dans la même » position que la veille, c'est-à-dire le fil à plomb tombait exactement sur le point

» marqué sur la tête du clou dans le pieu ; on s'élevait avec les règles de demi-pied » en demi-pied, jusqu'aux chevalets de trois pieds, sur lesquels on continuait la mesure » pendant la journée, jusqu'au soir qu'on descendait graduellement de la même manière » que la veille, pour s'arrêter comme on l'a dit. »

« Un autre objet très-important, auquel il fallait porter la plus grande attention, » c'est l'alignement de la base. Sans les précautions les plus scrupuleuses, une base » ne sera jamais une ligne parfaitement droite, mais une suite de lignes brisées, qui » approchera plus ou moins de la ligne droite ; une base mesurée en zig-zag sera par » conséquent toujours trop longue. »

« Le terme boréal de la base était un moulin à vent construit sur une petite émi- » nence. Ce moulin, ou plutôt sa girouette, servait de point de mire. Ayant établi le » théodolite sur le point austral de la base, le fil vertical bien rectifié dans la lunette » plongeante de cet instrument (on aurait pu se servire de la même manière du cercle » répétiteur), et pointé sur la girouette du moulin, donna l'alignement ou la ligne » droite sur laquelle la base devait se porter. On fit planter dans cette direction, de » distance en distance, des jalons, qui tous étaient coupés par le fil vertical de la » lunette, qui se couvraient par conséquent, mais qui ne couvraient jamais la girouette, » le moulin étant placé sur une hauteur qui dominait tout le terrain de la base. Ces » jalons au reste, ne servaient qu'à diriger les journaliers pour placer les chevalets à » peu près dans la direction de la base. Les règles furent alignées par le théodolite ; » une personne placée à cet instrument dirigeait cet alignement, et veillait continuelle- » ment à ce que le milieu des trois règles fût toujours coupé par le fil vertical de la » lunette, lequel coupait en même temps la girouette du moulin. Deux règles restaient » toujours en place lorsqu'on transportait et alignait la troisième ; mais à mesure qu'on » s'éloignait du théodolite, les signaux qu'on donnait devenaient plus difficiles à voir, » l'alignement des règles se faisait plus lentement et avec plus de fatigue. On n'aurait » eu qu'à suivre la mesure avec le théodolite, et le rapprocher davantage des règles, » mais l'on eut un autre expédient aussi sûr que prompt pour les aligner : on fit construire » une pinnule mobile de vingt-cinq centimètres de hauteur, qu'on pouvait appliquer à » tous les bouts des trois règles ; sa ligne de foi correspondait exactement à la ligne » qui était tracée sur le milieu et sur toute la longueur de chaque règle. En plaçant cette » pinnule sur un bout de ces règles, on présentait un fil à plomb à l'autre bout, » exactement sur la ligne du milieu ; la personne à la pinnule visait sur la girouette du » moulin, et faisait coïncider, par le mouvement de la règle, à droite ou à gauche, » le fil à plomb sur la girouette ; on alignait ainsi chaque règle séparément, et lorsque » toutes les trois l'étaient, on plaçait la pinnule sur la première règle et le fil à plomb » à la dernière, et l'on vérifiait sur une longueur d'environ dix mètres, si les trois » règles étaient bien alignées. On plaçait ensuite la pinnule sur la dernière règle et le » fil à plomb à la première, et on visait en arrière sur le terme austral de la base ; » par ce moyen, on s'assurait de n'avoir jamais brisé et quitté la ligne droite. Cette » pratique réussissait toujours si parfaitement, que la personne placée au théodolite » n'avait qu'à donner le signal que tout allait bien. »

« L'étalonnage des règles est encore un de ces points délicats auxquels il faut faire la » plus grande attention. On avait un étalon d'un mètre de fer dont on peut garantir » l'exactitude, ayant été comparé à deux étalons du mètre définitif du même métal, fixé » par la commission des poids et mesures à Paris. Avec deux micromètres microscopiques » à fils mobiles et à la température de + 13° du thermomètre de Réaumur, le mètre » qui a servi à étalonner nos règles fut trouvé plus grand que l'un de 0m,000097191, et » plus grand que l'autre de 0m,000090478 ; et par un milieu de 0m,000093835. »

« C'est avec ce mètre que l'on a fixé au juste et par trois fois, la longueur des règles, » qui avaient été construites long-temps avant d'entreprendre la mesure de la base, afin » de pouvoir les mettre plus long-temps en expérience, les exposer à l'action de la » température, et vérifier ensuite si, après quelques intervalles de temps, elles n'avaient » pas joué et n'avaient pas été altérées dans leurs longueurs. Ces règles ayant été achevées » au commencement du mois de Juin, furent étalonnées toutes les trois, placées sur » leurs chevalets, le 5 de ce mois. Elles restèrent dans cet état dans une chambre, » exposées à toute l'ardeur du soleil de l'été. A l'approche de l'époque de la mesure de » la base, elles furent étalonnées pour la seconde fois, le 7 Octobre. La mesure de la

» base terminée, ces règles furent soumises à l'étalonnage pour la troisième fois. Les » résultats feront voir qu'elles n'ont subi aucun changement sensible, et que les légères » différences qu'on a trouvées dans les trois différentes mesures, pouvaient tout aussi bien » être attribuées aux opérations de l'étalonnage qu'aux changemens des règles : au reste, » ces différences, comme on verra, sont si petites, qu'elles ne peuvent avoir aucune » influence sur la longueur de la base, ni sur les distances qui en ont été déduites. »

	Règle N.° 1.	Règle N.° 2.	Règle N.° 3.
Premier étalonnage. . . .	3^m 245986	3^m 245986	3^m 247586
Second.	3 246186	3 245986	3 247686
Troisième.	3 245730	3 245730	3 247730
	2902	2702	2002
Moyenne.	3 2459673	3 2459007	3 2476673
Somme des moyennes = *une portée*.			9 7395353

« Trois ans et demi après les avoir gardées dans un cellier humide, dont l'exposition » était au Nord, on les a soumises à un nouvel étalonnage qui a donné pour une portée » 9^m,7392030 ; la différence de celle-ci à la précédente est de 0^m,0003323. Cette différence » peut être regardée comme nulle, et en inférer que, si après un si long intervalle de » temps, des règles aussi longues n'ont point subi d'altération notable, on pourrait, » en les faisant construire de la manière qui a été indiquée, s'en servir avec la même » sécurité pour les bases les plus longues : effectivement, le bois de sapin est de tous les » bois celui qui est le moins sujet à se tourmenter ; et lorsqu'il est bien sec, jumelé et » collé à fibres opposées, et recouvert de peinture, il est presque invariable. »

« A la rigueur, cette base mesurée aurait encore besoin de quelques corrections ; » mais comme elle est si petite, elles sont tout à fait nulles. Cette base est proprement un » arc, et c'est la corde de cet arc qu'il faut. On sait que B étant un arc terrestre et » C sa corde, on aura $B - C = \frac{B^3}{24\ R^2}$, R étant le rayon de la terre : or, en cal- » culant d'après cette formule la différence entre la corde et un arc de 15500 mètres, » base la plus longue que l'on ait mesurée jusqu'à présent, on ne trouvera que 0^m,0037 » de différence entre la corde et l'arc ; pour 10000^m cette différence ne serait que de » 0^m,001, et pour 5000^m, $B - C =$ 0^m,00013, par conséquent absolument nulle. »

« Une autre correction à faire, est celle de la réduction de la base au niveau de la » mer. Soit H la hauteur du sol au-dessus du niveau de la mer (nous donnerons dans un » des Problêmes suivans le moyen de déterminer H), B la base mesurée, R le rayon » de la terre, et b la base réduite, la réduction au niveau de la mer sera

$$B - b = \frac{BH}{R + H} = \frac{BH}{R} - \frac{BH^2}{R^2} + \frac{BH^3}{R^3}, \text{ etc.}$$

« Le premier terme suffit pour les bases les plus longues. »

Dans la construction des cartes et plans hydrographiques, on mesure souvent les grandes bases au moyen d'un micromètre ou d'un cercle à réflexion.

Pour faire usage du micromètre, on se sert d'un mâtereau placé verticalement à l'une des extrémités de la base, et contenant au pied et au sommet deux mires dont la distance a été mesurée avec soin : cela posé, un observateur placé à l'autre extrémité de la base, observe avec le micromètre l'angle sous lequel il aperçoit la distance des centres des deux mires, de cette manière il obtient les données nécessaires pour la résolution du triangle rectiligne rectangle dont la distance des deux mires et la base à déterminer forment les deux côtés de l'angle droit ; mais comme le remarque M. Beautemps-Beaupré « L'exactitude à laquelle on peut arriver par ce moyen, dépend de la bonté de la lunette » et de celle du micromètre, du soin que l'on met à mesurer la petite distance comprise » entre les deux mires, de l'attention que l'on a de bien placer le mâtereau dans le plan » perpendiculaire à la direction de la base ; enfin, du plus ou moins d'habitude que l'on » a des observations micrométriques, qui sont toujours extrêmement délicates. »

La détermination des bases s'obtient avec le cercle répétiteur, dont nous avons parlé *page* 82, et généralement avec le cercle à réflexion, de la même manière qu'au moyen du micromètre, seulement le mâtereau est remplacé par une petite base mesurée avec

beaucoup de soin, et dont la longueur dépend des localités; la direction de cette base est perpendiculaire à la distance à trouver et passe par une de ses extrémités; à l'autre extrémité se place un observateur pour mesurer avec le cercle par deux séries composées chacune de 10 ou de 20 observations, l'angle sous lequel la petite base est aperçue, alors on a comme au moyen du micromètre, tout ce qui est nécessaire à la résolution du triangle rectiligne rectangle dont un des côtés est la distance cherchée.

PROBLÊME XL.

Des signaux, de la mesure des angles et des réductions dont ils sont susceptibles.

Après la mesure de la base il reste celle des angles; pour l'obtenir avec précision, il faut remarquer des extrémités de cette base, tous les différens points qu'on peut y observer, et savoir choisir avec discernement ceux qui fournissent les triangles les plus avantageux, qui sont ceux qui approchent le plus du triangle équilatéral. En général, on doit choisir de préférence ceux qui sont situés dans des lieux assez élevés pour qu'ils se projettent dans le ciel, lorsqu'ils sont aperçus des stations voisines. D'un point A voyant un point B dans le ciel, pour s'assurer si ce second point le point A se projettera de même dans le ciel, on prendra la distance au zénith du point B et la distance au zénith du point opposé de l'horizon, si la somme de ces deux distances surpasse 180°, le point A, vu de la station B, sera suffisamment élevé pour etre aperçu dans le ciel; mais si la somme dont il s'agit est plus petite que 180°, le point A se projettera en terre ou sur la montagne qui borde l'horizon vu du point B.

Voici la marche que suivent les Ingénieurs chargés de la grande triangulation de la carte de France. Les observateurs se transportent d'abord aux points qui semblent par leur élévation, les mieux disposés pour des sommets de triangles, et y font avec un instrument de petite dimension, des tours d'horizon, dans lesquels ils font la recherche des objets les plus apparens et qui paraissent propres à servir de points trignométriques. Ils mesurent les angles que ces objets font entre eux, en font le dessin de manière à pouvoir les reconnaître des autres stations, et prennent note de leur distance estimée ainsi que du nom de ces objets; ils prennent également note de la manière dont ces points se projettent, afin de pouvoir colorer les signaux, si cela est nécessaire, lors des observations.

L'observateur ayant recueilli, tant par ces indications que par le rapprochement de ses tours d'horizon et la connaissance détaillée des localités, tous les documens nécessaires à la formation de son canevas trigonométrique, il en fait le projet, en ayant soin que ses triangles aient la forme la plus convenable; qu'ils se croisent le moins possible, et que le réseau qui les composent ne soit pas interrompu par des polygones de plus de trois côtés. Ayant ainsi arrêté son plan d'opération, il donnera, dans le choix des points du premier ordre, la préférence à ceux qui offriront le plus de facilité, pour y rattacher la triangulation secondaire, et prendra, autant que possible, les clochers, tours, et autres édifices qui pourront remplir ce but.

Il est prescrit de rejeter, comme point trigonométrique, tant dans le premier que dans le deuxième ordre, les moulins en charpente qui pivotent sur un axe, à cause de l'irrégularité de leur figure, et que d'ailleurs comme ces objets mobiles tournent sur un axe qui ne passe pas par le centre de figure, se présentent sous différens aspects.

La pratique a fait reconnaître que des arbres bien droits et dépouillés de branches dans le bas de leurs tiges, et dont les têtes sont en forme de cônes alongés, sont de bons signaux, lorsqu'ils se trouvent isolés et sur les sommets des montagnes, ils s'aperçoivent de très-loin, surtout s'ils se projettent dans le ciel ou sur les nuages; cependant il est d'usage d'employer des signaux établis sur des lieux élevés pour la triangulation du premier et du second ordre, auxquels on donne la forme d'une pyramide à base quadrangulaire, dont les faces sont converties en planches, excepté le bas, qu'on laisse libre pour les observations, et on les dispose de manière que les faces soient à peu près perpendiculaires aux lignes que l'observateur placé au centre, sur le sol, dirigera aux stations environnantes. On a déterminé la hauteur du signal de la 7000e partie de la distance du point le plus éloigné à observer, et pour que la forme du signal ne soit pas trop alongée, on donne à la base le tiers ou la moitié de la hauteur; de pareils signaux, placés sur les élévations, s'aperçoivent de dix à 12 lieues. Il faut que le signal soit placé

bien verticalement, de manière que le poinçon qui doit le surmonter se trouve autant que possible, dans l'axe de la pyramide. On est dans l'usage de planter une borne au centre d'un signal érigé en rase campagne; cette précaution procure des points de repère très-utiles, tant pour ceux qui doivent lier leurs opérations de détail aux points trigonométriques, que pour ceux qui voudraient coordonner des nivellemens partiels du terrain avec le nivellement général résultant de la triangulation.

Lorsque les localités exigeront qu'on s'élève pour observer au-dessus du niveau du terrain, on pratiquera une petite chambre d'observation dans l'intérieur de ce signal. Le poinçon dont on vient de parler excédera la pyramide de 3 mètres, il sera octogonal et l'équarrissage de sa base sera de 2 décimètres, et celui de son sommet de 1 décimètre. Enfin, pour obtenir toute la précision requise dans l'observation des angles horizontaux et verticaux, et que le point de mire soit être autant que possible le même dans les deux cas, on placera au tiers de la hauteur du poinçon, à partir du sommet, une petite pyramide quadrangulaire renversée, et tournée de manière que les côtés de sa base soient perpendiculaires aux diagonales de la base du signal. On donnera au côté de la base de cette petite pyramide, la 80000e partie de la plus grande distance à observer, et sa hauteur sera égale au côté de la base.

Lorsque la partie de 2 mètres du poinçon excédante sera aperçue, ce qui arrivera souvent, on aura un point de mire commun pour les angles horizontaux et verticaux à la rencontre du poinçon et de la base de la petite pyramide, et l'on pourra observer avec les fils inclinés de 45°. Lorsque le poinçon excédant ne sera pas aperçu, on pourra également observer le même point, en plaçant les fils verticalement et horizontalement, la partie inférieure du poinçon servant alors de guide à l'œil et étant le prolongement de l'axe de la petite pyramide: quelle que soit d'ailleurs la manière d'observer, les distances zénitales seront toujours prises ou rapportées à la base de la petite pyramide.

On a déjà vu que ces signaux peuvent avoir besoin d'être peints, pour mieux les distinguer lorsqu'ils se projettent en terre, dans le ciel, ou sur un objet voisin; autant qu'il est possible on évite ces sortes de projections; on est cependant souvent obligé de les employer, alors on donne aux signaux une couleur différente de celle de l'objet sur lequel la projection est faite.

Le signal étant projeté dans le ciel, demande une couleur noire, afin de le mieux distinguer des nuages; la projection se faisant sur un arbre, une tour, etc. on donne au signal une couleur blanche, et pour mieux l'apercevoir, on peut noircir l'objet sur lequel la projection a lieu. En examinant tous les signaux qui se trouvent autour d'un point, il arrivera souvent qu'on reconnaîtra que ce signal se projettera de différentes manières, par rapport aux stations environnantes, ce qui nécessitera de donner différentes couleurs aux faces du signal.

Dans les opérations délicates on se sert aussi des lampes à courant d'air, accompagnées de miroirs paraboliques qui réfléchissent la lumière dans la direction de l'observateur. Ces signaux paraissent être les meilleurs qu'on puisse se procurer; MM. Biot et Arago s'en sont servis en Espagne avec beaucoup de succès, dans la prolongation de la méridienne de France; et M. La Place vient d'en recommander expressément l'usage pour la mesure de la grande perpendiculaire dirigée de Strasbourg à Brest, l'une des lignes fondamentales du canevas trigonométrique de la nouvelle carte du Royaume. On augmente le foyer de lumière en réunissant plusieurs réverbères, mais il faut en confier la garde à une personne qui prenne le soin d'entretenir les lampes, afin que le centre de figure soit toujours le même. Il paraît que trois réverbères de moyennes dimensions, qui seraient disposés aux angles d'un triangle équilatéral, offriraient une masse de lumière suffisante pour une distance de dix-huit à vingt lieues marines. En les adaptant à un pivot qui représenterait l'axe du signal, on aurait la faculté de les tourner au gré de l'observateur. Les avantages qu'on trouve dans leur emploi, consistent en ce que l'on n'a aucune phase à craindre, que le point de mire est toujours très-distinct, et qu'à moins d'oscillations produites par une atmosphère agitée ou de fortes brumes; les observations sont généralement plus concordantes que celles qui sont faites de jour et pendant la présence du soleil.

Tels sont les signaux du premier et du second ordre; ceux qui concernent la triangulation du troisième ordre, dont les côtés ne sont guère au-dessus de 6000 mètres ou d'un peu plus d'une lieue marine, ne seront autre chose qu'une forte perche de 4 à

5 mètres de longueur. A un demi-mètre de hauteur, il sera placé d'une manière solide, une petite pyramide renversée, de 3 décimètres de côté à la base et d'autant de hauteur, pour servir de point de mire dans les observations des angles horizontaux et verticaux. La perche formant signal, sera enfoncée en terre d'environ 8 décimètres et consolidée par des pierres, et même s'il est nécessaire, par des étais.

Si l'on est obligé d'adopter pour signal une flèche élevée, il faut tâcher de se placer le plus près possible du point où l'on doit viser des stations voisines, afin que le défaut de verticalité de la flèche ne donne lieu à aucune erreur sensible dans la réduction de l'axe.

Après avoir fait placer les signaux nécessaires, on procède à l'observation des angles, quand on prend la valeur des angles pour établir le fond d'une carte, il faut avoir soin de marquer sur un cahier, ainsi que sur le canevas, le nom de l'objet sur lequel la lunette est dirigée, afin d'éviter des méprises en observant ces objets de différens points.

Il est de rigueur que dans la triangulation du premier ordre, les trois angles de chaque triangle soient observés, et l'on doit éviter, autant qu'il sera possible, les réductions au centre de la station.

Les angles des chaînes principales seront observés avec des cercles répétiteurs d'environ 35 centimètres de diamètre, et seront donnés chacun par trois séries au moins, reconnues bonnes par l'observateur, et prises dans les circonstances atmosphériques les plus favorables.

Les distances zénithales relatives à ces chaînes, seront elles-mêmes le résultat de trois séries au moins, prises à des heures différentes, et surtout vers le milieu du jour, afin qu'elles puissent donner les différences de niveau avec toute l'exactitude désirable, et autant qu'il sera possible, par le concours d'observations simultanées : celles-ci seront toujours accompagnées d'observations barométriques et thermométriques. Deux séries pourront suffire pour les angles horizontaux et verticaux des triangles du premier ordre.

La triangulation du second ordre sera exécutée avec des cercles d'environ 27 centimètres de diamètre, ou des théodolites doublement répétiteurs de cette dimension. Chacun des angles sera donné par une seule série, à moins que l'état de l'atmosphère ne nuise sensiblement à la précision des observations.

Toutes les séries du premier ordre seront, autant que possible, prolongées jusqu'à la vingtième observation conjuguée ; toutes celles du deuxième ordre s'arrêteront à la dixième. Les tours, clochers ou édifices quelconques qui serviront de signaux du premier et du deuxième ordre, seront mesurés avec soin et dessinés correctement.

Pour la triangulation du troisième ordre, les angles horizontaux et verticaux seront observés avec des cercles donnant la demi-minute ; ces angles seront généralement déterminés par trois séries.

On évitera autant que possible, de faire des observations d'angles dans des momens où il y a beaucoup de vapeurs et d'ondulations, et dans ceux où le soleil donnerait aux signaux des phases prononcées qui rendraient le pointé trop incertain. On aura soin de faire la lecture successive de tous les angles des séries, de la faire répéter, et de les écrire au cahier des observations.

Il est essentiel de s'assurer, avant de commencer les observations, de la verticalité des axes des signaux ou des édifices destinés à en servir, afin de pouvoir tracer, en cas de déviation, la projection du point de mire sur le plan horizontal de l'observation, et de se servir de ce point comme centre de la station, pour prendre les élémens de la réduction des angles. C'est souvent pour avoir négligé cette rectification, ou pour avoir pris des points de mire incertains et des sommets de signaux mal déterminés, qui se présentent sous des aspects différens, que des triangles se forment mal, quoique les séries aient offert une marche satisfaisante.

Lorsque les localités empêcheront de voir les points au niveau du sol, et qu'on sera obligé de s'élever dans un signal pour observer, on prendra tous les moyens possibles pour isoler entièrement l'instrument, lorsqu'on le pourra sans beaucoup de frais, afin d'obtenir plus de précision dans les observations. Pour se prémunir contre les erreurs qui pourraient s'accumuler sur les derniers côtés d'un long réseau trigonométrique, toute la triangulation doit être liée à des bases de vérification que l'on mesure avec

le plus grand soin, et que l'on peut établir vers le milieu et à l'extrémité de la chaîne, si la première base a été prise au commencement du réseau.

Les extrémités de ces bases auxiliaires étant elles-mêmes des points de triangulation, le calcul donne la longueur de ces mêmes bases, et l'on voit si la différence avec la mesure directe peut nuire à l'exactitude des opérations; dans ce cas, il faut en rechercher la cause. Il n'y a pas d'inconvénient à multiplier ces bases de vérification; cela est même nécessaire dans une grande suite de triangles.

Réduction des angles au centre de la station.

Cette réduction est employée dans le cas où il est impossible de placer le cercle au centre de la station, les angles observés ont besoin d'une correction qu'on trouvera au moyen des formules suivantes, données par M. Delambre.

Soit C (*fig.* 40) le centre de la station, et O celui de l'instrument ou le sommet de l'angle observé AOC; on demande la correction qu'il faut appliquer à cet angle pour avoir l'angle ACB.

Faisons, pour abréger,

L'angle observé $AOB = O$; l'angle inconnu $ACB = C$;

L'angle BOC entre l'objet à gauche et la direction au centre de l'instrument $= y$;

La distance OC du centre de l'instrument au centre de la station $= r$

La distance AC de l'objet à droite $= D$; la distance BC de l'objet à gauche $= G$

on aura $$C = O - \frac{r.\ \sin.\ (O+y)}{D.\ \sin.\ 1''} - \frac{r.\ \sin.\ y}{G.\ \sin.\ 1''} \qquad (1)$$

Cette formule est générale, elle dispense de toute figure; pour l'appliquer il suffit seulement d'avoir égard aux signes de sin. $(O+y)$ et de sin. y.

Ainsi le premier terme de la réduction sera positif, tant que l'angle $(O+y)$ sera plus petit que 180°; il deviendra négatif, lorsque $(O+y)$ surpassera 180°.

Le second terme sera négatif tant que y sera plus petit que 180°, et deviendra positif quand y surpassera 180°.

Il faut que la distance r soit exprimée en unités de même espèce que celles des distances D et G; alors la réduction calculée sera exprimée en secondes.

Dans la mesure de l'angle AOB, la lunette supérieure se trouve dirigée vers l'objet B à gauche, et la lunette inférieure vers l'objet A à droite; celle-ci restant fixe sur A, si l'on fait mouvoir la lunette supérieure de droite à gauche, jusqu'à ce qu'elle soit pointée sur C, l'arc qu'elle aura parcouru sur le limbe sera la mesure de l'angle $BOC = y$.

Il arrivera presque toujours que le centre C de la station sera trop voisin pour qu'on puisse le voir dans la lunette; pour remédier à cet inconvénient, on marquera, sur la partie la plus élevée du tube de la lunette, deux points; l'un vers l'objectif, l'autre vers l'oculaire, et qui soient dans une ligne parallèle à l'axe optique de la lunette: cela posé, on fera mouvoir la lunette jusqu'à ce que ces deux points s'alignent avec le centre C, ce que l'on obtiendra soit en bornoyant, soit en tendant un fil de l'oculaire au centre de la station, en sorte qu'il couvre les deux points marqués sur le tube. Pour avoir cet angle y avec précision, il convient de répéter plusieurs fois cette observation, qui n'est pas très-exacte, mais dont le résultat moyen sera suffisant. On remarquera que si la lunette supérieure était excentrique, il faudrait, à la rigueur, faire une correction à l'angle y observé; mais les cercles actuels en dispensent. Quant à la distance r, on la mesurera avec toute la précision que les circonstances permettront, surtout si les objets ne sont pas très-éloignés.

Appliquons maintenant la formule à un exemple.

Soit l'angle de position	$O =$	33°	58'	37''43	La distance à l'objet de droite	$D =$ 4510m
L'angle de direction	$y =$	232	55	0	Celle à l'objet de gauche	$G =$ 4730
	$O + y =$	266	53	37,43	La distance au centre	$r =$ 3.96

Premier terme de la correction.			*Second terme de la correction.*		
Log. r		0.597695	Log. r		0.597695
Log. sin. $(O+y)$		9.999361	Log. sin. y		9.901872
C. log. sin. 1''		5.314425	C. log. sin. 1''		5.314425
C. log. D		6.345824	C. log. G		6.325139
Log. du terme cherché	*somme*	2.257305	Log. du second terme		2.139131
Premier terme	−	180''84	Second terme	+	137''76

Ce terme doit être négatif, parce que $(O+y)$ surpasse 180°.

Ce terme doit être employé positivement, parce que y est plus grand que 180°.

Première partie		− 180''84
Seconde partie		+ 137.76
Réduction		− 43.08
Angle observé	33° 58'	37.43
Angle réduit au centre	33 57	54.35

Ce calcul suppose que les distances à l'objet de droite et à celui de gauche sont connues, du moins par approximation. Ces distances peuvent se prendre sur le canevas trigonométrique, dressé d'après une échelle, et sur lequel les angles construits à l'aide d'un rapporteur représente ceux de position, ce qui est suffisamment exact : mais on évite cette construction préliminaire en résolvant tous les triangles supposés rectilignes, comme si les observations avaient été faites aux sommets mêmes, après avoir toutefois réduit à 180° la somme des trois angles de chaque triangle (nous donnerons plus loin cette réduction).

La formule (1) peut se changer en une autre, propre à donner la réduction au centre à l'aide d'un seul terme ; en effet, cette formule pouvant s'écrire ainsi :

$$C - O = \frac{r.\,G.\,\text{sin.}\,(O+y) - r.\,D.\,\text{sin.}\,y.}{D.\,G.\,\text{sin.}\,1''}$$

et le triangle ABC (*fig.* 40) donnant

$$G = \frac{D.\,\text{sin.}\,A}{\text{sin.}\,(A+C)},$$

on a, à cause de $O = C$, du moins à peu de chose près,

$$G = \frac{D.\,\text{sin.}\,A}{\text{sin.}\,(A+O)};$$

et par suite

$$C - O = \frac{r.\,\text{sin.}\,A.\,\text{sin.}\,(O+y) - r.\,\text{sin.}\,y.\,\text{sin.}\,(A+O)}{D.\,\text{sin.}\,A.\,\text{sin.}\,1''}$$

puis développant, $$C - O = \frac{r.\,\text{sin.}\,O.\,\text{sin.}\,(A-y)}{D.\,\text{sin.}\,A.\,\text{sin.}\,1''} \quad (2)$$

Quoique cette formule soit moins rigoureuse que la première, elle est cependant d'une exactitude suffisante. La correction qu'elle donnera sera positive, toutes les fois que $A - y$ ne surpassera pas 180° : si A est plus petit que y, on emploiera $360° + A - y$. A est toujours l'angle à l'objet à droite, comme D est toujours la distance de l'objet à droite.

Dans le cas de $y = A$ ou de $y = 180° + A$, la correction donnée par la formule (2) se réduit à zéro ; c'est ce que fait voir la figure (41) : en effet, si l'observateur au lieu d'être en O est en P sur la circonférence du cercle qui passe par les trois points A, B et C, l'angle BOC devient $BPC = BAC = A$.

On peut donc juger par l'angle observé y, si l'on est dans le cercle ; car dans ce cas $A - y > 180°$; ou bien hors du cercle, si $A - y < 180°$; ou enfin sur la circonférence, si $A - y = 0$, ou si $A - y = 180°$.

On peut toujours se placer sur la circonférence du cercle ; en effet, l'on a $OP = \frac{r\,\text{sin.}\,(A-y)}{\text{sin.}\,A}$, ainsi après avoir observé d'un point quelconque O, la

distance r et l'angle de direction y, on a qu'à s'avancer dans la direction OB d'une quantité égale à $\frac{r \sin.(A-y)}{\sin. A}$, et l'on sera certain d'être sur la circonférence, ce qui peut être utile dans les cas où l'on ne pourrait mesurer exactement la distance r. Supposons qu'on ne connaisse cette distance qu'à deux ou trois décimètres près, on calculera $\frac{r \sin.(A-y)}{\sin. A}$, et l'on aura OP à quelques décimètres près. On se placera donc très-près de la circonférence; l'angle $(A-y)$ sera donc très-petit, la réduction fort peu de chose, et l'on sera dispensé de connaître r plus exactement.

Si le calcul donnait pour OP une quantité négative, au lieu d'avancer dans la direction OB, il faudrait reculer suivant cette même ligne.

Supposons qu'on se trouve placé dans la galerie extérieure d'une tour ou d'un clocher, on ne pourra souvent avancer ni reculer sur la ligne OB; dans ce cas on placera les deux lunettes du cercle de manière à ce qu'elles forment l'angle A, ensuite, on promènera l'instrument autour de la galerie, jusqu'à ce que la lunette inférieure étant pointée sur l'objet à gauche, la supérieure se dirige au centre, alors on aura une réduction nulle ou presque insensible.

Si l'on se trouve deux observateurs, avec chacun un instrument, tandis que l'un cherche à la droite du centre le point où $y = A$, l'autre cherchera à la gauche du centre celui où $y = 180° + A$, la réduction sera nulle pour l'un ou pour l'autre. Au lieu de l'angle $180° + A$, compté de droite à gauche, s'il est plus commode d'employer $180° - A$, compté de gauche à droite, cela reviendra au même.

Au reste, il n'est pas nécessaire de se placer sur la circonférence, il suffit de se placer sur la tangente à cette circonférence, dont elle ne diffère pas sensiblement dans quelques mètres, et il est toujours facile de se placer sur la tangente.

Soit OCO' (*fig.* 42) cette tangente, on voit que l'angle $BCO' = BAC = A$,

$$ACO = ABC = B$$
$$BCO = 180° - A,$$
$$ACO' = 180° - B$$

Ces équations donnent les moyens de tracer la tangente OO', quand on peut placer un instrument au centre; alors plusieurs observateurs pourraient se placer sur cette ligne, et observer à la fois le même angle.

L'angle CBO' étant très-petit, on aura sans erreur sensible

$$BO'C = 180° - BCO' = 180° - A$$
$$BOC = 180° - BCO = 180° - 180° + A = A;$$

ainsi on se placera de manière à ce que la direction au centre fasse *à gauche un angle* $= A$, ou *à droite un angle* $= 180° - A$, et l'on sera sur la tangente.

On voit par ce qui précède, combien il est aisé d'éviter les réductions, ou de les rendre à peu près nulles, quand on a la liberté de tourner autour du centre; mais cela n'arrive guère que sur les montagnes ou sur les tours qui se terminent en plate-forme, ou qui ont une galerie extérieure.

Il peut arriver encore que quelque obstacle empêche de mesurer la distance au centre et l'angle de direction; dans ce cas on aura recours aux méthodes suivantes.

Si l'on est placé en O, extérieurement à la tour circulaire TzT' (*fig.* 43), on mènera les tangentes OT, OT', sur lesquelles on prendra deux distances égales et arbitraires Ox, Ox', de manière cependant que la ligne xx' soit le plus près possible de la tour dont C est le centre : on fera $xm = x'm$, et Om sera évidemment dans la direction de ce centre. On mesurera alors l'angle $COB = y$, et à la distance Oz on ajoutera le rayon Cz pour avoir $CO = r$.

S'il était impossible de mesurer le rayon ou la circonférence du cercle $Tz T'$, on mesurerait l'une des tangentes OT, par exemple, et l'on aurait

$$Qz = \frac{\overline{OT}^2}{Oz}$$

puisque toute tangente au cercle est moyenne proportionnelle entre la sécante entière et sa partie extérieure. Le reste de l'opération n'a maintenant aucune difficulté.

Il est à propos de remarquer que l'on a plus simplement l'angle y ou $COB = \frac{TOB + T'OB}{2}$; ainsi l'on fera coïncider d'abord l'axe de la lunette supérieure avec la tangente OT, ensuite avec la tangente OT', et l'on tiendra compte, chaque fois, du nombre de degrés marqué par cette lunette, qui doit toujours marcher dans le sens de la graduation: on opérera ensuite comme nous l'avons dit en parlant de la mesure de l'angle AOB (*fig.* 40); pour trouver chacun des angles TOB, $T'OB$, dont la demi-somme $= y$.

Lorsque l'on sera placé dans l'intérieur d'une tour circulaire, on fera en sorte que le centre de l'instrument soit sur le milieu de la corde qui passe par ce point, et la perpendiculaire à cette corde sera la direction du centre de la tour.

Si l'on était en dehors de la tour rectangulaire DD' (*fig.* 44), en O par exemple, et que de ce point l'on pût voir les extrémités de l'une des diagonales DD' dd', on aurait l'angle de direction $COB = y$ par la méthode suivante :

On mènera une droite parallèle à DD', en partageant en parties proportionnelles les côtés OD, OD' du triangle ODD', et le milieu de cette parallèle sera sur le rayon OC.

Autrement, on mesurera exactement la droite Op perpendiculaire à dD', ainsi que la partie pm comprise entre Op et la perpendiculaire Cm imaginée abaissée du centre de la tour sur le côté $d'D$. Comme Cm est censé connu, on aura mq par la proportion

$$Cm + Op : pm :: Cm : mq.$$

Ainsi la droite Oq, dont la direction est maintenant déterminée, passera nécessairement par le centre C; on mesurera donc Oq, et l'on aura

$$qC = \sqrt{\left(\overline{Cm}^2 + \overline{mq}^2\right)}$$

et enfin
$$r = Oq + qC.$$

Ainsi les deux élémens de la réduction de l'angle observé en O seront connus.

Il est facile de remarquer que ce dernier procédé est général pour tous les poligones réguliers, soit que l'on soit placé dans l'intérieur, soit que l'on se trouve au dehors: toute la difficulté consiste, lorsque le centre est inaccessible, à déterminer l'apothème Cm du polygone qui l'entoure, et c'est ce que la géométrie enseigne.

Cependant s'il arrivait que l'on ne pût mener la perpendiculaire Op, on tirerait la droite Om, et l'on éleverait à Dp une perpendiculaire vers le milieu de pm. La partie de cette perpendiculaire, comprise dans le triangle Com, sera facile à déterminer par la théorie des lignes proportionnelles; on aura donc la direction OC, et ce moyen est aussi général que le précédent.

Il est évident que tout ce qui vient d'être dit relativement aux tours rondes ou polygonales, s'applique mot pour mot aux poutres verticales qui peuvent embarrasser le centre de la station.

Les signaux temporaires, construits comme on l'a dit précédemment, dispensent de cette réduction, qui est presque toujours une source d'erreurs, quand les élémens n'en sont pas bien connus.

Réduction au centre du signal observé. Quand les signaux ne se terminent pas en pointe, et qu'ils sont éclairés obliquement par rapport à l'observateur, les angles observés ont besoin d'une correction, parce qu'alors le point observé n'est pas celui de l'axe du signal. Soit, par exemple, le signal *abcd* (*fig.* 45), ayant pour base un rectangle, si l'on n'a pu voir que la face éclairée *ab*, dont la position est connue par rapport aux stations environnantes, le rayon visuel OA, dirigé exactement sur le milieu de cette face, ne passera pas par le centre M du signal, si *ab* n'est pas perpendiculaire à AO, et la correction additive ou soustractive sera égale à l'angle AOM.

Pour calculer cette réduction, que nous représenterons par x, on a la formule

$$x = \left(\frac{AM}{OM}\right) \frac{\sin. AMO}{\sin. 1''}$$

Des deux angles BOA, $B'OA$ observés, l'un doit être augmenté de x, l'autre doit en être diminué. Il est facile de voir quelle serait la valeur de l'angle $A'OM$, si l'on avait observé la face *bd*.

Pour obtenir une exactitude rigoureuse, il resterait à dégager l'angle OAM d'une très-petite correction, due à une illusion optique qui résulte de ce que le rayon visuel dirigé du point O sur le milieu apparent de la face *ab*, ne répond pas toujours exactement à son vrai milieu, ainsi qu'il est aisé de s'en convaincre, mais cette correction peut toujours se négliger, parce qu'elle tombe au-dessous de l'erreur de l'observation, surtout quand les côtés des triangles sont très-grands.

Si le signal est une tour ronde, dont le centre est de même invisible, la correction sera plus longue à calculer, parce qu'il faut avoir recours à l'observation du soleil; en voici la méthode :

En nommant x l'angle formé au centre de la tour par le rayon visuel OM et la méridienne qui passe par le centre M, z l'azimuth du soleil, et r le rayon de la tour, on aura pour la valeur y de la réduction

$$y = r\,\frac{\sin.^2 \tfrac{1}{2}\,(x - z)}{OM \sin.\ 1''}$$

pour déterminer z on pourra faire usage du Problême XII ou du Problême XIII, quant à x, on le connaîtra par la disposition des triangles; par une carte ou par une boussole; on peut aussi observer $(x - z)$ comme il suit.

Placez le cercle horizontalement et dirigez sur le signal la lunette supérieure dont l'index est arrêté à zéro, amenez-y de même la lunette inférieure, ensuite l'instrument étant fixe, la lunette inférieure restant sur le signal, tournez la supérieure jusqu'à ce qu'elle soit dans le vertical du soleil, au moyen d'un fil à plomb placé près de l'objectif, et dont l'ombre devra se projeter sur le tube de la lunette, de manière à le diviser en deux parties égales dans toute la longueur. L'arc parcouru sur le limbe par la lunette supérieure, donnera l'angle $(x - z)$ ou son supplément à deux angles droits.

Comme cet azimuth, au commencement n'est pas le même qu'à la fin, parce que le soleil s'approche ou s'éloigne continuellement du méridien du signal; mais pour un petit intervalle de temps, le mouvement en azimuth peut être considéré comme uniforme; donc, si l'on prend la moyenne arithmétique entre deux azimuths observés successivement, on aura avec une exactitude suffisante l'azimuth pour le milieu de l'intervalle écoulé entre les deux azimuths observés.

On remarquera que la réduction trouvée sera souvent un peu trop forte, parce que la limite de la partie éclairée sera trop peu lumineuse pour être aperçue.

Si le soleil et l'objet auquel on compare la tour sont du même côté, la correction est additive; s'ils sont de différens côtés, la correction est soustractive; enfin, si $x > z$ le soleil est à droite de l'observateur.

Il est évident qu'on évitera cette correction, en faisant élever une flèche sur le milieu de la tour, lorsque cela sera possible, et qu'elle pourra être vue des autres stations; comme aussi de ne pas faire des observations dans les momens où le soleil donne des phases prononcées.

Réduction à l'horizon. Les angles réduits au centre de la station se réduisent ensuite à l'horizon, quand les angles de position ne sont pas situés dans le plan horizontal mené par le lieu de l'observateur, et que les lunettes de l'instrument dont on se sert restent constamment parallèles au limbe, comme dans les cercles répétiteurs et dans les cercles à réflexion, parce que comme dans le système de projection adopté pour représenter les positions respectives des objets, on ne considère que les distances horizontales, il est nécessaire pour calculer sous ce point de vue les côtés des triangles, de réduire leurs angles dans le plan même de ces distances. Les élémens de cette réduction sont, pour chaque angle, les distances zénitales des deux objets observés.

Soit z (*fig.* 46) le zénith de l'observateur qui, du point C, a observé l'angle BCA incliné à l'horizon $B'CA'$; cet angle aura pour réduction ou *projection horizontale*, l'angle $B'CA'$ formé par les plans verticaux ACA', BCB', dans lesquels sont situés respectivement les signaux A, B.

Mais l'angle $B'CA'$ est le même que l'angle sphérique Z du triangle zab formé par trois arcs de grands cercles, dans l'un za est la distance au zénith de l'objet A; l'autre zb, la distance au zenith de l'objet B; et le troisième ab, la mesure de l'angle observé BCA. Donc si D, D' sont les distances au zénith connues za, zb, et que C soit l'angle BCA au centre de la station, l'on connaîtra les trois côtés du triangle sphérique abz; ainsi en se conformant à la notation actuelle, l'angle z sera donné par cette formule; savoir :

$$\sin. z = \sqrt{\left(\frac{\sin.\left(\frac{C + D + D'}{2} - D\right)\sin.\left(\frac{C + D + D'}{2} - D'\right)}{\sin. D \sin. D'}\right)}$$

Le rayon des Tables étant égal à l'unité.

Soient, angle de position,	$C =$	58°	54'	40"	Log. sin. demi-somme − D	9.686569
distance zénitale de	A, $D =$	77	37	30	Log. sin. demi-somme − D'	9.696837
distance zénitale de	B, $D' =$	76	51	36	C. Log. sin. D	0.010209
on aura	*somme*	213	23	46	C. Log. sin. D'	0.011523
Demi-somme	=	106	41	53	Log. sin.² ½ z *somme*	19.405138
demi-somme − D	=	29	4	23	Log. sin. ½ z	9.702569
demi-somme − D'	=	29	50	17	donc ½ Z	30° 16' 32"
et par conséquent z, ou la projection de l'angle C est égale à						60 33 4

Il est bien rare que les distances au zénith soient aussi petites que dans l'exemple ci-dessus, et si elles ne differaient de 90° que de deux ou trois degrés, la formule précédente deviendrait trop penible à calculer, pour avoir avec exactitude la projection de l'angle observé : il vaut mieux chercher alors la reduction, qui n'est que de quelques secondes. Cette réduction s'obtient par la formule suivante :

$$x = \left(90° - \frac{D + D'}{2}\right)^2 \text{tang. } ½\ C \sin. 1'' - \left(\frac{D - D'}{2}\right)^2 \cot. ½\ C \sin. 1''$$

Supposons qu'un angle observé ait pour valeur $C = 61° 9' 27'',3$, et qu'il soit compris entre deux objets dont les distances zenithales soient $D = 90° 32' 45''$; $D' = 91° 24' 51''$

on aura $D + D' = 182° 58' 36''$; $D - D' = 6' 54''$

$$90° - \frac{D + D'}{2} = -\ 1° 29' 18'' \ ; \ \frac{D - D'}{2} = 3\ \ 27$$

Premier terme.

Log. sin. 1"		4.685575
2 Log. 1° 29' 18"		7.458006
Log. tang. ½ C		9.771515
		1.915096
Premier terme	+	1' 22"24
	−	0 0,35
	+	1 21.89
Angle de position		61° 9 27.3
Angle réduit à l'horizon		61 10 49.19

Second terme.

Log. sin. 1"		4.685575
2 Log. 3' 27"		4.631940
Log. cot. ½ C		10.228485
		9.546000
Second terme	−	0"35

Le calcul de cette réduction peut s'exécuter facilement, au moyen des Tables LXX, LXXI, LXXII et CIII : les deux premières suffisent presque toujours.

Entrez dans la Table LXXII avec l'angle observé, et prenez dans les colonnes *tang.* et *cotang.* les nombres correspondans, avec les signes dont ils sont affectés, que vous nommerez A et B.

Cherchez dans la Table LXXI les facteurs correspondans à la somme ou à la différence des hauteurs (en faisant attention aux signes des hauteurs), ou ce qui revient au même, les facteurs correspondans à $180° - (D + D')$ et $D - D'$ que vous appellerez C et D.

Multipliez A par C, et B par D, vous aurez deux produits dont les signes respectifs seront les mêmes que ceux de A et B : la somme algébrique de ces deux prodnits, qui sont toujours de sigues contraires, donnera souvent la réduction cherchée.

Appliquons ces Tables à l'exemple précédent, pour lequel l'angle observé est de 61° 9' 27"; 180° − ($D + D'$) = 2° 58' 36" et $D - D'$ = 6' 54".

Avec l'angle observé,	la Table LXX	donne A = + 12" 19	et B = − 34"89
Avec $D + D'$	la Table LXXI	donne C = 6,746	
Avec $D - D'$	la même Table	donne D = 0,010	

Multipliant A par C on aura pour le premier terme		+ 82"23
Multipliant B par D le second terme sera		− 0, 35
Réduction cherchée	*somme algébrique*	+ 81, 88

On remarquera que les distances au zénith, employées dans la réduction des angles à l'horizon, doivent être prises immédiatement avant ou après l'observation des angles à réduire, afin qu'elles soient observées à peu près dans les même circonstances atmosphériques.

On évite le calcul de la réduction à l'horizon en faisant usage du théodolite, parce que le limbe de cet instrument étant toujours placé horizontalement dans la mesure des angles observés, donne immédiatement leurs projections horizontales.

Lorsque les trois angles d'un même triangle sont réduits à l'horizon, si ce triangle est d'une petite dimension, on corrige chacun de ses angles du tiers de l'excès de leur somme sur deux angles droits, et les angles qui résultent de cette correction sont ceux qui doivent être employés pour résoudre ce triangle considéré comme rectiligne; mais si le triangle est d'une grande dimension, on a un triangle sphérique à résoudre, dans lequel les côtés sont autant d'arcs de grands cercles terrestres, on enfin le réduire au triangle rectiligne formé par les cordes de chacun de ses côtés, ce qui demande que l'on réduise d'abord les angles horizontaux aux angles des cordes, et que l'on substitue à la base mesurée sa corde, cette base ayant été d'abord réduite à l'horizon de la mer.

Réduction de l'angle sphérique horizontal à l'angle rectiligne entre les cordes.

Pour calculer cette réduction, il faut commencer par convertir en minutes et secondes de degré les arcs terrestres qui comprennent l'angle horizontal, c'est-à-dire les distances de l'observateur aux deux signaux : cette conversion pourrait se faire par la formule

$$\delta = \frac{K}{R \sin. 1''} \left(- \tfrac{1}{2}\, e^2 \sin.^2 L \right);$$

mais lorsque la latitude approche de 45°, on peut employer comme on le fait pour toute la France

$$\delta = \frac{K}{R \sin. 1''} \left(1 - \tfrac{1}{4}\, e^2 \right).$$

Dans ces formules, K exprime en toises ou en mètres le côté qu'il s'agit de convertir; R le rayon de l'équateur exprimé en unités linéaires de même espèce que celle de K dans l'hypothèse d'applatissement qu'on aura adopté, ce rayon ainsi que son logarithme, sont donnés dans la Table contenue dans le Probl. XLIII pour l'applatissement de $\frac{1}{309}$; e désigne l'excentricité de l'ellipse terrestre pour l'applatissement adopté; pour la trouver, on observera qu'en représentant par R le rayon de l'équateur et par r celui qui est mené au pôle, on aura, en prenant ces rayons dans la Table précédente.

$e^2 = 1 - \frac{r^2}{R^2} =$	0,00646955	dont le logarithme est	7,8108741
$\frac{1}{2}\, e^2 =$	0,00323477		7,5098441
$\frac{1}{4}\, e^2 =$	0,00161739		7,2088141
$1 - \frac{1}{4}\, e^2 =$	0,99838261		9,9992971

pour faire usage de l'une ou de l'autre des formules précédentes, il ne reste plus qu'à trouver le logarithme de

$$R\,\frac{1}{\sin. 1''} \text{ lorsque } R \text{ est exprimé en mètres ou en toises,}$$

[Pour la latitude de Brest $\frac{1}{2} e^2 \sin.^2 L = 0.001808533$ dont le logarithme est 7.2573193

$1 - \frac{1}{2} e^2 \sin.^2 L = 0.998191467$ 9.9992138

$\frac{1}{R \sin. 1''} (1 - \frac{1}{2} e^2 \sin.^2 L$ lorsque R est en mètres 8.5090549

est en toises 8.7988749]

dans le premier cas on aura pour son complément 8,5098411

dans le second cas 8,7996611

D'où il résulte que le logarithme de $\frac{1}{R \sin. 1''} (1 - \frac{1}{4} e^2)$ est

dans le premier cas 8,5091382

dans le second 8,7989582

Maintenant si l'on représente par x' la réduction cherchée, par C l'angle horizontal connu, et par a et b les deux côtés qui renferment cet angle, cette réduction sera donnée par la formule

$$x' = -\frac{1}{4}\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \text{tang. } \tfrac{1}{2} C \sin. 1'' + \frac{1}{4}\left(\frac{a-b}{2}\right)^2 \text{cot. } \tfrac{1}{2} C \sin. 1''$$

Pour en faire une application, supposons que l'angle horizontal C soit de 61° 10′ 50″; que le côté a soit de 25350 mètres; le côté b de 22560 et la latitude d'environ 45°.

Conversion des côtés a *et* b *en minutes.*

Log. constant	8,509138		8,509138
Log. *a*	4,403398	log. *b*	4,353339
817″,59	2,912536	728″,58	2,862477
a converti en minutes		13′ 37″59	
b		12 8,58	
a + *b*		25 46,17	¼ (*a* + *b*) = 6′ 26″54
a − *b*		1 29,01	¼ (*a* − *b*) = 22,25

Calcul de la réduction x′.

2 Log. 6′ 26″,54	5,174389	2 log. 22″,25	2,694660
Log. tang. ½ *A*	9,768823	log. cot. ½ *A*	10,231177
Log. sin. 1″	4,685575	log. sin. 1″	4,685575
− 0″,425	9,628787	+ 0″004	7,611412
		− 0,425	
Réduction		− 0,421	
Angle à l'horizon	61° 10′ 50		
Angle des cordes	61 10 49,58		

Le calcul de cette réduction peut aussi s'exécuter au moyen des Tables LXX et LXXI, de la manière suivante: entrez dans la Table LXX avec l'angle horizontal, et prenez dans les colonnes *tang.* et *cotang.* les nombres correspondans, en donnant le signe − au nombre *tang.* et le signe + au nombre *cotang.*

Prenez les moitiés des côtés qui comprennent l'angle horizontal, exprimés en minutes et décimales de minutes, que vous représenterez par P et Q. Prenez dans la Table LXXI les facteurs A et B correspondans à la somme $P + Q$ et à la différence $P - Q$.

Multipliez le nombre *tang.* par A et le nombre *cotang.* par B, vous aurez deux produits dont les signes respectifs seront les mêmes que ceux des nombres tirés de la Table LXX ; la somme algébrique de ces deux produits, qui sont toujours de signes contraires, donnera la réduction cherchée.

Appliquons ces Tables à l'exemple précédent, pour lequel l'angle horizontal est 61° 10′ 50″, P de 6′,81 et Q de 6′,07.

Avec l'angle horizontal, la Table LXX donne pour le nombre tang. − 12″19
et pour le nombre cotang. + 34,89

Avec $P + Q = 12'88$, la Table LXXI donne A de 0,035
$P - Q = 0,74$ B de 0,080

Multipliant − 12″,19 par 0,035 et + 34″89 par 0,000
On aura les produits − 0″43, et + 0,00
Réduction ou somme algébrique − 2,43

PROBLÈME XLI.

Des observations et des calculs des latitudes, des azimuths, etc.

La méthode la plus exacte pour déterminer à terre la latitude d'un lieu, est celle qui repose sur l'observation au cercle répétiteur, des deux passages supérieurs et inférieurs, d'une étoile circompolaire au méridien de ce lieu.

La mesure de la distance méridienne de l'astre au zénith, s'obtient de la manière suivante. quelques minutes avant que l'astre passe au méridien, on commence une série de distances au zénith, que l'on continue jusqu'après le passage, à une distance à peu près égale. La distance moyenne donnée par cette série, différera peu de la distance méridienne, elle sera trop grande dans les passages supérieurs, et trop petite dans les passages inférieurs; mais en marquant avec exactitude l'heure correspondante à chaque observation particulière, et connaissant l'époque précise du passage de l'astre au méridien et sa déclinaison, on aura les données suffisantes pour calculer la correction à faire à chaque distance. Dans les passages supérieurs cette correction est soustractive des distances au zénith parce qu'alors la distance méridienne est la plus petite de toutes, dans les passages inférieurs, elle est additive parce que la distance méridienne est la plus grande.

Comme l'arc parcouru sur le limbe est égal à la somme de toutes les distances observées, on y applique la somme de toutes les corrections, dans le sens convenable, et on a autant de fois la distance moyenne qu'il y a d'observations dans la série ; de sorte que pour trouver cette distance, il suffit de diviser la somme des arcs et des corrections par leur nombre, ou, ce qui revient au même, on prend la moyenne des distances observées, on y applique la moyenne de toutes les corrections, et on a la distance méridienne telle qu'on l'aurait observée immédiatement.

La formule qui sert à corriger les distances au zénith, observées près du méridien est la suivante :

$$x = -\frac{2 \sin.^2 \frac{1}{2} P}{\sin. 1''} \cdot \frac{\cos. d \cos. L}{\sin. (L-d)} + \frac{1}{2}\left(\frac{2 \sin.^2 \frac{1}{2} P}{\sin. 1''} \cdot \frac{\cos. d \cos. L}{\sin. (L-d)}\right)^2 \cot. (L-d) \sin. 1''$$

dans laquelle P désigne l'angle horaire de l'astre, d sa déclinaison, et L la latitude approchée du lieu. (Si cette latitude n'est pas connue, on considérera la distance moyenne observée comme ayant été prise dans le méridien même, et l'on en conclura la latitude approchée du lieu, avec laquelle on obtiendra les valeurs de x, ou les corrections à faire aux observations pour avoir la vraie distance méridienne; et recommençant le calcul de la latitude avec cette distance corrigée, on en tirera une nouvelle valeur plus exacte ; alors cet élément sera connu avec assez de précision pour qu'on puisse l'employer au calcul définitif de la réduction au méridien, et en conclure la latitude demandée).

· Pour abréger les calculs, on a construit une table générale de réduction au méridien, calculée de seconde en seconde depuis 0 jusqu'à 20 minutes de temps avant et après le passage au méridien ; c'est la Table LXXX contenant dans la seconde colonne le facteur variable

$$\frac{2 \sin.^2 \frac{1}{2} P}{\sin. 1''} = a$$

dont la somme pour toutes les distances observées, doit être multipliée par le facteur

$$\frac{\cos. d \cos. L}{\sin. (L - d)} = A$$

qui est constant pour chaque étoile pendant une ou même plusieurs séries d'observations. $(L - d)$ est toujours égal à la distance de l'astre au zénith, ainsi lorsque la déclinaison est australe, d est négative, et $(L - d)$ devient $(L + d)$.

La troisième colonne de cette Table contient le facteur variable du second terme de la réduction x

$$\frac{1}{2} \sin. 1'' \left(\frac{2 \sin.^2 \frac{1}{2} P}{\sin. 1''}\right) = \frac{2 \sin.^4 \frac{1}{2} P}{\sin. 1''} = b$$

dont la somme pour toutes les distances observées doit être multipliée par

$$\left(\frac{\cos d \cos. L}{\sin. (L - d)}\right)^2 \cot. (L - d) = A^2 B$$

ainsi la réduction totale sera $x = - a A + b A^2 B$.

Le premier terme est toujours négatif et le second terme positif, excepté lorsque l'étoile passe au méridien au-dessous du pôle ; alors les deux termes sont positifs.

Observations de la latitude faite à Formentera (Ile de la Méditerranée).

Ces observations ont été faites par MM. Biot et Arago, avec un cercle de Fortin à niveau fixe. Ce niveau était divisé sur verre, par des traits éloignés d'un millimètre, et son degré de sensibilité était tel que chacun de ces intervalles valait 0″92.

Positions de la polaire en ascension droite et en déclinaison pour les passages observés le 14 Décembre 1807 et le 1.er Février 1808.

Epoques.	Asc. droit. moyenne.	Aberration.	Nutation.	Asc. droit. apparente.	Déclinais. moyenne.	Aberration.	NUTATION lunaire.	NUTATION solaire.	Déclinaison apparente.
	h m s	s	s	h m s	° ′ ″	″	″	″	° ′ ″
14 Déc...	0 54 10.34	+ 16.16	+ 14.77	0 54 41.27	88 17 0.69	+ 19.96	+ 4.86	− 0.21	88 17 25.30
1 Févr...	0 54 12.14	− 18.52	+ 15.43	0 54 9.05	88 17 3.30	+ 17.68	+ 4.62	+ 0.42	88 17 26.02

Dans les calculs de ces positions, on a supposé que l'ascension droite moyenne de la polaire le premier Janvier 1808, était égale à $0^h\ 54^m\ 11^s$, et que la variation annuelle était de + 13″467. On a pris pour déclinaison moyenne 88° 17′ 1″65 et pour variation en déclinaison + 19″48. L'aberration et les nutations lunaire et solaire ont été calculées par les Tables générales. La nutation solaire en se servant de la Table de nutation, mais en y entrant avec 2 ○ au lieu de N et prenant ensuite les 0,064 du résultat; on n'a tenu compte de cette nutation que dans les calculs de la déclinaison.

Passages de la polaire en temps de la pendule, tels qu'on les a employés dans le calcul des observations.

Le 14 Décembre 1807 pour le passage supérieur $8^h\ 51^m\ 22^s86$

Le 1 Février 1808 pour le passage inférieur 8 0 0,19

Retard diurne de la pendule sur le temps sidéral,

Circonstances atmosphériques { le 14 Décembre barom. 0m 750
le 1 Février barom. 0m 755

Passage supérieur le 14 Décembre.

N.	HEURES Pendule.	ANGLES Horaires.	RÉDUCTIONS. F. a.	RÉDUCTIONS. F. b.	NIVEAU. G.		NIVEAU. D.	
	h m s	m s	"	"				
1	8 34 0	17 25	595.32	0.859	66		81	
2	34 47	16 38	543.00	0.714	73	− 7	75	− 6
3	35 50	15 34	475.61	0.548	63.5		83.5	
4	36 28	14 56	437.71	0.464	72.5	− 9	75.5	− 8
5	37 18	14 6	390.24	0.369	63.5		84.5	
6	38 12	13 12	342.02	0.284	72	− 8.5	75.5	− 9
7	39 2	12 22	300.21	0.219	63.5		84	
8	39 37	11 47	272.56	0.180	72.5	− 9	75	− 9
9	41 5	10 19	208.94	0.106	63.5		83.5	
10	41 48	9 36	180.93	0.079	72	− 8.5	75.5	− 8
11	42 50	8 34	144.08	0.051	63		84	
12	43 28	7 56	123.57	0.038	....	. .	....	. .
13	44 14	7 10	100.84	0.024	63.5		83	
14	44 51	6 33	84.23	0.017	72.5	− 9	75	− 8
15	45 40	5 44	64.54	0.010	63.5		83	
16	46 20	5 4	50.40	0.005	72	− 8.5	75	− 8
17	47 10	4 14	35.19	0.002	64		82.5	
18	47 48	3 36	25.45	0.001	71	− 7	75.5	− 7
19	48 36	2 48	15.39	0.000	64.5		81.5	
20	49 4	2 20	10.69	0.000	....	. . .	....	. . .
21	49 45	1 39	5.34	0.000	62.5		82.5	
22	50 15	1 9	2.59	0.000	72	− 9.5	75	− 7.5
23	51 0	0 24	0.31	0.000	62.5		82.5	
24	51 32	0 8	0.03	0.000	71	− 8.5	75.5	− 7
25	52 30	1 6	2.38	0.000	63		82.5	
26	53 0	1 36	5.03	0.000	....	. . .	....	. . .
27	53 42	2 18	10.39	0.000	63		83	
28	54 12	2 48	15.39	0.000	72	− 9	74.5	− 8.5
29	55 10	3 46	27.86	0.001	63		83	
30	55 52	4 28	39.17	0.003	71.5	− 8.5	76	− 7
31	56 37	5 13	53.43	0.007	64		81.5	
32	57 10	5 46	65.29	0.011	71.5	− 7.5	75	− 6.5
33	58 4	6 40	87.26	0.018	63		83	
34	58 37	7 13	102.25	0.025	70.5	− 7.5	76	− 7
35	59 21	7 47	118.94	0.035	65		80.5	
36	9 0 4	8 40	147.46	0.054	71	− 6	74.5	− 6
37	1 8	9 45	186.63	0.084	64.5		82	
38	1 46	10 23	211.66	0.108	71	− 6.5	75	− 7
39	2 40	11 17	249.93	0.151	64		81.5	
40	3 25	12 2	284.26	0.196	70.5	− 6.5	75	− 6.5
41	4 22	12 59	330.89	0.265	65		80.5	
42	5 2	13 39	365.75	0.324	71	− 6	74.5	− 6
43	5 54	14 31	413.63	0.414	63.5		82	
44	6 27	15 4	445.56	0.481	70.5	− 7	....	. . .
45	8 10	16 47	552.83	0.741	64		81	
46	9 6	17 43	615.99	0.919	70	− 6	76	− 5
Sommes.................			8741.17	7.807	− 155.5		− 137.0	

environ $0^h\ 1^m\ 3^s$

thermomètre + 7,5 (centig.)

thermomètre + 8,0 (centig.)

Passage inférieur le 1er Février.

N.	HEURES Pendule.	ANGLES Horaires.	RÉDUCTIONS. F. a.	RÉDUCTIONS. F. b.	NIVEAU. G.		NIVEAU. D.	
	h m s	m s	"	"				
1	7 30 54	29 7	1662.30	6.609	75		71	
2	32 0	28 1	1539.30	5.787	77	− 1	69.5	− 1.5
3	32 38	27 23	1434.90	5.242	77		69.5	
4	33 12	26 49	1410.40	4.824	77	− 0	69	− 0.5
5	34 1	26 0	1325.90	4.262	76		70	
6	34 32	25 29	1273.70	3.933	77	− 1	69	− 1
7	35 8	24 53	1214.50	3.576	75		70	
8	35 47	24 14	1152.00	3.217	77	− 2	67.5	− 2.5
9	36 29	23 32	1086.40	2.861	75		69.5	
10	37 5	22 56	1031.80	2.561	78	− 3	67	− 2.5
11	37 53	22 8	961.10	2.239	79		69	
12	38 39	21 22	895.80	1.945	77	− 1	68	− 1
13	39 24	20 37	833.90	1.686	75.5		69.5	
14	39 59	20 2	787.50	1.503	76.5	− 1	67.5	− 2
15	40 45	19 16	728.43	1.282	75		69	
16	41 27	18 34	676.49	1.109	76.5	− 1.5	67.5	− 1.5
17	42 6	17 55	629.97	0.962	74.5		69	
18	42 38	17 23	593.04	0.853	76	− 1.5	67	− 2
19	43 29	16 32	536.49	0.697	74		70	
20	44 0	16 1	503.50	0.614	76	− 2	67	− 3
21	44 39	15 22	463.68	0.520	74		69	
22	45 16	14 45	427.04	0.442	76	− 2	67.5	− 1.5
23	45 59	14 2	386.56	0.362	74.5		68.5	
24	46 40	13 21	350 70	0.298	76	− 1.5	67	− 1.5
25	48 8	11 53	277.20	0.186	74		69	
26	48 44	11 17	249.93	0.151	76	− 2	68.5	− 0.5
27	49 22	10 39	222.66	0.120	74		69	
28	51 54	8 7	129.34	0.041	75	− 1	68	− 1
29	52 30	7 31	110.93	0.029	74		69	
30	53 8	6 52	92.57	0.021	75	− 1	68	− 1
31	57 46	2 14	9.79	0.000	73.5		69	
32	58 24	1 36	5.03	0.000	74.5	− 1	68.5	− 0.5
33	59 29	0 31	0.52	0.000	74.5		68	
34	8 0 10	0 10	0.05	0.000	74.5	0	68	0
35	6 30	6 30	82.95	0.016	74.5		68.5	
36	7 7	7 7	99.43	0.024	74.5	0	68	− 0.5
37	8 3	8 3	127.22	0.039	74		68.5	
38	8 36	8 36	145.20	0.062	76	− 2	67	− 1.5
39	9 32	9 32	178.43	0.077	74		68.5	
40	13 49	13 49	374.72	0.340	73.5	+ 0.5	68.5	0
41	17 17	17 18	587.38	0.836	72.5		69.5	
42	22 47	22 47	1019.90	2.521	73	− 0.5	69	− 0.5
Sommes			25618,66	61.947	− 25.5		− 26.0	

Nous avons vu que la réduction au méridien était $x = -aA + bA^2B$

Il s'agit donc de calculer les quantités Aa et bA^2B.

Calcul du premier terme de la page 390.

Déclinaison	88° 17' 25"	l. cos.	8.474717
Latitude	38 40 0	l. cos.	6.802537
Déclin. — latit.	49 37 25	c. l. sin.	0.118155
		l. A	8.485409
Somme des Fa	8741,17	l.	3.941570
Nombre des observ.	46	c. l.	8.337242
Premier terme	— 5,811"	l. aA	0.764221

Calcul du second terme.

		2 l. A	6.970818
Déclin. — lat.	49 37 25	l. cot.	9.929600
Somme des Fb	7,807	l.	0.892484
Nombre des observ.	46	c. l.	8.337242
Second terme	+ 0,0001	l. bA^2B	6.130144
Premier terme	— 5,811		
Réduction	— 5,811		
Arc parcouru	2535,1 50752		
Arc simple	55,119729	=	49° 36' 27"92
Correction du niveau		—	2.92
Réduction au méridien		—	5.81
Réfraction		+	1 8.50
Distance de la polaire au zénith			49 37 27.69
Déclinaison apparente			88 17 25.30
Latitude			38 39 57.61

Les résultats trouvés par MM. Biot et Arago sont :

Pour le 14 Décembre 1807	38 39 57.57

Calcul du premier terme de la page 391.

Déclinaison	88° 17' 26"	l. cos.	8.474668
Latitude	38 40 0	l. cos.	9.892537
Déclin. + latit.	126 57 26	c. l. sin.	0.097407
		l. A	8.464612
Somme des Fa	25618,66	l.	4.408556
Nombre des observ.	42	c. l.	8.376751
Premier terme	+ 17,779	l. aA	1.349919

Calcul du second terme.

		2 l. A	6.929324
Déclin. + lat.	126 57 26	l. cot.	9.876440
Somme des Fb	61,947	l.	1.792020
Nombre des observ.	42	c. l.	8.376751
Second terme	+ 0,0009	l. bA^2B	6.974435
Premier terme	+ 17,779		
Réduction	+ 17,780		
Arc parcouru	2474,5 18964		
Arc simple	58,909277	=	53° 1' 6"06
Correction du niveau		—	0.56
Réduction au méridien		+	17.78
Réfraction		+	1 17.32
Distance de la polaire au zénith			53 2 40.60
Déclinaison apparente			88 17 26.02
Latitude, supplément de la somme			38 39 53.38
Pour le 1.er Février 1808			38 39 53.64

Les petites différences que ces résultats ont avec ceux que nous avons obtenus, proviennent de ce que dans les détails des calculs nous ne nous sommes pas servis tout à fait des mêmes élémens.

La première colonne du tableau contenu dans la page 391, indique le nombre des observations qui composent la série.

La seconde colonne contient les heures à la pendule correspondantes aux instans des observations.

La troisième les angles horaires de l'astre observé, correspondans à ces instans; ils s'obtiennent par la comparaison du temps du passage de l'étoile au méridien en temps de la pendule avec les temps des diverses observations contenues dans la colonne précédente : ainsi, retranchant du passage le temps de l'observation, si elle a été faite avant ce passage, ou retranchant au contraire de cette observation le temps du passage, si elle a été faite après, on aura les angles horaires, cela supposé que la pendule soit réglée sur le temps sidéral. Si l'on observait une étoile à une pendule ou à une montre réglée sur le temps moyen, il faudrait augmenter chaque angle horaire à raison de 9",83 par heure; si au contraire on avait observé le soleil avec le temps sidéral, il faudrait diminuer chaque angle dans ce même rapport; mais dans nos exemples la pendule retarde sur les fixes d'environ 1m 3s, alors il a fallu faire aux angles horaires obtenus par la comparaison précédente, des corrections additives proportionnelles au retard diurne, ainsi les angles horaires contenus dans la troisième colonne sont à moins d'une seconde ceux de l'astre aux instans des observations, qui serviront à trouver les réductions dans la Table LXXX.

Les quatrième et cinquième colonnes contiennent vis-à-vis les quarante-six angles horaires, les quatre-vingt-douze réductions fournies par la Table LXXX ayant ces angles pour argumens. La somme des nombres de la quatrième colonne est de 8741,17 et celle de la cinquième de 7,807.

L'installation du cercle avec lequel les observations ont été faites, exigeait qu'au commencement d'une série de distances au zénith, le limbe fut placé à gauche de l'observateur; un second chargé seulement de suivre la marche du niveau, était placé du côté opposé et notait vers quelles divisions du tube de verre les deux extrémités de la bulle d'air venaient se placer. Ainsi on pourra remarquer dans les sixième et septième colonnes, vis-à-vis l'heure de chaque observation impaire, deux nombres qui indiquent entre quels repères la bulle était comprise; le premier de ces nombres correspond à l'extrémité qui était à gauche de l'observateur du niveau; l'autre se rapporte au bout opposé. Vis-à-vis de l'heure de chaque observation paire suivante, on a transcrit de même les nombres vers lesquels, à gauche et à droite de l'observateur, les deux extrémités de la bulle s'étaient arrêtées; mais comme cet observateur suit l'instrument pendant sa demi-révolution, afin de se trouver toujours en face du niveau, les nombres qui dans les colonnes se correspondent verticalement, donnent les positions successives d'une même extrémité de la bulle d'air.

Cela posé, il est clair que dans l'observation de la polaire, les nombres de la première colonne (G) se rapportent successivement aux extrémités *Sud* et *Nord* du niveau. Si le premier de ces nombres est plus petit que le second, l'axe du cercle est incliné vers le Midi, tandis qu'il serait incliné vers le Nord si, dans cette même colonne, les nombres qui correspondent aux observations impaires étaient plus grands que les suivans: on trouvera précisément le contraire si on effectue les soustractions dans le même ordre, dans la colonne de droite. Quand à l'influence que l'inclinaison de l'axe doit avoir sur les distances au zénith, mesurées avec le cercle, comme le système d'opérations qu'on exécute avec cet instrument, donne le double de la distance de l'objet qu'on observe au point du ciel auquel aboutit l'axe du cercle prolongé indéfiniment. Si l'axe est vertical, on arrive immédiatement au double de la distance au zénith, si l'axe est incliné par exemple, vers le midi, on trouvera un angle plus fort ou plus faible que le double de la distance au zénith, suivant que le point observé sera situé au Nord ou au Sud; on obtiendra, au contraire, une distance trop faible vers le Nord et trop forte vers le Sud, si l'axe est incliné vers le Nord.

Il suit de là, que pour l'étoile polaire, on trouvera la valeur et le signe de la correction qu'il faut appliquer à la distance au zénith, déduite de chaque couple d'observations conjuguées, en prenant la moitié de la différence entre les observations correspondantes *d'une même extrémité* de la bulle d'air. La correction sera positive toutes les fois que, dans la colonne de gauche, le nombre qui correspond à l'observation impaire sera plus grand que le suivant, elle sera négative dans le cas contraire. En opérant de la même manière sur la colonne de droite (D) on doit trouver les mêmes nombres, mais avec des signes différens; ainsi la correction sera positive toutes les fois que dans la colonne de droite, le nombre qui correspond à l'observation impaire sera plus petit que le suivant; elle sera négative dans le cas contraire.

Les colonnes (G) et (D) donnent le signe et la valeur en parties du niveau de la correction qu'il faudrait faire à la double distance au zénith que fournirait chaque couple d'observations consécutives. La correction définitive s'obtient en prenant la moyenne arithmétique entre les sommes de ces corrections partielles données par chaque colonne, qu'on divise d'abord par le nombre des observations qui composent la série, et qu'on multiplie ensuite par la valeur 0,92 de chaque partie du niveau. Dans le premier de nos exemples, la somme des corrections partielles données par la colonne (G) est de − 155,5; celle de la colonne (D) est de − 137,0; la moyenne arithmétique de ces deux sommes, divisée par 46, nombre des observations, donne − 3,18 qui, étant multiplié par 0,92, procure enfin − 2″,92 pour la correction de la distance simple au zénith.

La réfraction que nous avons employée, est celle que donne les Tables du soleil publiées par le Bureau des Longitudes.

Dans la détermination de la latitude de Formentera, non seulement on ne s'est pas borné au résultat que la polaire avait fourni par 1250 observations du passage supérieur et 1318 du passage inférieur, dont les deux séries précédentes ont été extraites, mais encore on a combiné ce résultat avec celui de 1422 observations de β de la petite ourse, prise dans ses deux passages au-dessus et au-dessous du pôle.

Lorsqu'on a ainsi beaucoup d'observations à réduire, on construit pour chaque étoile deux Tables particulières; l'une contient pour tout l'intervalle de l'observation d'une

50

même étoile, de dix en dix jours, la position apparente de l'étoile, c'est-à-dire son ascension droite en temps et sa déclinaison, affectées l'une et l'autre de la précession de l'aberration et de la nutation; l'autre donne immédiatement les réductions au zénith. Ces Tables facilitent, abrègent les calculs, et les rendent plus sûrs que si l'on calculait ces réductions par les formules; d'ailleurs la seconde Table est propre à faire connaître l'étendue qu'on peut donner à chaque série d'observations, en montrant à quelle distance du méridien les réductions commencent à être moins certaines, en sorte que les erreurs auxquels on s'exposerait en prolongeant la série, passeraient celles qu'on a lieu de craindre de la division de l'instrument ou de la manière de pointer à l'étoile.

Pour calculer la Table de réduction, il faut connaître à peu près la latitude du lieu et la déclinaison de l'astre. Une erreur de quelques secondes sur chacun de ces élémens, n'est d'aucune considération; ainsi quoique pendant l'observation d'une même étoile sa déclinaison varie par la précession, l'aberration et la nutation, l'on peut regarder cette déclinaison comme constante dans l'intervalle de trois ou quatre mois; mais après ce temps il faut refaire la Table ou la corriger par les formules données par M. Delambre, auquel appartient cette méthode, et en général toutes les méthodes employées dans la haute géodésie.

La construction de cette seconde Table s'effectue facilement d'après la remarque que, pour une déclinaison et une latitude donnée, la formule de réduction ne renferme de variables que la seconde et la quatrième puissances du sinus de la moitié de l'angle horaire; d'où il résulte que les logarithmes des deux nombres consécutifs de la Table ne peuvent donc différer qu'à raison de la variation du logarithme de la seconde puissance du sinus de la moitié de cet angle et du logarithme de la quatrième puissance du sinus du même angle. La Table LXXIX donnera ces variations ou différences.

Nous allons en donner un exemple.

Supposons que la latitude de Formentera soit de 38° 40′ 0″
et que la déclinaison de la polaire soit de 88 17 23

Passage supérieur.		*Passage inférieur.*	
log. 2.	0.301030		
c. l. sin. 1''	5.314425		
log. cos. d	8.474717		
log. cos. L	9.892537		
	3.982709		3.982709
c. l. sin. $(d-L)$	0.118155	c. l. sin. $(d+L)$	0.097406
log. a	4.100864	log. a	4.080115
2 log. a	8.201728	2 log. a	8.160230
c. log. 2	9.698970	c. log. 2	9.698970
l. sin. 1''	4.685575	l. sin. 1''	4.685575
log. cot. $(d-L)$	9.929600	log. cot. $(d+L)$	9.876635
log. b	2.515873	log. b	2.421410

log. a	4.10086	log. b	2.51587	log. a	4.08012	log. b	2.42141
diff. log. 10''	3.12127	diff. log. 1'	9.35514		3.12117		9.35514
0''0017	7.22213	0''0000	1.87101	0''0016	7.20139	0''0000	1.77655
20''	60206	2'	1.20412		60206		1.20412
0.0067	7.82419	0.0000	3.07513	0.0064	7.80345	0.0000	2.98067
30''	35218	3'	70436		35218		70436
0.0150	8.17637	0.0000	3.77949	0.0143	8.15563	0.0000	3.68503
40''	24988	4'	49974		24988		49974
0.0266	8.42625	0.0000	4.27923	0.0254	8.40551	0.0000	4.18477
50''	19382	5'	38764		19382		38764
0.0416	8.62007	0.0000	4.66687	0.0397	8.59933	0.0000	4.57241

0"0416	8.62007	0.0000	4.66687	0.0397	8.59933	0.0000	4.57241
1' 0"	15836	6'	31670		15836		31670
0.0600	8.77843	0.0000	4.98357	0.0572	8.75769	0.0000	3.88911
1' 10"	13390	7'	26778		13390		26778
0.0817	8.91233	0.0000	5.25125	0.0779	8.89159	0.0000	5.15689
1' 20"	11598	8'	23194		11598		23194
0.1067	9.02831	0.0000	5.48329	0.1018	9.00757	0.0000	5.38883
1' 30"	10231	9'	20458		10231		20458
0.1351	9.13062	0.0000	5 68787	0.1288	9.10988	0.0000	5.59341
1' 40"	9151	10'	18302		9151		18302
0.1669	9.22213	0.0001	5.87089	0.1590	9.20149	0.0000	5.57643
1' 50"	8279	11'	16554		8279		16554
0.2018	9.30492	0.0001	6.03643	0.1924	9.28428	0.0001	5.94197
2' 0"	7557	12'	15112		7557		15112
0.2402	9.38049	0.0002	6.18755	0.2290	9.35985	0.0001	6.09309
	etc.		etc.		etc.		etc.

On aura de cette manière, par des additions continuelles, les logarithmes des deux nombres dont la réunion formera chaque terme de la Table.

Pour vérification, après avoir calculé par les différences de 10 en 10 secondes, on calculera par les différences de 10 en 10 minutes; les valeurs trouvées, si l'on a bien opéré, doivent se trouver les mêmes que celles qu'on a obtenues par les premiers calculs de 10 en 10 secondes; s'il y avait quelque différence on trouverait facilement où l'erreur a commencé, et on la corrigerait.

On voit qu'à 10′ le terme proportionnel à la quatrième puissance du sinus de la moitié de l'angle horaire est encore insensible, puisqu'il ne vaut que 0",0001; que même à 20′ il est encore très-permis de le négliger, puisqu'il n'est que de 0",002. On pourrait donc se dispenser de calculer les vingt premiers termes dans lesquels il entre le logarithme constant b; on chercherait de 10′ et de 20′.

Il sera même plus sûr de commencer le calcul de la Table, par ceux de 10 en 10 minutes; alors on aurait d'avance tous les termes qui doivent servir de vérification, les erreurs s'apercevraient plutôt et se corrigeraient plus facilement avant qu'elles ne fussent accumulées.

Le calcul de la réduction peut encore s'abréger en construisant deux Tables, l'une sur le facteur A et l'autre sur le facteur $A^2 B$ de la page 389, ayant toutes deux pour argument tous les demi-degrés de déclinaison, tant australe que boréale. La construction de la première fera connaître que depuis le zénith jusqu'à 20° de distance, les facteurs A varient rapidement: si on observe à ces hauteurs, il sera plus exact de laisser cette Table pour recourir à l'expression de A, dont on ajoutera le logarithme à celui de la somme des corrections Fa prises dans la Table LXXX. La seconde Table contenant les facteurs $A^2 B$, servira à donner le second terme de la réduction; on aura rarement occasion de se servir de cette Table et des corrections Fb données par la Table LXXX. En effet, pour que le second terme soit sensible, il faut la réunion de deux circonstances; savoir: que la distance au zénith soit peu considérable et l'angle horaire assez grand; or, quand la distance au zénith est petite, on doit éviter les angles horaires un peu grands, parce que la plus petite erreur sur le temps de l'observation aurait une influence très-sensible sur la réduction, et par conséquent sur la distance réduite; mais en cessant les observations dès que la réduction augmente d'une demie ou d'un tiers de seconde pour une seconde de temps, comme il arrive à quelques minutes du méridien et quand l'astre est fort élevé, on trouve cette réduction avec la plus grande exactitude.

Pour trouver le moment, où pour une seconde de temps la réduction change d'une seconde de degré, M. Delambre a donné la formule $\sin. P = \frac{\sin. (L - d)}{15 \cos. L \cos. d}$; et comme P est ordinairement un petit angle, on peut le supposer proportionnel à son sinus, et en conclure que P décroît de la même manière que la réduction.

Calculant sur cette formule avec une latitude Nord de 48° et 30° de déclinaison boréale, on aura l'angle horaire 1° 50′ 4″ ou 7ᵐ 20ˢ,3; d'où l'on peut conclure que 3ᵐ 40ˢ avant et après le passage au méridien, on aurait 0″,5 d'erreur sur la réduction pour une erreur d'une seconde sur le temps de l'observation; que vers 2ᵐ 27ˢ l'erreur serait d'un tiers de seconde. Il serait donc fort peu sûr d'observer à cette déclinaison lorsque l'angle horaire surpasse 4ᵐ.

A 20° de déclinaison on trouve l'angle horaire 2° 34′ 8″ ou 10ᵐ 16ˢ,5 : on ne peut donc guère commencer les observations que 5 à 6 minutes avant le passage.

Vers le commencement et la fin d'une série, lorsque le mouvement de l'astre en hauteur est un peu sensible, au lieu d'amener le fil sur l'astre exactement, on pourrait ne l'y amener qu'à peu près, mais du côté où se dirige le mouvement : alors en attendant quelques secondes, on verrait l'astre se placer lui-même exactement sous le milieu du fil; il n'y aurait aucun inconvénient à prolonger les séries si l'on pouvait observer ce passage avec précision; mais cette observation est bien difficile dans des lunettes aussi faibles que celles des cercles répétiteurs dont le diamètre ne surpasse pas 30 centimètres : on fera pourtant bien de la tenter, ne fût-ce que pour connaître, par cette épreuve, le degré d'incertitude de l'observation et de la réduction.

La nécessité d'éclairer les fils et le niveau, empêche souvent que l'on aperçoive à la vue simple, l'étoile qu'il s'agit d'observer : pour la trouver sûrement, il faudrait avoir des moyens faciles de placer le plan du cercle dans l'azimuth de l'étoile, et de diriger la lunette à la hauteur qu'elle doit avoir.

Pour trouver l'azimuth on peut employer la formule

$$\text{tang. azimuth} = \frac{\text{séc. } L \text{ cot. } d \text{ sin. } P}{\text{tang. } L \text{ cos. } d \text{ cos. } P \mp 1}$$

Le signe supérieur est pour les étoiles qu'on observe au méridien au-dessus de l'équateur et du pôle; le signe inférieur pour celles qu'on observe au-dessous. Au moyen de cette formule, on peut facilement construire une Table qui marque pour différentes déclinaisons et un angle horaire de 10 minutes de temps ou 2° 30′, l'azimuth de l'étoile; on en conclura celui qui convient à un nombre quelconque depuis 1ᵐ jusqu'à 20ᵐ; car ces azimuths croissent uniformément près du méridien : d'ailleurs comme le demi-champ de la lunette est au moins d'un demi-degré en azimuth, une erreur de cette quantité sur l'azimuth n'empêcherait pas de trouver l'astre.

Pour faire usage de cette Table, on remarquera le point où se trouve l'alidade azimuthale quand l'astre est au méridien; en combinant avec ce point l'azimuth pris dans la Table, on aura les points où il faudra chercher l'astre 10 minutes avant ou après son passage au méridien; d'où l'on déduira tant d'autres points qu'on le jugera à propos : on pourra même, à l'aide de cette Table, faire pour chaque étoile qu'on voudra observer, une petite Table qui indiquera pour chaque minute de temps de la pendule, les points azimuthaux où il faudra chercher l'astre, tant à l'Est qu'à l'Ouest du méridien.

Cette Table ne sera pas nécessaire à chaque observation; quand une fois l'astre est dans la lunette, il suffit, pour l'observation suivante, de remarquer l'azimuth sur le cercle et de conduire l'alidade à 180° de là. Par ce mouvement le plan du cercle se retrouvera dans l'azimuth de l'astre, mais il est très-utile d'avoir la petite Table sous la main pour retrouver l'astre quand on l'a perdu; le seul inconvénient de cette méthode est l'embarras de s'éclairer assez bien pour lire facilement la division et son vernier, et cette opération n'est pas même très-aisée à faire en plein jour.

L'azimuth est insuffisant de jour et même de nuit, quand on observe une étoile qui n'a rien de remarquable, car quoiqu'il soit préférable d'employer les passages supérieurs et inférieurs d'une étoile circompolaire telles que la polaire et β de la petite ourse, la saison ou toute autre circonstance oblige d'observer une autre étoile seulement à son passage supérieur; il faut encore savoir à quelle hauteur on doit diriger la lunette : on peut, à la vérité, calculer d'avance les points du limbe où l'alidade de l'alidade de la lunette supérieure doit se trouver dans toutes les observations paires; mais il faudrait aussi une division à la surface inférieure du limbe ou bien au tambour, pour y voir le chemin que doit faire l'alidade qui porte le niveau; mais ce moyen fort bon en lui-même, aurait quelques inconvéniens, tels que la nécessité de calculer d'avance la

Table des multiples pairs et celles des multiples impairs de la distance au zénith, pour ajouter les uns et les autres aux deux points de depart, et surtout l'embarras de lire les divisions, soit pendant la nuit, soit durant le crépuscule. Un moyen simple et qui peut toujours servir, consiste à placer près du cercle une ficelle horizontale dans la direction de l'alidade superieure, lorsqu'elle sera pointée sur l'astre; cette ficelle, portée par deux pinces qui glissent le long de deux moutants, indiquera la hauteur de l'astre durant l'observation.

Pour placer de jour cette ficelle directrice, on observe la distance au zénith d'un objet terrestre, l'ayant trouvée de 89° 48′ par exemple, on fixe l'alidade sur ce nombre de degrés, et on pointe sa lunette sur l'objet terrestre; puis, calant le niveau, l'instrument restant dans cette position, si on dégage la lunette supérieure pour la faire mouvoir verticalement, l'alidade marquera, dans chaque position, la distance au zénith pour le point du ciel sur lequel la lunette sera portée; et par ce moyen on placera la ficelle à la hauteur convenable. On peut encore abréger ce procédé, en marquant par trois repères, sur la face inférieure du limbe, la position que doit avoir l'alidade pour que le niveau, étant calé, fasse l'office d'un fil à plomb qui tomberait sur le premier point de la division, et que le cercle puisse donner des distances au zénith simples ou absolues; par ce moyen on peut placer la directrice à une hauteur donnée quelconque, pendant la nuit aussi bien que pendant le jour.

Dans l'hémisphère Nord, pour les deux étoiles principales, la polaire et β de la petite ourse, on peut aussi se servir d'une ficelle verticale attachée à quelque distance du cercle et dans le plan du méridien, pour amener promptement la lunette dans le vertical de l'étoile; mais une seule ficelle ne suffirait pas, car l'instrument prenant dans les observations conjuguées deux positions parallèles et distantes de quelques pouces l'une de l'autre, il faut deux méridiennes verticales pareillement espacées.

Quoique la méthode la plus directe et la plus sûre pour déterminer la latitude d'un lieu soit, sans contredit, celle qui est fondée sur l'observation des distances zénithales vers les passages supérieurs et inférieurs d'une même étoile circompolaire au méridien de ce lieu; cependant elle peut encore se déterminer avec beaucoup d'exactitude, soit par l'observation d'une étoile dont la position est bien connue, faite seulement à son passage supérieur, suivant la méthode précédente, soit par l'observation de l'étoile polaire, à l'époque de sa plus grande digression orientale ou occidentale, c'est-à-dire au moment de son plus grand éloignement du méridien, surtout lorsque la déclinaison de cette étoile est bien connue; soit enfin par l'observation des distances zénithales du soleil vers le passage au méridien à l'époque des solstices.

Détermination de la latitude par des digressions de la polaire.

Représentons par N' la distance au zénith observée vers la plus grande digression;
N la distance au zénith à l'instant de la plus grande digression;
n la différence entre ces deux distances, exprimée en secondes;
P' l'angle horaire correspondant à la distance observée;
P l'angle horaire correspondant à la plus grande digression;
p la différence entre ces deux angles horaires;
D la distance polaire apparente de la polaire;
A l'ascension droite apparente de la polaire;
A' l'ascension droite du demi-méridien supérieur, correspondant à l'observation;
L la latitude approchée;
r la réfraction à la hauteur du pôle;

on aura les formules suivantes:

$$n = \pm\, p \sin.\, D \mp \tfrac{1}{6}\, p^3 \sin.\, D \cos.^2 D \sin.^2 1'' \qquad (1)$$

Les signes supérieurs après la digression orientale et avant l'occidentale; les signes inférieurs avant la digression orientale et après l'occidentale.

$$\cos. P = \text{tang.}\ D \cot.\ L \qquad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} p &= A - A' - P \\ &= P - A + A' \\ &= P - A' + A \\ &= A' - A - P \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

la première valeur de p avant la digression orientale, la seconde après cette digression; la troisième valeur de p avant la digression occidentale, et la quatrième après cette digression.

$$N = N' + r \pm n \qquad (4)$$

$$\sin. L = \cos. N \cos. D \qquad (5)$$

Pour se procurer un résultat numérique plus exact, au lieu de la formule (5), on déterminera la différence y entre le complément de la latitude et la distance N par cette série, donnée par M. Delambre;

$$y = 2 \sin.^2 \tfrac{1}{2} D \cot. N - 2 \sin.^4 \tfrac{1}{2} D \cot.^3 N + \ldots\ldots$$

On observera que N' représente la distance zénithale moyenne entre toutes celles observées à l'époque de la digression, et qu'il est nécessaire, pour compenser les erreurs, de faire à peu près le même nombre d'observations avant et après la digression.

De la détermination de la latitude par les distances zénithales du soleil, prises près du méridien.

Pour le soleil, la méthode est absolument la même que celle qui nous a servi pour une étoile, seulement il faut tenir compte de son mouvement propre en déclinaison pendant la durée de l'observation; car la distance méridienne qui se déduit de chaque observation partielle, au moyen des réductions, est celle qui aurait réellement lieu si la déclinaison de l'astre restait toujours la même qu'à l'époque de l'observation : mais la déclinaison du soleil varie, alors la distance réduite obtenue différera de la distance zénithale méridienne véritable, d'une quantité égale au changement de la déclinaison, depuis l'instant de l'observation jusqu'à celui du passage au méridien. Ainsi en supposant le mouvement en déclinaison uniforme, pendant la durée de la série, et le connaissant pour une minute de temps, mouvement qui peut être donné par la Connaissance des temps, on multipliera ce mouvement par le nombre de minutes contenues dans l'angle horaire pour lequel on veut calculer le changement en déclinaison, le produit sera la correction de la distance réduite. Ces corrections seront évidemment de signe contraire avant et après le passage au méridien, en supposant, comme cela a lieu généralement, que le mouvement en déclinaison se fasse dans le même sens pendant toute la série : car alors, si ce mouvement augmente les distances au zénith d'un côté du méridien, il les diminuera de l'autre côté, ainsi la correction sera nulle si l'intervalle des temps avant et après le passage est le même. De là il résulte la règle suivante : faites la somme des angles horaires avant midi et celle des angles horaires après le passage, puis retranchez la première de la seconde, vous aurez une différence positive ou négative que vous diviserez par le nombre des observations; alors le quotient sera l'angle horaire moyen de même signe que la différence, par lequel vous multiplierez la variation en déclinaison pour une minute, le produit algébrique de ces deux quantités sera la correction cherchée, calculée d'après l'ensemble de la série, comme si la déclinaison était constante. Il en est du soleil comme des étoiles, qu'il faut faire autant que possible le même nombre d'observations avant et après le passage au méridien et à des temps également éloignés du midi, et que pour le soleil, les époques les plus favorables sont celles des solstices, surtout celle du solstice d'été. Quoiqu'avec plusieurs centaines d'observations de ce genre on puisse être bien sûr d'une latitude, on doit de préférence se servir des observations vers les deux passages de la même étoile, afin d'éviter la petite incertitude de l'obliquité de l'écliptique. En général, dans la détermination de la latitude, quand les écarts autour de la moyenne de toutes les observations sont très petits, comme d'une seconde, il est probable alors que la latitude a été déterminée à ce degré de précision.

Des observations azimuthales.

Les observations azimnthales font connaître dans quelle direction la méridienne traverse les triaogles, et quelle est la longueur de cette méridienne. La méthode la plus naturelle et la plus exacte d'orienter une suite de triangles, serait d'avoir une luoette méridienne que l'on placerait exactement daos le méridieu de l'une des statioos, c'est-à-dire au sommet de l'un des angles d'un triangle: dans la direction de la lunette, on placerait une mire pour iodiquer la direction de la méridienne du lieu, ce qui permettrait de mesurer ensuite directement l'angle que l'un des côtés de ce triangle fait avec cette méridienne. La difficolté consiste à mettre avec précision, l'axe de la lunette dans le méridien, et à placer sur un des points de son prolongement la mire qui doit servir à prendre cet angle de direction. Dans les observatoires muuis d'une bonne lunette des passages, il est facile d'avoir des mires bien placées; mais pour bien établir de pareilles mires, il faut beaocoup de temps, une lunette bien solidement placée, et une bonne peudule; farilités qu'on ne peut pas toujours se procurer à nne station quelconque, on est obligé d'y suppléer par d'autres moyeos à peu près aussi exacts, plus expéditifs et plus faciles à être mis en pratique avec les iostrumens employés communément dans les opératioos géodésiques. Etant placé ao centre ou près du centre de l'une des stations, on observe alors les azimuths d'un sigoal avec le cercle répétiteur ou avec le théodolite, de la manière suivante: lorsque le soleil est près de l'horizon, le matin ou le soir, on prend alternativement plusieurs distances angulaires entre ses deux bords et le sommet du signal, aiusi que les heures correspondantes à une pendule ou à une montre marine bien réglée; ces observations réunies quatre à quatre donneront des distaoces moyennes du centre du soleil au signal, et des heures moyennes correspondantes. Si les observations n'ont point été faites au ceotre de la statioo, on observe la distance zénithale du signal, afin de les y ramener par la formule donnée précédemmeot page 381, qui se réduit alors à on seul terme, celui qui dépeod de l'objet terrestre, parce que la distance de l'astre est trop cousidérable pour que la distance du centre du cercle au centre de la station produise aucun effet sensible.

Pour ces observations, il faot deux observateurs au moins, l'un vise au signal, et l'autre au soleil; un troisième compte les heures et écrit les résultats. Maintenant avec l'heure vraie de chaque groupe d'observations, oo calcule l'azimuth du soleil par le Problême XIII, et sa hauteur vraie par la première méthode du Problême XIX, que l'on rapporte à la surface de la terre, c'est-à-dire qu'on la réduit à la hauteur apparente. Cela posé, avec la distance observée du centre du soleil au signal, la hauteur apparente du soleil et celle du signal, on calcule leur différence d'azimuth et enfio l'azimuth du signal par le moyen du Problême XVI. Le milieu entre tous les résultats donnés par les séries d'observations, sera l'azimuth le plus approché; on remarquera que son exactitude dépend surtout de celle de l'heure vraie: une seconde d'erreur sur cet élément peut, eu Fraoce, produire 10″ d'erreur sur l'azimuth.

Exemple. Le 22 Mars 1803, au matin, à 2m,4 du centre de la station, dont la latitude Nord est de 42° 39' 6'' et la longitude de 7° 59' 20'' Est, on a observé l'angle entre les deox bords du soleil levant et un signal, situé vers l'Ouest; et par un milieu pris entre quatre observations, cet angle a été trouvé de 151° 37' 22'',8, en même temps que le milieu entre les instans donnés par la montre était de 18h 30m 42s,5 comptées astronomiquement.

Le barom. placé près de l'instrument et à l'ombre, marquait 0m745, et le thermom. de Réaumur 10°,3.

De plus, la distance du signal au zénith de la station est de 86° 15' 11'',9.

L'angle de direction, ou la distanee angulaire du signal au centre de la station, est de 236° 40' 22'',8.

Enfin, le logarithme de la distance itinéraire du signal au centre de la station, est de 4,160685.

Les hauteurs correspondantes du soleil, prises le 21 Mars et le lendemain ont fait connaître que

Le 21, la montre était en retard sur le midi apparent, de		0h	6m	8''3
Et le 22, elle retardait de		0	6	44.4
Ainsi la montre retardait en 24 heures, temps vrai, de		0	0	36.1
Heure de l'observation, à la montre		18	30	32.5
Retard du 21		0	6	8.3
Temps écoulé sur la montre	*somme*	18	36	50.8
Partie proportionnelle de 36s,1 pour le temps écoulé		0	0	28
Temps vrai de l'observation	*somme*	18	37	18.8

Quoique cette manière d'opérer suppose que le soleil a une marche uniforme dans l'intervalle de 24 heures, le résultat sera suffisamment exact, pour l'employer dans le calcul de nos observations.

Temps vrai de l'observation, le 21 Mars		18h 37m 18s8
Longitude du lieu Est	−	31 57.3
Temps vrai de Paris correspondant		18 5 21.5
Déclinaison du soleil	boréale	0° 16' 23"
Distance polaire		89 43 37
Angle horaire du soleil		80 40 18

Calcul de l'azimuth et de la hauteur du soleil. (Probl. XIII et XIX)

Distance polaire	89° 43' 37"	l. tang.	12.321868			l. cos.	7.678127
Angle horaire	80 40 18	l. cos.	9.209761	l. cot.	9.215543		
Arc *A Nord*	1 41 2.8	l. cot.	11.531629	e. l. cos.	0.000188	e. l. sin.	1.531814
Latitude *Nord*	42 49 6						
Arc *B différence*	41 8 3.2			l. sin.	9.818110	l. cos.	9.876896
Azimuth > 90°	96 10 11.7			l. cot.	9.033841	l. sin.	9.086835
				Hauteur vraie			7° 0' 55"
				Parallaxe (T. XVII)		−	0 0 8.81
				Réfraction		+	0 7 3.55
				Hauteur apparente			7 7 49.74

Calcul de la différence entre l'azimuth du soleil et celui du signal. (Prob. XVI).

Distance angulaire du signal au soleil	151° 37' 22"8	e. l. cos.	0.003372
Hauteur apparente du soleil	7 7 49.7	e. l. cos.	0.000929
Somme	162 30 0.6		
Demi-somme	81 15 0.3	l. cos.	9.182192
Distance − demi-somme	70 22 22.5	l. cos.	9.526205
Somme			18.712698
Demi-somme		l. cos.	9.356389
Demi-différence d'azimuth			76° 52' 10"33
Différence d'azimuth			153 44 20.66

Ainsi la distance angulaire du signal au centre du soleil, comptée sur l'horizon, est de 153° 44' 20",66 : pour la réduire au centre de la station, il faut effectuer le calcul suivant.

Calcul de la réduction de la distance précédente au centre de la station.

Le soleil étant à gauche du signal, la formule de la page 268, servant à donner la réduction cherchée, se réduira à $\frac{r \sin.\ (O + y)}{D \sin.\ 1''}$;

Distance du centre de l'instrument au centre de la station, ou	$r =$	2m 4
Distance angulaire du centre du signal au centre de la station, ou	$O + y =$	236° 40' 22"8
Logarithme de la distance itinéraire du signal au centre, ou	l. $D =$	4.160685

log. r	0.397940
e. log. sin. 1"	5.314425
log. sin. ($O + y$)	9.921972
e. log. D	5.839315
Réduction − 29",76	1.473652

La réduction est négative, parce que le sinus de $O + y$ est négatif.

Calcul de l'azimuth du signal.

Différence d'azimuth		153°	44'	20"66
Azimuth du soleil		96	10	11.7
Azimuth approché du signat		249	54	32.36
Réduction au centre	—	0	0	29.76
Azimuth du signal du Nord vers l'Est		249	54	2.6
du Sud à l'Ouest		69	54	2.6
du Nord à l'Ouest		110	5	57.4

Pour connaître un azimuth avec précision, il faut moltiplier les observations, les répéter plusieurs jours, et quoique le soleil soit plus commode, il est bon d'employer aussi à cette recherche une etoile; le procédé est à peu près le même, mais il faut, pour les observations, avoir un réverbère placé au signal dont on veut connaître l'azimuth.

Calcul des différences de niveau.

La méthode la plus directe et la plus simple pour déterminer les différences de niveau, est de rapporter les élévations ou les dépressions des objets à des lignes horizontales données, soit par le rayon visuel rasant la surface d'un liquide contenu dans un cylindre recourbé et ouvert à ses extremités, soit par une ligne parallèle à l'axe d'un tube cylindrique de verre rempli en partie d'alcool ou d'ether, et disposé de manière que la bulle d'air dont la pesanteur spécifique est moindre que cette liqueur, et qui par cette raison, tend toujours à occuper le point le plus haut de ce tube, soit placée exactement en son milieu.

Un instrument qui donne une ligne horizontale, s'appelle *niveau:* en général on en distingue de deux espèces, les *niveaux d'eau* et les *niveaux à bulle d'air.*

Deux ou plusieurs points sont de niveau entre eux, lorsqu'ils sont également éloignés du centre de la terre. La surface des eaux tranquilles est une surface de niveau; telle est la surface des mers, des lacs, des étangs, lorsque leurs eaux ne sont pas agitées; une ligne horizontale ou perpendiculaire au fil à plomb est une *ligne de niveau apparent*, parce qu'il semble en effet que tous les points de cette droite sont de niveau entre eux, tandis qu'ils ne le sont pas. Toute ligne courbe concentrique à la courbure de la terre, supposée sphérique, est au contraire une *ligne de niveau vrai.* Une ligne de niveau apparent est donc une ligne droite, et une ligne de niveau vrai, une courbe qui devient un arc de cercle dans l'hypothèse que la terre est sphérique. On admet cette supposition dans le nivellement, parce que l'aplatissement de la terre est trop petit pour donner une erreur sensible dans la détermination des différences de niveau.

Si au point A d'un arc terrestre AB on conçoit une tangente AC, la partie BC de la sécante CD sera la différence de niveau des deux points A et B, ou la hauteur du niveau apparent AC au-dessus du niveau vrai AB; on peut au moyen de la distance des deux points, déterminer en mètres la hauteur BC par la formule suffisamment approchée

$$BC = \frac{AB^2}{12732396}$$

le dénominateur exprime la longueur du rayon de la terre. De cette formule on peut conclure que les différentes hauteurs du niveau apparent au-dessus du niveau vrai, sont entre elles à très-peu près comme les quarrés des distances, si donc le rayon visuel déterminé par l'instrument provenait du point C, il serait facile de trouver le point B qui est de niveau avec le point A; mais *le point de visée* ou *point de mire* paraît dans un lieu autre que celui qu'il occupe réellement; cette déviation de l'image de l'objet, qui est l'effet de la refraction, se manifeste dans le sens vertical et fait paraître cet objet plus élevé qu'il ne l'est, alors le point qui paraît en C provient d'un point C' compris entre C et B. On a fait un grand nombre d'observations pour déterminer le rapport de l'angle de réfraction CAC' avec l'angle formé par les deux rayons menés au centre de la terre des extrémités de la distance AB. Mais la réfraction terrestre est si variable près de la surface de la terre, si inconstante dans un meme lieu, que l'on ne peut établir aucune règle bien précise; la valeur moyenne de cet angle, qui peut différer plus ou moins

de la valeur exacte, est les huit-centièmes de l'angle au centre. Lorsqu'on pourra placer son instrument à égale distance des deux points qu'on nivèle, on sera dispensé d'avoir égard à la différence du niveau apparent au niveau réel.

La Table LXXVIII donne l'élévation du niveau apparent au-dessus du niveau vrai, ainsi que l'abaissement causé par la réfraction pour une distance donnée.

Supposons que l'on veuille connaître la différence de niveau des deux points *A* et *B*, situés à 400 mètres l'un de l'autre, et qu'on ait placé son niveau en *M* à une distance égale des points donnés : si le rayon visuel de l'observateur passe à $1^{m}25$ au-dessus du point *A* et à $1^{m}85$ au-dessus du point *B*, il n'est pas nécessaire de faire aucune correction à ces deux nombres; on soustrait le plus petit du plus grand, et le reste, 60 centimètres, indique que le point *B* est de cette quantité plus bas que le point *A*.

Supposons maintenant qu'on ait placé l'instrument au point *A*, que la hauteur de l'œil à ce point soit égale à $1^{m},05$, et que le rayon visuel passe à $1^{m},60$ au-dessus du point *B* : cherchant dans la Table LXXVIII les nombres qui correspondent à la distance de 400 mètres, on trouvera 0,0126 et 0,0020 dont la différence est de 0,0106 ; retranchant cette différence de la côte $1^{m},60$, on aura pour reste $1^{m},5894$; retranchant ensuite $1^{m},05$, hauteur de l'œil au point *A* de cette dernière côte, le résultat $0^{m},5394$ fera connaître que le point *A* est élevé de cette quantité au-dessus du point *B*. Supposons enfin que si au lieu d'avoir placé l'instrument au point *A*, on l'ait établi au point *M'* situé à 100 mètres du point *A*, et par conséquent à 300 mètres du point *B* ; le rayon visuel passe à $1^{m},805$ au-dessus du point *A*, et à $2^{m},505$ au-dessus du point *B*. On prendra la différence 0,0007 des deux nombres de la Table, correspondans à 100 mètres ; puis 0,0060 qui est celle des deux nombres correspondans à 300 mètres : retranchant la première de la seconde, on aura 0,0053 que l'on soustraira de $2^{m},505$, hauteur du rayon visuel au-dessus du point *B* ; le reste 2,4997, diminué de 1,805, côte du point *A*, donnera 0,6947 pour la quantité que le point *B* est plus bas que le point *A*.

De ces exemples il en résulte la règle suivante : 1.° *Lorsqu'on place l'instrument à une distance égale des deux points* A *et* B *qu'on veut niveler, et que le rayon visuel passe au-dessus de ces deux points, on n'a d'abord aucune correction à faire aux deux côtes trouvées ; si l'on soustrait ensuite la plus petite de la plus grande, le reste apprendra de combien le point auquel correspond la plus grande côte est plus bas que l'autre.*

2.° *Lorsqu'on place son niveau sur un des points extrêmes de la ligne qu'on veut niveler, par exemple sur le point* A, *on retranchera de la côte correspondante au point* B *la différence des deux nombres donnés par la Table pour la distance* AB, *avant de soustraire la plus petite côte de la plus grande.*

3.° *Enfin, si l'on place l'instrument au point* M', *situé à une distance inégale des deux points* A *et* B, *mais plus près du point* A *que du point* B, *il faudra avant de soustraire la plus petite côte de la plus grande, retrancher de la côte correspondante au point* B *le plus éloigné du niveau, la différence des corrections données par la Table pour les distances de* M' *à* A *et de* M' *à* B.

On remarquera qu'il est préférable de diminuer la longueur des rayons visuels, afin d'éviter les effets de la réfraction et de rendre le pointé plus sûr. L'expérience peut seule éclairer à cet égard : par exemple, si après avoir dirigé et fixé une lunette sur un objet ou une mire dont la distance au lieu de l'observation est connue, il arrive que cet objet reste à l'intersection des fils du réticule, quel que soit l'état de l'atmosphère, ce sera une preuve que la réfraction, à cette distance est nulle, et que par conséquent le rayon visuel n'est pas trop long ; mais si l'objet paraît tantôt à droite, tantôt à gauche du fil vertical, ou s'il est vu tantôt au-dessus, tantôt au-dessous du fil horizontal, ce sera un signe certain qu'il existe dans le premier cas une réfraction latérale, et dans le second une réfraction verticale : alors, pour que ces deux réfractions n'aient aucune influence sur le pointé, il faudra rapprocher suffisamment la mire du lieu où est placé l'instrument ; les effets de la réfraction seront toujours insensibles à la distance de 600 mètres.

Lorsque la différence de hauteur de deux points peut, comme dans les exemples précédens, se déterminer par une seule station ou par deux coups de niveau, l'opération prend le nom de *nivellement simple* ; mais, lorsque les deux points sont placés à une si grande distance l'un de l'autre, ou bien quand le terrain présente des inégalités ou

une pente considérable, on est obligé de lier ces deux points entre eux par une suite de nivellemens simples ; l'opération s'appelle alors *nivellement composé*.

Supposons qu'il s'agisse d'assigner la différence de niveau des deux points extrêmes d'une ligne $ABC \ldots H$, dont la distance est trop grande pour qu'ou puisse faire cette opération d'un seul coup de niveau, on placera successivement son instrument entre tous les points A, B, $C \ldots H$, et à chaque statiou on donnera un coup de niveau d'arrière et un conp d'avant ; par cette manière d'opérer, on établira une relation de position eutre tons les points A, B, $C \ldots H$, de laquelle il sera facile d'obtenir la différence de niveau des deux points extrêmes A et H.

Dans les triangulations primaires et secondaires, les différences de niveau se déterminent de plusieurs manières par des procédés trigonométriques.

La méthode préférable est celle dans laquelle on emploie les distances moyennes et réciproques, résultantes d'observations faites simultanément dans les deux stations aux époques du jour les plus convenables.

Avant d'entreprendre le calcul de la différence de niveau, on remarquera qu'en observant les distances au zénith des objets on vise au sommet du signal de la station éloignée, tandis que l'observation se fait dans chaque station au centre du cercle, ainsi toutes les distances zénithales observées doivent être réduites aux sommets ou aux pieds des signaux, et afin d'éviter ces réductions trop fortes, à celui de ces deux points le plus près du centre du cercle.

Lorsque le centre du cercle est placé entre le sommet et le pied du signal, la réduction est additive à la distance observée pour le premier de ces points, et elle est soustractive pour le second ; on la détermine par la formule suivante :

$$d\,D = \frac{h \text{ sin. } D}{K \text{ sin. } 1''}$$

dans laquelle h exprime en mètres ou en pieds la distance du centre du cercle au sommet ou au pied du signal.

D la distance zénithale observée.

K la distance linéaire, exprimée en unités de même espèce que h, entre l'observateur et le point observé.

Maintenant pour calcnler les différences de nivcan, on fera usage de l'une des deux formules suivantes :

$$H = \frac{K \text{ sin. } \tfrac{1}{2}\,(D' - D)}{\text{cos. } \tfrac{1}{2}\,(D' - D + \delta)}$$ ou avec une précision suffisante $H = K \text{ tang. } \tfrac{1}{2}\,(D' - D)$

dans lesquelles K exprime, comme précédemment, la distance linéaire des deux stations.

D' et D les deux distances au zénith, observées et réduites aux sommets ou aux pieds des signaux.

δ l'angle formé au centre de la terre, ou l'arc terrestre K réduit en minutes ou en secondes par la formule donnée page 386.

Soit par exemple, la différence de niveau de deux points A et B à déterminer, sachant qu'au point A, $D = 89^\circ\ 32'\ 4''$ $\quad h = 7^m\,60$
B, $D' = 90\ \ 25\ \ 59$ $\quad h' = 5,\,25$
que la distance du point A au point B ou $K = 27003$ mètres et que la latitude approche de 45° ;

Réduction des distances au zénith, observées aux sommets des signaux.

Au point A.		Au point B.	
log. h	0.880814	log. h'	0.720159
log. sin. D	9.999986	log. sin. D'	9.999988
c. log. sin. 1″	5.314425	c. log. sin. 1″	5.314425
c. log. K	5.568588	c. log. K	5.568588
log. $d\,D$	1.763813	log. $d\,D'$	1.603160
$d\,D$ +	0° 0′ 58″	$d\,D'$ +	0° 0′ 40″1
D	89 32 4	D'	90 25 59
D	89 33 2	D'	90 26 39.1

Réduction de K en minutes et secondes de degré (formule, page 386).

log. K	4,431412
log. $R \frac{1}{\sin. 1''}$	8,509841
log. $(1 - \frac{1}{4} e^2)$	9,999297
log. δ	2,940550
δ	0° 14′ 32″

Différence de niveau.

D'	90° 26′ 39″ 1		
D	89 33 2		
$D' - D$	0 53 37,1		
$\frac{1}{2}(D' - D)$	0 26 48,5	log. sin.	7,891991
$\frac{1}{2}\delta$	0 7 16		
$\frac{1}{2}(D' - D + \delta)$	0 34 4,5	c. log. cos.	0,000021
		log. K	4,431412
		log. H	2,323424

Différence de niveau ou élévation du point B sur A	210ᵐ 58
Hauteur du point A au-dessus de la mer	+ 70 80
	281 38
Hauteur du point A au-dessus de l'instrument − 7ᵐ 60 } Hauteur de l'instrument − 1 26 }	− 8 86
Hauteur absolue du point B	272 52

Détermination de la réfraction terrestre.

Quand on a observé les distances au zénith, ou ce qui est de même les angles d'élévation et de dépression de deux points A et B dont la distance est connue, on en peut réduire la réfraction terrestre. En effet, on sait que la différence de ces deux angles, s'il n'y avait aucune réfraction, est un angle dont la mesure est l'arc terrestre intercepté entre les deux points; en comparant donc cet angle avec celui qu'on aurait réellement observé et qui sera affecté de la réfraction. La différence donnera l'effet des deux réfractions, dont l'une diminue l'angle de dépression, tandis que l'autre augmente l'angle d'élévation. Par exemple,

au point B l'angle de dépression était de		0° 26′ 39″ 1
au point A l'angle d'élévation était de		0 26 58
la différence de ces deux angles est		0 0 18,9
l'angle δ a été trouvé		0 14 32
Double réfraction	*différence*	0 14 13,1
Réfraction simple		0 7 6,55

On remarquera que la différence entre l'angle d'élévation et de dépression est moindre que l'angle δ; et cela doit toujours être ainsi, parce que la réfraction fait paraître les angles d'élévation trop grands et les angles de dépression trop petits. Il est facile de voir que si au lieu de se servir des angles d'élévation et de dépression, on eût voulu employer les distances au zénith, on aurait pour la réfraction terrestre

$$\frac{1}{2}(\delta - (D' + D - 180°))$$

Il y a un rapport à peu près constant entre la réfraction et δ, et on peut le trouver par l'observation ; elle pourra donc s'exprimer par une partie aliquote n de l'angle δ, de sorte que

la réfraction ou $r = n\,\delta$; de là on tire $n = \frac{r}{\delta}$

Dans notre exemple nous avons

r =	427″05	log.	2,630479
δ =	872′	log.	2,940516
n =	0,49	log.	9,689963

La valeur de n ou du coéfficient de la réfraction, est beaucoup plus grande que celle qui résulte d'observations réellement faites (celles du calcul précédent ne sont que simulées), cependant nous rappellerons ce que nous avons dit, que n varie suivant l'état de l'atmosphère, mais qu'en général les variations étaient moins fortes dans les observations des grandes hauteurs que dans les petites ; la quantité moyenne de n est de 0,08.

Lorsqu'on n'a qu'une seule distance au zénith D et la distance des deux signaux K, et qu'on veut en déduire la différence de niveau des deux stations H, il faut supposer la réfraction terrestre connue. Cette différence se calcule alors par la formule

$$H = K \text{ cot. } (D - (\tfrac{1}{2} - n)\,\delta)$$

Si l'on fait la supposition que la valeur moyenne du coéfficient n de la réfraction ou de l'angle δ soit égal à 0,08, la formule précédente deviendra

$$H = K \text{ cot. } (D - 0{,}42\,\delta)$$

Supposons qu'au point A, dont la latitude est de 48° 23′ 35″, nous n'eussions observé que la distance au zénith du sommet d'un signal placé au point B de 89° 54′ 21″,3 et que de cette seule observation on voulut en déduire la différence de niveau, sachant que la distance des deux stations ou K est de 16127 mètres.

La réduction de K en minutes et secondes de degré, c'est-à-dire la valeur de δ se déterminera par la formule

$$\delta = \frac{K}{R \text{ sin. } 1''}\,(1 - \tfrac{1}{2}\,e^2 \text{ sin.}^2 L)$$

dont le logarithme correspondant à notre exemple, est de	2,716609		
celui de 0,42 est de	9,623249		
celui de la réfraction terrestre est de	2,339858		
Réfraction terrestre	− 0° 3′ 38″7		
Distance au zénith	89 54 21,3		
Distance corrigée	89 50 42,6	l. cot.	7,431743
		l. K	4,207554
		l. H	1,639297
Elévation du sommet du signal B au-dessus du cercle en A			43ᵐ 58
du centre du cercle au-dessus de A		+	1, 26
Elévation du point B au-dessus du point A			44, 84

L'élévation d'un point au-dessus du niveau de la mer se détermine par la formule

$$H = \tfrac{1}{2}\,(1 + n)^2\,R \text{ tang.}^2 (D - 90^\circ)$$

mais si l'on suppose toujours le coéfficient n égal à 0,08 et que l'on prenne dans la Table contenue dans le Problème XLIII le logarithme du rayon moyen de la terre,

exprimé en mètres, on aura un logarithme constant pour exprimer celui du facteur $\frac{1}{2}(1+n)^2 R$; la formule deviendra alors

$$\log. H = 6{,}569697 + 2 \log. \operatorname{tang.} (D - 90^\circ)$$

de laquelle on déduira l'élévation H exprimée en mètres.

Ponr calcnler ces hauteurs dans d'autres hypothèses que celle de $n = 0{,}08$, on aura les logarithmes constans :

pour	$n =$ 0,01	6.511492	$n =$ 0,06	6.553461	$n =$ 0,11	6.593495	$n =$ 0,16	6.631765
	0,02	6.520050	0,07	6.561617	0,12	6.601285	0,17	6.639221
	0,03	6.528524	0,08	6.569697	0,13	6.609006	0,18	6.646613
	0,04	6.536916	0,09	6.577702	0,14	6.616659	0,19	6.653943
	0,05	6.545228	0,10	6.585635	0,15	6.624245	0,20	6.661212

Cherchons l'élévation d'un point A, sachant que la distance moyenne D de l'horizon de la mer au zénith a été trouvée de 90° 14′ 33″,8, en supposant que le jour de cette observation le coéfficient n était égal à 0,08.

Logarithme constant	6,569697
2 log. tang. 0° 14′ 33″,8	5,253979
	1,823676
Elévation du centre du cercle	66ᵐ 631
Le point A se trouvait au-dessous de	− 1, 223
Elévation du point A	65, 408
Cette élévation avait été trouvée directement de	66, 457
différence	1, 040

Connaissant avec exactitude la hauteur d'un lieu d'où l'on puisse voir l'horizon de la mer, on y pourra faire des observations sur la réfraction terrestre, et déterminer alors le coéfficient n par la formule suivante :

$$n = \frac{1}{\operatorname{tang.} (D - 90^\circ)} \sqrt{\frac{2H}{R}} - 1$$

dans laquelle, pour un même lieu, le logarithme de $\sqrt{\frac{2H}{R}}$ sera constant.

Par exemple, au point A dont la hauteur au-dessus du niveau de la mer est de 66ᵐ,457, on a observé au cercle répétiteur une série de distances de l'horizon de la mer au zénith, qui a donné pour distance moyenne 90° 14′ 33″,8, on demande le coéfficient n de la réfraction, sachant que le centre du cercle était élevé au-dessus du point A de 1ᵐ,223.

Nous aurons	$H = 66{,}457 + 1{,}223 =$	67,680
	log. 2	0,301030
	log. H	1,830460
	c. log. R	3,196121
		5,327611
	l. $\sqrt{\frac{2H}{R}}$	2,663806
	c. l. tang. $(D - 90^\circ)$	2,373010
	l. $n + 1$	0,036816
	n	0,088

D'où il résulte que pour l'instant des observations, n avait à peu près la valeur moyenne qui lui a été assignée.

PROBLÈME XLII.

Des observations météorologiques et de la mesure des hauteurs par le baromètre.

Du choix des instrumens. Les meilleurs baromètres sont ceux que nous avons décrits page 77 et suivantes; le transport en est très-facile et ce sont les seuls qui doivent être employés quand il s'agit d'observations très-exactes.

Dans le baromètre dit de Fortin, le tube plonge dans la cuvette en partie remplie de mercure, et dont le fond est mobile. La différence en hauteur de la surface de ce mercure et du sommet de la surface du mercure dans le tube, est la hauteur du baromètre, abstraction faite de sa capillarité, ainsi son unique défaut est de ne pas donner immédiatement la hauteur réelle de la colonne de mercure. En effet, pour avoir cette différence, on élève ou l'on abaisse le fond de la cuvette de manière que la surface du mercure qu'elle contient touche l'extrémité de la pointe d'ivoire attachée fixement ainsi que la cuvette et le tube, à une règle verticale dont les divisions indiquent la hauteur du baromètre. On obtient ce contact en élevant le fond mobile de la cuvette, en sorte que la pointe plonge un peu dans le mercure, et forme autour d'elle, par un effet capillaire, une cavité en forme d'entonnoir. On abaisse ensuite insensiblement la surface du mercure de la cuvette, jusqu'au moment où cette cavité disparait. La règle donne alors, par sa division correspondante au sommet de la surface du mercure du baromètre, la hauteur barométrique.

Il y a dans cette hauteur observée, deux effets capillaires qui, étant contraires, peuvent se détruire mutuellement. L'un de ces effets est dû à la convexité de la surface intérieure du mercure dans le tube du baromètre, et il diminue la hauteur barométrique. L'autre effet est dû à la courbure du mercure de la cuvette, courbure très-sensible vers ses bords. En vertu de cette courbure, l'extrémité de la pointe d'ivoire, au moment où elle ne fait que toucher le mercure, est un peu au-dessous de la vraie surface de niveau du mercure de la cuvette, ou du plan horizontal tangent à cette surface, en sorte que la distance au sommet du mercure dans le tube du baromètre, est plus grande que la distance de ce plan au même sommet. La hauteur barométrique observée est donc augmentée par cet effet capillaire. Ainsi la pointe étant placée de manière que cette augmentation soit égale à la diminution produite par la capillarité du tube; la hauteur observée sera sans aucune correction, la vraie hauteur représentative de la pression de l'atmosphère.

Nous sommes donc conduits à déterminer la place que doit occuper la pointe d'ivoire dans la cuvette, pour qu'en amenant le mercure à la toucher, il en résulte une erreur du zéro de l'échelle qui compensât la dépression dans le tube, ou ce qui est bien préférable dans la pratique, c'est que si le placement ne donnait pas une compensation parfaite, déterminer quelle serait la correction unique dépendante de la dépression et du zéro de l'échelle, à faire à la hauteur observée pour obtenir la hauteur vraie.

On atteint facilement ce but au moyen des Tables IX et X formées par M. Bouvard, d'après les formules trouvées par Laplace. (Connais. des Temps pour 1829).

La Table IX donne les dépressions du mercure dans le tube du baromètre, dues à sa capillarité pour tous les diamètres intérieurs compris entre 2 et 21 millimètres inclusivement; ces dépressions sont toujours additives aux hauteurs observées.

La Table X supposant à la cuvette une forme cylindrique, donne la place que doit occuper la pointe d'ivoire, ou ce qui est de même, sa distance à la paroi intérieure de la cuvette, pour détruire la capillarité dépendante du diamètre intérieur du tube du baromètre, compris entre 7 et 20 millimètres.

Applications. Etant donné un baromètre dit de Fortin, vérifier si la cheville est placée de manière à ce que l'instrument donne immédiatement la hauteur vraie, et dans le cas contraire déterminer la correction unique et constante à faire à toutes les hauteurs observées pour les convertir en hauteurs vraies.

1. Prenez le millimètre pour unité linéaire et mesurez le diamètre intérieur du tube, que vous représenterez par D; mesurez de même la plus courte distance d de la pointe d'ivoire à la paroi intérieure de la cuvette.

2. Entrez dans la Table IX, colonne diamètre, avec D, vous trouverez sur la même ligne la dépression correspondante, qui est toujours *additive*.

Cherchez dans la Table X, colonne distance, la quantité mesurée d, vous trouverez sur la même ligne, le diamètre D' d'un tube pour lequel l'erreur du zéro compense la dépression; si D' est égal à D, l'instrument vous donnera immédiatement les hauteurs vraies, mais, ce qui arrivera généralement, si D' n'est pas de même longueur que D; entrez dans la Table IX avec D', la dépression correspondante vous donnera l'erreur *soustractive* du zéro, relative à la position de la pointe d'ivoire; la somme algébrique des deux dépressions vous donnera enfin la correction *additive* totale dépendante de la dépression et du zéro de l'échelle.

Exemple 1. Dans un baromètre le diamètre intérieur du tube est de $9^{mm},5 = D$; la plus courte distance de la pointe d'ivoire à la paroi intérieure de la cuvette est de $1^{mm},75 = d$; on demande la correction à faire aux hauteurs observées, avec cet instrument, pour les convertir en hauteurs vraies.

Avec D de 9,5 la Table IX donne pour la dépression		$+\ 0^{mm},473$
Avec d de 1,75 la Table X donne le diamètre D' de 9,5		
Puisque D' est égal à D, l'erreur du zéro est de		$-\ 0\ \ 473$
On aura donc pour la correction cherchée	*somme algébrique*	$0\ \ 000$

Ainsi les hauteurs observées avec cet instrument seront des hauteurs vraies.

Exemple 2. Dans un baromètre le diamètre intérieur du tube est de $6^{mm},25 = D$; la plus courte distance de la pointe à la paroi est de $4^{mm},45 = d$; on demande la correction à faire aux hauteurs observées pour les convertir en hauteurs vraies.

Avec D de 6,25 la Table IX donne pour la dépression		$+\ 1^{mm},062$
Avec d de 4,45 la Table X donne le diamètre D' de 13,5		
Avec D' de 13,5 la Table IX donne pour l'erreur du zéro		$-\ 0\ \ 181$
On aura donc pour la correction cherchée	*somme algébrique*	$+\ 0\ \ 881$

D'où il résulte, qu'à toutes les hauteurs observées à cet instrument il faudra ajouter $0^{mm},881$ pour les convertir en hauteurs vraies.

Exemple 3. Un baromètre a donné pour hauteur observée $758^{mm},5$; le diamètre intérieur du tube était de $9^{mm},2 = D$ et la distance de la pointe d'ivoire à la paroi de $4^{mm},5 = d$; on demande la hauteur vraie.

Avec D de 9,2 la Table IX donne pour la dépression	$+\ 0^{mm},510$
d de 4,5 la Table X donne pour le diamètre D' de 13,55	
D de 13,55 la Table IX donne pour l'erreur du zéro	$-\ 0\ \ 179$
La correction totale sera donc	$+\ 0\ \ 331$
La hauteur observée étant de	$758\ \ 5$
On aura pour hauteur vraie	$758^{mm},831$

Remarque 1. D'après ce qui précède on est en droit de conclure, que les baromètres à cuvette, d'ailleurs bien construits, ne s'accordent jamais entre eux, puisque d'une part la colonne de mercure y éprouve une dépression occasionnée par la capillarité et qui varie comme le diamètre des tubes (Table IX); d'autre part que le baromètre à cuvette exige l'emploi d'un moyen sûr pour ramener le niveau du bain de mercure au point de départ de l'échelle des divisions; point fixe dont le niveau s'écarte sans cesse soit par l'effet des asreosions et des abaissemens. On a bien taché d'y pourvoir dans les baromètres de cabinet un peu soignés, en donnant à la cuvette un diamètre tel que les variations du niveau y devinssent à peu près insensibles. Ce moyen n'est pas suffisant quand il s'agit d'observations très-exactes.

De la réduction à zéro de température. Pour compléter le système des corrections à faire aux observations barométriques et les rendre comparables entre elles, il faut ramener toutes les hauteurs à ce qu'elles eussent été si on les avait prises à une même température, qui est ordinairement celle de zéro.

Pour cette réduction, nous supposerons que la monture de l'instrument est en cuivre jaune ou laiton sur lequel est tracée l'échelle, et que sa température est donnée par un thermomètre qui s'y trouve enchassé, comme nous l'avons dit page 78. Il est évident que la dilatation cubique du mercure donne une hauteur trop grande, d'où il résulte que sa correction sera *soustractive*, et que la dilatation linéaire de l'échelle, au contraire, rend la hauteur trop petite, ainsi sa correction sera *additive* ou toujours

d'un signe contraire à la première, et comme la dilatation du cuivre n'est environ que le dixième de celle du mercure, la correction de l'échelle diminue toujours celle du mercure, ainsi leur différence donnera la réduction.

La dilatation moyenne de mercure de 0 à 100 degrés est		de	0.0180180
celle du cuivre		de	0.0018782
	de 0 à 100	*différence*	0.0161398
	Pour 1 degré centigrade		0.0001614

En désignant par h la hauteur du mercure du baromètre, et par t le nombre de degrés du thermomètre centigrade, la réduction à zéro sera exprimée par la formule suivante $\mp h.\ t.\ 0{,}0001614$ qui a servi à M. Bouvard pour calculer la Table XI. Cette réduction doit être retranchée de h lorsque la température t est au-dessus de 0, au contraire, doit lui être ajoutée lorsque t est au-dessous de zéro.

Exemple 1. Un baromètre dont l'échelle est en cuivre a donné pour hauteur vraie 758^{mm},831 à 28 degrés centigrades au-dessus de zéro, on demande quelle sera cette hauteur ramenée à zéro.

Avec 28 degrés et 758,831 la Table XI donne	− 3.431
Hauteur vraie à 28 degrés au-dessus de zéro	758.831
ramenée à zéro de température	755.400

Exemple 2. Un baromètre dont l'échelle est en cuivre avait donné pour hauteur vraie 760^{mm} à 4 degrés centigrades au-dessous de zéro de son thermomètre; dans une autre circonstance ce baromètre avait donné la même hauteur vraie de 760^{mm} à 29 degrés centigrades au-dessus de zéro; on demande le résultat de la comparaison de ces deux observations.

Pour − 4 degrés et 760 la Table XI donne	+ 0.490
Hauteur vraie à 4 degrés au-dessous de zéro	760.000
Première hauteur ramenée à zéro	760.490
Pour 29 degrés et 760 la Table XI donne	− 3.436
Hauteur vraie à 29 degrés au-dessus de zéro	760.000
Deuxième hauteur ramenée à zéro	756.564
Première hauteur	760.490
Différence	3.926

D'où il résulte que la pression atmosphérique correspondante à la première observation, surpassait celle de la seconde observation de 3^{mm},926.

Remarque 2. La Table XI est suffisamment étendue pour satisfaire aux divers états atmosphériques, cependant s'il s'en présentaient d'extraordinaires qui n'y soient point compris, on pourrait y suppléer en se servant directement de la formule donnée précédemment, ou ce qui serait plus facile, en faisant usage des données suivantes: la formule $\mp h.\ t.\ 0{,}0001614$ donne

Pour 30 degrés et	780	3.777	et pour 30 degrés et	700	3.389
	785	3.801		695	3.365
	790	3.825		690	3.341
	795	3.849		685	3.317
	800	3.874		680	3.293
	805	3.898		675	3.268

puis remarquant que les réductions sont aussi proportionnelles à t, on les obtiendra avec facilité pour les températures plus petites ou plus grandes que 30 degrés.

La Table XI peut servir aussi à ramener une hauteur vraie à toute autre température que celle à laquelle l'observation a été faite; pour y parvenir, prenez la différence des deux températures, puis avec cette différence et la hauteur donnée, cherchez dans la Table XI la réduction correspondante, que vous *ajouterez à* ou *retrancherez de* la hauteur vraie, selon que la température de la hauteur donnée est *moins* ou *plus* élevée que la seconde.

Exemple. Une hauteur vraie a été trouvée de 755 millimètres à la température de + 6° centigrades, on demande de la ramener à ce qu'elle eût été si la température avait été de + 24°.

La différence des deux températures est de	+ 18°
Pour 18 et 755 la Table XI donne	2.194
Hauteur vraie donnée	755.0
Hauteur vraie ramenée à + 24°	757.194

Nous avons supposé que l'échelle du baromètre était tracée sur cuivre, dans le cas exceptionnel où cette échelle serait tracée sur le tube, la réduction s'obtiendrait directement par la formule $\mp$ *h. t.* 0.0001802.

Du baromètre à siphon. Cet instrument, bien construit et perfectionné par M. Gay-Lussac (page 79), pourrait être employé exclusivement pour les observations sédentaires. Il a seul la propriété d'annuler, par compensation, les effets de la capillarité; l'observateur isolé qui n'est point à portée de comparer son instrument à d'autres, pourra se passer de cette comparaison, et cependant être d'accord avec tout ce qu'il y a d'observateurs, bien entendu que de part et d'autre les observations auront été réduites à zéro de température au moyen de la Table XI.

De l'échelle. S'il est inutile de dire que l'échelle doit être divisée avec une exactitude rigoureuse, il ne l'est pas d'insister sur la préférence que mérite la division métrique, non seulement pour la facilité des calculs, mais encore pour la justesse des comparaisons. Nous savons ce qu'est un mètre beaucoup mieux que nous ne savons ce qu'est une toise. Celle-ci ne nous est réellement connue que par le rapport qu'on a établi entre elle et le mètre, rapport qui ne subsiste que pour un étalon unique, aussi ne peut-on jamais se procurer deux divisions en lignes qui ne différassent, plus ou moins, l'une de l'autre, et jamais une qui fût avec le mètre dans le rapport établi.

Dans les baromètres montés en bois, l'échelle des divisions est ordinairement tracée sur une plaque de métal ou d'ivoire que l'on attache à la monture. Ce procédé ne satisfait pas les observateurs qui aspirent à une grande exactitude : le chaud, le froid, l'humidité, la sécheresse tourmentant le bois en tous sens, éloignent ou rapprochent diversement cette partie d'échelle du point fixe d'où partent ses divisions. Il faut que l'échelle soit entière et complète depuis le zéro jusqu'au dernier terme qu'atteignent les plus fortes ascensions du mercure, sauf à la subdiviser seulement dans la partie de sa longueur qui se rapporte aux observations que l'on se propose de faire. Nous l'avons supposé en cuivre, parce que c'est la matière le plus communément employée et celle dont nous connaissons le mieux la dilatation pyrométrique. Avec une échelle ainsi construite, nous savons exactement à quoi se réduisent les variations de dimension qui résultent des variations de température. Elles sont régulières et fort petites, et l'on peut ordinairement les négliger; mais enfin nous les connaissons, et chacun est maître d'en tenir compte au besoin. L'avantage d'une échelle complète est un de ceux que nous offre le baromètre de Fortin, et celui à siphon, perfectionné par M. Gay-Lussac, le partage.

De la division. La division doit être munie d'un vernier qui divise le millimètre en vingtièmes, ce qui fournit les quarantièmes de millimètres. Il n'en faut guère moins, car une lame de mercure d'un quarantième de millimètre d'épaisseur, correspond à une couche d'air d'environ trois décimètres (Table LXXVII). La structure du vernier doit être telle que le rayon visuel demeure nécessairement perpendiculaire à l'axe de la colonne de mercure. Une loupe ordinaire de 12 à 15 centimètres de foyer suffit pour observer le contact du vernier et lire ses divisions.

Du thermomètre. Les observateurs qui ont employé le baromètre avec réflexion, n'ignorent pas que de toutes les erreurs imputables à l'instrument, les plus fréquentes et les plus considérables sont celles qui dérivent d'une indication fautive de la température du mercure; or, il ne s'agit pas ici de quelques petites fractions des dernières divisions visibles : un degré du thermomètre centigrade représente dans l'échelle barométrique plus que des dixièmes de millimètres (Table XI), et dans la détermination des hauteurs, rien moins que des mètres tout entiers; il faut donc examiner si l'artiste a employé le moyen d'unir le thermomètre de correction à la colonne de mercure, d'une manière tellement immédiate et intime, que les indications de celui-là fussent en tout temps et partout l'exacte mesure de la température de celle-ci.

L'observateur doit faire attention à tout ce qui pourrait troubler l'accord de deux instrumens associés. Les changemens rapides de température doivent surtout lui être suspects, car le thermomètre de correction les marque toujours avant que la masse entière de l'instrument les partage; et il n'y a rien de mieux à faire que de mettre, quand on peut, le baromètre à l'abri de ces changemens. Cela n'est pas aisé à l'air libre; mais on y parvient plus facilement dans les lieux clos où se font les observations sédentaires.

Le baromètre dont on se servira sera donc muni d'un bon thermomètre, bien adapté à sa monture, et l'on ne manquera jamais de joindre l'indication de sa température à celle des hauteurs barométriques, en commençant toujours par écrire la température avant l'élévation de la colonne de mercure, parce que l'approche de l'observateur peut modifier la température superficielle et agir sur le thermomètre, sans que la variation ait le temps de se propager jusqu'au tube du baromètre, qui résiste à la communication par son enveloppe et par son volume. Les meilleures observations barométriques perdent tout leur prix du moment où l'on a négligé une indication aussi essentielle; car on ne saurait comparer, à deux ou trois millimètres près, les observations de l'hiver avec celles de l'été, et dans les expéditions scientifiques, celles d'un climat à celles d'un climat différent.

L'étendue des corrections que les hauteurs barométriques subissent à raison des variations de la température de l'instrument, indique assez qu'il n'y faut employer que d'excellens thermomètres. Il en faut de pareils aussi pour constater la température de l'air, puisque les observations de ce genre n'ont de valeur qu'autant qu'elles sont exactes et comparables. Pour avoir des thermomètres parfaitement sûrs, on ne saurait s'adresser à de trop bons artistes, et encore est-il prudent de les vérifier, parce qu'il arrive quelquefois que les termes fixes ont été inexactement déterminés. S'ils sont justes, souvent le tube est mal calibré, et des degrés égaux ne correspondent pas à des dilatations égales. Les comparaisons peuvent être employées à les essayer, au moins approximativement, quand elles se font sur des instrumens où se rencontrent égalité de volume et conformité de structure. On peut y procéder de la manière suivante: réunir deux à deux, trois à trois, les thermomètres les plus semblables en figure et en dimensions, et les amener ensemble au terme de l'ébullition, mais comme ce terme n'est fixe qu'en égard à une certaine pression de l'atmosphère, et pour n'avoir pas de réduction à opérer, il convient de faire l'expérience sous la pression normale, c'est-à-dire le baromètre étant à environ 760 millimètres. Cette première épreuve décèle sans faute les petites bulles d'air souvent imperceptibles qui interrompent, en tout ou en partie, la continuité du filet de mercure. Ces bulles, lorsqu'elles ne sont point apparentes, se cachent ordinairement vers le collet de la boule, défaut commun lorsque le tube est étranglé en cette partie; il faut les rejeter, car le mal est irremédiable.

Le terme de l'ébullition vérifié, on abandonne l'appareil à un refroidissement bien ménagé, et on suit de l'œil la marche des thermomètres. Cette épreuve serait défectueuse si les boules avaient des capacités fort différentes, ou si la chaleur diminuait avec trop de rapidité; elle est d'une justesse suffisante avec les précautions précédentes. Arrivant enfin au terme de la congélation, celui des deux termes fixes dont la position influe le plus sur la partie de la division qui intéresse les observations météorologiques. Des thermomètres peuvent être réputés parfaitement calibrés lorsqu'ils ont subi cette épreuve sans se démentir l'un l'autre. On observera que lorsqu'ils sont destinés à prendre la température de l'air, la boule doit être entièrement en dehors de la monture; de plus, il est préférable de les choisir plutôt petits que grands, parce qu'ils en sont plus sensibles et d'un maniement plus facile. Il suffit que les degrés aient assez d'étendue pour en estimer les dixièmes.

Baromètre à niveau constant. Jusqu'à ces derniers temps on avait fait des efforts infructueux pour se procurer un niveau constant, afin d'éviter soit la mobilité du fond de la cuvette, soit celle de l'échelle employée à faire correspondre la surface supérieure du bain de mercure au zéro; lorsqu'enfin on a remarqué que si l'on versait une goutte de mercure sur une glace placée horizontalement, elle y prenait à peu près la forme d'une lentille plane convexe, dont l'épaisseur à son sommet ne changeait pas par des additions successives de nouvelles gouttes de mercure faites à la première, mais seulement que ces additions ne faisaient qu'augmenter le diamètre du plan de la lentille. C'est d'après

cette remarque qu'on construit maintenaot des baromètres à niveau constant. La cuvette, fig. x, peut être considérée comme l'assemblage de deux cylindres droits placés l'un au-dessus de l'autre, ayant même axe, mais dont les diamètres des bases sont différens. Le plus petit, qui est la vraie cuvette, est au-dessous du plos grand ; la base supérieure du premier fait partie de la base iuférieure du second, et au centre commun de ces bases s'y trouve une ouvertore de communication dans laquelle le tube est placé ; la quantité de mercure que contient la cuvette est déterminée de manière à ce qu'elle remplisse le cylindre iuférieur ou vraie cuvette, mais encore puisse se répandre sur une partie de la base AB du cylindre supérieur d'après les conditions suivaotes : que le mercure mootant dans le tube, par suite d'un accroissement de ressort que prend l'air, la couche mince de mercure répandu, diminne de diamètre sans cesser de couvrir entièrement l'ouverture de communication des deux cyliodres, et au contraire quaod le mercure do tube descend, par suite d'une diminution de ressort dans l'air, la couche mince de mercure augmente de diamètre sans pouvoir jamais atteindre la paroi intérieure du grand cyliodre. La couche peot donc diminuer ou augmenter d'étendue, quand le mercure moote ou descend, tout en conservaot la même épaisseur au-dessus de l'ouverture de communication, et son niveau constant est propre à indiquer le zéro de l'échelle fixe.

Du baromètre à niveau variable. Presque tous les baromètres de nos appartemens, ainsi que ceux dont on fait usage à la mer, soot à niveaux variables et oe donneot pas la pression atmosphérique, mais au moyen d'one nouvelle correction, facile à déterminer, ils peuvent aussi servir à faire de bonoes observations barométriques sédentaires.

Les ascensions et les abaissemens du mercure dans le tube, diminuant et augmentant le volume de mercure de la cuvette, abaissent et élèvent le niveau de manière à changer continuellement sa position par rapport au zéro de l'échelle.

En partant d'une position connue du niveau par rapport ao zéro ; pour obtenir ensuite de combien une ascension ou un abaissement du mercure dans le tube, abaisse ou élève le niveau à partir de la position connue ; mesurez en millimetrés le diamètre intérieur du tube, ainsi que celui de la cuvette. (Nous supposons que le tube et la cuvette sont cyliodriques), cela posé :

Au logarithme d'ooe ascension ou d'un abaissement, exprimé en millimètres, ajoutez le logarithme du quarré du diamètre do tube et le complément arithmétique du logarithme du quarré du diamètre de la cuvette, la somme de ces trois logarithmes, sera celui de l'abaissemeot ou de l'élévation du niveau ; l'abaissemeot sera la correction *additive* à faire à la hauteur donnée par l'échelle, mais pour une élévation du niveau, ce sera la correction *soustractive* de la hauteur doonée par l'échelle.

Exemple 1. Un baromètre à niveau variable a donné, toutes réductions faites, une pression atmosphérique de 730 millimètres ; une aotre fois l'observation étant ramenée à la même température et corrigée de la dépression, a donné à l'échelle one haoteur de 765 millimètres, on demande l'abaissement du niveau et par conséquent la correction *additive* à faire pour obtenir la pression atmosphérique, sachant que le diamètre intérieor du tobe était de 8 millimètres et que celui de la cuvette était de 40 millimètres.

Ascension dans le tube	35	log.	1.544068
Diamètre du tube	8	2 log.	1.806180
Diamètre de la cuvette	40	c. a. 2 log.	6.795880
Abaissement du niveau	1.4	log.	1.146128
Hauteur donnée par l'échelle			765
Correction *additive* ou		+	1.4
Pression atmosphérique			766.4

Pour la pression normale de 760^{mm} et + 10 degrés centigrades, l'omission de cette correction aurait donné, dans l'évaluation de la hauteur d'une montagne, une erreur de 19^{m},4 ou environ 10 toises.

Exemple 2. Un baromètre à niveau variable, comparé à un baromètre à siphon de Gay-Lussac, a donné une pression atmosphérique de 770 millimètres, quelques jours après une nouvelle observation étant ramenée à la même température et ayant été corrigée de la dépression, a donné à l'échelle une haoteur de 735 millimètres ; on demande l'élévation du niveau, ou la correction *soustractive* à faire pour obtenir la pression atmosphérique ; le diamètre intérieur du tube était de 9 millimètres, et celui de la cuvette de 120 millimetres.

Abaissement dans le tube	35	log.	1.544068
Diamètre du tube	9	2 log.	1.908485
Diametre de la cuvette	120	c. a. 2 log.	5.841638
Elévation du niveao	0.197	log.	9.294191
Hauteur donnée par l'échelle			735
Correction *soustractive* ou		—	0.2
Pression atmosphérique			734.8

Cet exemple fait voir que pour diminuer les erreurs provenant des variations du niveau, il faut choisir une cuvette d'un grand diamètre, comparé au diamètre du tube.

Remarque 3. Pour corriger des observations sédentaires, faites avec un baromètre à niveau variable, il sera plus simple de former une Table contenant les corrections qui se rapportent à toutes les hauteurs qui peuvent être observées dans le lieu où il est placé et même donnant immédiatement les hauteurs corrigées.

Pour application, prenons le baromètre à cuvette du premier des deux exemples précédens; cet instrument sert à faire à Brest des observations météorologiques. Sa comparaison à un baromètre à siphon, perfectionné par M. Gay-Lussac et exécuté par Bunten, a donné les résultats suivans :

Baromètre à siphon 749,70 sa température était de + 11°, 0 centigrades
à cuvette 754,48 + 10, 7

De plus, on savait que le baromètre à siphon avait une échelle qui lui faisait marquer une hauteur trop grande de $0^{mm},4$. Cela posé, construisons une Table contenant non seulement toutes les corrections, mais encore les hauteurs corrigées pour toutes les observations présumées qui peuvent être faites avec ce baromètre à cuvette.

La comparaison précédente va nous donner une position du niveau par rapport au zéro de l'échelle, qui nous servira de point de départ dans la construction de la Table.

Baromètre à siphon	749.70	Baromètre à cuvette	754.48
Erreur de l'échelle	− 0.40	Table IX dépression pour 8mm	+ 0.68
Hauteur pour 11° de temp.	749.30	Hauteur pour 10°,7 de temp.	755.16
Table XI réduction à zéro	− 1.33	Table XI réduction à zéro	− 1.30
Hauteur à 0° de tempér.	747.97	Hauteur à 0° de tempér.	753.86

D'où il résulte qu'à une hauteur réduite à zéro et de 753,86, la pression atmosphérique correspondante n'était exprimée que par 747,97, ou ce qui est de même, la pression atmosphérique donnée par le baromètre à cuvette était trop grande d'une quantité exprimée par 5.89.

(Il ne faut pas s'étonner d'une correction aussi grande que − 5,89, car nous avons rencontré des baromètres dont les corrections montaient jusqu'à ± 10 millimètres).

Si le niveau de la cuvette conservait sa position par rapport au zéro de l'échelle, la quantité 5,89 serait la correction *soustractive* constante à faire à toutes les hauteurs données par l'échelle pour obtenir les pressions atmosphériques correspondantes, mais cette correction augmentera ou diminuera pour toutes les hauteurs qui correspondront à des pressions plus petites ou plus grandes que 747,97. En effet, lorsque la pression diminue d'un millimètre, le niveau de la cuvette s'élève d'une quantité x qui doit être retranchée de la hauteur donnée par l'échelle, et lorsque la pression augmente d'un millimètre, le niveau s'abaisse de la même quantité x, qui doit être ajoutée à la hauteur; dans le premier cas, la correction totale sera donc $-5{,}89-x$ et dans le second $-5{,}89+x$.

Dans notre exemple le logarithme de x est la somme du logarithme du quarré du diamètre du tube ajouté au complément arithmétique du logarithme du quarré du diamètre de la cuvette, c'est-à-dire qu'il est 8,602060, d'où $x=0{,}04$.

En ajoutant successivement ce nombre à 5,89, les sommes nous donneront les corrections *soustractives* pour les hauteurs plus petites que 753,86, et en le retranchant successivement de 5,89, les restes seront les corrections *soustractives* pour les hauteurs plus grandes que 753,86 correspondante à la pression 747,97 ou plus simplement 748. C'est ainsi que la Table suivante a été construite pour toutes les pressions atmosphériques comprises entre 720 et 781 millimètres, et en ne conservant que les dixièmes, tant pour les hauteurs réduites à zéro que pour les corrections.

TABLE contenant les corrections *soustractives* à faire aux hauteurs prises à un baromètre à niveau variable, pour obtenir les pressions atmosphériques.

Haut. à zéro.	Corr. —	Haut. corr.	Haut. à zéro.	Corr. —	Haut. corr.	Haut. à zéro.	Corr. —	Haut. corr.	Haut. à zéro.	Corr. —	Haut. corr.
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
727.9	7.0	721	742.3	6.4	736	756.7	5.8	751	771.1	5.2	766
728.9	6.9	722	743.3	6.3	737	757.7	5.7	752	772.1	5.1	767
729.9	6.9	723	744.3	6.3	738	758.7	5.7	753	773.1	5.1	768
730.8	6.8	724	745.2	6.2	739	759.6	5.6	754	774.0	5.0	769
731.8	6.8	725	746.2	6.2	740	760.6	5.6	755	775.0	5.0	770
732.7	6.8	726	747.1	6.2	741	761.5	5.6	756	775.9	5.0	771
733.7	6.7	727	748.1	6.1	742	762.5	5.5	757	776.9	4.9	772
734.7	6.7	728	749.1	6.1	743	763.5	5.5	758	777.9	4.9	773
735.6	6.6	729	750.0	6.0	744	764.4	5.4	759	778.8	4.8	774
736.6	6.6	730	751.0	6.0	745	765.4	5.4	760	779.8	4.8	775
737.5	6.6	731	751.9	6.0	746	766.3	5.4	761	780.7	4.8	776
738.5	6.5	732	752.9	5.9	747	767.3	5.3	762	781.7	4.7	777
739.5	6.5	733	753.9	5.9	748	768.3	5.3	763	782.7	4.7	778
740.4	6.4	734	754.8	5.8	749	769.2	5.2	764	783.6	4.6	779
741.4	6.4	735	755.8	5.8	750	770.2	5.2	765	784.6	4.6	780

Comme la dépression du mercure dans le tube est une quantité *additive* constante pour chaque baromètre (pour le nôtre, dont le diamètre intérieur est de 8 millimètres, elle est de 0,684, Tab. IX), nous aurions pu la faire entrer dans la formation de la Table précédente; il en serait résulté que les observations faites avec cet instrument n'auraient plus exigées, avant que de faire usage de cette Table, que les réductions à des températures déterminées, effectuées au moyen de la Table XI.

De l'hygromètre. Cet instrument sert à mesurer la quantité de vapeur d'eau contenu dans l'air. Il en existe de plusieurs sortes, mais nous ne parlerons que de l'un des hygromètres dits d'absorption, parce que sa construction est fondée sur l'affinité qu'ont plusieurs substances pour la vapeur. *L'hygromètre à cheveu* ou *de Saussure*, dont la construction est fondée sur la propriété que possèdent les cheveux, de s'alonger par l'humidité et de se raccourcir par la sécheresse.

La partie principale de l'hygromètre de Saussure est un cheveu; mais le cheveu dans l'état naturel est recouvert d'une matière grasse qui le défend jusqu'à un certain point de l'action de l'humidité: les variations qu'il éprouve dans cet état ne sont pas régulières; il faut donc le préparer. Après avoir fait choix des cheveux les plus doux, on en forme un paquet de la grosseur d'un tuyau de plume; on le fait bouillir pendant vingt à trente minutes dans une eau contenant un centième de carbonate de soude; les cheveux sont ensuite lavés et séchés. Ils doivent paraître doux, transparens, brillans. La dilatation des cheveux bien préparés, est de la cinquantième partie de la longueur depuis la sécheresse jusqu'à l'humidité extrême, tandis que les cheveux non dépouillés de leur matière grasse ne se dilatent que de la deux centième partie, et encore d'une manière irrégulière.

Le cheveu ainsi préparé est fixé à sa partie supérieure par le moyen d'une pince, et est roulé autour d'un axe horizontal; à cet axe est attaché une aiguille dont les mouvemens sont mesurés sur un arc gradué. Le cheveu est tenu verticalement par un contre-poids de 16 centigrammes (3 grains), suspendu à un fil de soie enroulé sur le même cylindre. Quand, par l'absorption d'une petite quantité d'eau de l'air, le cheveu s'alonge, le contre-poids fait tourner le cylindre, et par suite l'aiguille; par cette disposition, une variation très-petite dans la longueur du cheveu, devient sensible par le mouvement beaucoup plus considérable qu'elle occasionne dans l'aiguille.

Pour rendre comparables tous les hygromètres construits sur les mêmes principes, Saussure prend deux termes fixes, dont l'un est celui de l'extrême humidité, et l'autre celui de l'extrême sécheresse. Il détermine le premier en plaçant l'hygromètre sous une cloche de verre, sous laquelle il y a de l'eau et dont il mouille les parois. L'air sous cette cloche est nécessairement saturé; aussi le cheveu s'allonge, et arrive au bout d'une heure à l'humidité extrême. On note sur l'arc gradué le point où s'arrête l'aiguille, et on porte ensuite l'instrument sous une autre cloche aussi petite que possible, qui renferme un morceau de tôle de fer couvert de carbonate de potasse, et chauffé jusqu'au point d'être rouge. On le laisse dans cette position jusqu'à ce que l'aiguille soit stationnaire. Au moment où l'hygromètre est renfermé avec le carbonate de potasse, il marche au sec avec une grande rapidité, au point de faire 25 degrés dans les dix premières minutes; mais peu à peu sa marche se ralentit, et il fait sur la fin à peine un degré en 24 heures. Si le sel est convenablement préparé, l'hygromètre se fixe au bout de trois jours, ce point de l'arc gradué correspond à *o* ou à la sécheresse extrême. L'intervalle entre les deux termes fixes vaut cent parties, chaque partie prend le nom de degré. Il y a cette différence entre l'hygromètre et le thermomètre, que les deux points fixe du premier répondent à deux états absolus, tandis que les deux points fixes du second consistent en deux limites prises au milieu d'une série de points qui s'étend indéfiniment au-dessus et au-dessous de ces limites. L'instrument ne peut être construit qu'en cuivre, puisqu'il doit être exposé au grand air, et quelque confiance que mérite l'artiste, il est toujours bon de vérifier les deux termes de la sécheresse absolue et de l'humidité extrême.

L'hygromètre n'est, quant à présent, d'aucune utilité pour les mesures des hauteurs barométriques, et il n'y a guère d'apparence qu'il s'y introduise, non seulement parce que la correction serait très-petite, mais encore parce qu'elle serait très-incertaine, vu l'ignorance où nous sommes de la loi que suit le décroissement de l'humidité dans la colonne d'air, et vu l'extrême difficulté, si ce n'est l'impossibilité, de démêler cette loi dans le résultat d'expériences toujours faites à terre, c'est-à-dire à la source même des influences qui modifient partiellement et irrégulièrement l'humidité de l'atmosphère. La part de l'humidité moyenne, comprise dans la valeur du coëfficient constant et du facteur de la température (dans la formule qui sert à la mesure des hauteurs), occasionnera encore moins d'erreurs que ne ferait une théorie mal secondée par l'observation.

De l'installation des instrumens, et manière d'observer. Le baromètre doit être dans une position verticale. S'il n'est pas construit de manière à la prendre lui-même, il faut la lui donner et l'y maintenir invariablement.

Il convient de le tenir dans une pièce close, dont la température varie peu ou change du moins très-lentement. On en sera d'autant plus sûr, que le thermomètre de correction exprime fidèlement la température de l'instrument. Pour profiter de cet accord, il est à propos de noter l'indication de ce thermomètre avant d'observer l'élévation de la colonne de mercure, parce que l'approche de l'observateur peut modifier la température superficielle et agir sur le thermomètre, sans que la variation ait le temps de se propager jusqu'au tube du baromètre, qui résiste à la communication par son enveloppe et par son volume.

En général l'aspect du Nord ou de l'Est est préférable à celui de l'Ouest et du Sud. Dans le Finistère, les vents violents qui soufflent de ces dernières régions, occasionnent en heurtant les murailles, des compressions auxquelles le mercure du baromètre répond par des oscillations souvent très-grandes et toujours très-incommodes; mais il en arrive autant si des murs ou des toits opposés à la station du baromètre, viennent à réfléchir ou tourmenter en divers sens les courans d'air dont ils sont frappés; on peut voir, dans de pareilles positions, la colonne de mercure non seulement livrée à des balancemens qui rendent l'observation impossible, mais se soutenant des heures entières au-dessus ou au-dessous du point où elle revenait dans les instans de calme. On se comportera suivant les localités : tout se réduit à choisir, pour le baromètre, la pièce où la tourmente se fait le moins sentir.

Tout le monde sait que dans un baromètre qui est parfaitement en repos, le mercure résiste à monter et descendre par un effet de son adhérence aux parois du tube. Cette résistance est d'autant plus grande, que le tube est purgé d'air et d'humidité. On amène le mercure à son véritable point, en frappant l'instrument à petits coups répétés, de manière à vaincre peu à peu le frottement, mais avec assez de mesure, pour ne pas

imprimer des oscillations, dont l'effet serait d'arrêter de nouveau le mercure au-dessus ou au-dessous de sa hauteur véritable.

Dans les observations sédentaires, il faut indiquer l'élévation du lieu de la station au-dessus du niveau absolu, le manque de cette donnée enleverait à des observations, d'ailleurs bien faites, tout leur mérite. En France cette condition est facile à remplir, par suite des beaux travaux géodésiques exécutés dans ces derniers temps par les ingenieurs géographes du dépôt de la guerre ainsi que par les directions du génie ; les résultats fournissent des points de repères assez multipliés, pour y rattacher les innombrables nivellemens faits et à faire, si nécessaires à la connaissance parfaite de notre sol. Voici les élévations de quelques points de Brest et des environs, au-dessus du niveau absolu.

Elévations de plusieurs points de Brest et des environs, au-dessus du niveau absolu.

CÔTÉ DE BREST.

	mètres.
Le zéro ou pied de l'échelle placée au bassin de Brest est situé au-dessous du niveau absolu ou à	− 4.42
Tablette du Quai au bas de la rue Royale,	3.75
Pavé de la plate-forme de la Mâture,	11.20
Terre-plein du Parc à Ornou situé au-dessus de la Mâture,	22.35
Seuil de la première porte du Château, sur l'esplanade,	24.48
Terre-plein du Cours d'Ajot, en bas,	23.75
Terre-plein du Cours d'Ajot, en haut,	35.05
Seuil de la porte de Landerneau (ancienne porte)	41.85
Pied du Palais de justice (maison de M. Haligon),	40.65
Sol de la cour du Quartier de la marine (grille),	41.85
Surface sur laquelle reposent les plinthes des colonnes (rez-de-chaussée de l'Observatoire),	42.50
Pavé intérieur de l'Observatoire de la marine,	66.40
Terre-plein du bastion du nouvel hôpital, vers le réservoir,	28.65
Tablette du Quai, à l'entrée de l'anse de la Tonnellerie,	4.25
Milieu de la Digue de retenue à la Ville-Neuve,	11.90
Seuil de la porte du fort Penfeld,	31.85
Seuil de la porte du fort Bougnen,	36.65
Place de la Liberté, origine de la route de Landerneau,	51.65
Route de Landerneau, vis-à-vis le chemin du Cimetière,	82.35
Route de Landerneau, vis-à-vis le Télégraphe,	97.35
Route de Landerneau, vis à-vis la route de Gouesnou,	99.25
Seuil du pavillon central de l'Hôpital S.-Louis,	34.25
Pied des marches de l'Escalier de l'Eglise S.-Louis,	31.15
Sommet de la Tour de l'Eglise de Saint-Louis,	76.65
Place du Champ-de-Bataille, au coin de la rue de la Rampe	43.85
Place du Champ-de-Bataille, près du Théâtre,	39.55
Place du Champ-de-Bataille, au coin de la rue du Château	40.35
Pavé de l'Eglise de Croaun,	80.30
Filet supérieur de la borne placée au sommet du Menez-Home,	330.60
Pavé de l'Eglise de Pencran,	169.33
Toussaines (Borne ou Pyramide),	383.67
Château de Maillé,	79.68
Plouider, Tour de l'Eglise,	74.23
Plougaznou, Clocher,	79.65
Menez-Bré, Signal,	301.11
Kergrist, Pyramide,	302.55
Menez-Belair, Pyramide,	329.05
Lanfains, Pyramide,	324.24
Plouha, Clocher,	97.90

CÔTÉ DE RECOUVRANCE.

Seuil de la porte du fort de Keraoroux,	94.65
Seuil de la porte de l'Eglise de Saint-Pierre Quilbignon,	88.45
Seuil de la porte de l'Ar-Hautel (Manutention des Vivres),	34.75
Seuil de la porte du Fort Mont-Barrey, au-delà de Saint-Pierre,	85.25
Seuil de la porte du Cuuqnet,	27.35
Seuil de la porte de l'Eglise de S.-Sauveur,	30.55

La Table LXXVII donnant l'épaisseur de la couche d'air, qui fait équilibre à un millimètre de mercure, sous diverses pressions et à diverses températures, sert à calculer les petites différences de niveau par une seule multiplication, en faisant attention que le résultat ne saurait être juste qu'autant que la variation du barometre n'excède pas beaucoup un millimètre, dans ces limites la Table est fort commode pour les nivellemens de détail.

Elle sert encore à rapporter les observations à un lieu placé quelques mètres au-dessus ou au-dessous de la station où elles sont faites, par exemple, d'un rez-de-chaussée à un étage supérieur ou réciproquement. Il suffit de diviser la différence de niveau entre les deux lieux, par le nombre qui correspond dans la Table aux hauteurs du baromètre et du thermomètre, le quotient est la quantité dont la hauteur du mercure doit être augmentée ou diminuée.

Exemple 1. Déterminer le nombre de mètres contenus dans la différence de niveau de deux lieux, sachant que dans le premier un baromètre a donné, toutes corrections faites, une pression atmosphérique de 760 millimètres, à une température de + 10° centigrades, et que dans le second lieu, on a obtenu une pression de 760,8, ramenée à la température du premier lieu.

Nous remarquerons d'abord que la première hauteur étant plus petite que la seconde, on doit en conclure que la première station est placée au-dessus de la seconde.

Cela posé, entrons dans

la Tab. LXXVII avec 760 et + 10°, nous aurons $10^m,932$ pour la différence de niveau correspondante à un millimètre dans la pression; maintenant établissons la proportion :

$$1^{mm} : 0^{mm},8 :: 10^m,932 : x$$

ce qui nous donnera $x = 10^m,932 \times 0,8 = 8^m,7456$.

Ainsi la première station est plus élevée que la seconde de 8 mètres 75 centimètres.

Exemple 2. Des observations météorologiques ont été faites dans un certain lieu; elles ont donné, toutes corrections faites, une pression atmosphérique de 750 millimètres à + 15° centigrades de température. On demande quelle eût été la hauteur du baromètre si les observations eussent été faites dans un lieu dont l'élévation surpassait celle du premier de 9 mètres.

Il est évident que la pression demandée doit être plus petite que la pression donnée, ainsi la correction à faire à celle-ci sera *soustractive*.

Cela posé, entrons dans

la Ta. LXXVII avec 750 et + 15°, nous trouverons $11^m,294$ pour la différence de niveau correspondante à 1 millimètre dans la pression; nous établirons donc la proportion :

$$11^m,294 : 9^m :: 1^{mm} : y$$

ce qui nous donnera $y = 9$ divisé par $11,289 = 0^{mm},797$.

Ce quotient est la quantité dont la hauteur de 750 doit être diminuée, elle eût donc été de 749,203 ou 749,2

Du placement du thermomètre. Cet instrument veut être à l'air libre, mais ne doit jamais être au soleil. Sous ce dernier rapport, l'exposition du Nord est la seule qui lui convienne; mais il faut encore qu'il soit hors de l'atteinte de la chaleur réfléchie par le sol, par des murs, par des toits opposés. Dans nos maisons on ne saurait le placer trop haut : il n'est bien qu'aux étages supérieurs, et l'on aura garde de l'appliquer sur un carreau de vitre, un volet, un montant de fenêtre. L'air doit circuler librement à l'entour. On peut le suspendre à un crochet dont la tige a une couple de décimètres de long. Un anneau placé au bout d'une autre tige de même longueur, embrasse l'instrument dans sa partie inférieure, et l'affermit contre les coups de vent. Ce petit appareil se fixe en dehors d'une croisée et sur l'encadrement même de l'un de ses carreaux, de manière à pouvoir observer commodément le thermomètre, sans avoir jamais besoin d'ouvrir la croisée.

Mais en le livrant ainsi à la libre circulation de l'air, il faut songer aussi à le défendre du contact immédiat de la neige, du grésil, de la pluie. Aussitot qu'il en est frappé, ce n'est plus la température de l'air, c'est celle du météore qu'il indique. L'objet est rempli si le toit a une saillie suffisante. Ce qui est préférable, c'est un petit auvent mobile placé à une hauteur convenable, et qu'on abaisserait dans les circonstances seulement où il serait nécessaire. Hors les cas indiqués, un abri quelconque est plus nuisible qu'utile. Dans ces nuits d'hiver, par exemple, où le calme de l'atmosphère, la sérénité du ciel, le scintillement des étoiles, annoncent une âpre gelée, le thermomètre n'accusera pas toute l'intensité du froid, si un abri s'entrepose entre lui et les particules de l'air qui, après s'être condensée dans la moyenne région, tombent verticalement sur la terre en pluie invisible. Il faut le découvrir par la même raison que l'on couvre d'un petit avant-toit l'espalier que l'on veut préserver de la gelée.

Une fois que le thermomètre est bien placé, l'observation n'a en elle-même rien de difficile. La seule attention qu'elle exige, est celle de tenir l'œil exactement au niveau du point observé; car si on l'élève ou l'abaisse, si le rayon visuel s'écarte de la ligne perpendiculaire à l'axe de l'instrument, la superficie du mercure correspondra successivement à différentes divisions de l'échelle. Elle paraîtra plus bas si l'on regarde d'en haut, plus haut si l'on regarde d'en bas, et l'erreur sera proportionnelle à l'ouverture de l'angle que le rayon visuel fait avec la perpendiculaire. Cet angle est ce qu'on nomme la *parallaxe* : on l'annule, dans le baromètre, au moyen de l'anneau curseur qui dirige le regard. Ce moyen ne saurait être appliqué au thermomètre qu'il faut observer de loin et ne manier jamais. L'attention y supplée et se transforme bientôt en habitude.

La lecture à l'échelle se fera à moins de deux, trois dixièmes de degrés près : la température de l'air a souvent tant d'inconstance, elle éprouve toujours tant d'altérations dans les lieux où nous sommes réduits à l'observer, que ce serait une prétention bien vaine, de chercher dans l'instrument une justesse dont l'observation elle-même n'est

pas susceptible. Vons venez de regarder votre thermomètre, et vous avez noté son indication. Regardez-le de nouveau; il a varié: regardez encore; il monte, il baisse, et pour peu que ces variations aient d'étendue, ce qui était d'abord certain devient bientôt problématique; vous ne savez plus au juste que penser de la température de l'air. Pour lever le plus souvent le doute, prolongez de quelques minutes l'espace de temps consacré à l'observation, examinez la marche de l'instrument, recherchez la cause de ses caprices, puis prenez un milieu entre les variations extrêmes.

Du placement de l'hygromètre. Cet instrument doit être traité comme le thermomètre, exposé de même au grand air, puisque c'est l'humidité de l'air qu'il s'agit de mesurer; préservé également des rayons du soleil, parce qu'ils dessèchent le cheveu et font rétrograder l'aiguille; défendu aussi du contact de la pluie, parce que le cheveu mouillé passe à l'humidité extrême, quand c'est une règle constante que la pluie seule n'humecte jamais l'air à ce degré, à moins qu'elle ne suit accompagnée de brouillard.

Ce qu'il y a de plus commode et de plus expédient, est de placer l'hygromètre à côté du thermomètre, d'autant plus que les observations hygrométriques exigent une correction pour la température, et que le thermomètre dont il est voisin, dispense d'en attacher un à sa monture.

L'air atmosphérique est toujours mélangé de vapeur aqueuse, mais il n'agit point sur l'hygromètre par la totalité de celle qu'il contient. Il faut considérer l'air et le cheveu comme ayant chacun de l'affinité pour la vapeur, et se la partageant entr'eux dans des proportions différentes. La portion d'humidité que l'air cède au cheveu, constitue l'humidité *sensible;* c'est celle dont l'hygromètre nous donne directement la mesure; la portion que l'air retient dans un état de combinaison intime, n'a aucune action sur le cheveu, et pourrait être appelée l'humidité *latente.* Or, le rapport de l'une à l'autre ne saurait s'établir d'après les seules indications de l'hygromètre, parce que ce rapport n'a rien de constant et varie avec la température. La chaleur, en effet, augmente la tendance de l'air à dissoudre la vapeur aqueuse; le froid la diminue. En supposant la quantité de vapeur constante, l'air, qui en dissout d'autant plus qu'il s'échauffe davantage, en cède d'autant moins à l'hygromètre, et l'on voit celui-ci marcher au sec à mesure que la température s'élève; le contraire a lieu si l'air se refroidit, la quantité de vapeur étant toujours supposée la même.

L'hygromètre n'indiquant que le plus ou moins d'humidité de l'air et non la quantité absolue de vapeur, on a cherché à déterminer les rapports entre les divers degrés de l'instrument et les quantités d'eau correspondantes, c'est-à-dire, le rapport qui existe soit entre les quantités de vapeur indiquées par le même degré d'humidité à des températures différentes, soit par des degrés différens d'humidité à une seule et même température.

Saussure avait calculé des Tables qui ne présentent pas une grande exactitude; mais il avait remarqué que l'effet de l'humidité sur le cheveu est d'autant moins grand que l'air approche plus de la saturation. M. Gay-Lussac a repris le même travail, et il en est résulté deux Tables qui se trouvent réunies dans la suivante: nous ne l'avons commencée qu'au vingtième degré de l'hygromètre, parce qu'aucune observation bien sûre n'a jamais été au trentième degré.

TABLE *A*. Degré de l'hygromètre correspondant à la tension de la vapeur et réciproquement, tension de la vapeur correspondante à un degré de l'hygromètre.

ARGUMENT. Tensions de la vapeur ou Degrés de l'hygrometre à cheveu.

Unités.	20		30		40		50		60		70		80		90	
	H.	T.	H.	T.	H.	T.	H.	T.	H.	T.	H.	T.	H.	T.	H.	T.
1	40°27	9.97	53°96	15.36	64°63	21.45	72°94	28.58	79°84	37.31	85°77	48.51	91°05	62.89	95°90	81.0[illegible]
2	41.76	10.49	55.11	15.94	65.53	22.12	73.68	29.38	80.46	38.34	86.31	49.82	91.55	64.57	96.36	83.0[illegible]
3	43.26	11.01	56.27	16.52	66.43	22.79	74.41	30.17	81.08	39.36	86.86	51.14	92.05	66.24	96.82	85.0[illegible]
4	44.75	11.53	57.42	17.10	67.34	23.46	75.14	30.97	81.70	40.39	87.41	52.45	92.54	67.92	97.29	87.0[illegible]
5	46.24	12.05	58.58	17.68	68.24	24.13	75.87	31.76	82.32	41.42	87.95	53.76	93.04	69.59	97.75	89.0[illegible]
6	47.55	12.59	59.61	18.30	69.03	24.86	76.54	32.66	82.90	42.58	88.47	55.25	93.52	71.49	98.20	91.2[illegible]
7	48.86	13.14	60.64	18.92	69.83	25.59	77.21	33.57	83.48	43.73	88.99	56.74	94.00	73.39	98.69	93.4[illegible]
8	50.18	13.69	61.66	19.54	70.62	26.32	77.88	34.47	84.06	44.89	89.51	58.24	94.48	75.29	99.20	95.6[illegible]
9	51.49	14.23	62.69	20.16	71.42	27.06	78.55	35.37	84.64	46.04	90.03	59.73	94.95	77.19	99.55	97.81
10	52.81	14.[illegible]8	63.[illegible]2	30.78	72.21	2[illegible].79	[illegible]9.22	36.28	85.22	47.19	90.55	61.22	95.43	[illegible]9.09	100.01	100.0[illegible]

Cette Table *A* donne dans les colonnes H, le degré de l'hygromètre correspondant à la tension de la vapeur. Dans ce cas, l'argument de la Table est la tension, dont les dizaines sont placées dans la première ligne horizontale et les unités dans la première colonne à gauche. Ainsi, pour une tension de 58, on entrera dans la Table avec 50, puis on descendra dans la colonne H jusqu'au nombre de cette colonne correspondant à la ligne horizontale commençant par 8, ce qui donnera 77,88 pour le degré de l'hygromètre.

Cette Table donne aussi dans les colonnes T la tension de la vapeur correspondante à un degré de l'hygromètre : alors l'argument est le degré de l'hygromètre dont les dizaines se trouvent dans la première ligne et les unités dans la première colonne à gauche. D'où il suit que pour 67 degrés à l'hygromètre on entrerait dans la Table avec 60, puis on descendrait dans la colonne T jusqu'au nombre correspondant à la ligne commençant par 7, ce qui donnerait 43,73 pour la tension de la vapeur.

Si l'on voulait faire usage de cette Table, pour une application numérique, il faudrait prendre $9^{mm},48$ pour la tension maximum d'eau à 10° de température. De sorte que dans la Table, la tension exprimée par 100 représente $9^{mm},48$: celle qui serait exprimée par 1 représenterait $0^{mm},0948$ et celle qui serait exprimée par N serait égale à $0^{mm},0948 \times N$.

Cette Table résultant d'expériences faites à 10°, n'est réellement applicable qu'à cette température. Cependant on ne commettra pas une grande erreur en étendant son usage à toute autre température. Elle montre qu'il n'existe aucune proportionnalité entre l'allongement du cheveu et le degré d'humidité de l'air; en effet, cette Table donne les résultats suivans :

Pour les degrés de l'hygromètre

. 21 . 39 . 53 . 64 . 72 . 79 . 85 . 90 . 95 . 100 ,

les quantités d'eau de l'air sont :

0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1,0

Les quantités de vapeur aqueuse contenue dans un mètre cube d'air à la température de 10°, sont pour les degrés suivans de l'hygromètre

. 10 . 20 . 30 . 40 . 50 . 60 . 70 . 80 . 90 . 100 ,

les nombres de grammes

0,446 . 0,922 . 1,443 . 2,028 . 2,713 . 3,541 . 4,606 . 5,976 . 7,720 . 9,761.

Dans tout ce qui précède nous n'avons pas eu égard à l'effet pyrométrique. Par exemple, si l'air dans lequel est placé l'hygromètre subit une élévation de température, sans recevoir de nouvelles vapeurs, le cheveu se raccourcit par l'évaporation d'une partie de l'eau qu'il renferme : d'un autre côté il s'échauffe et s'allonge : de sorte qu'on n'observe que la différence de ces deux effets. Saussure a construit une Table qui offre une indication approximative des effets de la chaleur. Il a formé cette Table en observant l'influence d'un degré de température sur son hygromètre, porté successivement aux différens points de l'échelle.

TABLE *B*. VARIATION DE L'HYGROMÈTRE
pour un degré de variation dans le Thermomètre centigrade.

ARGUMENT. Humidité sensible indiquée par l'Hygromètre.

Dizai.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	»	»	»	»	»	0.360	0.386	0.414	0.440	0.466	0.473
30	0.493	0.520	0.546	0.573	0.600	0.626	0.653	0.680	0.706	0.733	0.760
40	0.760	0.786	0.813	0.840	0.866	0.893	0.920	0.946	0.973	1.000	1.026
50	1.026	1.053	1.080	1.106	1.133	1.160	1.186	1.213	1.240	1.266	1.293
60	1.293	1.320	1.346	1.373	1.400	1.426	1.453	1.480	1.506	1.533	1.560
70	1.560	1.586	1.613	1.643	1.678	1.716	1.757	1.801	1.849	1.899	1.953
80	1.953	1.995	2.036	2.075	2.114	2.151	2.187	2.222	2.255	2.288	2.319
90	2.319	2.350	2.378	2.406	2.434	2.459	1.942	1.425	1.242	1.066	1.000

On observera que la variation est en *plus*, quand la chaleur diminue; en *moins*, quand elle augmente. De plus, on remarquera que les variations de l'hygromètre suivent une marche sensiblement régulière depuis le 25ᵉ degré de l'échelle jusqu'au 72ᵉ; elles croissent ou décroissent selon une progression arithmétique dont la raison est un trentième environ.

Dans cette Table, dont l'argument est le nombre de degrés indiqué par l'hygromètre, les dizaines de ce nombre sont placées dans la première colonne à gauche, et les unités dans la première ligne horizontale. Ainsi l'hygromètre marquant 72 degrés à une température donnée, pour avoir sa variation correspondante à une température qui serait d'un degré centigrade *plus* ou *moins* élevée; prenez dans la première colonne à gauche les dizaines 70, puis suivez la ligne horizontale jusqu'à la colonne 2, vous trouverez 1,613 pour la variation demandée. Cette quantité doit être *retranchée* de 72, si la température donnée a augmenté d'un degré, mais qui doit être *ajoutée* à 72 si elle a diminué d'un degré.

Applications. *Exemple* 1. Une observation a été faite le matin : l'hygromètre marquait 77 degrés et le thermomètre indiquait une température de + 9° centigrades. Une seconde observation a été faite à midi du même jour : l'hygromètre donnait 72 degrés d'humidité sensible à une température de + 12° centigrades; on demande laquelle de ces deux observations donne à l'air plus d'humidité, ou ce qui est de même, dans laquelle de ces deux observations l'air contenait il moins de vapeur aqueuse.

Il est évident que si ces deux observations avaient été faites à la même température, l'air aurait contenu à la seconde observation moins de vapeur aqueuse qu'à l'instant de la première. Nous résoudrons donc la question proposée, en cherchant à ramener l'humidité sensible de l'une des deux observations, à ce qu'elle eût été si elle avait été faite à la même température que l'autre. Ramenons donc, par exemple, l'humidité sensible de 72 degrés, observée à 12° de température à celle de + 9° centigrades.

Pour une humidité de 72 degrés, la Table *B* nous donnera une variation de + 1,613 dans l'hygromètre pour une diminution de un degré dans le thermomètre, c'est-à-dire que pour la température

de 12° − 1° = 11° l'humidité sensible aurait été de 72 + 1,613 = 73,613

La même Table fait connaître que pour 73,613 on aura une variation de + 1,664 pour une nouvelle diminution de un degré dans la température; ainsi pour la température

de 11° − 1° = 10° l'humidité sensible aurait été de 73,613 + 1,664 = 75,277

Entrant de nouveau dans la Table avec 75,277, on trouvera une augmentation de 1,726 pour un nouvel abaissement de un degré dans le thermomètre; d'où nous conclurons enfin que l'humidité sensible de la seconde observation ramenée à la température

de 10° − 1° = 9° serait donc égale à 75,277 + 1,726 = 77,003.

Comme ce résultat ne diffère que très-peu de la première observation de 77 degrés à + 9° de température, on doit en conclure que la quantité de vapeur aqueuse contenue dans l'air n'a éprouvé aucun changement.

Exemple 2. Dans le mois de Mai, l'hygromètre et le thermomètre ont été observé chaque jour à midi; ayant divisé la somme de toutes les humidités sensibles observées, ainsi que celle des températures correspondantes, par le nombre des jours du mois, on a trouvé que l'humidité moyenne a été de 76 degrés et la température correspondante de 17,7 centigrades.

Dans le mois de Décembre de la même année on a opéré de la même manière, et l'on a trouvé que la moyenne hygrométrique de midi a été de 81 degrés, et la moyenne thermométrique de 5,9. On demande quel est le mois où l'air contenait le plus de vapeur aqueuse.

En opérant comme on l'a fait dans le premier exemple, la Table *B* donnerait la quantité cherchée, mais l'opération serait un peu longue; pour la simplifier, nous allons donner une nouvelle Table *C*, qui, implicitement, n'est autre que la Table *B*.

TABLE *C.* Diminution de la température pour faire marquer à l'Hygromètre le centième degré.

Argument. Humidité sensible indiquée par l'Hygromètre.

Dizai.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	»	»	»	»	»	72.14	69.36	66.78	64.36	62.09	59.94
30	59.94	57.91	55.99	54.16	52.41	50.75	49.15	47.62	46.15	44.73	43.37
40	43.37	42.05	40.78	39.55	38.36	37.21	36.09	35.00	33.95	32.92	31.92
50	31.92	30.95	29.99	29.07	28.16	27.28	26.42	25.58	24.75	23.95	23.16
60	23.16	22.38	21.62	20.88	20.15	19.44	18.74	18.05	17.37	16.71	16.06
70	16.06	15.42	14.79	14.17	13.56	12.96	12.38	11.81	11.26	10.72	10.19
80	10.19	9.68	9.18	8.68	8.20	7.73	7.26	6.81	6.36	5.91	5.47
90	5.47	5.06	4.62	4.20	3.78	3.32	[illegible]	2.45	1.75	0.94	0.00

Cette nouvelle Table a le même argument et se trouve disposée de la même manière que la précédente ; elle indique pour chaque degré de l'hygromètre, depuis le 25e, la quantité dont le thermomètre centigrade devrait baisser pour faire passer l'aiguille du point où elle est à celui de la saturation, c'est-à-dire au centième degré. Si l'hygromètre, par exemple, marque 60, la Table *C* indique que l'aiguille serait amenée à 100 par un refroidissement qui ferait baisser le thermomètre centigrade de 23°,16. Il ne faudrait qu'un refroidissement de 10,72, si l'aiguille indiquait 79 ; et de 1,75, si elle était à 98.

Maintenant, observons que la question proposée se réduit à déterminer de combien l'aiguille de l'hygromètre aurait avancé vers le terme de la saturation au mois de Mai, si sa température de 17,7 avait passé à 5,9, qui est celle du mois de Décembre, ou de combien l'aiguille aurait rétrogradé vers le terme de la sécheresse au mois de Décembre, si le thermomètre était monté de 5,9 à 17,7, température du mois de Mai.

Par l'une ou l'autre de ces réductions, nous connaîtrons le mois dans lequel, à la même température, l'humidité sensible a été la plus grande et par conséquent celui où l'air contenait le plus de vapeur aqueuse.

Dans le mois de Mei l'hygromètre marquait 76 degrés à la température de	17.70
Pour 76 degrés la Table *C* indique une diminution de température de	12.38
La saturation aurait eu lieu à la température de	5.32
Température moyenne du mois de Décembre	5.90
Celle-ci surpasse donc celle de la saturation de	0.58

La saturation pouvant être regardée comme le produit d'une humidité sensible ayant 0,58 de diminution de température, si nous entrons dans l'intérieur de la Table *C*, nous trouverons 99,62 pour l'humidité sensible cherchée.

Ainsi l'humidité sensible de 76 degrés à 17,7 centigrades répond à celle de 99,62 à 5,9, par conséquent dans le mois de Mai l'air contenait plus de vapeur aqueuse que dans le mois de Décembre.

Réduisons l'observation du mois de décembre à ce qu'elle eût été pour la température moyenne du mois de Mai.

Dans le mois de Décembre l'hygromètre marquait 81 degrés à la température de	5.90
Pour 81 degrés, la diminution de température est de	9.68
La saturation aurait eu lieu à la température de	− 3.78
Température moyenne du mois de Mai	17.70
Différence entre ces deux températures ou diminution	21.48

Cherchant dans l'intérieur de la Table *C* 21,48, nous trouverons 62,19 pour l'humidité sensible correspondante à 81 degrés observée à 5,9. Ainsi dans le mois de Décembre l'air contenait moins de vapeur aqueuse que dans le mois de Mai.

Exemple 3. Dans une plaine, l'hygromètre indique une humidité sensible de 50 degrés à 18,75 centigrades: le même instrument, porté sur une montagne voisine, donne 56 degrés à 10 centigrades. On demande lequel de ces deux lieux est plus humide.

Réduction de l'observation de la

Plaine à la température de celle de la montagne.		*Montagne à la température de celle de la plaine.*	
Température de la plaine	18 75	Température de la montagne	10.00
Table *C* pour 50° de diminution	31.92	Table *C* pour 56°, diminution	26.42
La saturation a lieu à	— 13.17	La saturation a lieu à	— 16.42
Température de la montagne	10.00	Température de la plaine	18.75
Différence ou diminution	23.17	Différence ou diminution	35.17
Table *C* pour 23.17 humidité sensible	60°	Table *C* pour 35.17 humidité sensible	46.48

Ainsi l'hygromètre devrait marquer sur la montagne 60°, il n'y marque que 56; l'air renferme donc moins d'eau.

Ainsi l'hygromètre devrait marquer dans la plaine 46°,48, il en marque 50; l'air renferme donc plus d'eau.

Quand on entreprend une suite d'observations météorologiques, il convient de choisir une température fixe, à laquelle on réduit uniformément les moyennes hygrométriques de chaque mois; de cette manière toutes les comparaisons sont préparées à l'avance, et l'on voit d'un coup d'œil la marche de l'humidité durant les années entières.

De la hauteur moyenne du baromètre. On est d'accord à regarder la détermination des moyennes pressions de l'atmosphère, comme le but que l'on doit se proposer dans l'observation des variations barométriques. En Europe, on observe les baromètres quatre fois par jour: à neuf heures du matin, à midi, à trois heures de l'après-midi, à neuf heures du soir.

L'observation de midi donne la hauteur moyenne du jour. Additionner toutes les hauteurs barométriques des midis du mois, et diviser la somme par le nombre des jours; le quotient de la division est la moyenne du mois. La somme des moyennes des mois, divisée par 12, donne pour quotient la moyenne de l'année. Pour procéder régulièrement il faut toujours additionner toutes les hauteurs qui doivent concourir, et diviser la somme par le nombre des observations.

Les observations faites aux trois autres instans du jour, servent à déterminer les *variations horaires*, ou ce que l'on appelle aussi *la période barométrique.*

En général, le produit d'une année peut être regardé comme une approximation suffisante, et lorsqu'une moyenne barométrique est fondée sur deux ou trois années d'observations, on pourra la regarder comme définitive. Mais si elle doit servir à déterminer l'élévation relative ou absolue du lieu, il faut encore qu'elle soit accompagnée d'une moyenne thermométrique, déduite selon les mêmes procédés, d'observations faites concurremment avec les observations barométriques. Il est essentiel de ne jamais perdre de vue que les moyennes barométriques ne peuvent être employées à déterminer l'élévation de lieux distans entr'eux, qu'autant que les climats respectifs ne cessent pas d'être semblables. Le climat influe puissamment sur le rapport variable qui existe entre le poids et la pression de la colonne d'air. La pression diminue à mesure qu'on s'approche de l'équateur; et sur les bords de la mer du Sud, le baromètre se tient plus bas qu'il ne fait sur nos côtes occidentales. Cette même pression augmente en allant vers le pôle, et le baromètre, toutes choses égales d'ailleurs, doit se soutenir plus haut, au bord des mers glaciales. Du Nord au Midi de la France, les différences peuvent déjà se rendre sensibles; et quoique Genève ne soit pas fort loin de la Méditerranée, la différence des climats est telle que l'élévation absolue de son lac serait assez mal établie, si elle l'était uniquement sur la foi des observations de Marseille.

De la direction des vents. La direction des vents a une grande influence sur la hauteur du baromètre, leur indication doit être fondée sur l'observation de la marche des nuages et de l'état du ciel. Les girouettes ne sont pas toujours fidèles: elles ne le sont jamais dans les pays montueux ou seulement coupés de collines contre lesquelles les vents se réfléchissent. Dans les plus vastes plaines, aux bords même de la mer, elles ne sont souvent dirigées que par les remous capricieux du courant qui entraîne les couches supérieures de l'atmosphère. Il suffit d'avoir remarqué quelquefois que plusieurs girouettes placées à diverses élévations, indiquaient des vents différens et même opposés, pour

être certain qu'on les consultera en vain, si ce n'est dans les circonstances où le vent est tellement dominant, que leur témoignage n'ajoute rien à l'évidence de sa direction; ainsi dans les observations journalières on notera la direction du vent, en ayant soin de n'indiquer que ceux qui sont bien prononcés, afin d'éviter toute cause d'incertitude.

On doit se convaincre que chaque lieu a, jusqu'à un certain point, sa météorologie distincte. Ici les vents d'Ouest dominent, là se sont les vents opposés. Ceux qui annoncent la pluie dans certaines contrées, sont pour d'autres le présage du beau temps, et le baromètre monte chez nous dans certaines circonstances où il a coutume de baisser ailleurs. Ces diversités n'ont rien de contradictoires: ce sont des conséquences variées de lois uniformes et constantes.

La physique générale de l'atmosphère est la première étude de l'observateur: celle du lieu où il est situé est la seconde. Aidé de ces connaissances, il interprétera aisément la marche de ses instrumens, et trouvera dans les indications du baromètre, du thermomètre, de l'hygromètre, une somme de témoignages dont la comparaison ne le laissera guère en doute sur les dispositions *actuelles* et *prochaines* de l'atmosphère. On se trompe très-rarement, surtout si l'on réunit à ces premières données les inductions qui se tirent de l'état du ciel, de sa nuance plus ou moins foncée, du degré de transparence de l'air, du volume, de la forme, de l'élévation, de la marche des nuages. Les brouillards, les rosées, les gelées blanches, fournissent aussi des indices. Le physicien qui vient d'examiner l'état de l'atmosphère avec tout ce que la science a mis de moyens à sa disposition, augurera toujours mieux que personne des conséquences *immédiates* de cet état et des changemens qu'il est à la veille de subir. Mais il ne croira pas qu'on puisse lui prédire aujourd'hui le temps qu'il fera dans six mois ou l'année prochaine. Ce n'est plus prévoir, c'est deviner: et à cet égard, tous les êtres n'en savent pas plus que les instrumens.

Des observations ambulantes. Le baromètre voyageur doit être construit de manière à n'être ni fragile, ni sujet à l'introduction des bulles d'air. Il faut qu'il soit facile à mettre en expérience, qu'il prenne bien la situation verticale et s'y maintienne; sa structure doit être telle que l'instrument contracte rapidement la température du lieu où il est placé.

La résistance de la monture aux variations de la chaleur, expose à des inexactitudes, fait perdre du temps et occasionne beaucoup d'erreurs.

Les observations destinées à mesurer les hauteurs, supposent des observations correspondantes, si la mesure doit être exacte; et les deux baromètres doivent être parfaitement comparables, ou la comparaison serait inutile; dans ce cas, la présomption n'est pas suffisante. Il faut comparer avec soin les instrumens, et pour peu que l'opération soit délicate et qu'on aspire à une grande précision, ce n'est pas assez de les avoir comparés au départ, il est prudent de les comparer au retour; car le baromètre voyageur peut avoir éprouvé quelque dérangement dans le transport. Si l'un des instrumens ou tous les deux sont à cuvette, il ne faudra pas oublier de les corriger de l'effet de la capillarité (Table IX); car la dépression qui résulte de cette cause est suffisante pour introduire une erreur sensible dans les mesures.

Il est très-difficile d'instaler convenablement le baromètre. En effet, il faudrait le préserver des changemens rapides de température, et il est presque toujours exposé à l'air libre où la température varie sans cesse; il faudrait le tenir à l'ombre, et il est le plus souvent exposé au soleil qui agit inégalement sur ses différentes parties, soit par ses rayons directs, soit par ses rayons réfléchis; les conséquences d'une pareille position sont plus faciles à concevoir qu'à éviter; au soleil le tube s'échauffe d'un côté, la cuvette s'échauffe encore d'avantage à cause de la réverbération du sol; le thermomètre de correction indique une température plus ou moins élevée suivant le sens où on le tourne; viennent ensuite les courans d'air qui modifient ces causes d'erreurs à leur manière, le calme qui leur rend leur énergie, les nuages qui en suspendent l'action; au milieu d'une pareille complication d'effets, rien de bien clair, hormis les motifs de doute.

La connaissance de ces inconvéniens est nécessaire, parce qu'il faut en avoir une juste idée pour être en état d'y obvier suivant l'exigence des cas et les moyens que les lieux où le hasard mettent à la disposition de l'observateur, quand la prévoyance n'a pu y pourvoir. Un rocher, un arbre, offre quelquefois un abri; on y supplée, au

moins en partie, par un homme placé entre le soleil et l'instrument, par un linge attaché autour du trépied qui le supporte, et à défaut d'autre ressource, en faisant tomber l'ombre d'un des pieds le long du tube et surtout de la cuvette; le thermomètre doit être toujours tourné du côté opposé au soleil.

Quant au thermomètre destiné à marquer la température atmosphérique, c'est toujours dans le lieu le plus élevé, le plus découvert, le plus aéré qu'il faut lui choisir une place; cette condition est plus facile à remplir en rase campagne et sur un sommet exposé à tous les vents, que dans les édifices où se font les observations météorologiques; seulement on n'a pas toujours la facilité de le tenir à une élévation où il soit à l'abri des réverbérations de la terre, puisqu'on ne saurait placer le thermomètre plus haut que le point où l'on peut l'observer sans parallaxe; et à cette élévation, qui n'excède pas $1^m,8$, il s'en faut beaucoup que l'instrument soit hors de l'influence du sol. Cet inconvénient est inévitable; il ne faut donc rien perdre de l'avantage qui le rachète, et ce n'est pas sans raison que l'on condamne l'usage de le suspendre à un corps de quelque étendue; ce qu'il y a de mieux, c'est de l'attacher à un simple bâton, dont l'ombre dirigé sur la boule suffit pour la mettre à l'abri du soleil. Il ne faut pas perdre de vue que l'observation des thermomètres est la partie la plus délicate et la plus difficile, qu'elle est la source de la plupart des fautes que l'on commet dans la mesure des hauteurs. Pour le thermomètre du baromètre, il est bien placé partout où le baromètre est à sa place; qu'il monte, qu'il descende, n'importe, pourvu que la température de l'instrument s'élève et s'abaisse de concert.

La théorie des mesures barométriques suppose l'air dans un parfait équilibre, ses couches superposées dans l'ordre de leur densité, le décroissement de la température uniforme et régulier; il en est ordinairement ainsi dans les beaux jours et les temps calmes; l'heure de midi est la plus convenable pour les observations destinées à la mesure des hauteurs; on pourra, outre l'observation de midi, en faire une ou deux avant et autant après, à des intervalles respectivement égaux. Cette méthode a des avantages particuliers: on a le temps d'examiner la marche des instrumens; chaque observation sert de point de comparaison pour juger les autres, et le terme moyen pris entr'elles, est en quelque sorte l'observation de midi elle-même, dégagée des défauts qu'a pu y introduire l'accident atmosphérique dont l'influence était dominante à l'instant où elle a été faite.

Les conditions requises pour la mesure des hauteurs par le baromètre, peuvent se résumer à ce qui suit: instrumens correspondans, bien construits, vérifiés avec soin et rigoureusement comparés.

Stations aussi bien choisies que la nature des lieux le permet. Distance horizontale des deux observateurs, aussi petite qu'il se peut, mais subordonnée à la convenance des stations. Elle sera de plusieurs lieues sans être trop grande, si la différence de niveau est considérable, et s'il n'y a entre les deux stations aucun terrain qui s'élève au-dessus de l'une et l'autre. La proximité, au contraire, aura plus d'inconvéniens que d'avantages, si le baromètre inférieur est mal placé.

Observations simultanées et faites exclusivement à midi ou entre 11 heures et 1 heure.

Choisir en général les temps où l'air est plutôt calme qu'agité; mais ne pas craindre le vent s'il est doux et réglé: il renouvelle la masse d'air locale et ramène les thermomètres à la température de l'atmosphère.

Ne pas craindre non plus un ciel couvert, quand il ne menace pas de mauvais temps. La suppression de l'irradiation solaire favorise les observations, surtout si elles se font en plein air et si les instrumens n'ont point d'abri.

Eviter la pluie, les orages, les vents impétueux, et se défier de ces temps incertains où des changemens prochains sont indiqués par la fréquence des variations du baromètre et du thermomètre. Préférer les temps où le baromètre est plus près de sa hauteur moyenne que de ses extrêmes.

Attention continuelle à la marche des thermomètres. Les méprises faites sur la température réelle du mercure et de l'air, sont l'origine des erreurs les plus considérables et les plus ordinaires.

Attention non moins soutenue, soit aux dispositions de l'atmosphère, soit aux influences

locales qui peuvent altérer la justesse des mesures. Tenir exactement note de la direction des vents, du mouvement des nuages, de la présence ou de l'absence du soleil, et observer les variations des instrumens qui sont en rapport avec ces circonstances.

Douter des opérations qui sont faites dans des temps très-variables, et surtout si l'air n'est pas uniformément modifié aux deux stations, comme il arrive lorsqu'il y règne des vents différens, lorsque l'une jouit de la présence du soleil tandis que l'autre est couverte de nuages ou environnée de brouillards, lorsque le décroissement de la température est nul ou inverse, etc.

Si la constitution de la journée se faisait remarquer par quelque chose d'excessif, soit dans la température, soit dans l'élévation ou l'abaissement du baromètre, repéter l'opération par un temps ordinaire, pour vérifier le premier résultat, ou dans des circonstances entièrement opposées, pour les corriger par la compensation des erreurs contraires.

Si la distance horizontale est très-grande, recommencer plusieurs fois les opérations. Si elle est excessive, ne se fier qu'à des moyennes déduites d'un grand nombre d'observations toujours simultanées. Il ne faut pas moins d'une année pour déterminer de petites différences de niveau entre des lieux très-éloignés; et si l'éloignement était tel que les climats respectifs fussent sensiblement différens, aucune moyenne barométrique n'en déterminerait exactement l'élévation respective.

Qu'on se conforme à ces règles; qu'en s'y conformant on apporte dans l'observation de la précision et de la dextérité; dans l'examen de ses circonstances un coup d'œil juste et une critique saine; et il y a une grande probabilité qu'on ne sera trompé ni par le baromètre, ni par la formule.

Que si les circonstances commandent le sacrifice de quelqu'une des conditions prescrites, on jugera du mérite de l'opération par la valeur de la condition admise.

Se contente-t-on enfin de mesures approximatives? alors qu'on observe comme on pourra. Des mesures approximatives ne sont pas à dédaigner, quand on ne les tient que pour telles, et quand il n'y a pas moyen de s'en procurer de meilleures. C'est encore une utilité du baromètre de nous apprendre en un instant et sans peine, ce qu'avec beaucoup d'appareil et de temps d'autres instrumens ne nous apprendraient pas si bien.

De la mesure des hauteurs par le baromètre. De toutes les formules données jusqu'à présent pour la détermination de la différence de niveau, ou la hauteur verticale comprise entre deux stations, par le secours du baromètre, il n'en est aucune qui réunisse toutes les conditions exigées, pour la solution exacte du problème, comme celle qui est due au célèbre Laplace: c'est d'après cette formule, fondée entièrement sur les lois générales de l'équilibre des fluides que M. Oltmanns a calculé les plus commodes de toutes celles qui servent à en faciliter l'usage et qui sont insérées chaque année dans l'Annuaire du Bureau des Longitudes; ce sont celles que nous avons données sous les numéros LXXIII, LXXIV, LXXV et LXXVI.

Comme le coefficient de la formule est approprié à l'heure du midi, c'est à cette heure que l'on doit faire les observations destinées à la mesure des hauteurs. Ce précepte est de rigueur, car les fautes qui résultent de l'application d'un coefficient aux heures qui ne lui conviennent pas, sont au nombre des plus considérables que l'on puisse faire. Rien n'empêche cependant de prolonger un peu le temps consacré aux opérations; l'intervalle compris entre onze heures et une heure n'outre-passe pas les limites qu'il est raisonnable de se prescrire. Mais alors, si l'on veut être exact, il faut opérer de manière à compenser l'une par l'autre les erreurs dont cette extension pourrait être la source. Avant midi, toutes choses égales d'ailleurs, les mesures pechent par défaut; après midi, elles pechent par excès; ainsi autre l'observation de midi, on fera des observations avant et autant après, à des intervalles respectivement égaux. Cette méthode, généralement employée dans tous les genres d'observations, a, dans le cas présent, beaucoup d'utilités particulières: on a le temps d'examiner la marche des instrumens; chaque observation sert de point de comparaison pour juger les autres, et le terme moyen pris entre elles, est en quelque sorte l'observation de midi elle-même, corrigée des défauts qu'à pu y introduire l'accident atmosphérique dont l'influence était dominante à l'instant où elle a été faite. Au reste, pour retirer de cette combinaison tous les avantages dont elle est susceptible, il est nécessaire que les observations correspondantes soient faites aux mêmes instans et en même nombre; on voit si les instrumens ont marché de concert; si leurs mouvemens

se correspondent ; si les écarts ont eu lieu dans le même sens. Quand ils se contredisent, on soupçonne les influences locales d'avoir pris la place des variations de l'atmosphère, et l'on supprime les observations qui se condamnent réciproquement.

Nous réduirons à ce qui suit les conditions requises pour la mesure des hauteurs.

Instrumens correspondans, bien construits, vérifiés avec soin et rigoureusement comparés.

Stations aussi bien choisies que la nature des lieux le permet.

Distance horizontale des deux observateurs, aussi petite qu'il se peut, mais subordonnée à la convenance des stations. Elle sera de plusieurs lieues sans être trop grande, si la différence de niveau est considérable, et s'il n'y a entre les deux stations aucun terrain qui s'élève au-dessus de l'une et l'autre. La proximité, au contraire, aura plus d'inconvéniens que d'avantage, si le baromètre inférieur est mal placé.

Observations toujours simultanées et faites exclusivement à midi ou entre onze heures et une heure.

Choisir en général les temps où l'air est plutôt calme qu'agité ; mais ne pas craindre le vent s'il est doux et réglé : il renouvelle la masse d'air locale et ramène les thermomètres à la température de l'atmosphère.

Ne pas craindre non plus un ciel couvert, quand il ne menace pas de mauvais temps. La suppression de l'irradiation solaire favorise les observations, surtout si elles se font en plein air et si les instrumens n'ont point d'abri.

Eviter la pluie, les orages, les vents fougueux, et se défier de ces temps incertains où des changemens prochains sont indiqués par la fréquence des variations du baromètre et du thermomètre.

Préférer le temps où le baromètre est plus près de sa hauteur moyenne que de ses extrêmes.

Attention continuelle à la marche des thermomètres. Les méprises faites sur la température réelle du mercure et de l'air, sont l'origine des erreurs les plus considérables et les plus ordinaires.

Attention non moins soutenue, soit aux dispositions de l'atmosphère, soit aux influences locales qui peuvent altérer la justesse des mesures. Tenir exactement note de la direction des vents, du mouvement des nuages, de la présence ou de l'absence du soleil, et observer la variation des instrumens qui sont en rapport avec ces circonstances.

Douter des opérations qui sont faites dans des temps très-variables, et surtout si l'air n'est pas uniformément modifié aux deux stations, comme il arrive lorsqu'il y règne des vents différens, lorsque l'une jouit de la présence du soleil tandis que l'autre est couverte de nuages ou environnée de brouillards, lorsque le décroissement de la température est nul ou inverse, etc.

Si la constitution de la journée se faisait remarquer par quelque chose d'excessif, soit dans la température, soit dans l'élévation ou l'abaissement du baromètre, répéter l'opération dans un temps ordinaire, pour vérifier le premier résultat, ou dans des circonstances entièrement opposées, pour les corriger par la compensation des erreurs contraires.

Si la distance horizontale est très-grande, recommencer plusieurs fois les opérations. Si elle est excessive, ne se fier qu'à des moyennes déduites d'un grand nombre d'observations toujours simultanées. Il ne faut pas moins d'une année pour déterminer de petites différences de niveau entre des lieux très-éloignés ; et si l'éloignement était tel que les climats respectifs fussent sensiblement différens, aucune moyenne barométrique n'en déterminerait exactement l'élévation respective.

Quelles que soient les observations, l'art de les faire n'est pas aussi facile qu'on le croit ; beaucoup de personnes consultent le baromètre, parce qu'il est fort aisé de le consulter bien ou mal, ce n'est qu'une expérience éclairée et réfléchie qui donnera l'éveil sur l'imperfection des instrumens, sur le manque de certaines conditions nécessaires à une bonne observation, déterminera les causes des erreurs et parviendra à les faire servir elles-mêmes aux progrès de la science.

Applications. Dans les calculs suivans nous supposerons toujours que les hauteurs barométriques sont exprimées en millimètres et que les températures sont exprimées en degrés

centigrades; d'où il résulte que si les échelles des instrumens ne donnaient pas ces unités, il faudrait les convertir en millimètres et en degrés centigrades au moyen des Tables VIII et XII.

Cela posé, soient Z la différence de niveau des deux stations, ou la hauteur cherchée,
Z' une première approximation,
Z'' une seconde approximation,
L la latitude estimée du lieu.

Pour la station inférieure.

Soient H la hauteur du baromètre; T sa température; t la température de l'air.

Pour la station supérieure.

Soient H' la hauteur du baromètre; T' sa température; t' la température de l'air.

Détermination de la hauteur approchée Z'

Prenez dans la Table LXXIII, un nombre A correspondant à H		on aura	Si $T - T'$ est *positif* $Z' = A - B - C$
B	H'		
LXXIV, un nombre C correspond^t à $T - T'$		on aura	Si $T - T'$ est *négatif* $Z' = A - B + C$

Correction relative à la température des couches d'air.

Prenez la *millième partie* de	Z'	Cette correction sera de même signe
Multipliez-la par	$2(t + t')$	que $(t + t')$
La correction cherchée sera le produit.		et vous obtiendrez la hauteur Z''

Correction relative à la latitude estimée du lieu.

Prenez dans la Table LXXVI cette seconde correction, toujours *additive*, qui correspondra à la hauteur Z'' prise dans la première colonne à gauche, et à la latitude contenue dans la ligne horizontale supérieure; avec cette correction vous obtiendrez enfin Z.

Remarque Dans les cas très-rares où la station inférieure serait elle-même très-élevée au-dessus du niveau de la mer, il faudrait appliquer à Z une petite correction dont on trouverait la valeur à l'aide de la Table LXXV, qui la contient pour une hauteur de 1000 mètres, et dont nous donnerons des applications.

Exemple 1. Observations barométriques faites au Péron, par M. de Humboldt, pour déterminer l'élévation de Guanaxuaton au-dessus du niveau de la mer.

H 763^{mm}15;	T 25°3;	t 25°3	
H' 600 95;	T' 21.3;	t' 21.3	
	$T - T'$ 4.0	$t + t'$ 46.6	
L 21°;		$2(t + t')$ 93.2	
Table LXXIII pour 763.15	A de	+	6183.5
600.95	B	−	4480.7
Table LXXIV pour 4°,0	C	−	5.9
Z' ou $A - B - C$ *somme algéb.*			1896.9
Correction 0.001 Z' × 93,2		+	176.8
Z'' ou seconde hauteur approchée			2073.7
Table LXXVI pour 2074 et 21°		+	10.6
Z ou élévation cherchée en mètres			2084.3

Exemple 2. Observations barométriques faites au Péron, par M. de Humboldt, pour déterminer la différence de niveau entre le Chimboraço et une station inférieure.

H 762^{mm}00;	T 25°3;	t 25°3	
H' 377 17;	T' 10.0;	t' − 1.6	
	$T - T'$ 15,3	$t + t'$ 23.7	
L 1° 45';		$2(t + t')$ 47.4	
Table LXXIII pour 762.00	A de	+	6171.5
377.17	B	−	571.4
Table LXXIV pour 15°,3	C	−	22.5
Z' ou $A - B - C$ *somme algéb.*			5577.6
Correction 0.001 Z' × 47.4		+	264.4
Z'' ou seconde hauteur approchée			5842.0
Table LXXVI pour Z'' et 1° 45'		+	2.9
Z ou différence de niveau en mètres			5844.9

Exemple 3. Observations barométriques faites en France, par M. Ramond, pour déterminer la différence de niveau entre la Baraque et Clermont-Ferrand, ainsi que l'élévation absolue de la Baraque.

H 734^{mm}72 ;	T 21°9	t 23°6
H' 703 84 ;	T' 25.6	t' 21.8
	$T - T'$ = 3.7 ;	$t + t'$ 45.4
L 45° 46'		$2(t + t')$ 90.8

Table LXXIII { pour 734.72	A de	+	5881.2
	B	−	5539.3
Table LXXIV pour − 3°,7	C	+	5.4
Z' ou $A - B + C$ *somme algéb.*			347.3
Correction 0.001 $Z' \times 90.8$		+	31 5
Z'' ou seconde hauteur approchée			378.8
Table LXXVI pour Z'' et 45° 46'		+	1.1
Z ou différence de niveau en mètres			379.9
Elévation absolue de Clermont			411.2
Table LXXV pour H de 734.72		+	0.2
Elévation absolue de la Baraque			791.3

Exemple 4. Observations barométriques faites en France, par M. Ramond, pour déterminer la différence de niveau entre le Mont-Perdu (Pyrénées) et Barèges, ainsi que l'élévation absolue du Mont-Perdu.

H 662^{mm}21	T 21°9	t 20°0
H' 512 39	T' 11.5	t' 12.5
	$T - T'$ 10.4	$t + t'$ 35.5
L		$2(t + t')$ 65.0

Table LXXIII { poor 662.21	A de	+	5053.7
512,39	B	−	3011.2
Table LXXIV pour 10°,4	C	−	15.3
Z' ou $A - B - C$ *somme algébr.*			2027.2
Correction 0.001 $Z' \times 65.0$		+	131.8
Z'' ou seconde hauteur approchée			2159.0
Table LXXVI pour Z'' et 42°		+	7.0
Z ou différence de niveau en mètres			2166.0
Elévation de la station de Barèges			1280.5
Table LXXV pour H de 662,21		+	0.5
Elévation absolue du Mont-Perdu			3447.0

Pour donner une nouvelle application de la Table LXXV, nous ferons remarquer qu'elle a pour argument la hauteur du baromètre à la station inférieure, exprimée en millimètres, et que la petite correction qu'elle donne est pour une station élevée de 1000 mètres; cela posé, supposons qu'à la station inférieure la hauteur H du baromètre soit de 600 millimètres, et l'élévation de cette station au-dessus du niveau de la mer de 1800 mètres.

Entrant dans la Table LXXV avec 600 millimètres de hauteur de la colonne de mercure, nous trouverons le nombre de mètres 0,63, pour une élévation de 1000 mètres; pour avoir maintenant l'élévation relative à 1800, il nous faudra faire la proportion

$$1000 : 1800 :: 0,63 : x = 1,13$$

nous aurons 1,13 d'élévation; cette correction est toujours *additive*, ainsi l'élévation corrigée sera 1800 + 1,13 = 1801,13 mètres.

Nous terminerons par faire connaître que dans ce qui précède, nous avons fait usage des mémoires que M. Ramond a publié sur la météorologie, et par conseiller de recourir à ce guide éclairé, toutes les fois que les détails dans lesquels nous sommes entrés ne paraîtraient pas suffisans.

PROBLÊME XLIII.

Connaissant la latitude d'un lieu, construire et placer un cadran solaire horizontal, ainsi qu'un cadran vertical sans déclinaison.

La Gnomonique est la science qui enseigne à construire les *cadrans solaires*. On entend par cadran solaire, un assemblage de lignes décrites sur une surface d'après des règles qui dépendent en partie de la géométrie et en partie de l'astronomie, et combinées avec une verge métallique fixée dans cette surface et disposée de manière que l'heure est indiquée par la coïncidence de son ombre avec les lignes du cadran. Ces lignes prennent le nom de *lignes horaires*, parce qu'en effet elles servent à faire connaître l'heure qu'il est au soleil. La verge métallique se nomme *style*; on l'appelle aussi *axe*, parce qu'on la considère comme faisant partie de l'axe du monde, parallèlement auquel elle est toujours placée. On nomme *centre* du cadran, le point de rencontre du style avec sa surface.

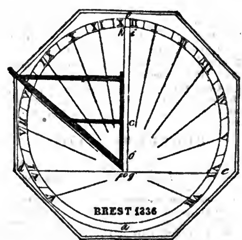
Un cadran solaire ayant des dimensions suffisantes, tracé avec précision et installé avec soin, est un instrument si utile pour satisfaire aux besoins journaliers de l'état de société, qu'il paraîtra bien étonnant qu'il ne soit pas aussi répandu qu'il devrait l'être. Sa nécessité ne se borne pas à se faire sentir dans les lieux isolés, dans les communes

rurales, mais encore dans les villes où il arrive souvent que l'heure n'y est connue qu'à 15 minutes près. Dans bien des cas le cadran solaire peut suppléer aux horloges et aux montres ordinaires, mais donne toujours le moyen le plus commode et le plus sûr de les régler à une minute près.

Les cadrans qui sont plans et parallèles à l'horizon du lieu, prennent les noms de *cadrans horizontaux*; dans cette espèce le style ou axe fait avec son plan un angle égal à la latitude du lieu; mais ceux dont les plans sont perpendiculaires à l'horizon du lieu se nomment *cadrans verticaux*, si le plan du cadran vertical regarde exactement le Sud, ou ce qui est de même passe par les points Est et Ouest, il s'appelle *cadran vertical méridional* ou *cadran vertical sans déclinaison;* son style ou axe fait avec son plan un angle égal au complément de la latitude du lieu.

Nous ne donnerons seulement que les préceptes à suivre pour construire les cadrans horizontaux et les cadrans verticaux sans déclinaisons, parce que ce sont ceux qui sont les plus usuels, les plus simples à tracer et les plus faciles à orienter.

Pour le cadran horizontal, le calcul des angles que les lignes horaires font au centre du cadran avec la ligne méridienne ou de XII^h, dépend du principe suivant : que dans tout triangle sphérique rectangle *le rayon est au sinus de l'un des côtés de l'angle droit, comme la tangente de l'angle adjacent à ce côté est à la tangente de l'autre côté.* Cela posé (si l'on remarque que le soleil fait sa révolution apparente au tour de la terre dans un temps qu'on a divisé en $24^h = 360°$, et que l'on conçoive douze cercles passant par les pôles du monde, distans entr'eux de $1^h = 15°$, le soleil les atteindra successivement dans des intervalles égaux), le principe précédent donnera pour le calcul de ces angles, la règle suivante : *au logarithme sinus de la latitude du lieu, ajoutez le logarithme tangente de l'angle horaire du soleil, la somme, diminuée de* 10, *sera le logarithme tangente de l'angle compris entre la ligne méridienne de ce cadran et la ligne horaire correspondante à l'angle horaire du soleil.* Cette règle, très-simple, fournira donc toutes les lignes horaires à faire entrer dans la construction du cadran.



Application. **Déterminer les angles que les lignes horaires d'un cadran horizontal font avec la méridienne en supposant que ce cadran doit être placé à Brest, dont la latitude Nord est de 48° 23′ 35″ ayant pour logarithme sinus 9.873738.**

Disposez une Table contenant quatre colonnes principales : placez dans la première tous les angles horaires du soleil exprimés en heures et en degrés. Cherchez les logarithmes tangentes des angles horaires du soleil auxquels vous ajouterez successivement le logarithme constant 9.873738 et placez les sommes diminuées de 10 dans la seconde colonne, elles vous donneront les logarithmes tangentes des angles demandés, qui étant cherchés dans

les Tables, vous feront connaître ces angles que vous écrirez dans la troisième colonne. Dans la quatrième colonne vous y placerez les cordes correspondantes pour le rayon 1000 et pour celui du cadran que nous supposons de 300.

ANGLES HORAIRES du Soleil ou *A*.			Log. tang. de *A*	Log. tang. *A* + Log. sin. *L*	ANGLES des lignes horaires.	CORDES pour le rayon 1000	CORDES pour le rayon 300
0ʰ	0° 0'	XIIʰ	....	....	0° 0' 0'	0.0	0.0
	3 45		8.816529	8.690267	2 48 20	49.0	14.7
	7 30		9.119429	8.993167	5 37 20	98.1	29.4
	11 15		9.298662	9.172400	8 27 35	147.5	44.3
I	15 0	XI	9.428052	9.301790	11 19 45	197.4	59.2
	18 45		9.530781	9.404519	14 14 31	247.9	74.4
	22 30		9.617224	9.490962	17 12 31	299.2	89.8
	26 15		9.692975	9.566713	20 14 26	351.4	105.4
II	30 0	X	9.761439	9.635177	23 20 59	404.7	121.4
	33 45		9.824893	9.698631	26 32 50	459.2	137.8
	37 30		9.884980	9.758718	29 50 41	515.0	154.5
	41 15		9.942988	9.816726	33 15 15	572.3	171.7
III	45 0	IX	10.000000	9.873738	36 47 10	631.1	189.3
	48 45		10.057011	9.930750	40 27 4	691.4	207.4
	52 30		10.115020	9.988758	44 15 31	753.4	226.0
	56 15		10.175107	10.048845	48 12 55	816.9	245.1
IV	60 0	VIII	10.238561	10.112299	52 19 35	881.9	264.6
	63 45		10.307025	10.180763	56 35 38	948.1	284.4
	67 30		10.382776	10.256514	61 0 54	1015.3	304.6
	71 15		10.469219	10.342957	65 34 57	1083.0	324.9
V	75 0	VII	10.571948	10.445686	70 17 5	1151.2	345.4
	78 45		10.701338	10.575076	75 6 10	1218.8	365.6
	82 30		10.880571	10.754309	80 0 51	1285.8	385.7
	86 15		11.183471	11.057209	84 59 25	1351.1	405.3
VI	90 0	VI	Infini.	Infini.	90 0 0	1414.2	424.3

Une Table analogue, calculée ainsi et contenant tous les angles horaires de 5ᵐ en 5ᵐ jusqu'à VIʰ, fournira les données principales pour le tracé des lignes horaires. La figure du cadran peut être un polygone régulier quelconque (nous prendrons un octogone), mais nous observerons qu'il donnera l'heure avec d'autant plus de précision que le diamètre du cercle inscrit sera grand (environ 65 centimètres ou 2 pieds), de plus nous prévenons que les lignes tracées au crayon ne doivent pas être gravées et que l'unité linéaire que nous emploierons sera le millimètre.

Du tracé. Menez au crayon une ligne droite ab qui divise le plan du cadran en deux figures symétriques, et du milieu C de cette ligne, comme centre, décrivez deux circonférences, l'une d'un rayon de 300ᵐᵐ et l'autre d'un rayon de 280ᵐᵐ, c'est entre ces deux circonférences que seront comprises les lignes horaires de 5ᵐ.

Comme le centre du cadran ne doit pas être celui de sa figure, prenez sur ab à partir de l'une de ses extrémités, une partie ac de 180ᵐᵐ, et par le point c élevez une perpendiculaire sur ab, cette ligne dce sera la ligne horaire de VI. Sur de et à partir du point c prenez cf et cg de 4ᵐᵐ, moitié de l'épaisseur du style, et par les points f et g menez les lignes fk et gi parallèles à ab, ces parallèles seront deux lignes horaires de XIIʰ, c'est-à-dire deux méridiennes; les heures du soir seront à droite, et les heures du matin seront à gauche.

Prenez sur ab à partir du centre C de figure, une partie CO de 90 millimètres et maintenant du point O comme centre, décrivez au crayon trois circonférences; la première d'un rayon de 90 millimètres sur laquelle se termineront les lignes horaires des heures; la seconde d'un rayon de 170 millimètres où se termineront celles des demi-heures; et enfin la troisième d'un rayon de 250 millimètres où se termineront celles des quarts-d'heure.

Cela posé, faites usage d'un rapporteur à alidade dont vous fixerez le centre en g de manière à ce que son diamètre coïncide avec l'une des méridiennes gi, puis à partir de cette ligne vous ferez mouvoir l'alidade et la placerez successivement sur les points du limbe du rapporteur par lesquels doivent passer les lignes horaires des angles contenus dans la Table précédente, vous marquerez ces points sur la plus grande des circonférences du cadran, c'est-à-dire la circonférence extrême de celles entre lesquelles sont comprises les lignes horaires de 5 minutes, par ces points et le point g vous tracerez des longueurs précédemment déterminées par les circonférences au crayon, ces lignes horaires du soir. Vous opérerez de la même manière du côté de la seconde méridienne fk pour déterminer les lignes horaires du matin; comme les lignes horaires doivent être de longueurs différentes, les plus longues sont celles des heures, puis cellles des demi-heures, des quarts d'heures et enfin de 5 minutes; pour éviter les erreurs il sera préférable de tracer d'abord toutes celles des heures, puis toutes celles des demi-heures et ainsi de suite.

Si vous n'avez point de rapporteur à alidade, des points f et g, sommets des angles droits ige, kfd pris successivement pour centres et d'un rayon de 300 millimètres, décrivez deux arcs de 90° sur lesquels vous porterez à partir des côtés gi et fk les cordes contenues dans la dernière colonne de la Table précédente, en commençant par celles des angles des lignes horaires des heures, puis celles des demi-heures, etc. D'après ce qui précède, les lignes horaires de 5 en 5 minutes de VI^h du matin à VI^h du soir seront tracées, pour avoir celles qui précèdent et qui suivent ces deux limites, vous remarquerez que le soleil atteignant deux fois le même cercle ou plan horaire en 12^h, l'une avant l'autre après midi, il en résulte que dans le cadran horizontal les lignes de VII^h du soir et de V^h du matin par exemple font les mêmes angles avec leur méridienne respective, que les lignes opposées marquées VII^h du matin et V^h du soir, ou ce qui est de même, forment au-dessous de la ligne de de VI^h les mêmes angles que les lignes de VII^h du matin et V^h du soir forment au dessus de cette ligne de, ainsi prolongez les deux arcs de 90° au-dessous de de et portez sur ces prolongemens les cordes des arcs situés au-dessus.

Le style est l'hypothénuse (quelquefois prolongée) d'un triangle rectangle dont la base est l'un des côtés de l'angle droit adjacent à l'angle aigu ayant pour mesure la latitude du lieu, qui est ici de 48° 23′ 35″; ce triangle est fixé perpendiculairement sur le plan du cadran de manière à ce que le sommet de cet angle aigu soit placé sur la ligne horaire de VI^h et que son épaisseur soit comprise entre les deux méridiennes, la largeur du style étant égale à leur distance.

La longueur du style ou de l'hypothénuse prolongée, doit être telle qu'au solstice d'été (époque où la hauteur méridienne du soleil est à Brest d'environ 64°) son ombre atteigne aux points de XII^h la plus grande des circonférences, pour notre cadran cette longueur doit être de 450 millimètres.

Quant à la construction de l'angle aigu de 48° 23′ 55″, on se servira du rapporteur à alidade, ou bien avec un rayon de 300 millimètres on décrira sur un plan un arc sur lequel on portera une corde de 245^{mm},8, menant des rayons aux extrémités de cette corde, cela donnera en quelque sorte le patron de l'angle que le style doit former avec le plan du cadran.

Nous préviendrons que les mesures linéaires que nous livre le commerce, ne sont pas toujours exactes et par conséquent comparables, mais qu'il suffira pour l'exactitude du tracé que les subdivisions de la mesure employée soient égales entr'elles.

Du tracé des lignes méridiennes sur le terrain, ou ce qui est de même des lignes Nord et Sud, et par suite des lignes Est et Ouest.

Première méthode. Le compas azimuthal ou une boussole à alidade garnie de ses deux pinnules, dont la déclinaison de son aiguille aimantée est bien connue, donne la méthode la plus facile de tracer sur le terrain une ligne méridienne sur l'un des points de laquelle doit être placé un cadran solaire horizontal, ou servir à marquer simplement le midi vrai; cette méthode peut se pratiquer en tout temps et par conséquent ne pas exiger la présence du soleil.

Placez cet instrument sur l'un des points par lequel doit passer la méridienne, par exemple, celui où doit se trouver le centre du cadran; puis faites mouvoir l'alidade

jusqu'à ce que le Nord magnétique on de la boossole soit à l'Ouest ou à l'Est de l'alidade d'un nombre de degrés égal à la déclinaison de l'aiguille, selon qu'elle est Nord-Ouest ou Nord-Est.

Cette position étant obtenue, si vous regardez à travers les deux pinnules de l'alidade vous aurez l'alignement de tous les points situés dans le plan vertical de la méridienne du lieu. Cela posé, pour déterminer ce plan, placez deux fils à plomb l'un au Nord et l'autre au Sud, à une distance de deux ou trois mètres, ou plus s'il est possible et de manière à ce que chacun d'eux soient partagés également par le rayon visuel des pinnules, ils détermineront le plan du méridien du lieu et serviront à vous donner le tracé de la méridienne. Il convient de faire plonger chaque plomb dans un vase plein d'eau, afin d'éviter les oscillations qui pourraient être produites par les courans d'air. Maintenant, remplacez la boussole par le cadran et placez-le de manière à ce que son plan soit horizontal et que simultanément sa méridienne soit comprise dans le plan déterminé par les deux fils à plomb; ces deux conditions étant remplies, il ne vous restera plus qu'à le fixer invariablement dans cette position.

Si la méridienne tracée sur le terrain doit servir à marquer le midi vrai, prenez une tige en fer munie à son extrémité supérieure d'une plaque en cuivre percée d'un trou circulaire d'environ 5 à 6 millimètres de diamètre, et fixez cette tige solidement au terrain, de manière à ce qu'en faisant passer un fil à plomb terminé en pointe, par le centre du trou de la plaque, cette pointe réponde exactement sur la méridienne; pour plus d'exactitude il faut que le plan de la plaque, passe à peu près par le pôle élevé et que son trou soit élevé autant qu'il est possible au-dessus de la méridienne.

Quant à la ligne Est et Ouest, vous la déterminerez avec le compas azimuthal d'une manière analogue à celle qui a servi pour la méridienne, ou bien sur le point donné de cette ligne et par les moyens connus, et dans le plan de l'horizon vous lui éleverez une perpendiculaire; alors une des extrémités de cette perpendiculaire sera dirigée à l'Est et l'autre à l'Ouest.

Seconde méthode. Sur un plan disposé horizontalement au moyen d'un niveau, fixez une tige verticale, ayant à son extrémité une plaque percée d'un petit trou circulaire, puis en faisant usage d'un fil à plomb terminé en pointe et passant par le centre de ce trou, déterminez sur le plan horizontal le point qui est la projection de ce centre ou du zénith. Cela posé, marquez successivement de demi-heure en demi-heure, à peu près, et à partir d'environ dix heures, les positions que prend le centre du petit cercle éclairé, formé par les rayons solaires qui passent par le trou, quatre points; ensuite de la projection du zénith comme centre, décrivez quatre arcs de cercle, avec les distances aux points marqués pour rayons. Après midi, le centre du petit cercle éclairé reviendra d'abord sur l'arc du plus petit rayon, puis sur le suivant, sur le troisième, sur le quatrième; car les distances du matin vont en diminuant jusqu'à midi, et les distances du soir vont au contraire en augmentant de midi jusqu'au coucher du soleil. Marquez aussi les points des arcs où le centre du petit cercle éclairé passera après midi. Vous aurez deux points marqués sur chaque arc. Cherchez le milieu de l'arc compris entre ces deux points, il en résultera quatre autres points qui appartiendront à la méridienne, et qui se trouveront en ligne droite avec la projection du zénith, si toutes les opérations ont été bien exécutées. Dans le cas où cette condition ne serait pas remplie, vous prendriez pour méridienne la droite qui unirait le zénith avec trois, avec deux des points milieux; mais vous recommenceriez un autre jour, si la droite menée de la projection du zénith à un des points milieux, ne passait par aucun autre.

Cette méthode a ses circonstances favorables, il faut 1°. que le trou de la plaque soit le plus élevé qu'il est possible sur le plan; 2°. que cette opération se fasse à l'époque de l'année où le soleil ne soit pas élevé sur l'horizon de plus de 50 degrés; 3°. que pour éviter une petite correction provenant du changement en déclinaison du soleil, pendant les intervalles de temps écoulés entre les deux points marqués sur chaque arc, il faudra opérer vers les solstices. Si cependant on voulait avoir une méridienne, sans opérer près des solstices et sans tenir compte du changement en déclinaison, il faudrait, ayant laissé la plaque toujours immobile, ou du moins le centre du trou exactement au-dessus de sa projection, marqué d'abord sur le plan, il faudrait, dis-je, attendre le temps auquel le soleil, ayant passé le solstice qui aura suivi l'opération, sera revenu à peu près dans le même parallèle; ou, ce qui est la même chose, aura à peu près

la même déclinaison au-delà de ce solstice : alors ayant cherché de nouveau la ligne méridienne par la même méthode, on trouvera que cette seconde ligne fera, au point de projection du zénith, un petit angle avec la première ; on divisera cet angle en deux parties égales, et la droite qui passera au milieu sera la vraie ligne méridienne.

Troisième méthode. Cette méthode n'est praticable que dans l'hémisphère Nord, et d'après nos données, que pour des lieux dont les latitudes sont à peu pres égales à celles des lieux situés en France ; elle s'exécute au moyen de l'étoile polaire observée dans son passage supérieur au méridien, et de l'observation de l'une des trois étoiles principales de la queue de la Grande Ourse, faite à l'instant de son passage inférieur dans le même vertical que celui de la polaire.

Faites choix d'une belle soirée ayant clair de lune, et suspendez à l'extrémité supérieure d'une forte perche un fil à plomb terminé en pointe, dont le fil soit blanc ou blanchi à la craie, pour augmenter sa visibilité et ayant trois ou quatre mètres de longueur, et après avoir marqué sur le terrain le point qui répond perpendiculairement au-dessous du point de suspension, qui sera un des points par lesquels doit passer la méridienne ; pour éviter ses oscillations vous ferez plonger le plomb dans un vase rempli d'eau.

Prenez une plaque percée d'un trou circulaire, dont le diamètre soit d'environ deux millimètres, et montez la sur une règle de manière à ce qu'elle puisse parcourir sa longueur et y être fixée à un point quelconque, comme le fait la pointe mobile d'un compas à verge ; installez cette règle à peu pres horizontalement et dans la direction Est et Ouest, vers le coté du Sud du fil à plomb, à la plus grande distance que vous pourrez, sans cependant cesser d'apercevoir le fil ; enfin l'installation de la regle munie de la plaque doit etre telle, qu'en regardant l'etoile polaire par le trou, vous puissiez faire glisser la plaque de droite à gauche ou réciproquement, jusqu'à ce que cette étoile soit divisée ou cachée par le fil à plomb.

Pour connaître l'instant auquel vous devez commencer les observations, visez par le trou de la plaque, dont la position sur la règle doit être telle, que le fil à plomb cache l'étoile polaire, puis guettez l'instant où simultanement ce fil partage la constellation de la Grande Ourse en deux parties, dont l'une située à droite soit composée du quadrilatère, et l'autre placée à gauche soit formée des trois etoiles de la queue, ce sera l'instant demandé.

On pourrait même se dispenser de viser par le trou de la plaque, parce qu'il suffirait de se placer de manière à ce que le fil à plomb passant par l'étoile polaire, partage en même temps la constellation dans les deux parties indiquées.

Pour se disposer aux observations, on peut aussi déterminer à l'avance l'heure approchée où le fil à plomb remplira la condition dont nous venons de parler, en faisant usage des données contenues dans le petit tableau suivant : la premiere colonne contient les trois étoiles principales en commençant par la plus voisine du corps de la Grande Ourse ; la seconde les grandeurs de ces étoiles ; la troisième colonne, les heures temps sidéral des passages inférieurs de ces étoiles par le vertical de la polaire en 1840 ; la quatrième les différences des heures précédentes ou les intervalles de temps entre les passages ; et enfin la cinquième, les nombres de secondes qu'il faudrait ajouter aux heures, pour les obtenir dix ans après 1840, ou pour 1850.

NOMS DES ETOILES.	Grand.	Temps sidéral.	Différences.	P. 10 an +
ε à l'origine de la queue.	2	0h 47m 59s5		33s8
			28m 26s6	
ζ au milieu............	2	1 16 26.1		36.0
			22 23.2	
η à l'extrémité.	2.3	1 38 40.3		36.8

Application. Prenez dans la *Connaissance des Temps* l'ascension droite moyenne du soleil, c'est-à-dire le temps sidéral au midi moyen de Paris qui correspond au commencement du jour proposé, que vous retrancherez successivement des heures contenues dans le tableau précédent (augmentées de 24h s'il est nécessaire), vous obtiendrez pour restes, les heures approchées T. M. des passages inférieurs de ces trois étoiles par les verticaux de la polaire, dans le lieu proposé.

Ces heures, et même la première seulement, sera suffisante pour vous indiquer le commencement des observations.

Si cependant vous désiriez obtenir les heures exactes, avec les heures approchées T. M. du lieu et sa longitude exprimée en temps, déterminez les heures de Paris correspondantes, avec lesquelles vous entrerez successivement dans la colonne * de la Table XCVIII, les nombres correspondans de la colonne Æ vous donneront les quantités à retrancher des heures approchées, pour obtenir les heures exactes T. M. de ces passages.

Exemple. On demande quelles sont les heures des passages successifs des trois étoiles de la queue de la Grande Ourse par le vertical de la polaire, pour le 1er Janvier 1839, à Brest.

Pour les Etoiles	ε à l'origine.	ζ au milieu.	η à l'extrémité.
le tableau donne	$0^h\ 47^m\ 56^s.1$	$1^h\ 16^m\ 22^s.5$	$1^h\ 38^m\ 45^s.6$
T. S. au midi de Paris	− 18 41 47.0	− 18 41 47.0	− 18 41 47.0
T. M. approché	6 6 9.1	6 34 35.5	6 56 58.6
Longitude de Brest	+ 0 27 18.3	+ 0 27 18.3	+ 0 27 18.3
T. M. de Paris	6 33 27.4	7 1 53.8	7 24 16.9
Table XCVIII	− 0 1 4.5	− 0 1 9.1	− 0 1 12.8
T. M. cherchés	6 5 4.6	6 33 26.4	6 55 45.8

On remarquera facilement qu'il n'était pas nécessaire de calculer directement les heures relatives aux deux dernières étoiles, car elles pouvaient se déduire de l'heure de ε, en y ajoutant successivement les différences contenues dans le tableau.

Déterminons maintenant, l'heure T. M. du passage de l'étoile polaire au méridien de Brest (Problème VII), ainsi que les intervalles de temps qui doivent s'écouler entre ce passage et ceux de nos trois étoiles par les verticaux.

Æ apparente de la polaire	$1^h\ 1^m\ 39^s.7$
T. S. au midi de Paris	− 18 41 47.0
T. M. approché du passage	6 19 52.7
Longitude de Brest	+ 0 27 18.3
T. M. de Paris	6 47 11.0
Table XCVIII	− 0 1 6.7
T. M. du passage au méridien	6 18 46.0

Si nous comparons ce temps moyen du passage au méridien à ceux qui ont été trouvés pour les passages des trois étoiles par les verticaux, nous trouverons que l'étoile

ε se trouvera dans le vertical de la polaire $13^m\ 41^s.4$ *avant* le passage au méridien.
ζ 14 40,4 *après*.
η 37 0,0 *après*.

C'est le premier de ces intervalles, c'est-à-dire $13^m\ 41^s.4$ qui servira à déterminer le second point par lequel doit passer la méridienne; les deux autres ne serviront qu'à s'assurer de l'exactitude de l'opération.

Le fil à plomb divisant la constellation de la Grande Ourse de la manière indiquée, ou connaissant l'heure approchée des observations, déterminez à une montre l'instant où l'étoile polaire ainsi que l'étoile ε de l'origine de la queue se trouvent ensemble dans le même vertical; pour y parvenir, regardez l'étoile polaire et faites-la répondre sous le fil à plomb, conservez-lui cette position jusqu'à ce que l'étoile ε viendra se placer sous ce fil, l'heure correspondante sera l'instant cherché; ajoutez à cette heure $13^m\ 41^s$, la somme vous donnera celle que doit marquer la montre, lors du passage de la polaire au méridien du lieu.

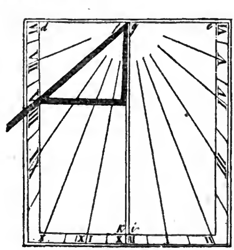
Cela posé, visez par le trou de la plaque et faites-la glisser vers la gauche de manière à ce que le fil suive la polaire, jusqu'à l'heure du passage donnée par la montre, à cet instant, arrêtez la et marquez sur le terrain le point qui répond verticalement au centre du trou; la ligne droite qui passera par ce point et par celui qui répond au fil, sera la méridienne demandée. Vous pouvez vérifier l'opération, en observant si l'étoile ζ du

milieu de la queue se trouve dans le vertical de la polaire $14^m\ 40^s$ après le passage au méridien, et si l'étoile π de l'extrémité rencontre le vertical du même astre 37^m après le passage.

Il est facile de remarquer qu'au lieu d'employer une règle munie d'une plaque, on pourrait se servir d'un second fil à plomb, pourvu qu'il puisse glisser parallèlement à lui-même dans la direction Est et Ouest. Cette méthode est susceptible de donner une méridienne très-exacte, lorsque le fil ou les deux fils sont fins (en soie blanche), et que d'un autre côté les opérations ont été exécutées avec dextérité ; de plus, elle jouit de l'avantage de donner l'heure du lieu avec une exactitude suffisante pour régler les horloges et les montres usuelles.

La détermination de la méridienne suffit pour placer ensuite le cadran horizontal.

Du cadran vertical sans déclinaison. Le style ou axe fait avec le plan un angle égal au complément de la latitude du lieu, et le calcul des angles que les lignes horaires font au centre du cadran avec la ligne méridienne ou de XII^h, s'effectue par la règle suivante : *au logarithme cosinus de la latitude du lieu, ajoutez le logarithme tangente de l'angle horaire du soleil, la somme, diminuée de 10, sera le logarithme tangente de l'angle rectiligne compris entre la ligne méridienne de ce cadran et la ligne horaire correspondante à l'angle horaire du soleil.* Cette règle fournira donc toutes les lignes horaires qui doivent entrer dans la construction du cadran.



Application. Déterminer les angles que les lignes horaires d'un cadran vertical sans déclinaison font avec la méridienne, en supposant que ce cadran doit être placé à Brest, dont la latitude Nord est de $48^\circ\ 23'\ 35''$ ayant pour logarithme cosinus 9.823335.

Disposez une Table contenant quatre colonnes principales : placez dans la première tous les angles horaires du soleil, exprimés en heures et en degrés. Cherchez les logarithmes tangentes des angles horaires du soleil, auxquels vous ajouterez successivement le logarithme constant 9.823335 et placez les sommes, diminuées de 10, dans la seconde colonne, elles vous donneront les logarithmes tangentes des angles demandés, qui, étant cherchés dans les Tables, vous feront connaître ces angles que vous écrirez dans la troisième colonne. Dans la quatrième colonne vous y placerez les cordes pour le rayon 1000 et pour celui du cadran que nous supposons de 300.

Une Table semblable, calculée ainsi et contenant tous les angles horaires de 5^m en 5^m jusqu'à VI^h, fournira les données principales pour le tracé des lignes horaires. La figure du cadran peut être un rectangle quelconque, mais nous ferons remarquer qu'il donnera l'heure avec d'autant plus de précision que ses dimensions seront grandes.

ANGLES HORAIRES du Soleil ou A.				Log. TANG. de A.	Log. tang. A + Log. cos. L	ANGLES des lignes horaires.			CORDES pour le rayon	
									1000	300
0h	0°	0'	XIIh	....	....	0°	0'	0"	0.0	0.0
	3	45		8.816529	8.638768	2	29	31	43.5	13.0
	7	30		9.119429	8.941608	4	59	45	87.2	26.2
	11	15		9.298662	9.120841	7	31	27	131.2	39.4
I	15	0	XI	9.428052	9.250230	10	5	19	175.9	52.8
	18	45		9.530781	9.352960	12	42	9	221.2	66.4
	22	30		9.617224	9.439403	15	22	43	267.6	80.3
	26	15		9.697975	9.515154	18	7	53	315.1	94.5
II	30	0	X	9.761439	9.583618	20	58	31	364.1	109.2
	33	45		9.824893	9.647072	23	55	34	414.5	124.3
	37	30		9.884980	9.707159	26	59	59	466.9	140.1
	41	15		9.942988	9.765167	30	12	48	521.2	156.4
III	45	0	IX	10.000000	9.822179	33	35	5	577.7	173.3
	48	45		10.057012	9.879191	37	7	54	636.8	191.0
	52	30		10.115020	9.937199	40	52	18	698.3	209.5
	56	15		10.175107	9.997286	44	49	15	762.5	228.7
IV	60	0	VIII	10.238561	10.060740	48	59	37	829.3	248.8
	63	45		10.307025	10.129204	53	23	59	898.6	269.6
	67	30		10.382776	10.204955	58	2	39	970.3	291.1
	71	15		10.469219	10.291398	62	55	24	1043.8	313.1
V	75	0	VII	10.571948	10.394127	68	1	28	1118.7	335.6
	78	45		10.701338	10.523517	73	19	26	1194.2	358.3
	82	30		10.880571	10.702750	78	47	8	1269.3	380.8
	86	15		11.183471	11.005650	84	21	46	1343.0	402.9
VI	90	0	VI	Infini.	Infini.	90	0	0	1414.2	424.3

Tracé. La base supérieure *de* du plan rectangulaire du cadran, sera la ligne horaire de VI[h], par son milieu menez une ligne droite *ab* qui divise ce plan en deux parties égales, sur *de* et à partir du point *a* prenez *af* et *ag* de 4 millimètres, moitié de l'épaisseur du style, et par les points *f* et *g* menez les lignes *fk* et *gi* parallèles à *ab*, ces parallèles seront deux lignes horaires de XII[h], c'est-à-dire deux méridiennes: dans l'hémisphère Nord les heures du soir seront à droite et les heures du matin seront à gauche; pour l'hémisphère Sud ces heures seront situées en sens opposé.

Cela posé, faites usage d'un rapporteur à alidade, dont vous fixerez le centre en *g* de manière à ce que son diamètre coïncide avec l'une des méridiennes *gi*, puis à partir de cette ligne vous ferez mouvoir l'alidade et la placerez successivement sur les points du limbe du rapporteur par lesquels doivent passer les lignes horaires des angles contenus dans la Table précédente, vous marquerez ces points à la plus grande distance possible du point *g*; par ces points et le point *g*, vous tracerez, de longueur, ces lignes horaires du soir. Vous opérerez de la même manière du coté de la seconde méridienne *fk* pour déterminer les lignes horaires du matin; comme les lignes horaires doivent être de longueurs différentes, les plus longues sont celles des heures, puis celles des demi-heures, des quarts-d'heure, et enfin de 5 minutes; pour éviter les erreurs, c'est de tracer d'abord toutes celles des heures, puis toutes celles des demi-heures et ainsi de suite.

Si vous n'avez point de rapporteur à alidade, des points *f* et *g*, sommets des angles droits *kfd*, *ige*, pris successivement pour centres et d'un rayon de 1000 ou de 300 millimètres, décrivez deux arcs de 90°, sur lesquels vous porterez, à partir des côtés *gi* et *fk*, les cordes contenues dans la dernière colonne de la Table précédente, correspondantes au rayon employé, 1000 ou 300, en commençant par celles des angles des lignes horaires des heures, puis celles des demi-heures, etc. D'après ce qui précède, les lignes horaires de 5 en 5 minutes, de VI[h] du matin à VI[h] du soir seront tracées.

Le style est l'hypothénuse (quelquefois prolongée) d'un triangle rectangle dont la base est l'un des côtés de l'angle droit adjacent à l'angle aigu, ayant pour mesure le complément de la latitude du lieu, qui est ici de 41° 36′ 25″; ce triangle est fixé verticalement sur le plan du cadran de manière à ce que le sommet de cet angle aigu soit placé sur la ligne horaire de VI heures, et que son épaisseur soit comprise entre les deux méridiennes *fk* et *gi*, la largeur du style étant égale à leur distance.

La longueur du style ou de l'hypothénuse prolongée, doit être telle qu'au solstice d'été (époque où la hauteur méridienne du soleil est la plus grande, à Brest elle est d'environ 65°) son ombre atteigne au point de XII heures.

Pour la déterminer par le calcul, prenez en minutes seulement le complément de l'obliquité de l'écliptique, qui est de 66° 32′, puis de ce complément retranchez celui de la latitude du lieu, vous obtiendrez un reste qui, pour Brest, sera de 24° 56′, enfin mesurez la longueur de la méridienne *fk*; cela posé, au complément arithmétique du logarithme de 66° 32′, ajoutez le logarithme sinus du reste 24° 56′ et le logarithme du nombre d'unités linéaires contenues dans *fk*, la somme de ces trois logarithmes, diminuée de 10, sera le nombre d'unités linéaires qui doit être contenu dans la longueur du style.

On peut aussi déterminer la longueur du style de la manière suivante : sur un plan menez une ligne droite dont la longueur soit égale à celle de la méridienne *fk*, en suite en faisant usage de la Table LXI des cordes pour le rayon 1000, faites au point *f* un angle égal au complément de la latitude du lieu, à l'autre extrémité *k* un angle égal au reste que l'on obtient en retranchant de 66° 32′ le complément de cette latitude, vous obtiendrez un triangle dont la longueur du côté opposé à l'angle *k* sera celle que doit avoir le style.

L'installation de ce cadran exige deux conditions : la première que sa méridienne soit verticale, et la seconde que son plan passe par la ligne Est et Ouest du lieu ; ainsi toutes les dispositions doivent être faites pour remplir ces conditions et avoir la certitude de les conserver indéfiniment. La ligne méridienne du cadran se place verticalement par le moyen du fil à plomb ; maintenant, si parmi les dispositions faites vous vous êtes réservé la faculté de pouvoir faire tourner le plan du cadran au tour de sa méridienne comme axe, il ne s'agira plus que d'arrêter sa position à l'instant où le cadran marquera le midi du lieu, indiqué par une meridienne horizontale construite exprès et provisoirement pour cet objet, dans le voisinage du cadran vertical.

Pour vérifier si le cadran solaire horizontal ou vertical est bien placé, on peut se servir d'une bonne montre ordinaire, pour y prendre les heures qu'elle donne, lorsque le cadran indique X^h, XII^h ou midi, et II^h, alors le cadran sera bien placé, si l'heure de la montre correspondante à midi, partage en deux parties égales, l'intervalle de temps écoulé entre la première et la dernière heure.

De plusieurs valeurs numériques employées en Astronomie, en Géodésie, et en Navigation, etc.

DU CERCLE.

Soit C la circonférence ; D le diamètre ; R le rayon ; S la surface, et a un arc.

La circonférence C

en degrés	360°	l. 2.5563025	en heures	24ʰ	l. 1.3802112
minutes	21600′	4.3344538	minutes	1440ᵐ	3.1583625
secondes	1296000″	6.1126050	secondes	86400ˢ	4.9365137

L'arc a, dont la longueur est égale à celle du rayon R,

contient en degrés	57° 295780	l. 1.7581226	ou l. a°
en minutes	3437′ 746771	3.5362739	a'
en secondes	201264″ 806247	5.3144251	a''

1. Connaissant le diamètre D, ou le rayon R, trouver la circonférence C.

Solution.

$$C = \pi D = 2 \pi R$$

$$\text{l. } C = 0.4971499 + \text{l. } D = 0.7981799 + \text{l. } R.$$

2. Connaissant la circonférence C; trouver le diamètre D ou le rayon R.

Solution. $$D = \frac{C}{\pi} \;;\; R = \frac{C}{2\pi}$$

$$\text{l.}\, D = \text{l.}\, C - 0.4971499 \;;\; \text{l.}\, R = \text{l.}\, C - 0.7981799$$

3. Connaissant le diamètre D, ou le rayon R; trouver la surface S.

Solution. $$S = \tfrac{1}{4}\,\pi .\, D^2 = \pi .\, R^2$$

$$\text{l.}\, S = 9.8950899 + 2\,\text{l.}\, D = 0.4971499 + 2\,\text{l.}\, R.$$

4. Connaissant la surface S; trouver le diamètre D, ou le rayon R.

Solution. $$D^2 = \frac{4}{\pi} S \;;\; R^2 = \frac{1}{\pi} S$$

$$\text{l.}\, D = 0.0524550 + \tfrac{1}{2}\,\text{l.}\, S \;;\; \text{l.}\, R = 9.7514250 + \tfrac{1}{2}\,\text{l.}\, S.$$

5. Connaissant le nombre de dégrés a° d'un arc, ou de minutes a', ou de secondes a'', ainsi qne son diamètre D, ou son rayon R; trouver la longueur a de cet arc.

Solution.
$$\text{l.}\, a = \text{l.}\, a^\circ + \text{l.}\, D - 2.0591526 = \text{l.}\, a^\circ + \text{l.}\, R - 1.7581226$$
$$= \text{l.}\, a' + \text{l.}\, D - 3.8373039 = \text{l.}\, a' + \text{l.}\, R - 3.5362739$$
$$= \text{l.}\, a'' + \text{l.}\, D - 5.6154551 = \text{l.}\, a'' + \text{l.}\, R - 5.3144251$$

6. Connaissant la longueur a d'un arc, et son diamètre D ou son rayon R; trouver le nombre de degrés a°, ou de minutes a' ou de secondes a'' de cet arc.

Solution.
$$\text{l.}\, a^\circ = 2.0591526 + \text{l.}\, a - \text{l.}\, D = 1.7581226 + \text{l.}\, a - \text{l.}\, R$$
$$\text{l.}\, a' = 3.8373039 + \text{l.}\, a - \text{l.}\, D = 3.5362739 + \text{l.}\, a - \text{l.}\, R$$
$$\text{l.}\, a'' = 5.6154551 + \text{l.}\, a - \text{l.}\, D = 5.3144251 + \text{l.}\, a - \text{l.}\, R$$

7. Connaissant la longueur a d'un arc et son nombre de degrés a°, ou de minutes a'; ou de secoudes a''; trouver son diamètre D ou son rayon R.

Solution.
$$\text{l.}\, D = 2.0591526 + \text{l.}\, a - \text{l.}\, a^\circ . \quad \text{l.}\, R = 1.7581226 + \text{l.}\, a - \text{l.}\, a^\circ$$
$$= 3.8373039 + \text{l.}\, a - \text{l.}\, a' . \quad = 3.5362739 + \text{l.}\, a - \text{l.}\, a'$$
$$= 5.6154551 + \text{l.}\, a - \text{l.}\, a'' . \quad = 5.3144251 + \text{l.}\, a - \text{l.}\, a''$$

8. Connaissant le diamètre D, ou le rayon R et le nombre de degrés a° d'un arc, ou de minutes a', ou de secondes a''; tronver l'aire A du secteur correspondant.

Solution.
$$\text{l.}\, A = \text{l.}\, a^\circ + 2\,\text{l.}\, D - 2.6612126 = \text{l.}\, a^\circ + 2\,\text{l.}\, R - 2.0591526$$
$$= \text{l.}\, a' + 2\,\text{l.}\, D - 4.4393639 = \text{l.}\, a' + 2\,\text{l.}\, R - 3.8373039$$
$$= \text{l.}\, a'' + 2\,\text{l.}\, D - 6.2175151 = \text{l.}\, a'' + 2\,\text{l.}\, R - 5.6154551$$

Si vous avez la longueur a de l'arc, vous aurez

$$\text{l.}\, A = \text{l.}\, a + \text{l.}\, D - 0.6020600 = \text{l.}\, a + \text{l.}\, R - 0.3010300$$

9. Connaissant le diamètre D, ou le rayon R et le nombre de degrés a° d'un arc, ou a' on a''; trouver l'aire A' du segmeut correspondant.

Solution. Calculez l'aire A du secteur, ensuite vous aurez

$$A' = A - \frac{D^2}{8}\,\text{sin.}\, a = A - \frac{R^2}{2}\,\text{sin.}\, a$$

DE LA SPHÈRE.

Soit D le diamètre; R le rayon; S la surface; et V le volume.

10. Connaissant le diamètre D, ou le rayon R; trouver la surface S et le volume V.

Solution. $$S = \pi\, D^2 = 4\,\pi\, R^2 . \quad V = \frac{\pi}{6}\, D^3 = \frac{4\,\pi}{3}\, R^3$$

$$\text{l.}\, S = 0.4971499 + 2\,\text{l.}\, D = 1.0992099 + 2\,\text{l.}\, R$$
$$\text{l.}\, V = 9.7189986 + 3\,\text{l.}\, D = 0.6220886 + 3\,\text{l.}\, R$$

11. Connaissant la surface S ou le volume V; trouver le diamètre D, ou le rayon R.

Solution.
$$D^2 = \frac{S}{\pi} \;;\; D^3 = \frac{6}{\pi}\, V$$
$$R^2 = \frac{S}{4\,\pi} \;;\; R^3 = \frac{3}{4\,\pi}\, V$$
$$\text{l.}\, D = 9.7514250 + \tfrac{1}{2}\,\text{l.}\, S = 0.0936671 + \tfrac{1}{3}\,\text{l.}\, V$$
$$\text{l.}\, R = 9.4503950 + \tfrac{1}{2}\,\text{l.}\, S = 9.7926371 + \tfrac{1}{3}\,\text{l.}\, V$$

12. Connaissant le diamètre D, ou le rayon R d'une sphère et la hauteur H d'une zône sphérique à une base ; trouver l'aire A de cette zône.

Solution. $$A = \pi\, D H = 2\pi R H$$

Si au lieu de la hauteur H, on connaissait le nombre de degrés de l'arc a générateur de la zône

$$A = \pi\, D^2 \sin.^2 \tfrac{1}{2} a = 4\pi R^2 \sin.^2 \tfrac{1}{2} a$$

$$\text{l. } A = 0.4971499 + \text{l. } D + \text{l. } H = 0.7981799 + \text{l. } R + \text{l. } H$$

ou $$\text{l. } A = 0.4971499 + 2\,\text{l. } D + 2\,\text{l. sin. } \tfrac{1}{2} a = 1.0992099 + 2\,\text{l. } R + 2\,\text{l. sin. } \tfrac{1}{2} a$$

13. Connaissant le diamètre D, ou le rayon R et la hauteur H d'une zône sphérique à deux bases ; trouver l'aire A de cette zône.

Solution. La même que celle de la zône à une base (question 12).

Mais si au lieu de la hauteur H, on connaissait les nombres de degrés des arcs a et b des distances au pôle.

Solution. $$A = \pi\, D^2 \sin. \tfrac{1}{2}(a+b) \sin. \tfrac{1}{2}(a-b) = 4\pi R^2 \sin. \tfrac{1}{2}(a+b) \sin. \tfrac{1}{2}(a-b)$$

$$\text{l. } A = 0.4971499 + 2\,\text{l. } D + \text{l. sin. } \tfrac{1}{2}(a+b) + \text{l. sin. } \tfrac{1}{2}(a-b)$$

$$= 1.0992099 + 2\,\text{l. } R + \text{l. sin. } \tfrac{1}{2}(a+b) + \text{l. sin. } \tfrac{1}{2}(a-b)$$

14. Connaissant le diamètre D, ou le rayon R de la sphère et la hauteur H de la zône servant de base à un secteur sphérique ; trouver le volume V' de ce secteur.

Solution. $$V' = \frac{\pi}{6} D^2 H = \frac{2\pi}{3} R^2 H$$

$$\text{l. } V' = 9.7189986 + 2\,\text{l. } D + \text{l. } H = 0.3210586 + 2\,\text{l. } R + \text{l. } H$$

Si au lieu de la hauteur H, on connaissait le nombre de degrés de l'arc a générateur de la zône

$$V' = \frac{\pi}{6} D^3 \sin.^2 \tfrac{1}{2} a = \frac{4\pi}{3} R^3 \sin.^2 \tfrac{1}{2} a$$

$$\text{l. } V' = 9.7189986 + 3\,\text{l. } D + 2\,\text{l. sin. } \tfrac{1}{2} a = 0.6220886 + 3\,\text{l. } R + 2\,\text{l. sin. } \tfrac{1}{2} a$$

15. Connaissant dans un segment sphérique à une base, le rayon r de cette base et la hauteur H du segment ; trouver le volume V' du segment.

Solution. $$V = \frac{\pi}{2} r^2 H + \frac{\pi}{6} H^3.$$

Si le segment avait deux bases dont les rayons soient r et r', la hauteur du segment étant H ; trouver le volume V' du segment.

Solution. $$V' = \left(\frac{\pi}{2} r^2 + \frac{\pi}{2} r'^2\right) H + \frac{\pi}{6} H^3.$$

Dimensions de la terre supposée une ellipsoïde de révolution, c'est-à-dire engendrée par la révolution d'une ellipse autour de son petit axe, qui est celui des pôles.

Quart du méridien elliptique, supposé exactement de 10000000 de mètres.

Demi-grand axe ou rayon de l'équateur	6376524 mètres	l. 6.8045840
Demi-petit axe ou rayon du pôle	6355864 mètres	l. 6.8031746

Rapport de la différence des axes au grand axe, ou applatissement $\frac{1}{309} = 0.00324$

Rayon de la terre à la latitude L

$$\log. = 6.8038861 + 0.000714997 \cos. 2L - 0.0001710 \cos. 4L$$

Rayon de courbure de l'arc perpendiculaire au méridien

$$\log. = 6.8052881 - 0.0007047 \cos. 2L + 0.00000057 \cos. 4L$$

Rayon de la terre supposée sphérique	6366198 mètres	l. 6.8038801
Rayon moyen de la terre	6366184 mètres	l. 6.8038793
Degré moyen en France	111134 mètres	l. 5.0458469
Année solaire moyenne, exprimée en jours solaires moyens, suivant M. *Bessel*, ou année *équinoxiale* 365j 5h 48m 48s		l. 2.5625810
Un jour solaire moyen, vaut en jour sidéral	1.00273791	l. 0.0011874
Un jour sidéral, vaut en jour moyen	0.99726967	l. 9.9988126
Mouvement diurne de l'Æ moyenne du ☉	3m 56s,555345	l. 2.3739328
Accélération diurne des étoiles	3m 55s,909446	l. 2.3727454

Dilatations linéaires pour un degré du thermomètre centigrade, et comptées à partir de la température zéro.

Acier non trempé	0,00001079I	Fer écroui	0,000012350
Argent de coopelle	0,000019097	Flint-glass anglais	0,000008117
Cuivre	0,000017173	Verre de S.t Gobain	0,000008909
Cuivre jaune ou laiton	0,000018782	Or au titre de Paris	0,000015515
Etain de Falmouth	0,000021730	Platine	0,000008565
Fer doux forgé	0,000012203	Plomb	0,000028484

Dilatations, en volume, pour un degré du même thermomètre et à partir de la température zéro.

Le Mercure de	0,00018018	L'Alcool de	0.001100
L'Eau de	0,000433	L'Air et tous les gaz de	0.00375

Des mesures Françaises.

Le MÈTRE est l'unité fondamentale des poids et mesures, sa longueur est la dix-millionnième partie du quart du méridien terrestre.

Mesures de longueur.

Myriamètre en mètres	10000
Kilomètre	1000
Hectomètre	100
Décamètre	10
MÈTRE	1
Décimètre	0.1
Centimètre	0.01
Millimètre	0.001

Mesures agraire.

Hectare en mètres carrés	10000
Décare	1000
ARE	100
Déciare	10
Centiare	1

Mesures de capacité.

Kilolitre en décimètres cubes	1000
Hectolitre	100
Décalitre	10
LITRE	1
Décilitre	0.1
Centilitre	0001

Mesures de solidité.

Décastère en mètres cubes	10
STÈRE	1
Décistère	0.1

Poids.

Kilogramme en grammes	1000
Hectogramme	100
Décagrammes	10
GRAMME	1
Décigramme	0.1

Nota. Le kilogramme est un poids d'un décimètre cube d'eau à la température de + 4°.

Dimensions internes des mesures de capacité.

Ces mesures ont toutes la forme cylindrique; *pour les liquides*, la hauteur est double du diametre de la base. *Pour les grains*, la hauteur est égale au diametre de la base.

Diamètres pour les	*Liquides.*	*Grains.*
Hectolitre en millimetres	399.3	503.1
Demi-hectolitre	316.9	399.3
Double-décalitre	233.5	294.2
Décalitre	185.3	233.5
Demi-décalitre	147.1	185.3
Double litre	108.4	136.6
Litre	86.0	108.4
Demi-litre	68.3	86.0
Double décilitre	50.3	63.4
Décilitre	39.9	50.3
Demi-décilitre	31.7	»
Double centilitre	23.3	»
Centilitre	18.5	»

Monnaies décimales.

L'unité monétaire est le *franc*, qui se divise en 10 *décimes* et en 100 *centimes*.

Les pièces de monnaies sont en or, argent, billon et cuivre. Le métal por, or et argent, étant exprimé par 1000 milliemes, leur titre est de 900 milliemes, c'est-à-dire contiennent neuf dixièmes de metal pur et un dixième d'alliage.

Le billon, composé d'argent et de cuivre, son titre est de 200 millimètres, ou contient en argent pur le cinquième de 100 poids.

Poids des pieces en grammes, et les diamètres en millimetres.

		Poids.	*Diamèt.*
En or de	40 fr.	»	26
	20	»	21
En argent de	5 fr.	25	37
	2	10	27
	1	5	23
	0.50 c.	2.5	18
	0.25	1.25	15
En billon de	0.10	2	19
En cuivre de	0.10	20	31
	0.05	10	27
	0.01	2	»

La proportion entre l'or et l'argent, qui est de 15,5 à 1, n'a pas permis de donner aux pièces d'or de 40 fr. et de 20 francs un poids en nombres ronds; mais 155 pièces de 20 francs pèsent 1000 grammes.

La proportion de l'or au billon est de	62	à 1
au cuivre	620	à 1
de l'argent au billon est de	4	à 1
au cuivre	40	à 1

Comparaison des mesures nouvelles aux mesures anciennes.

Toise en mètres	1.949037 log.	0.2898199
Pied en décimètres	3.248394	0.5116687
Pouce en centimètres	2.706995	0.4324874
Ligne en millimètres	2.255829	0.3533062
Metre en toises	0.513074	9.7101800
en pieds	3.078444	0.4883313
en pouces	36.941333	1.5675125
en lignes	443.296000	2.6466938
Aune en mètres	1.188446	0.0749795
en pieds	3.658565	0.5633108
en pouces	43.902778	1.6424920
Mètre en aunes	0.841435	9.9250205
Aune nouvelle	12 décimètres.	
Brasse en mètres	1.624197	0.2106382
Brasse en pieds	5.000000	0.6989700
Lieue marine en mètres	5555.5556	3.7447275
Lieue marine en toises	2850.411	3.4549060
Mille marin en mètres	1851.8518	3.2676020
Mille marin en toises	950.137	2.9777862
Nœud en mètres	14.61775	1.1748812
Nœud en pieds	45.00000	1.6532125
Encablure en mètres	194.903631	2.2898194
Encablure en brasses	120.000000	2.0791812
Degré en mètres	111111.1111	5.0457575
Degré en toises	57008.2222	4.7559375
Lieue de 25 en mètres	4444.42	3.6478158
Lieue de 25 en toises	2280.32	3.3579958
Toise carrée en mètres car.	3.798744	0.5796399
Pied carré en décimèt. car.	10.552063	1.0233374
Pouce carré en centim. car.	7.327821	0.8649749
Metre carré en toises car.	0.263245	9.4203602
en pieds car.	9.476820	0.9766626
en pouces car.	1364.662108	3.1350252
Hectare en toises carrées	2632.45	3.4203602
en pieds carrés	94768.20	4.9766626
Are en toises carrées	26.3245	1.4203602
en pieds carrés	947.682	2.9766626
Toise cube en mètres cubes	7.403890	0.8694600
Pied cube en décimèt. cubes	34.277270	1.5350062
Pouce cube en centim. cubes	19.836383	1.2974625
Metre cube en toises cubes	0.135064	9.1305396
en pieds cubes	29.173852	1.4649938
en pouces cubes	50412.416	4.7025374
Pinte en pouces cubes	46.95	1.6716356
en litre	0.931318	9.9690982
Litre en pintes	1.073747	0.0309020
en pouces cubes	50.412416	1.7025374
Livre en kilogramme	0.489506	9.6897579
Once en grammes	30.594115	1.4855379
Gros en grammes	3.824264	0.5825479
Grain en grammes	0.053115	8.7252172
Kilogramme en livres	2.042877	0.3102422
Hectogramme en onces	3.268602	0.5143621
Décagramme en gros	2.614882	0.4174581
Gramme en grains	18.827150	1.2747846

MESURES ANGLAISES.

Mesures de longueur.

Furlong en mètres	201.16437 log.	2.3035510
Pole ou Perch en mètres	5.02911	0.7014912
Fathom en décimètres	18.28767	1.2621585
Yard en décimètres	9.143835	0.9611283
Pied en centimètres	30.479149	1.4840071
Pouce en millimètres	25.39954	1.4048259
Metre en yard	1.093633	0.0388716
en pieds	3.280899	0.5159929
en pouces	39.37079	1.5951741

Poids.

Livre troy en kilogram.	0.373096 log.	9.5718206
Once en grammes	31.091	1.4926347
Penny-weight en grammes	1.555	0.1917304
Grain en grammes	0.065	8.8129134
Kilogramme en livre troy	2.6803	0.4281834
Gramme en once troy	0.0322	8.5078559
en penny-weight	0.643	9.8082110
en grains troy	15.438	1.1885910

Mesures de superficie.

Yard carré en mètres carrés	0.836097 log.	9.9222566
Rod en mètres carrés	25.291939	1.4029822
Rood en ares	10.116775	1.0050421
Acres en hectares	0.404671	9.6071021
Hectares en acres	2.471143	0.3928978
Are en rood	0.098845	8.9949547
Mètre carré en yard carré	1.196033	0.0777432

Mesures de capacité.

Quarter en hectolitres	2.905813 log.	0.4635664
Sack en hectolitres	1.09043	0.0375978
Gallon impérial en litres	4.543456	0.6573866
Pint en litre	0.567932	9.7542963
Hectolitre en gallons	22.009668	1.3426136
Litre en pint	1.760773	0.2457034

Poids.

Livre av. du poi. en hect. gr.	4.534 log.	0.6564815
Once en grammes	28.338	1.4523692
Dram en grammes	1.771	0.2482186
Kilogramme en liv. av. du poi.	2.2055	0.3435071

Monnaies d'or.			*Monnaies d'argent.*		
Guinée de 21 shillings en francs	26f	47c	Crown ou couronne (ancienne) de 5 shillings	6f	16c
Demi-guinée	13	23	Shilling encien	1	24
Quart de guinée	6	62	Crown ou couronne, depuis 1818	5	81
Tiers de guinée	8	82	Shilling, depuis 1818	1	16
Souverain de 20 shillings, depuis 1818	25	2c	Ecu de banque ou dollars (Georges III)	5	32

Nota. Le Souverain représente la livre sterling, *monnaie de compte*. Le Shilling un sou sterling, est compté pour 12 deniers.

EVALUATION, *en mesures françaises, des principales mesures linéaires étrangères, à l'usage du Commerce.*

Nota. Toutes ces mesures sont évaluées en millimètres et dixièmes.

Amsterdam,	*aune* (M) en millimètres	690.3
Anvers	*aune de soie*	694.3
	aune de laine	684.4
Berlin	*aune, ancienne mesure*	667.7
	aune, nouvelle mesure	666.9
Berne	*aune*	542.5
Bologne	*brasse*	645.2
Brême	*aune*	578.4
Brunswick	*aune*	570.7
Cagliari	*raso*	549.3
Carrare	*canne pour les bois*	624.6
	brasse marchande	619.7
	palme pour les marbres	249.3
Cassel	*aune*	569.4
Cologne	*aune*	575.2
Constantinople	*grande mesure*	669.1
	petite mesure	647.9
Copenhague	*aune danoise*	627.7
Cracovie	*aune*	617.0
Crémone	*brasse*	594.9
Dresde	*aune*	566.5
Ferrare	*brasse pour la soie*	634.4
	brasse pour le coton	673.6
Florence	*brasse*	584.2
Francfort-sur-Mein	*aune*	547.3
Gênes	*palme*	248.3
Genève	*aune*	1143.7
Hambourg	*aune de Hambourg*	573.0
	aune de Brabant	691.4
Hanovre	*aune*	584.0
Harlem	*aune ordinaire*	683.5
	aune de linge	742.6
Leyde	*aune*	683.1
Leipsik	*aune*	565.3
Lisbonne	*vare*	1092.9
Lubeck	*aune*	577.0
Lucques	*brasse*	595.1
Madrid	*vare* (aune de Castille)	848.0
Mantoue	*brasse*	643.8
Milan	*brasse*	594.9
Modène	*brasse*	648.1
Munich	*aune*	833.0
Naples	*canne* = 8 *palmes*	2096.1
Neufchâtel	*aune*	1111.1
Nuremberg	*aune*	656.4
Ostende	*aune*	699.3
Padoue	*brasse pour le drap*	681.0
	brasse pour la soie	637.5
Palerme	*canne* = 8 *palmes*	1942.3
Parme	*brasse de laine, linge*	643.8
	brasse de soie	594.4
Pavie	*brasse*	594.9
Pétersbourg	*archine*	711.5
Raguse	*aune*	513.2
Riga	*aune*	548.2
Rome	*canne* = 8 *palmes*	1992.0
	brasse = 4 *palmes*	848.2
	brasse = 3 *palmes*	636.1
Rostock	*aune*	575.2
Stockholm	*aune de Suède*	593.7
Stuttgard	*aune de Wurtemberg*	614.3
Turin	*raso* = 14 *onces*	599.4
Varsovie	*aune*	584.6
Véronne	*grande brasse*	649.0
	petite brasse	642.4
Weimar	*aune*	564.0
Venise	*brasse de laine*	683.4
	brasse de soie	638.7
Vicence	*brasse de drap*	690.3
	brasse de soie	637.6
Vienne	*aune de Vienne*	779.2
	aune de la haute Autriche	799.7
Zurich	*aune*	600.1

Valeurs en francs, de plusieurs monnaies étrangères.

ROYAUME DE PORTUGAL.

Or.	Dobra de 20000 reis jusqu'en 1832	169f	61c
	1/2 Dobra, 1/5, 1/10, 1/20, à proportion.		
	Portugaise (Moeda douro) à 4000 reis	33	96
	1/2 (Meia moeda); 1/4 ou quarthino, à proportion.		

Nota. Les pieces ci-dessus ont été augmentées de 1/5 et [illegible] pour 24000 reis; 12000; 48000; 2400; 1200 reis.

Or.	Dobra de 12800 reis	90f	43c
	1/2 (meie dobra) de 6400 reis	45	27
	1/4 ou 16 testons, 1/8 ou 8 testons, à proportion.		
	Crusade d'or de 480 reis	3	35
Arg.	Crusade neuve de 480 reis	2	94
	de 1000 reis	6	12
	Mille reis (monnaie de compte)	7	07
	Crusade vieille (monnaie de compte)	2	83

ROYAUME DES DEUX-SICILES. *Sicile.*

Or.	Once de Sicile depuis 1748	13f	73c
	Once à l'aigle couronné	13	04
	Once au phénix	13	04
Arg.	Ecu de 12 tarins ou 120 grains (1818)	5	10
	6 tarins ou 60 grains, 40 grains, à proportion.		

Naples et Sicile.

Or.	6 Ducats, ou Dappia de Don Carlos	26	49
	de Ferdinand IV	25	61
	Pièce de 20 francs, de Murat	20	00
	Décuple de 30 ducats de 1818	129	91
	Quintuple de 15 ducats de 1818	64	95
	Once nouvelle, ou 3 ducats	12	99
Arg.	Ducat de Charles VI	4	38
	Ducat royal (monnaie de compte)	4	24
	Ecu de 5 livres (Murat)	5	00
	12 Carlins de 120 grains depuis 1804	5	10
	6 Carlins et 3, à proportion.		

ETATS ROMAINS.

Or.	Pistole de Pie VI, de Pie VII	17	28
	Demi-pistole, à proportion ou	8	64
	Sequin de Clément XIV, 1769	11	80
	Demi-sequin	5	90
Arg.	Teston de Rome, de 100 baïoques	5	41
	Teston de 30, de 20, de 10 baïoques, à proportion.		
	Ecu ou couronne (monnaie de compte)	5	36

EMPIRE DE TURQUIE.

Or.	Sequin sermahboub d'Abd-el-Hamyd, 1747	8	72
	Demi-sequin, 1747	4	36
	Roubyeh, ou quart de sequin	2	43
	Sequin de Selim III	7	30
	Demi-sequin, quart de seq. à proportion.		
Arg.	Altmichlec de 60 paras, depuis 1771	3	53
	Yaremlec de 20 paras, 1757	0	99
	Roub de 10 paras ou 30 aspres	0	49
	Para ou 3 aspres, 1773	0	04
	Piastre de 40 paras ou 120 aspres, 1780	2	00
	Pièce de 5 piastres, 1811	4	14

Sierra-Léone.

Arg.	Dollars (Angleterre) ou 10 macoute	4	81
	5, 2 et 1 macoute, à proportion.		

ROYAUME D'ESPAGNE.

Or.	4 Pistoles ou quadruple, avant 1772	85	42
	de 1772 à 1786	83	93
	depuis 1786	81	51
	2 Pistoles, 1, ½ à proportion.		
	Petit écu d'or ou veilen, avant 1772	5	46
Arg.	Piastre, avant 1772	5	46
	depuis 1772	5	49
	½, ¼, ⅛, 1/16 à proportion.		
	Réale de plate (monnaie de compte)	0	54
	Réale de veillon (monnaie de compte)	0	27

ROYAUME DE SARDAIGNE. *Gênes.*

Or.	Génovines de 100 livres	88f	39c
	½, ¼, ⅛ à proportion.		
	Génovines de 96 livres	79	00
	de 48, 24, 12, à proportion.		
	Génovine de la république Ligurienne	79	00
	Sequin	12	01
	½ et ¼, à proportion.		
Arg.	Croizat, ou vieux écu	8	15
	Ecu de banque	4	21
	Double madonine	2	67
	Ecu de S. Jean-Baptiste de la république Ligurienne	6	67

Piémont, Savoie et Sardaigne.

Or.	Sequin à l'annonciade	11	84
	½ et demi-sequin, à proportion.		
	Double pistole avant 1755	41	07
	Pistole neuve (d'Oppia), de 1755	30	02
	Carlin depuis 1755	150	10
	Pistole de 1785	28	45
	Carlin neuf de 5 pistoles, de 1785	142	25
	Carlin de Sardaigne de 1768	49	11
Arg.	Ecu (scudo nuovo) avant 1816	7	08
	½ écu, ¼ ou 30 sols, ⅛ ou 15 sols, à proportion.		
	Ecu de Sardaigne, de 1768	4	70
	Demi et quart d'écu, à proportion.		
	Lira (monnaie de compte, ancienne)	1	17

Monnaies décimales.

Or.	Pièce de 20f, dite Marengo (an 9)	20	00
	Quadruple de 80 livres, depuis 1816	80	00
	Pistole de 40 liv. et de 20 liv. à proportion.		
Arg.	Ecu de 5 livres (an 9)	5	00
	Ecu de Sardaigne, 1816	5	00
	2 liv., 1 liv., demi et quart, à proportion.		
	Livre nouvelle (monnaie de compte)	1	00

AFRIQUE. *Alger.*

Or.	Sequin soultany	8	71
	Demi-sequin, quart de sequin, à proportion.		
Arg.	Zoudi boudjou	3	72
	Rial boudjou, ou demi, quart, à proportion.		

Egypte.

Or.	Sequin	6	71
	Demi-sequin, tiers de sequin, à proportion.		
Arg.	Grouch, ou piastre de 40 paras	0	30
	10 paras, ou 5 paras, à proportion.		

AMÉRIQUE. *Etats-Unis.*

Or.	Double aigle de 10 dollars, depuis 1810	55	21
	Aigle de 5 dollars	27	60
	Demi-aigle	13	80
Arg.	Dollar	5	42
	Demi et quart, à proportion.		

Mexique.

Or.	Pistole (*voyez* Espagne).		

Empire du Brésil (*voyez* Portugal).

Pérou.

Or.	4 Pistoles, ou quadruple	83f	93
	2 Pistoles, 1 pistole, demi-pist. à proportion.		
Arg.	Piastre (*voyez* Espagne)		

EMPIRE DE RUSSIE.

Or.	Ducat à l'aigle et à la croix, de 1755 à 1763	11	78
	Ducat *idem* de 1763	11	59
	Impériale de 10 roubles, de 1755 à 1763	52	38
	Impériale depuis 1763	41	29
	Pièce de 5 roubles	20	64
Platine.	Pièce de 12 roubles	48	00
	Pièce de 6, de 3, à proportion.		
Arg.	Rouble de 100 kopecks de 1750 à 1763	4	61
	Rouble de 1763 à 1798	4	00
	Rouble (monnaie de compte)	4	00

HAMBOURG.

Or.	Ducat (*ad legem imperii*)	11	85
	Ducat nouveau, de la ville	11	76
Arg.	Risdale ancienne, de constitution	5	78
	Marc, ou 16 schillings, convention de Lubeck	1	53
	Marc-banco (*monnaie de compte*)	1	88

ASIE. *Japon.*

Or.	Kobang vieux, de 100 mas	51f	24
	Kobang nouveau de 100 mas	39	69
	Demi-kobang	19	84
Arg.	Tigo-gin; de 40 mas	14	40
	20, 10, 5 mas, à proportion.		

Mogol.

Or.	Roupies, aux signe du zodiaque	37	51
	Roupie de Schah-Alim	41	65
	Demi et quart de roupie, à proportion.		
	Pagode des *Indes*, au croissant	9	46
	à l'étoile	9	35
	Ducat de la compagnie Hollandaise	11	62
Arg.	Roupie du *Mogol*	2	42
	de *Madras*	2	40
	d'*Arcate*	2	36
	de *Pondichérie*	2	42
	Double-fanon des *Indes*	0	63
	Fanon *idem*	0	31
	Pièce de la compagnie Hollandaise	2	40

Perse.

Or.	Roupie d'or	36	75
	Demi-roupie	18	37
	Tuman (*monnaie de compte*)	29	64
	Double-roupie de 5 abassis	4	90
Arg.	Roupie	2	45
	Abassi	0	98
	Demi-abassi	0	49
	Larin	1	03

EXPLICATION

ET USAGE DES TABLES.

TABLE I. *Conversion des degrés en heures et réciproquement.*

Cette Table est composée de trois parties : la première contient le nombre d'heures et de minutes, pour un nombre de degrés compris exclusivement entre 0 et 181 ; la seconde partie donne les minutes et secondes d'heure, pour un nombre de minutes de degré ; et la troisième partie cuntient le nombre de secondes et centièmes d'heures correspondant à un nombre de secondes de degré ; cette troisième partie donnera aussi les décimales de secoode d'heure correspondantes aux décimales de seconde de degré, pour les obtenir il suffit de rendre les valeurs contenues dans cette troisième partie, dix fois ou cent fois plus petites.

1. Pour effectuer la conversion des degrés en beures, prenez successivement les valeurs des diverses parties de la quantité donnée, la somme de ces valeurs vous donnera les heures demandées. Si le oombre de degrés surpassait 180, il faudrait le décomposer en parties contenues dans la Table.

Exemple 1. Convertir 154° 17' 18'',25, en heures, minotes, secondes et décimales.

Pour	154°			10^h	16^m	0^s
	0	17'			1	8
	0	0	18''			1.20
	0	0	0.25			0.0167
Pour	154	17	18.25	10	17	9.2167

Exemple 2. Convertir 245° 0' 57'',49, en heures, minutes, secondes et décimales.

Pour	180°			12^h		
	65			4	20^m	
	0	0'	57''	0	0	3^s80
	0	0	0.49	0	0	0.0327
Poor	245	0	57.49	16	20	3.8327

2. Pour opérer la cooversion des beures en degrés, prenez successivement dans l'intérieur de la Table les valeurs des diverses parties de la quantité donnée, la somme de ces valeurs vous donnera les degrés demandés, en observant que si vous avez des décimales de secondes, pour obtenir leur valeur, il faut reodre les nombres cootenus dans la troisième partie, dix fois, cent fois, etc. plus petits.

Exemple 1. Convertir 10^h 34^m 42^s,52 en degrés, minutes, secondes et décimales.

Pour	10^h	32^m		158°		
		2	40^s	0	40'	
			2.47	0	0	37''
			0.04	0	0	0.60
			0.01	0	0	0.15
Pour	10	34	42.52	158	40	37.75

Exemple 2. Convertir 20^h 18^m 26^s,44 en degrés, minutes, secondes et décimales.

Poor	12^h			180°		
	8	16^m		124		
	0	2	24^s	0	36'	
	0	0	2.40	0	0	36''
	0	0	0.04	0	0	0.6
Poor	20	18	26.44	304	36	36.6

TABLE II. *Dépression et distance de l'horizon visuel.*

La hauteur observée d'un astre étant toujours sa distance angulaire à l'horizon de la mer ou apparent, c'est à l'angle qui mesure de combien l'horizon apparent paraît abaissé au-dessous du plan perpendiculaire à la verticale du lieu, nommé horizon mathématique ou vrai, que l'on a donoé le oom de *dépression de l'horizon.*

Soit AB (*fig.* 47) une partie de la section de la surface de la terre, supposée sphérique, par le vertical de l'astre S; $AD = e$ l'élévation de l'œil de l'observateur (ou plus exactement, lors de l'observation, la hauteur du plus élevé des deux miroirs de l'instrument) au-dessus du plan tangent à la surface de la mer, la ligne DH menée parallèlement à la tangente à la surface au point A, représentera l'horizon vrai ; DE tangente au point E déterminera la position de l'horizon visuel et par conséquent l'angle $HDE = d$ sera la

dépression que l'on aurait sans l'effet de la réfraction atmosphérique. D'où il suit que si du point D on observe la hauteur de l'astre S en faisant coïncider son image réfléchie avec le terme E de l'horison visuel, l'angle SDE, sera la hauteur observée, plus grande que celle qui a lieu au dessus de DH, et qui est mesurée par l'angle SDH, de la quantité $HDE = d$. Ainsi la dépression doit être retranchée de la hauteur observée, pour obtenir la hauteur de l'astre au dessus de l'horison vrai.

Soit R le rayon TE ou TA de la terre, supposée sphérique, l'on aura $d = ETH$ comme ayant même complément EDT; cela posé, dans le triangle DET rectangle en E, on a

$$1 : \cos. d :: R + e : R \quad \text{d'où} \quad 1 - \cos. d : \cos. d :: e : R$$

qui revient à

$$2 \sin.^2 \tfrac{1}{2} d \tan g. d : \sin. d :: e : R \text{ ou } 2 \sin.^2 \tfrac{1}{2} d \tan g. d : 2 \sin. \tfrac{1}{2} d \cos. \tfrac{1}{2} d :: e : R$$

réduisant on aura

$$\tan g. \tfrac{1}{2} d \tan g. d : 1 :: e : R$$

d est un petit angle puisque e est très-petit en comparaison de R, ainsi on pourra écrire $\tfrac{1}{2}$ tang. d au lieu de tang. $\tfrac{1}{2} d$; nous aurons donc finalement

$$\tan g. d = \sqrt{\frac{2e}{R}} \qquad (1)$$

Mais on doit s'attendre que ce n'est point cette dépression qui doit servir à corriger la hauteur observée, parce que dans l'état ordinaire de l'atmosphère, l'expérience a fait connaître que la densité de la couche qui repose immédiatement à la surface de la mer, est généralement plus grande que celle qui se trouve à la hauteur de l'œil de l'observateur et qu'à de petites élévations la densité de l'air varie suivant une progression arithmétique proportionnellement aux différences de hauteurs. De ces différences de densité il résulte qu'un rayon de lumière qui traverse obliquement l'atmosphère pour se rendre à l'œil, décrit une courbe ou trajectoire, située dans un plan vertical; puisque ce plan partage symétriquement en deux parties égales toutes les couches atmosphériques. Alors l'œil situé en D reçoit l'impression du dernier point visible de la mer, par une courbe partant de ce point; c'est cet effet que l'on nomme *réfraction terrestre*, qui n'est qu'une portion de la réfraction atmosphérique qui se produit depuis ce point jusqu'à l'observateur.

La dépression vraie d, déterminée par l'équation (1), diminuera donc par l'effet de la réfraction et deviendra $HDE' = d'$ et le point visible ou la courbe touchera la surface de la mer, s'éloignera du point D et se trouvera en u.

Il faut donc déduire d' de d, pour avoir les hauteurs des astres au-dessus de l'horizon vrai, pour y parvenir nous observerons que la courbe ou trajectoire $DO'u$, dont il est impossible de connaître la nature, est heureusement toujours assez petite pour qu'elle puisse être assimilée à un arc de cercle, ou, ce qui est de même, que cette courbe peut être remplacée par son cercle osculateur; ainsi l'angle de réfraction $E'Du$ formé par une corde et une tangente, a pour mesure la moitié de l'arc Du soutendu par cette corde. Pour un point O intermédiaire, la réfraction serait représentée par l'angle $E'DO'$, qui aurait aussi pour mesure la moitié de DO', il suit de là que la réfraction terrestre en D est proportionnelle aux arcs Du, DO'.

Maintenant nous remarquerons que les arcs de distance AO, Au, faisant partie d'un grand cercle de la terre, seront à peu près dans le même rapport que les arcs correspondans DO' et Du de la trajectoire, ainsi on en peut conclure que la réfraction terrestre est proportionnelle à l'angle formé par les verticales DT et uT des extrémités de la courbe de réfraction, d'où il suit que $E'DE$ étant la réfraction correspondante à l'amplitude de l'arc terrestre $AE = d$, nous aurons en général $E'DE = nO$; n étant un coefficient que l'expérience fait connaître, et qui est constant pour un même état de l'atmosphère.

Nous aurons donc $\quad d = d' + nd \quad$ d'où $\quad d = \dfrac{d'}{1-n}$

substituant cette valeur dans l'équation (1) elle deviendra

$$\tan g. d = \tan g. \frac{d'}{1-n} = \sqrt{\frac{2e}{R}} \text{ de laquelle on tire } \tan g. d' = (1-n)\sqrt{\frac{2e}{R}} = (1-n)\sqrt{2}\sqrt{\frac{e}{R}}$$

ou en convertissant tang. d' en secondes et en se rappelant que $\sqrt{2} = \frac{1}{\sin. 45°}$

d' ou la dépression apparente $= \frac{(1-n)}{\sin. 45°} \cot. 1'' \sqrt{\frac{e}{R}}$ (2). Cette formule est due à Delambre.

Pour la mettre en Table, nous observerons que des observations de Delambre ont fait connaître qu'en France la valeur moyenne de $n = 0{,}07876$ ainsi $1 - n = 0{,}92124$.

(Il a trouvé que $n = 0{,}02 \ldots n = 0{,}15$, en ne prenant que les valeurs positives); que le rayon de la terre supposée sphérique ou $R = 3266330$ toises, dont le logarithme est de 6,5140601.

$$\text{Nous aurons donc} \left\{ \begin{array}{ll} \text{log. } 92124 & 4.9643728 \\ \text{log. cot. } 1'' & 5.3144251 \\ \text{c. log. sin. } 45° & 0.1505150 \\ \text{c. log. } \sqrt{R} & 6.7429700 \\ \text{c. log. } 100000 & 5.0000000 \end{array} \right\} = 2.1722829 = \text{log.} \frac{(1-n) \cot. 1''}{\sin. 45° \sqrt{R}}$$

Comme l'élévation e sera donnée en pieds, il nous reste à retrancher du logarithme précédent 2.1722829, celui de la racine quarrée de 6, qui est 0.3890756 pour avoir le logarithme constant ou moyen duquel toutes les dépressions seront calculées.

$$\text{Ainsi log. } d' = 1.7832073 + \text{log. } \sqrt{e} \text{ ou } d' = 60'',7026 \sqrt{e}$$

C'est avec cette formule que les dépressions de la Table II ont été calculées, de plus, on peut en conclure que *les dépressions sont entr'elles sensiblement comme les racines quarrées des élévations.*

Si l'on détermine le logarithme constant pour les limites de la valeur de n on trouvera que

Pour $n = 0{,}02$ on aura log. $d' = 1.8100606 + \text{log. } \sqrt{e}$ ce qui donne $d' = 64'',5744 \sqrt{e}$

" $n = 0{,}15$ log. $d' = 1.7482534 + \text{log. } \sqrt{e}$ $d' = 56'',0084 \sqrt{e}$

Nous pouvons en conclure qu'en France, la dépression apparente, pour une élévation de 25 pieds, peut différer ou surpasser celle que donne la Table II d'environ 20''.

La réfraction atmosphérique étant un élément capricieux dont les effets sont impossibles à apprécier, il en résulte qu'à la mer les dépressions réelles sont presque toujours supérieures ou inférieures à celles des Tables, par conséquent les mesures des hauteurs sont affectées d'erreurs tantôt *positives* tantôt *négatives*, qui ne peuvent être déterminées; elles sont telles qu'elles peuvent monter jusqu'à près de 4 minutes, aussi dans les relâches quelles que soient les localités, les observations des hauteurs doivent toujours y être faites au moyen de l'horizon artificiel. Des essais infructueux pour y remédier ont été faits depuis quarante ans et jusqu'à ce jour la seule méthode à employer pour obtenir les hauteurs vraies, résultantes d'observations faites à la mer, à la précision d'une fraction de minute, c'est de déterminer par des observations directes (ainsi que nous l'avons dit page 44), la dépression réelle immédiatement avant ou après les mesures des hauteurs et même d'après les variations sensibles qu'elle peut éprouver d'un instant à l'autre, de la déterminer dans ces deux circonstances, pour n'employer à la correction de la hauteur observée que la moyenne arithmétique. Dans cette détermination on pourrait douter sur le plus ou moins de degré d'exactitude du résultat, parce qu'on y suppose qu'à tous les points de la circonférence de l'horizon visuel les effets de la réfraction atmosphérique, pour un même instant, sont absolument les mêmes, mais jusqu'à présent rien ne peut faire présumer, qu'en pleine mer, cette supposition puisse conduire à des erreurs.

La colonne des distances en milles a été calculée, d'après la transmission de la lumière, en convertissant la dépression en minutes et fractions décimales, puis prenant ces minutes pour des milles et les augmentant des 174 millièmes ou sensiblement des sept quarantièmes, la somme a donné la distance en milles, à laquelle on peut porter sa vue, ou par un calcul plus facile, cela revient à retrancher le logarithme constant 1.7084834 de celui de la dépression, le reste sera le logarithme de la distance correspondante exprimée en milles.

Exemple. Un homme étant en vigie sur les barres de perroquet, aperçoit à l'horizon le feu d'un phare; on demande à quelle distance on est du phare, sachant que son feu

est élevé de 300 pieds au-dessus du niveau de la mer et que l'élévation de l'homme est de 200 pieds.

Si l'œil de l'observateur était à la surface de la mer, la Table II ferait connaître que la distance cherchée est de 20^m,6; mais étant élevé de 200 pieds au-dessus du niveau de la mer, son rayon visuel augmentera, d'après la Table, de 16^m,8 : donc si l'on ajoute ce dernier nombre de milles au premier, la somme 37^m,4 sera la distance demandée.

Remarque. S'il arrivait que l'élévation surpassât la limite supérieure de la Table II, c'est-à-dire 300 pieds, les principes précédens serviraient à calculer directement la dépression et la distance à laquelle la vue peut se porter.

Exemple. L'élévation étant de 1200 pieds; on demande la dépression de l'horizon visuel, ainsi que la distance en milles.

Calcul de la Dépression.		*Calcul de la distance.*	
Logarithme constant	1.7832073	Logarithme de la dépression	3.3227979
Moitié du logarithme de 1200	1.5395906	Log. constant à retrancher ou	− 1.7084834
Log. de la dépression	3.3227979	Log. de la distance	1.6143145
Dépression 2102",8 ou	35' 2",8	Distance en milles	41^m,14

TABLE III. *Correction additive à faire à la hauteur observée du bord inférieur du soleil, et soustractive de celle d'une étoile, pour obtenir la hauteur vraie.*

Cette Table ne fera connaître la correction que par approximation, aussi ne faudra-t-il en faire usage que dans les cas dans lesquels il suffit d'obtenir des hauteurs vraies approchées. (Voyez la remarque de la page 122).

Exemple 1. La hauteur observée du bord inférieur du soleil, corrigée de la rectification de l'instrument étant de 30° et l'élévation de l'œil de 20 pieds, on demande la hauteur vraie du centre.

Hauteur observée	30°	0'	0"
Tab. III avec 30° et 20 pieds + 9',9 ou +	0	9	54
Hauteur vraie du centre du soleil	30	9	54

Exemple 2. La hauteur observée d'une étoile, corrigée de la rectification de l'instrument, étant de 13° 30' et l'élévation de l'œil de 18 pieds, on demande la hauteur vraie.

Hauteur observée	13°	30'	0"
Tab. III avec 13° 30' et 18 pieds − 8,25 −	0	8	15
Hauteur vraie de l'étoile	13	21	45

TABLE IV. *Correction soustractive pour la déviation du plan dans lequel on observe le contact.*

Dans la mesure de la distance angulaire de deux astres, ou de deux points quelconques, l'axe de vision dans le contact des deux images doit être parallèle au plan de l'instrument pour qu'il puisse donner la distance réelle observée. Pour remplir cette condition, deux fils parallèles sont placés dans la lunette, au foyer commun de l'oculaire et de l'objectif, et à égale distance de l'axe; alors il faut que le contact se fasse dans le milieu de l'intervalle des deux fils. Dans le cas où l'axe de vision ne serait pas parallèle au plan de l'instrument, on estimerait à quelle distance de l'un ou l'autre fil le contact a été observé, et comme la distance angulaire des fils est connue (page 11), on en conclut la quantité dont l'axe de vision a été incliné au plan de l'instrument; la quantité de l'inclinaison se nomme déviation.

La Table IV donne la correction *soustractive* à faire à l'angle marqué par l'instrument, pour obtenir la distance réelle; elle a été construite par les principes exposés précédemment page 12, fig. 5.

Exemple. Dans un angle observé de 100°, le point de contact des deux images a été aperçu à une distance du fil le plus proche égal au tiers de la distance des deux fils; la détermination de cette distance, faite d'après ce qui a été dit page 11, a fait connaître qu'elle était de 2° = 120', d'où il résulte que le contact a été pris à 40' d'un des fils et

à 80′ de l'autre, et comme il aurait dû être pris au milieu de l'intervalle de ces fils, c'est-à-dire à 60′ de chaque fil, la déviation est donc de 20′.

Cela posé, angle observé		100°	0′	0″
Correction Table IV pour 100° et 20′	+	0	0	9
Distance angulaire corrigée		99	59	51.

Table V. *Réfraction astronomique, pour* $0^m,760$ *du Baromètre, et* $+ 10°$ *du Thermomètre centigrade; et* Tables VI *et* VII *pour les corrections relatives au poids et à la température de l'atmosphère.*

On appelle *réfraction*, la déviation qu'éprouve un rayon de lumière en passant obliquement d'un milieu dans un autre.

Le rayon lumineux qui vient d'un astre à notre œil, traverse d'abord en ligne directe l'espace immense dans lequel roulent les corps célestes; arrivé à l'atmosphère il se meut dans des milieux de différentes densités qui le détournent de sa première direction, et lui font décrire dans l'atmosphère une ligne courbe ou trajectoire comprise dans le plan du vertical de l'astre, dont la convexité est tournée vers le zénith. La courbure est d'autant plus grande, que les couches de l'atmosphère ont plus de densité et qu'il y entre plus obliquement; il nous parvient donc ainsi dans une direction différente de celle qu'il avait en partant de l'astre. Nous le jugeons à l'extrémité du rayon prolongé en ligne droite qui vient nous en apporter l'image; nous le voyons donc plus élevé qu'il ne l'est réellement.

L'expérience a fait connaître que la réfraction diminue depuis l'horizon jusqu'au zénith, où elle est nulle; qu'elle dépend de l'état de l'atmosphère, déterminé par le baromètre et le thermomètre dans le lieu de l'observateur. On trouve la valeur de la réfraction en mesurant directement la hauteur d'un astre dont la parallaxe est bien connue; ensuite on cherche par le calcul quelle devait être cette hauteur au moment de l'observation: la différence entre la hauteur observée, corrigée de la parallaxe et la hauteur calculée, est l'effet de la réfraction.

Puisque la réfraction fait voir les astres plus élevés qu'ils ne le sont, mais toujours dans le plan du vertical dans lequel ils se trouvent, elle doit être toujours retranchée de la hauteur observée.

La Table V est extraite de celles qui ont été publiées par le Bureau des Longitudes; elle donne les réfractions pour un état moyen de l'atmosphère, c'est-à-dire pour $0^m,760$ du baromètre, et + 10° du thermomètre centigrade, réfraction dont les marins peuvent généralement se contenter.

La première colonne contient la hauteur apparente; la seconde contient seulement la réfraction commune à tous les astres, et sert pour les hauteurs des étoiles; la troisième sert pour le soleil et donne la réfraction qui convient à sa hauteur, diminuée de sa parallaxe moyenne; l'étendue de cette Table fait que l'on n'a jamais à prendre de parties proportionnelles.

Les Tables VI et VII contiennent les corrections relatives au poids et à la température de l'atmosphère. La première donne la correction correspondante à la hauteur apparente de l'astre placée dans la première colonne à gauche et à la hauteur du baromètre exprimée en millimètres; lorsque cette hauteur est comprise entre 704 et 760, elle se trouve dans la ligne horizontale supérieure, alors la correction donnée par la Table VI doit être retranchée des réfractions moyennes données par la Table V et ajoutée à la parallaxe moins la réfraction que donne la Table XXVI; mais si la hauteur du baromètre est comprise entre 760 et 816, elle se trouve dans la ligne horizontale inférieure, et la correction donnée par la Table doit être ajoutée aux réfractions moyennes de la Table V et retranchée des nombres de la Table XXVI.

La Table VII donne la correction à faire à la réfraction moyenne, connaissant la hauteur apparente de l'astre placée dans la première colonne à gauche de cette Table

et à la température exprimée par le thermomètre centigrade; lorsque cette température est comprise entre + 10° et + 44°, elle se trouve dans la ligne horizontale supérieure et la correction donnée par la Table VII doit être retranchée des réfractions moyennes de la Table V et ajoutée aux nombres de la Table XXVI; mais si la température est comprise entre − 17°,1 et + 10°, elle se trouve placée dans la ligne horizontale inférieure, alors la correction donnée par la Table doit être ajoutée aux réfractions de la Table V, mais doit être retranchée des nombres de la Table XXVI.

Exemple 1. Pour 5° 30' de haut. app.	et 722 millimètres, la Table VI donne	− 27"4	Ces corrections doivent être appliquées avec leurs signes pour corriger les réfractions moyennes de la Table V, et avec des signes contraires pour corriger les nombres de la Table XXVI.
	788	+ 20.2	
	et + 30° centigrade, la Table VII donne	− 38.3	
	− 12	+ 47.1	
Exemple 2. Pour 12° de haut. app.	et 740 millimètres, la Table VI donne	− 7.0	
	776	+ 5.7	
	et + 24° centigrades	− 13.3	
	+ 2.4	+ 7.8	

Exemple 3. La hauteur apparente étant de 10°, le baromètre marquait, toutes corrections faites, 740 millimètres et le thermomètre 20° centigrades. On demande la réfraction corrigée.

Table V, réfraction moyenne pour 10°		5' 20"0
Table VI, pour 10° et 740 millimètres	−	8.4
Table VII, pour 10° et + 20 centigrades	−	11.5
Réfraction corrigée		5 0.1

Exemple 4. La hauteur apparente d'une étoile est de 12°, la hauteur vraie du baromètre de 0m,771 et le thermomètre marquait + 2° centigrades. On demande la réfraction corrigée.

Table V, réfract. moy. pour la haut. de 12°		4' 28"0
Table VI, pour 12° et 771 millimèt.	+	3.8
Table VII, pour 12° et 2° centigrades	+	8.8
Réfraction corrigée		4 40.6

Ajoutez à ces exemples, ceux qui sont donnés dans le Problème IX, qui a pour sujet la correction des hauteurs observées.

La Table V ne donne la réfraction moyenne qu'à la seconde, et cette approximation est suffisante pour tous les calculs d'astronomie nautique. Cependant comme il peut se présenter des circonstances pour lesquelles il serait nécessaire d'obtenir une plus grande précision, nous avons donné les Tables suivantes; calculées par Delambre.

La Table *A* donne le logarithme de la réfraction moyenne, c'est-à-dire de la réfraction qui aurait lieu à la température de 10 degrés du thermomètre centigrade, et sous la pression atmosphérique de 0m,76. Cette Table a pour argument la hauteur apparente de l'astre observé.

Pour obtenir le logarithme de la réfraction correspondante à une hauteur apparente donnée et à l'état de l'atmosphère, il faut ajouter au logarithme de la réfraction moyenne, pris dans la Table *A*, ceux des deux facteurs barométriques et thermométriques donnés par les Tables *B* et *C*; la somme de ces trois logarithmes sera celui de la réfraction demandée.

Exemple 1. La hauteur apparente provenant d'une observation étant de 11°, l'état de l'atmosphère donnait 745 millimetres au baromètre et + 30° au thermomètre centigrade; trouver la réfraction.

Table *A* pour 11°		log.	2.3936
B pour 745		log.	9.9912
C pour + 30°		log.	9.9681
Table XXVII 225.4		log.	2.3529
Refraction demandée	225",4	ou	3' 45",4

Exemple 2. La hauteur apparente d'une étoile est de 9°, l'état correspondant de l'atmosphère donnait 807 millimètres et − 10 degrés à l'échelle centigrade; trouver la réfraction.

Table *A* pour 9°		log.	2.5483
B pour 807		log.	0.0260
C pour − 10°		log.	0.0342
Table XXVII 406.0		log.	2.6085
Réfraction demandée	406",0	ou	6' 46",0

Pour ne rien négliger, il reste à faire à chacune de ces réfractions une correction toujours *soustractive*, donnée par la Table complémentaire placée à la fin de la Table *A*.

La première sera de − 0",4 La seconde de − 0",5

Ainsi les réfractions définitives seront respectivement 3' 45",0 et 6' 45",5.

Table *A*. Logarithme de la réfraction pour 0^m,760 du Baromètre et + 10° centigrades.

Haut. appar.	Log.	Diff. p. 1'	Haut. app.	Log.	Diff. p. 1'	Haut. app.	Log.	Diff. p. 1'	Haut. app.	Log.	Diff. p. 1'	Haut. app.	Log.	Diff. p. 1'
−0° 30'	3.3820	25.3	4° 40'	2.7982	12.2	9° 50'	2.5120	7.1	40°	1.8410	2.55	71°	1.3024	4.18
20	3.3567	25.1	50	2.7860	12.0	10 0	2.5049	6.67	41	1.8257	2.53	72	1.2773	4.42
10	3.3316	24.9	5 0	2.7740	11.8	11 0	2.4649	6.15	42	1.8105	2.53	73	1.2508	4.63
+0 0	3.3067	24.7	10	2.7622	11.4	12 0	2.4280	5.73	43	1.7953	2.53	74	1.2230	4.90
10	3.2820	24.5	20	2.7508	11.2	13 0	2.3936	5.38	44	1.7801	2.52	75	1.1936	5.53
20	3.2575	24.0	30	2.7396	11.0	14 0	2.3613	5.05	45	1.7650	2.52	76	1.1622	5.55
30	3.2335	23.4	40	2.7286	10.7	15 0	2.3310	4.77	46	1.7499	2.53	77	1.1289	6.00
40	3.2101	23.0	50	2.7179	10.4	16 0	2.3024	4.53	47	1.7347	2.53	78	1.0929	6.43
50	3.1871	22.4	6 0	2.7075	10.2	17 0	2.2752	4.32	48	1.7195	2.53	79	1.0541	7.05
1 0	3.1647	21.8	10	2.6974	10.1	18 0	2.2493	4.12	49	1.7043	2.55	80	1.0118	7.75
10	3.1429	21.2	20	2.6872	10.0	19 0	2.2246	3.97	50	1.6890	2.56	81	0.9653	8.67
20	3.1217	20.7	30	2.6772	9.8	20 0	2.2006	3.84	51	1.6735	2.58	82	0.9133	9.82
30	3.1010	20.1	40	2.6674	9.7	21 0	2.1781	3.63	52	1.6580	2.60	83	0.8594	11.20
40	3.0809	19.6	50	2.6577	9.6	22 0	2.1561	3.52	53	1.6424	2.64	84	0.7872	13.32
50	3.0613	19.0	7 0	2.6481	9.3	23 0	2.1350	3.42	54	1.6265	2.67	85	0.7073	16.15
2 0	3.0423	18.5	10	2.6388	9.1	24 0	2.1145	3.32	55	1.6105	2.70	86	0.6104	21.05
10	3.0238	18.1	20	2.6297	8.8	25 0	2.0946	3.22	56	1.5943	2.75	87	0.4841	29.23
20	3.0057	17.4	30	2.6209	8.5	26 0	2.0753	3.13	57	1.5778	2.78	88	0.3087	51.45
30	2.9883	17.0	40	2.6124	8.3	27 0	2.0565	3.05	58	1.5611	2.83	89	0.0000	
40	2.9713	16.6	50	2.6041	8.2	28 0	2.0381	2.98	59	1.5441	2.88			
50	2.9547	16.1	8 0	2.5959	8.2	29 0	2.0203	2.93	60	1.5268	2.95			
3 0	2.9386	15.7	10	2.5877	8.2	30 0	2.0026	2.87	61	1.5091	3.00			
10	2.9229	15.3	20	2.5795	8.1	31 0	1.9854	2.82	62	1.4911	3.10			
20	2.9076	14.9	30	2.5714	7.9	32 0	1.9685	2.78	63	1.4725	3.15			
30	2.8927	14.5	40	2.5635	7.7	33 0	1.9518	2.73	64	1.4536	3.24			
40	2.8782	14.2	50	2.5558	7.5	34 0	1.9354	2.68	65	1.4340	3.33			
50	2.8640	13.8	9 0	2.5483	7.5	35 0	1.9193	2.65	66	1.4140	3.43			
4 0	2.8502	13.5	10	2.5408	7.4	36 0	1.9035	2.63	67	1.3934	3.60			
10	2.8367	13.2	20	2.5334	7.2	37 0	1.8875	2.60	68	1.3718	3.70			
20	2.8235	12.8	30	2.5262	7.1	38 0	1.8719	2.58	69	1.3496	3.87			
30	2.8107	12.5	40	2.5191	7.1	39 0	1.8564	2.57	70	1.3264	4.00			
40	2.7982		50	2.5120		40 0	1.8410		71	1.3024				

Tab. complémentaire.

H.	−	H.	−
5°	4"3	11°	0"4
6	2.5	12	0.3
7	1.6	13	0.2
8	1.0	15	0.2
9	0.7	16	0.1
10	0.5	22	0.1

Tables *B* et *C*. Logarithmes des facteurs dépendants de la haut. du Bar. et du Therm.

Bar.	Logar.	Bar.	Logar.	Bar.	Logar.	Bar.	Logar.	Ther.	Logar.	Ther.	Logar.
m		m		m		m					
0.704	9.9667	0.732	9.9836	0.761	0.0005	0.790	0.0168	+ 42°	9.9499	+ 13°	9.9950
0.705	9.9673	0.733	9.9842	0.762	0.0011	0.791	0.0173	41	9.9514	12	9.9967
0.706	9.9679	0.734	9.9848	0.763	0.0017	0.792	0.0179	40	9.9529	11	9.9983
0.707	9.9685	0.735	9.9854	0.764	0.0022	0.793	0.0184	39	9.9544	10	0.0000
0.708	9.9691	0.736	9.9860	0.765	0.0028	0.794	0.0190	38	9.9559	9	0.0016
0.709	9.9697	0.737	9.9865	0.766	0.0034	0.795	0.0195	37	9.9574	8	0.0033
0.710	9.9704	0.738	9.9871	0.767	0.0039	0.796	0.0200	36	9.9589	7	0.0050
0.711	9.9710	0.739	9.9877	0.768	0.0045	0.797	0.0206	35	9.9604	6	0.0066
0.712	9.9716	0.740	9.9883	0.769	0.0051	0.798	0.0211	34	9.9619	5	0.0083
0.713	9.9722	0.741	9.9889	0.770	0.0056	0.799	0.0217	33	9.9634	4	0.0100
0.714	9.9728	0.742	9.9895	0.771	0.0062	0.800	0.0222	32	9.9650	3	0.0117
0.715	9.9734	0.743	9.9900	0.772	0.0068	0.801	0.0228	31	9.9665	2	0.0134
0.716	9.9740	0.744	9.9906	0.773	0.0073	0.802	0.0233	30	9.9681	+ 1	0.0151
0.717	9.9747	0.745	9.9912	0.774	0.0079	0.803	0.0239	29	9.9696	0	0.0168
0.718	9.9753	0.746	9.9918	0.775	0.0085	0.804	0.0244	28	9.9712	− 1	0.0185
0.719	9.9759	0.747	9.9924	0.776	0.0090	0.805	0.0249	27	9.9727	2	0.0202
0.720	9.9765	0.748	9.9929	0.777	0.0096	0.806	0.0255	26	9.9743	3	0.0219
0.721	9.9771	0.749	9.9935	0.778	0.0101	0.807	0.0260	25	9.9758	4	0.0237
0.722	9.9777	0.750	9.9941	0.779	0.0107	0.808	0.0266	24	9.9774	5	0.0254
0.723	9.9783	0.751	9.9947	0.780	0.0112	0.809	0.0271	23	9.9790	6	0.0271
0.724	9.9789	0.752	9.9952	0.781	0.0118	0.810	0.0276	22	9.9806	7	0.0289
0.725	9.9795	0.753	9.9958	0.782	0.0123	0.811	0.0281	21	9.9822	8	0.0307
0.726	9.9801	0.754	9.9964	0.783	0.0126	0.812	0.0287	20	9.9838	9	0.0324
0.727	9.9807	0.755	9.9971	0.784	0.0135	0.813	0.0292	19	9.9854	10	0.0342
0.728	9.9813	0.756	9.9977	0.785	0.0140	0.814	0.0298	18	9.9870	11	0.0360
0.729	9.9819	0.757	9.9982	0.786	0.0146	0.815	0.0303	17	9.9886	12	0.0377
0.730	9.9824	0.758	9.9988	0.787	0.0151	0.815	0.0309	16	9.9902	13	0.0395
0.731	9.9830	0.759	9.9994	0.788	0.0157	0.817	0.0314	15	9.9918	14	0.0413
0.732	9.9836	0.760	9.0000	0.789	0.0162	0.818	0.0320	14	9.9934	15	0.0431

TABLE *D*. Réfractions pour les hauteurs vraies.

Haut. vraie.	Log.	Diff. p. 1'	Haut. vraie.	Log.	Diff. p. 1'	Haut. vraie.	Log.	Diff. p. 1'	Haut. vraie.	Log.	Diff. p. 1'	Haut. vraie.	Log.	Diff. p. 1'
° '			° '			° '			°			°		
−0 30	3.2991	21.0	3 40	2.8611	13.2	7 50	2.5987	8.1	22	2.1553	3.52	47	1.7344	2.53
20	3.2781	20.9	50	2.8479	13.0	8 0	2.5906	8.1	23	2.1342	3.40	48	1.7192	2.53
10	3.2572	20.7	4 0	2.8349	12.8	10	2.5825	8.1	24	2.1138	3.33	49	1.7040	2.56
+0 0	3.2365	20.6	10	2.8221	12.3	20	2.5744	7.9	25	2.0939	3.20	50	1.6887	2.57
10	3.2159	20.2	20	2.8098	12.1	30	2.5665	7.7	26	2.0747	3.15	51	1.6733	2.58
20	3.1957	19.8	30	2.7977	12.1	40	2.5588	7.5	27	2.0558	3.05	52	1.6578	2.60
30	3.1759	19.7	40	2.7856	11.5	50	2.5513	7.4	28	2.0375	2.97	53	1.6422	2.65
40	3.1562	19.4	50	2.7741	11.5	9 0	2.5439	7.4	29	2.0197	2.93	54	1.6263	2.67
50	3.1368	19.0	5 0	2.7626	11.1	10	2.5365	7.2	30	2.0021	2.85	55	1.6103	2.70
1 0	3.1178	18.6	10	2.7515	11.0	20	2.5293	7.0	31	1.9850	2.83	66	1.5941	2.75
10	3.0992	18.3	20	2.7405	10.7	30	2.5223	7.0	32	1.9680	2.77	57	1.5776	2.78
20	3.0809	18.2	30	2.7298	10.5	40	2.5153	7.0	33	1.9514	2.73	58	1.5609	2.83
30	3.0627	17.5	40	2.7193	10.3	50	2.5083	6.9	34	1.9350	2.70	59	1.5439	2.88
40	3.0452	17.3	50	2.7090	10.0	10 0	2.5014	6.18	35	1.9188	2.65	60	1.5266	2.95
50	3.0279	17.0	6 0	2.6990	9.9	11 0	2.4619	6.08	36	1.9029	2.61	61	1.5089	3.00
2 0	3.0109	16.5	10	2.6891	9.9	12 0	2.4254	5.67	37	1.8872	2.60	62	1.4909	3.10
10	2.9944	16.1	20	2.6792	9.6	13 0	2.3914	5.33	38	1.8716	2.58	63	1.4723	3.17
20	2.9783	15.8	30	2.6696	9.6	14 0	2.3594	5.02	39	1.8561	2.56	64	1.4533	3.25
30	2.9625	15.5	40	2.6600	9.5	15 0	2.3293	4.73	40	1.8407	2.53	65	1.4338	3.33
40	2.9470	15.1	50	2.6505	9.2	16 0	2.3009	4.50	41	1.8255	2.53	66	1.4138	3.43
50	2.9319	14.8	7 0	2.6413	9.0	17 0	2.2739	4.30	42	1.8103	2.53	67	1.3932	3.60
3 0	2.9171	14.4	10	2.6323	8.8	18 0	2.2481	4.08	43	1.7951	2.53	68	1.3716	3.68
10	2.9027	14.2	20	2.6235	8.4	19 0	2.2236	3.92	44	1.7799	2.53	69	1.3495	3.87
20	2.8885	13.8	30	2.6151	8.3	20 0	2.2001	3.80	45	1.7648	2.53	70	1.3265	
30	2.8747	13.6	40	2.6088	8.1	21 0	2.1773	3.55	46	1.7496	2.53			
40	2.8611		50	2.5987		22 0	2.1553		47	1.7344				

La Table *D* a pour argument la hauteur vraie, et sert à passer des hauteurs calculées aux hauteurs apparentes correspondantes; comme elle a été calculée pour 760 millimètres de hauteur barométrique et + 10° au thermomètre centigrade; il faut ajouter au logarithme de la Table *D*, ceux des facteurs donnés par les Tables *B* et *C*.

TABLE VIII. *Degrés du thermomètre de Réaumur en degrés centigrades et de Fahrenheit.*

En France les observations météorologiques, les Tables de réfractions, celles qui servent à calculer la hauteur des montagnes d'après les observations barométriques, exigent l'emploi du thermomètre centigrade; d'ailleurs la comparaison des températures évaluées à diverses échelles, demande souvent la conversion de l'une dans les autres.

Les trois principales sont : la division octogésimale dite de Réaumur; la division centésimale ou centigrade; et celle dont les Anglais font usage ou de Fahrenheit : la Table VIII offre la réduction de la division de l'une de ces échelles dans les divisions des deux autres.

Exemples. Convertir.

17°,6 Réaumur en degrés.	Centig.	Fahren.	35°,7 centigrades en degrés.	Réaumur.	Fahren.	68°,4 Fahrenheit en degrés.	Réaumur.	centigr.
Pour 17° 0	21.25	70.25	Pour 35° 0	28.00	95.00	Pour 68.0	16.00	20.00
0 6	0.75	1.35	0. 7	0.56	1.26	0.4	0.18	0.22
17. 6	22.00	71.60	35. 7	28.56	96.26	68.4	16.18	20.22

Convertir

− 10.4 Réaumur en degrés.	Centig.	Fahrein.	− 7°,6 centigrades en degrés.	Réaumur.	Fahrein.	18°,3 Fahrenheit en degrés.	Réaumur.	Centig.
Pour − 10.0	− 12.50	+ 9.50	Pour − 7.50	− 6.00	+ 18.30	Pour 18.5	− 6.00	− 7.50
− 0.4	− 0.50	− 0.90	− 0.1	− 0.08	− 0.18	− 0.2	− 0.11	− 0.09
− 10.4	− 13.00	+ 8.60	− 7.6	− 6.08	+ 18.12	18.3	− 6.11	− 7.59

Pour prolonger la Table VII dans l'un et l'autre sens, il suffit de remarquer que

1° de Réaumur vaut 1°,25 centigrades et 2°,25 de Fahrenheit.

TABLE IX. *Dépression du mercure dans le Baromètre.*

Pour tous les baromètres à cuvette, la colonne de mercure éprouve une dépression due à la capilarité, et qui est d'autant plus grande que le diamètre intérieur du tube est plus petit. Cette dépression est une quantité constante *additive* à toutes les hauteurs observées au même baromètre à cuvette. Pour faire usage de la Table IX, on mesurera exactement le diamètre intérieur du tube, et l'on ajoutera aux hauteurs observées, la quantité correspondante au diamètre mesuré.

Exemple. On a trouvé que le diamètre intérieur du tube d'un baromètre à cuvette était de 5^{mm},6, on demande la dépression correspondante, ou la correction *additive* à faire à toutes les hauteurs données par ce baromètre. La Table IX donnera + 1.270.

TABLE X. *Position que doit occuper la pointe d'ivoire, pour détruire la capilarité.*

Le baromètre à cuvette demande un moyen sûr pour déterminer la position du zéro de l'échelle par rapport au niveau mobile du mercure dans la cuvette; pour l'obtenir, ce zéro a été indiqué par une pointe d'ivoire fixée invariablement dans l'intérieur du réservoir; mais cette pointe verticale ne répondant point au centre de la surface convexe du mercure, et par conséquent au point de contact du plan tangent qui détermine le niveau, il arrive qu'en amenant le mercure à toucher la pointe, le zéro se trouve toujours placé trop bas, ou ce qui est de même, le niveau est toujours trop élevé, et l'échelle donne à la colonne de mercure une hauteur trop grande, qui exige une correction *soustractive*.

Cette correction étant d'un signe contraire à celle de la dépression dans le tube, la Table X fait connaître la distance de la pointe d'ivoire à la paroi de la cuvette, pour détruire la capilarité dépendante du diamètre intérieur du tube du baromètre; et dans le cas où cette pointe n'occuperait pas le lieu convenable pour remplir cette condition, déterminer la correction unique et constante à faire à toutes les hauteurs observées pour les convertir en hauteurs vraies.

Supposons que dans un baromètre de Fortin, la plus courte distance, mesurée de la pointe d'ivoire à la paroi intérieure de la cuvette, soit de 5 millimètres; on demande quel doit être le diamètre intérieur du tube pour que l'instrument puisse donner immédiatement la hauteur vraie.

Entrez dans la Table X avec 5 millimètres de distance, vous trouverez sur la même ligne que le diamètre cherché doit être de 14 millimètres. Pour ce diamètre, la Table IX fait connaître que la dépression est de 0^{mm},161, d'où il résulte qu'en amenant le mercure de la cuvette à toucher la pointe d'ivoire, le zéro de l'échelle sera placé au-dessous du niveau de la même quantité.

La distance restant la même, si le diamètre du tube était de 10 millimètres, la Table IX ferait connaître que la dépression serait de 0^{mm},419; l'instrument demanderait donc une correction unique de + 0,419 − 0,161 = + 0,258 millièmes de millimètre.

TABLE XI. *Réduction des hauteurs barométriques à zéro de température.*

Pour comparer entre elles les observations barométriques, il faut les ramener à une même température, qui est ordinairement celle de zéro.

La Table XI est destinée à effectuer cette réduction; elle suppose que la monture de l'instrument est en cuivre jaune ou laiton, sur lequel est tracée l'échelle métrique, et que sa température est donnée par un thermomètre centigrade qui s'y trouve enchassé.

La réduction doit être retranchée de la hauteur observée, lorsque la température de l'instrument est au-dessus de zéro; mais au contraire doit lui être ajoutée lorsque cette température est au-dessous de zéro.

La hauteur vraie d'un baromètre a été trouvée de

750^{mm} à 18 degrés centig. au-dessus de zéro. 770^{mm} à 7 degrés centig. au-dessous de zéro.

On demande de ramener ces hauteurs à zéro.

Table XI pour 750 et 18°	— 2.180	Table XI pour 770 et — 7°	+ 0.870
Hauteur vraie à 18 degrés	750.000	Hauteur vraie à — 7 degrés	770.000
Hauteur ramenée à zéro	747.820	Hauteur ramenée à zéro	770.870

Cette Table sert aussi à ramener une hauteur vraie à toute autre température que celle à laquelle l'observation a été faite; pour y parvenir, prenez la différence des deux températures, puis avec cette différence et la hauteur barométrique à ramener, cherchez dans la Table XI la réduction correspondante, que vous *ajouterez à* ou *retrancherez de* la hauteur vraie, selon que la température de la hauteur donnée est *moins* ou *plus* élevée que la seconde.

Une hauteur barométrique a été trouvée de 765 millimètres à la temperature de + 26°,5, on demande de la ramener à — 3°,5 centigrades de température.

Différence des températures — 30°.	
Table XI pour 765 et — 30°	— 3.706
Hauteur barométrique donnée	765.000
Hauteur à — 3°,5	762.894

Une hauteur vraie est de 720 millimètres pour une température intérieure de + 14° centigrades, on demande de la ramener à la température extérieure de + 21°.

Différence des températures + 7°.	
Table XI pour 720 et + 7°	+ 0.814
Hauteur barométrique donnée	720.000
Hauteur barométrique cherchée	720.814

TABLE XII. *Concordance des principalas échelles barométriques.*

La Table XII sert à réduire à la même division, des hauteurs barométriques énoncées d'après des échelles divisées en pouces et lignes françaises, en millimètres, et en pouces, lignes et décimales anglaises. Son utilité se fait sentir toutes les fois que les baromètres observés aux deux stations n'ont pas la même échelle, ou qu'il s'agit de transformer promptement en mesures de l'une de ces trois espèces, des hauteurs barométriques exprimées en l'une des deux autres.

Exemples. Convertir

	$27^{p}\ 4^{l},7$ français en		
		millim.	Pouc. angl.
Pour	$27^{p}\ 4^{l}$	739.9	$29^{p}\ 1^{l}6$
	0.7	1.58	0.75
	27 4.7	741.48	29 2.35

	758,8 millimètres en		
		Pouc. franç.	Pouc. angl.
Pour	758	$28^{p}\ 0^{l}$	$29^{p}\ 10^{l}1$
	0.8	0.35	0.38
	758.8	28 0.35	29 10.48

	$29^{p}\ 5^{l}$ anglais en		
		Pouc. franç.	millim.
Pour	$29^{p}\ 4^{l}8$	$27^{p}\ 7^{l}$	746.7
	0.2	0.18	0.4
	29 5.0	27 7.18	747.1

TABLES XIII et XIV. *Des erreurs lorsque les surfaces du grand miroir font entr'elles un angle de 1'.*

Pour les usages de ces Tables, nous renverrons à ce que nous avons dit page 31 etc.

TABLE XV. *Inclinaison du rayon visuel qui va aboutir au pied d'une côte par laquelle l'horizon se trouve borné.*

La Table II ne fera connaître la dépression qu'autant que l'horizon sera libre; dans le cas où il serait borné par la terre, le rayon *DG* (fig. 47) mené au point de la côte qui borne l'horizon dans la direction du vertical de l'astre, est plus incliné au-dessous de l'horizon vrai que le rayon *DE* mené à l'horizon apparent; dans cette circonstance il faudra faire usage de la Table XV, en y entrant avec l'élévation de l'œil et la distance *DG* exprimée en milles, le nombre correspondant sera la dépression demandée.

Quoique nous ayons donné cette Table de sixième en sixième pour les trois premiers milles de distance, nous conseillerons de n'en faire usage que dans le cas où il ne serait

pas possible de s'éloigner de la côte jusques à la distance correspondante à l'élévation indiquée dans la Table II, car il est incertain d'obtenir des hauteurs sur lesquelles on puisse compter, lorsque *DG* ne surpasse pas trois ou quatre milles.

TABLE XVI. *Pour trouver le temps moyen au midi vrai et celui marqué par une montre marine; le passage de la lune au méridien; son demi-diamètre horizontal et sa parallaxe horizontale.*

Cette Table sert à calculer la partie proportionnelle d'un changement diurne ou d'une différence en 12 heures, qui convient à un intervalle de temps donné; en observant que, si c'est un changement diurne ou une différence en 24 heures, les intervalles avec lesquels on entre dans la Table, et pour chacun desquels on veut déterminer la partie proportionnelle, doivent être pris dans la première colonne à gauche, où ils y sont donnés de 24^m en 24^m; mais que si c'est un changement ou une différence en 12 heures, les intervalles doivent être pris dans la dernière colonne à droite, qui y sont donnés de 12^m en 12^m.

Les changemens diurnes ou les différences sont placées dans la première ligne horizontale supérieure, et s'y trouvent données en deux parties, l'une contenant les dizaines et l'autre les unités.

On demande le temps moyen au midi vrai pour le 8 Avril 1838 à $22^h\ 46^m$ T. M. d'un lieu situé par 48° 30' de longitude Ouest.

H. du lieu le 8	$22^h\ 46^m$	T. M. au midi vr. le 9		$1^m\ 39^s93$
Long. Ouest +	3 14	Chang.t diur. — 16.8		
H. de Paris le 9	2 0	Pour 2^h et 10^s	—	0.80
		6	—	0.50
		0.8	—	0.07
T. M. au midi vr. demendé		*somme algébr.*		1 38.57

Le marche diurne d'une montre marine, est en *retard* de $28^s,6$; on demande quel sera le retard en $17^h\ 50^m$.

Pour $17^h\ 50^m$ et 20^s	14.90
8	5.90
0.6	0.45
Retard demandé	21.25

On demande le T. M. du passage de la lune au méridien d'un lieu situé par 50° 15' de longitude Ouest le 12 Octobre 1838.

Passage à Paris le 12 à		$20^h\ 18^m$
Changement diurne + 42^m long. $3^h\ 21^m$		
Pour $3^h\ 21^m$ et 40^m	+	5.6
2		0.3
Passage demandé le 12 Octobre		20 23.9

On demande la parallaxe horizontale équatoriale de la lune pour le 2 Janvier 1838 à $10^h\ 25^m$ d'un lieu situé par 37° de longitude Ouest.

H. du lieu le 2	$10^h\ 25^m$	Parallaxe le 2		58' 47"9
Long. Ouest +	2 28	Dif. p. 12^h — 17"0		
H. de Paris le 2	12 53	Pour 53^m et 10"	—	0.75
		et 7	—	0.55
Parallaxe hor. équat. demandée				58 46.60

On demande le temps moyen au midi vrai pour le 3 Janvier 1838 à $20^h\ 25^m$ T. M. d'un lieu situé par 154° de longitude Est.

H. du lieu le 3	$20^h\ 25^m$	T. M. au midi vr. le 3		$4^m\ 46^s51$
Long. Est —	10 16	Chang.t diur. + 27^s51		
H. de Paris le 3	10 9	Pour 10^h et 20^s	+	8.50
		7		2.90
		0.5		0.21
T. M. au midi vrai demandé		*somme*		4 58.12

La marche diurne d'une montre marine est une *avance* de $32^s,6$; on demande quelle sera la partie proportionnelle pour $13^h\ 28^m$.

Pour $13^h\ 28^m$ et 30^s	16.80
2	1.10
0.6	0.34
Avance demandée	18.24

On demande pour le 11 Juin 1838, le T. M. du passage de la lune au méridien d'un lieu situé par 140° de longitude Est.

Passage à Paris le 11 Juin à		$15^h\ 41^m$
Changement diurne 54^m long. $9^h\ 20^m$		
Pour $9^h\ 20^m$ et 50^m	—	19.5
4	—	1.5
Passage demandé le 11 Juin		15 20.0

On demande la parallaxe horizontale équatoriale de la lune pour le 28 Janvier 1838 à $13^h\ 36^m$ d'un lieu situé par 56° de longitude Est.

H. du lieu le 28	$13^h\ 36^m$	Parallaxe le 28		60' 46"0
Long. Est —	3 44	Dif. p. 12^h — 13"7		
H. de Paris le 28	9 52	Pour $9^h\ 52^m$ et 10"	—	8.23
		2	—	2.43
		0.7	—	0.57
Parallaxe hor. équat. demandée				60 34.77

On demande le demi-diamètre horizontal de la lune pour le 26 Février 1838 à $6^h\ 4^m$ T. M. d'un lieu situé par 47° de longitude Ouest.

H. du lieu le 26	6^h	4^m	Demi-diam. le 26	16′	33″9
Long. Ouest +	3	8	Dif. p. 12^h − 5″4		
H. de Paris	9	12	Pour $9^h\ 12^m$ et 5″	−	3.8
			et 0.4	−	0.31
Demi-diam. horizontal demandé				16	29.79

On demande le demi-diamètre horizontal de la lune pour le 25 Avril 1838 à $8^h\ 24^m$ temps moyen de Paris.

Demi-diam. horizontal le 25	16′	9″7
Diff. pour 12^h − 6″,3		
Pour $8^h\ 24^m$ et 6″	−	4.2
et 0.3	−	0.21
Demi-diam. horizontal demandé	16	9.29

TABLE XVII. *Parallaxe du soleil à divers degrés de hauteur et en différens temps de l'année, en supposant la moyenne de 8″,8.*

La parallaxe est la différence entre le lieu du ciel où nous paraît un astre et le lieu où il nous paraîtrait au même instant, si nous étions placés au centre de la terre ; elle est mesurée par l'angle formé au centre de l'astre par les rayons visuels, suivant lesquels ce point serait vu simultanément du centre de la terre et d'un point de sa surface.

Soit T (fig. 48) le centre de la terre, A le point de sa surface où est placé l'observateur, Z le zénith, ZAT la verticale du lieu, la ligne AH tangente au point A représentera l'horizon, $LL'L''$, $SS'S''$ des parties de parallèles de deux astres, et HEZ le ciel étoilé. Supposons maintenant qu'un astre soit en L', il répondra à un point I du ciel, pour un observateur qui serait placé au centre de la terre ; le point I est le lieu vrai de l'astre : mais un observateur placé en A, le rapportera au point F qui est appelé lieu apparent ; la différence FI de ces deux lieux est ce qu'on nomme parallaxe. Pour l'observateur placé en T, l'astre est élevé au-dessus de son horizon de la quantité angulaire ITH' ou KAH, la ligne AK étant parallèle à TI ; pour l'observateur du point A, la hauteur de l'astre est FAH ; la différence des deux hauteurs est exprimée par l'angle $FAK = AL'T$: ces angles ont pour mesure FK, et par conséquent FI, vu la petitesse de AT par rapport à AK. On voit donc que la parallaxe est aussi l'angle $AL'T$ formé au centre de l'astre par les rayons visuels $L'T$ et $L'A$.

On remarquera que le triangle $L'AT$ passant par la verticale du lieu, est dans un plan vertical ; ainsi, l'effet de la parallaxe a lieu dans ce plan et ne change rien ni à l'azimuth, ni à l'amplitude de l'astre, mais seulement à la hauteur qu'elle fait paraître plus petite qu'elle n'est réellement ; d'où il suit que la parallaxe doit être ajoutée à la hauteur observée pour la rapporter au centre de la terre.

La parallaxe horizontale est celle d'un astre qui est à l'horizon, et la parallaxe de hauteur celle d'un astre qui est au-dessus de ce plan ; l'observation fait connaître la première, le calcul donne ensuite la seconde.

En effet, dans le triangle $L'AT$ on a

$$\sin.\ L'AT : L'T :: \sin.\ AL'T : AT \quad \text{ou} \quad \cos.\ FAH : L'T :: \sin.\ AL'T : AT$$

ou bien, en représentant la hauteur apparente par h et la parallaxe de hauteur par p,

$$\cos.\ h : L'T :: \sin.\ p : AT.$$

Si l'astre était à l'horizon en L, h serait nulle et la parallaxe p deviendrait la parallaxe horizontale que nous nommerons P; pour ce cas, la proportion précédente devient

$$R : L'T :: \sin.\ P : AT.$$

Des deux dernières proportions on tire

$$R : \cos.\ h :: \sin.\ P : \sin.\ p$$

et comme p et P sont de petits angles, on peut remplacer leurs sinus par les angles mêmes ; ainsi, la proportion précédente se changera en

$$R : \cos.\ h :: P : p.$$

C'est-à-dire que *le rayon est au cosinus de la hauteur apparente, comme la parallaxe horizontale est à la parallaxe de hauteur ;* c'est cette proportion qui fera connaître la parallaxe de hauteur, lorsqu'on connaîtra la parallaxe horizontale.

L'une ou l'autre des proportions cos. h : $L'T$ :: sin. p : AT , R : cos. h :: P : p fait voir que la parallaxe diminue à mesure que l'astre s'élève, qu'à l'horizon elle est la plus grande et qu'au zénith elle est nulle.

On peut aussi remarquer que la parallaxe est d'autant plus petite que l'astre est plus éloigné de la terre ; car si un astre au lieu d'être en L', est en S' sur le prolongement de AL', comme l'angle $TL'A$ est extérieur au triangle $S'LT$, il est la somme des deux intérieurs opposés $L'S'T$ et $S'TL'$, ou $TL'A = L'S'T + S'TL'$;

donc $L'S'T = TL'A - S'TL'$

ou en nommant $L'S'T$, p' $p' = p - S'TL'$.

Le triangle $S'L'T$ donne sin. $S'L'T$: sin. $L'S'T$ :: $S'T$: $L'T$

ou $p : p' :: S'T : L'T$

c'est-à-dire que *les parallaxes de deux astres à même hauteur apparente sur l'horizon, sont en raison inverse de leurs distances au centre de la terre.*

Il suit delà que, plus un astre est éloigné de la terre, plus sa parallaxe est petite, et que, si sa distance à la terre varie durant le temps de sa révolution, sa parallaxe sera aussi variable.

La parallaxe de hauteur est donnée pour le soleil dans la Table XVII en différens temps de l'année ; cette Table a été calculée en supposant que la parallaxe horizontale moyenne était de 8″,8.

TABLE XVIII. *Des demi-diamètres apparens du soleil.*

Le diamètre apparent d'un astre est l'angle sur lequel on l'aperçoit : ainsi, l'angle BAC (fig. 49) formé par les deux rayons AB, AC menés de l'œil de l'observateur en A aux extrémités du diamètre BC de l'astre, est son diamètre apparent ; on le mesure par le temps qu'il met à passer au méridien.

Le diamètre apparent n'est pas toujours le même (pour le soleil il varie depui 31′ 31″ jusqu'à 32′ 36″) ; il est d'autant plus grand que l'astre est plus près de la terre, et réciproquement. Soit BC le diamètre réel, vu du point A, si l'astre s'approche de ce point de la quantité DG, son diamètre sera vu alors sous l'angle FAE ; les deux triangles rectangles ADC, AGE donneront

1 : sin. CAD :: AC : CD ; 1 : sin. EAG :: AE : GE ou CD.

D'où l'on conclut

sin. CAD : sin. EAG :: AE : AC

c'est-à-dire que *les diamètres apparens sont en raison inverse des distances à l'œil de l'observateur.*

Il suit delà qu'à même hauteur apparente sur l'horizon, les diamètres apparens sont à peu près, comme les parallaxes ; puisque le rapport des distances des astres au centre de la terre est sensiblement égal à celui de leurs distances à l'œil de l'observateur

La distance d'un astre à l'observateur diminue à mesure qu'il s'élève sur l'horizon : au zénith, cette diminution est égale au rayon de la terre ; par conséquent, son diamètre apparent augmente. Pour s'en assurer, on remarquera que les deux triangles LAT, $L'TA$ (fig. 48) sont tels que les deux côtés LT et AT du premier sont respectivement égaux aux deux côtés $L'T$ et TA du second, et l'angle compris par les premiers est plus grand que l'angle compris par les seconds ; le troisième côté AL du premier triangle sera plus grand que le troisième côté AL' du second.

Connaissant le diamètre horizontal d'un astre, il est facile d'en conclure le diamètre apparent à une hauteur donnée, en faisant cette proportion : *le cosinus de la hauteur vraie est au cosinus de la hauteur apparente, comme le diamètre horizontal est au diamètre apparent.*

Cette proportion se démontre au moyen du triangle TAL' dans lequel on a

$$\sin. L'TA : \sin. L'AT :: AL' : TL' \quad \text{ou} \quad \cos. H : \cos. h :: AL' : AL$$

à cause que TL' ne surpasse pas AL,

$$\text{mais} \qquad AL' : AL :: d :: D$$

d étant le diamètre horizontal et D le diamètre en hauteur, on aura donc

$$\cos. H : \cos. h :: d : D.$$

On trouve dans la Table XVIII le demi-diamètre horizontal du soleil pour les 1, 7, 13, 19 et 25 de chaque mois : les changemens relatifs à divers degrés de hauteurs sont insensibles.

Toutes les fois que l'on emploie le soleil ou la lune dans les observations, on observe seulement un de leurs bords, et on en conclut l'observation du centre en ajoutant ou en retranchant le demi-diamètre.

TABLE XIX. *Angles à la verticale.* (Rapport des demi-axes 299 à 300).

L'angle V exprimé en secondes du rayon terrestre avec la verticale du lieu dont la latitude est L, a pour expression générale

$$V = \left(\frac{R^2 - r^2}{R^2 + r^2}\right) \frac{\sin. 2L}{\sin. 1''} - \left(\frac{R^2 - r^2}{R^2 + r^2}\right)^2 \frac{\sin. 4L}{\sin. 2''} + \text{etc.}$$

dans laquelle R exprime le demi-grand axe ou le rayon de l'équateur et r le demi-petit axe ou le rayon du pôle.

Les quantités R et r ne diffèrent entre elles, dans leurs valeurs numériques, que de l'unité, on a donc

$$R = r + 1 \text{ et } \frac{R^2 - r^2}{R^2 + r^2} = \frac{2r + 1}{2r^2 + 2r + 1}$$

ainsi dans l'hypothèse de 1/300, on aura

$$V = \frac{599 \sin. 2L}{179\,401 \sin 1''} - \left(\frac{599}{179401}\right)^2 \frac{\sin. 4L}{\sin. 2''} + \text{etc.} = 11'\,28'',70 \sin. 2L - 1'',15 \sin. 4L \text{ etc.}$$

C'est sur cette formule que la Table XIX a été calculée. Ces angles se retranchent de la latitude du lieu, et le reste est la latitude rapportée au centre de la terre. Avec cette latitude et la parallaxe équatoriale de la lune, corrigée au moyen de la Table XX, le calcul des parallaxes devient de la même simplicité que si la terre était sphérique.

La latitude de l'observatoire de Brest étant de 48° 23′ 35″, la formule précédente donne

$$V = 11'\,24'',14.$$

Les angles de la Table XIX, calculés pour une ellipticité de 1/300, fourniront les angles correspondans aux hypothèses suivantes :

Pour 1/180	en *ajoutant* aux valeurs de ces angles	les deux tiers.
1/200		la moitié.
1/230		les trois dixièmes.
1/280		le quatorzième.
1/290		le vingt-neuvième.
1/308,6	en *retranchant* des valeurs de ces angles	le trente-sixième.
1/310		le trente et unième.
1/320		le seizième.
1/330		le onzième.
1/340		les deux dix-septièmes.

La latitude étant de 48°, on demande l'angle à la verticale dans l'hypothèse de 1/230.

La Table XIX donne pour 1/300		11′ 25″2
Pour 1/230 *ajoutez* les 3 dixièmes ou	+	3 25.6
Angle demandé		14 50.8

La latitude étant de 49°, on demande l'angle à la verticale dans l'hypothèse de 1/308,6.

Table XIX pour 1/300		11′ 22″3
Pour 1/308,6 *retranchez* 1/36 ou	−	19.0
Angle demandé		11 3.3

TABLE XX. *Diminution de la parallaxe équatoriale de la lune.*

Le défaut de sphéricité de la terre est cause que la parallaxe horizontale de la lune n'est pas la même au même instant, dans les lieux situés à différentes latitudes; il faudra dans les calculs qui exigent quelque précision, appliquer une petite correction à la parallaxe équatoriale, afin de la réduire à la latitude du lieu. La Table XX donne cette correction; elle a été construite par le moyen de la formule

$$dP = a\, p \sin.^2 L,$$

dans laquelle P représente la parallaxe équatoriale, a l'aplatissement dans l'hypothèse de $1/300$, L la latitude du lieu pour lequel on calcule cette correction, qui n'ira jamais à 20″, puisque la différence entre la parallaxe équatoriale et la parallaxe polaire, quel que soit l'hypothèse d'aplatissement, est d'environ cette quantité. En général, avec la latitude corrigée par la Table XIX et cette valeur réduite de la parallexe horizontale, le calcul des effets de la parallaxe se fait comme si la terre était sphérique.

Les diminutions de la Table XX étant relatives à l'ellipticité de $1/300$, pour les obtenir dans les hypothèses rapportées à la fin de l'explication de la Table XIX, il suffira de les corriger suivant les rapports qui ont été donnés lorsqu'il s'agissait des angles à la verticale.

TABLE XXI. *Accourcissement causé par la réfraction sur le demi-diamètre vertical.*

Pour avoir une idée exacte de la correction donnée par cette Table, on remarquera que les réfractions varient vers l'horizon d'environ 7 à 8″ pour chaque minute de hauteur; par conséquent les deux bords du soleil et de la lune, dont les hauteurs ou les distances au zénith diffèrent d'environ 32′, doivent avoir une réfraction sensiblement différente.

Supposons que le bord supérieur du ☉ soit distant du zénith de	90°	0′	0″
La réfraction l'élevera de	0	28	29.4
La distance apparente de ce bord au zénith, sera donc	89	31	30.6
Le bord inférieur du soleil sera à la distance vraie de	90	32	0
La réfraction l'élevera de	0	32	46.6
La distance apparente de ce bord sera de	89	59	13.4
Le diamètre vertical apparent, différence des distances apparentes, sera	0	27	42.8
Ce diamètre paraîtra donc accourci de 32′ − 27′ 42″,8 =	0	4	17.2

Ainsi le demi-diamètre vertical différera donc du demi-diamètre horizontal de 2′ 8″,6. Cet accourcissement du demi-diamètre vertical a lieu proportionnellement sur tous les demi-diamètres inclinés du soleil et de la lune; les disques de ces astres, au lieu de paraître circulaires, deviendront elliptiques; le diamètre parallèle à l'horizon sera le grand axe de l'ellipse, le diamètre vertical sera le petit axe, la demi-différence de ces deux diamètres, l'ellipticité ou l'aplatissement a; ainsi pour trouver la longueur des diamètres inclinés du soleil et de la lune, il faut chercher quelle est, dans une ellipse donnée, la valeur d'un diamètre dont l'inclinaison avec le grand axe est également donnée, c'est ce que nous ferons dans l'explication de la Table LIX.

La Table XXI a été calculée pour un demi-diamètre de 15′ 40″; pour toute autre valeur il faudra augmenter ou diminuer proportionnellement, de sorte que si le demi-diamètre était de 16′ 20″, on augmenterait les accourcissemens de $2/47$ ou sensiblement de $1/24$; mais s'il était de 15′ il faudrait les diminuer de $1/24$.

TABLE XXII. *Parallaxe des planètes à divers degrés de hauteur sur l'horizon.*

Les parallaxes horizontales des planètes ayant pour maximum 34″, il sera facile au moyen de la Table XXII de se procurer leurs parallaxes en hauteur.

Exemple 1. La parallaxe horizontale de Vénus étant de 32",8 et sa hauteur de 25°, on demande la parallaxe de hauteur.

Pour 30" et 25° de hauteur on a	27"2
2	1.8
0.8	0.7
Parallaxe demandée	29.7

Exemple 2. La hauteur de Mars étant de 48° et sa parallaxe horizontale de 22",7, on demande la parallaxe de hauteur.

Pour 20" de parallaxe et 48° de haut. on a	13"4
2	1.3
0.7	0.5
Parallaxe demandée	15.2

TABLE XXIII. *Demi-diamètre horizontal de la lune.*

La Table XXIII suppose que le rapport du demi-diamètre à la parallaxe équatoriale est celui de 16′ 21″ à 60′, dont le logarithme est 9,4353665; d'où il suit qu'en exprimant ce rapport par x, la parallaxe par P et le demi-diamètre correspondant par D, on aura

$$D = aP, \quad \text{ou} \quad \log. D = 9{,}4353665 + \log. P$$

c'est ainsi que la Table XXIII a été calculée. La première colonne contient la parallaxe équatoriale de 10″ en 10″; la seconde colonne, le demi-diamètre qui lui correspond: pour les unités de secondes, on achèvera le calcul au moyen de la petite Table de parties proportionnelles placée au bas de la Table.

Exemple 1. La parallaxe équatoriale de la lune étant de 56′ 28",7, on demande son demi-diamètre horizontal.

Pour 56′ 20" Table XXIII	15′ 21"5
8	2.18
0.7	0.19
56 28.7	15 23.87

Exemple 2. La parallaxe équatoriale de la lune étant de 59′ 9",4, on demande son demi-diamètre horizontal:

Pour 59′ 0" Table XXIII	16′ 5"1
9.0	2.45
0.4	0.11
59 9.4	16 7.66

TABLE XXIV. *Augmentation du demi-diamètre horizontal de la lune, relative à sa hauteur.*

La Table XXIV donne l'augmentation du demi-diamètre pour les différens degrés de hauteur apparente, elle suppose que le rapport de la parallaxe horizontale ou demi-diamètre horizontal, est celui de 60′ à 16′ 21″, ou ce qui est de même, de 400 à 109, dont le logarithme est 0,5646335, d'où il suit qu'en exprimant ce rapport par a', le demi-diamètre exprimé en secondes par D et la hauteur apparente par h, on aura

$$\text{augmentation} = a' \sin. 1'' D^2 \sin. h$$

ou $\log. \text{augm.} = \log. a' + \log. \sin. 1'' + 2 \log. D + \log. \sin. h$

Mais $\log. a' + \log. \sin. 2'' = 0.5646335 + 4.6855749 = 5.2502084$

on aura enfin $\log. \text{augm.} = 5.2502084 + 2 \log. D + \log. \sin. h.$

Exemple 1. La hauteur apparente de la lune étant de 50° 30′, son demi-diamètre horizontal de 16′ 30", on demande son demi-diamètre en hauteur.

Demi-diamètre horizontal		16′ 30"0
Augm. pour 50° et 16′ 30" T. XXIV	+	13.4
part. prop. pour 30′		0.1
Demi-diamètre demandé		16 43.5

Exemple 1. La hauteur apparente de la lune étant de 66°, son demi-diamètre horizontal de 16′ 15", on demande son demi-diamètre en hauteur.

Demi-diamètre horizontal		16′ 15"0
Augm. pour 66° et 16′ Tab. XXIV	+	15.1
part. proport. pour 15"		0.45
Demi-diamètre demandé		16 30.55

TABLE. XXV. *Corrections des longitudes obtenues par les montres marines.*

La méthode de corrections des longitudes dans laquelle on fait usage de la Table XXV, a été donnée par Borda dans la relation du voyage de la Flore, publié en 1778, et depuis M. de Rossel a calculé la Table des nombres de jours écoulés depuis un jour jusqu'à cent-vingt jours; elle n'est autre que la suite des nombres triangulaires, qui s'obtient au moyen de la suite naturelle des nombres, en ajoutant chacun d'eux à la somme de tous ceux qui le précèdent, pour faciliter les calculs nous avons donné les logarithmes.

Pour l'usage de cette Table, nous renverrons à ce qui a été donné pages 293 et 294.

TABLE XXVI. ***Parallaxe en hauteur de la lune moins la réfraction, pour une pression atmosphérique de 760mm, et une température de + 10° centigrades.***

Cette Table donne la quantité à ajouter à la hauteur apparente du centre de la lune pour obtenir la hauteur vraie; elle est donnée pour toutes les dizaines de minute de hauteur et pour toutes les parallaxes horizontales depuis 53′ jusqu'à 62′ exclusivement; le bas des pages contient les parties proportionnelles pour les minutes de hauteur, et les dernières colonnes de chaque page, les parties proportionnelles correspondantes aux secondes de la parallaxe.

Exemple 1. La hauteur apparente du centre de la lune étant de 35° 40′ et sa parallaxe horizontale de 58′, on demande la hauteur vraie du centre.

Cherchons 35° 40′ dans la colonne ayant pour titre hauteur apparente : l'ayant trouvée, nous prendrons sur la même ligne et dans la colonne 58′ de parallaxe, la quantité 45′ 47″ pour la parallaxe de hauteur, diminuée de la refraction; cette quantité étant ajoutée à la hauteur apparente donnée, nous donnera pour somme 36° 27′ 47″ pour la hauteur vraie correspondante.

Exemple 2. La hauteur apparente du centre étant de 35° 47′ et la parallaxe horizontale toujours de 58′, trouver la hauteur vraie.

Cherchons comme dans l'exemple précédent, le nombre 45′ 47″ correspondant à la hauteur de 35° 40′ et à la parallaxe horizontale de 58′; cela posé, nous prendrons dans le bas de la page la partie proportionnelle 4″ qui convient à 7′ de hauteur : comme ces 4″ sont soustractives des quantités contenues dans cette page, nous les retrancherons de 45′ 47″, ce qui donnera pour reste 45′ 43″; ce reste étant ajouté à la hauteur apparente 35° 47′ nous donnera la somme 36° 32′ 43″ pour la hauteur vraie.

Exemple 3. La hauteur apparente étant de 35° 47′ et la parallaxe horizontale de 58′ 45″, trouver la hauteur vraie.

En opérant comme dans l'exemple précédent, on trouvera pour 35° 47′ de hauteur apparente et pour 58′ de parallaxe horizontale, la quantité *additive* 45′ 43″; ensuite, pour avoir la partie proportionnelle qui convient à 45″ de parallaxe, on remarquera que les parties proportionnelles, pour les secondes de parallaxe, sont comprises dans les onze dernières colonnes à droite, renfermées dans les deux lignes horizontales qui comprennent le même degré de hauteur, et pour notre exemple le 35e degré; ces colonnes sont composées de six lignes pour chaque degré, la première donne les parties proportionnelles depuis 0″ jusqu'à 9″, la seconde les donne depuis 10″ jusqu'à 19″; la troisième depuis 20″ jusqu'à 29″ et ainsi de suite : ainsi la partie proportionnelle pour 45″ se trouvera sur la ligne commençant par 40 et dans la colonne de 5″, cette partie est de 37″ qu'on ajoutera à 45′ 43″ déjà trouvées précédemment; la somme 46′ 20″ donnera la parallaxe de hauteur, diminuée de la réfraction; cette somme étant ajoutée à la hauteur apparente 35° 47′ donnera 36° 33′ 20″ pour la hauteur vraie demandée.

Si la parallaxe horizontale réduite à la latitude du lieu contenait des dixièmes de secondes, on obtiendrait les parties proportionnelles correspondantes, au moyen de la ligne qui les donne depuis 0″ jusqu'à 9″; mais alors il faudrait compter les parties trouvées pour des dixièmes de secondes.

Cette Table ne donne que la différence entre la parallaxe de hauteur et la *réfraction moyenne* correspondante, provenant de la Table V; pour les cas qui demanderaient une plus grande précision, il faudra calculer, au moyen des Tables VI et VII, les corrections de la réfraction moyenne relatives à l'état du baromètre et du thermomètre : ces corrections seront celles qu'il faudra faire aux résultats trouvés ci-dessus, avec des signes contraires à ceux qui sont indiqués dans les Tables VI et VII.

On a trouvé dans le dernier exemple 46′ 20″ pour la parallaxe de hauteur, diminuée de la réfraction moyenne; supposons que lors de l'observation, la hauteur du thermomètre était de + 30° à l'échelle centigrade et celle du baromètre de 726 millimètres.

Table VI pour 37° de hauteur apparente et 726 millimètres		− 3.5
VII	et + 30°	− 5.4
Correction de la réfraction moyenne		− 8.9

Comme cette correction totale devrait être retranchée de la réfraction pour avoir la réfraction correspondante à l'état de l'atmosphère, nous l'ajouterons à 46′ 20″, ce qui donnera 46′ 28″,9 pour la parallaxe de hauteur, diminuée de la réfraction corrigée.

TABLE XXVII. *Logarithmes des nombres.*

C'est au génie de l'Ecossais *Napier*, que l'on doit, depuis plus de deux siècles, l'invention de l'admirable instrument de calcul, nommé *Logarithmes*. (Pour apprécier tout le mérite de l'inventeur, lisez *l'analyse des ouvrages originaux de Napier, imprimées en* 1614 *et* 1619, *relatifs à l'invention des logarithmes*, par M. Biot, et qui se trouve insérée dans les additions à la Connaissance des Temps, pour 1838).

Nous savons que les *logarithmes* sont les divers exposans qu'il faut donner à la quantité constante 10, qu'on appelle *base*, pour en déduire successivement les puissances égales à tous les nombres ; ainsi, lorsqu'on parle du logarithme d'un nombre, ce nombre doit être considéré comme une certaine puissance de 10, dont ce logarithme est l'exposant. Le logarithme est donc à l'égard du nombre ce que l'exposant est à l'égard de la puissance.

Puisque $10^0 = 1$, le logarithme de l'unité est donc 0 ;

les logarithmes de la suite des nombres 10, 100, 1000, 10000, 100000, etc.,
sont 1, 2, 3, 4, 5, etc.,

d'après le nombre des zéros qui suivent l'unité.

Les logarithmes des fractions décimales 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001, 0.00001, etc.,
sont −1, −2, −3, −4, −5, etc.,

d'après le nombre des zéros qui précèdent l'unité.

Il en résulte qu'il n'y a que les nombres qui sont des puissances de 10, qui aient des logarithmes commensurables, et que le logarithme d'un nombre qui n'est pas une puissance exacte de 10, est incommensurable et par conséquent composé de deux parties ; l'une est placée dans le rang des entiers et se nomme *caractéristique*, et l'autre est composée d'une suite de décimales ; le nombre des chiffres décimaux est arbitraire, plus il y en aura et plus on approchera de la véritable valeur du logarithme, à laquelle cependant on atteindra jamais. Le nombre des chiffres décimaux qu'on en prend, dépend de la précision qu'on veut mettre dans son calcul. Dans les problèmes d'astronomie nautique et de navigation, on peut se contenter de cinq, ou tout au plus de six.

Lorsqu'un nombre est plus grand que l'unité, la caractéristique de son logarithme est positive de même que ses décimales : elle est égale à autant d'unités moins une, qu'il y a de chiffres qui précèdent la virgule ; et si c'est un nombre entier, la caractéristique contient autant d'unités moins une, que le nombre a de chiffres.

Si le nombre est plus petit que l'unité, il a pour logarithme une quantité entièrement négative, mais qu'il est toujours possible de transformer de manière, que ses décimales soient positives, et que le signe − n'affecte que la caractéristique ; la transformation peut aussi se faire de manière que le logarithme soit entièrement positif. Nous donnerons les trois manières différentes d'exprimer le logarithme d'une fraction.

La Table XXVII a plusieurs argumens ou quantités, desquelles dépendent les logarithmes qui y sont contenues ; ces argumens sont distingués les uns des autres par trois cadres figurés par des filets dissemblables.

Du cadre intérieur

0°	N.	0	1
′ ″			
0 0	0	Inf. né.	000000
0 10	1	000000	041393

Ce cadre comprend les logarithmes à six décimales pour les nombres compris entre 1 et 14400, et pour un nombre de degrés ou d'heures, minutes et secondes, au-dessous de 4° ou 4h ; on ne sera pas surpris de n'en trouver que les six chiffres décimaux, sans caractéristique, parce qu'on la supplée aisément en se rappelant qu'elle contient toujours autant d'unités, moins une, que le nombre a de chiffres dans le rang des entiers ou à gauche de la virgule. Ces logarithmes sont disposés de manière à réunir beaucoup de nombres dans le plus petit espace possible, chaque page en comprend *six cents*.

Les colonnes intitulées N. contiennent les nombres depuis 0 jusqu'à 1440; voici maintenant comment la Table indique tous les nombres supérieurs à ceux qui sont contenus dans les colonnes N, cette indication s'étendant jusqu'à 14400.

On voit sur chaque page, à droite de la colonne N, dix colonnes au haut desquelles sont les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; (un double filet sépare la colonne 4 de la colonne 5, pour faciliter la recherche des nombres dans l'ordre de la page), et la réunion d'un de ces chiffres avec ceux de la colonne N, donne tous les nombres depuis 0 jusqu'à 14400: ainsi, le nombre 5747 se trouve dans la Table en cherchant dans la colonne N les trois premiers chiffres 574, auxquels on joint le chiffre 7 qui se trouve à la partie supérieure de l'une des dix colonnes de la page. Quant à son logarithme, il est placé sur la ligne contenant 574 dans la colonne N et dans la colonne qui porte en titre le chiffre 7, qui est le dernier du nombre proposé, ce logarithme est 3.759441.

Le côté gauche de la colonne N est occupé par une autre colonne contenant des degrés, minutes et dizaines de secondes, depuis 0° jusqu'à 4°; ces nombres peuvent être pris pour des heures et leurs subdivisions, quant aux unités de secondes se sont les titres 1, 2, 3, etc. jusqu'à 9, des dix colonnes de logarithmes: de cette manière on aura tous les nombres de secondes jusqu'à 4° ou 4h; cette disposition donne le moyen de connaître les nombres de degrés ou d'heures, contenus dans un nombre de secondes au-dessous de 14400, et de se procurer leurs logarithmes.

Pour l'usage de la Table on remarquera que la fraction décimale du logarithme d'un nombre, de 7686 par exemple, qu'on trouvera dans la Table égale à 885700, ne subit aucun changement lorsque le nombre, d'abord supposé entier, se transforme ou en entier et fraction décimale, ou en fraction décimale pure, pourvu qu'il conserve toujours les mêmes chiffres significatifs: ainsi 7686; 768,6; 76,86; 7,686; 0,7686; 0,07686; etc., ont tous à leur logarithme la même fraction décimale 885700.

De plus; cette même fraction décimale se conserve encore dans le logarithme intégral en supposant un nombre quelconque de zéros à la suite des chiffres significatifs du nombre auquel ce logarithme appartient. Ainsi, 7686; 76860; 768600; 7686000, etc., ont encore à leur logarithme la même fraction décimale 885700; cette fraction décimale est 158362 pour 144 comme pour 14400. Ce qu'on vient de dire sur les zéros placés à la suite des nombres naturels, explique un double emploi de la colonne 0, placée à droite de la colonne N; cette colonne 0 donne en même temps les fractions décimales des logarithmes des nombres de la colonne N et des logarithmes de ces nombres décuplés, en écrivant un zéro à la suite de chacun. Ainsi, par exemple, 597695, qu'on trouve égal à la fraction décimale du logaritme de 3960, est aussi la fraction décimale de 396.

On voit que dans l'étendue entière de la Table, les nombres de la colonne N ont les fractions décimales de leurs logarithmes immédiatement à la droite de cette colonne, c'est-à-dire dans la colonne 0.

En définitive, un groupe de chiffres commençant et finissant par des chiffres *significatifs*, ou différents de zéro, conserve invariablement, pour le nombre qu'il exprime, une même fraction décimale au logarithme, quelle que soit la position de la virgule qui assigne la place du chiffre des unités, et quel que soit le nombre des zéros placés soit après ce nombre, lorsqu'il est entier, soit avant si tous les chiffres se trouvent après la virgule, c'est-à-dire s'il n'énonce qu'une fraction décimale; et qu'en général, les logarithmes des nombres décuples les uns des autres, ne varient que dans les caractéristiques, qui pour les nombres entiers et décimaux plus grands que l'unité, contiennent autant d'unités moins une, qu'il y a de chiffres dans les parties entières de ces nombres.

La dernière colonne de chaque page, ayant pour titre *parties proportionnelles*, contient de petites Tables, au moyen desquelles on trouve la quantité qu'il faut ajouter au logarithme d'un nombre contenu dans la Table, lorsque ce nombre est encore suivi d'un, de deux, et quelquefois trois chiffres.

Le nombre qui se trouve au haut de chacune de ces petites Tables, exprime la différence moyenne de chacun des logarithmes qui sont vis-à-vis d'elles, au logarithme qui suit immédiatement; lorsqu'il y a deux colonnes de ces petites Tables, le nombre placé au haut indique la différence moyenne de chacun des logarithmes au logarithme suivant, pour les cinq lignes à partir de celle sur laquelle cette différence est placée; par exemple, à la page 27 la première petite Table a pour nombre supérieur 179, ce nombre est la

différence moyenne entre deux logarithmes consécutifs contenus dans les cinq premières lignes de la page; la seconde petite Table a pour nombre supérieur 176, ce nombre est la différence moyenne entre deux logarithmes consécutifs contenus dans les cinq lignes suivantes, et ainsi des autres. Les nombres de chacune de ces petites Tables expriment, dans l'ordre où ils sont placés, le dixième, les deux dixièmes, les trois dixièmes, etc., jusqu'aux neuf dixièmes de cette différence. Pour les deux premières pages de la Table, il ne s'y trouvent point de ces petites Tables, parce qu'on peut se dispenser d'en faire usage pour les logarithmes des nombres entiers moindres que 1200.

Etant donné un nombre, trouver son logarithme.

Lorsque le nombre est entier et ne surpasse pas 1440, cherchez-le dans la colonne N et la partie décimale de son logarithme se trouvera sur la même ligne, dans la colonne 0; ayant cette partie décimale, vous la ferez précéder de la caractéristique contenant autant d'unités qu'il y a de chiffres dans ce nombre. Ainsi le logarithme de 739 est 2.868644; celui du nombre 1367 est 3.135769.

Mais si le nombre entier est compris entre 1440 et 14400, séparez le dernier chiffre sur la droite, et cherchez son logarithme sur la ligne commençant par le nombre restant à gauche pris dans la colonne N et correspondant à la colonne qui porte en tete le chiffre séparé. Ainsi le logarithme du nombre 5747 est celui qui correspond à la ligne horizontale commençant par 574, et à la colonne verticale ayant pour titre 7; c'est-à-dire que la partie décimale du logarithme demandé est 759441, à laquelle vous donnerez pour caractéristique 3, ce logarithme est donc 3.759441.

Mais si le nombre excède la limite 14400 de la Table, séparez sur sa droite autant de chiffres qu'il est nécessaire, pour que le nombre restant à gauche ne surpasse pas 14400, mais approche le plus près possible de cette limite; cela posé, comme précédemment, cherchez d'abord le logarithme du nombre restant à gauche: restent ensuite les chiffres à droite qui indiquent des dixièmes, centièmes, etc. du nombre à gauche. Pour obtenir la partie proportionnelle qui leur correspond, on fera usage de l'une des petites Tables contenues dans la colonne *parties proportionnelles*, elle donnera immédiatement ce qu'il faut ajouter au logarithme du nombre à gauche, pour tenir compte des chiffres séparés à droite.

Exemple 1. On demande le logarithme du nombre 134727.

Le nombre 134727 étant égal à 13472,7 × 10, il résulte de ce qui précède qu'on obtiendra le logarithme de 134727 en ajoutant 1 unité au logarithme de 13472,7.

Il suffit donc de calculer le logarithme de 13472,7.

Pour 13472 la Table donne immédiatement	4.129432
0.7 la petite Table donne	22
Le logarithme de 13472,7 est donc	4.129454
Celui du nombre proposé 134727 sera	5.129454

Exemple 2. On demande le logar. du nombre 578728. Séparez deux chiffres décimaux sur la droite, et vous aurez 5787,28.

Pour 5787 la Table donoe	3.762453
0.2 la petite Table doone	15
0.08	6
Le logarithme de 5787,28 est donc	3.762474
Du nombre proposé 578728	5.762474

Exemple 3. On demande le logar. du nombre 3480548. Ce nombre est égal à 3480,540 × 1000

Pour 3480 la Table donne	3.541579
0.5 la petite Table doone	63
0.04	5
0.008	1
Le logarithme de 3480,548 est donc	3.541648
Celoi de 3480548 sera de	5.541648

Exemple 4. On demaode le logarithme de 43,40658. Ce nombre est égal à 4340,658 divisé par 100.

Pour 4340 la Table donne	3.937490
0.6 la petite Table doone	60
0.05	5
0.008	1
Le logarithme de 4340,658 est donc	3.637556
Gelni de 43,40658 sera	1.637556

Exemple 5. On demande le logarithme de 14 5/8.

Convertissez le 14 5/8 en huitiemes, vous aurez 117/8, qui expriment le qoutient de la divisioo du nombre 117 divisé par 8.

Le logarithme du numérateur 117 est	2.068186
Celui du dénominateur 8 est	0.903090
La différence de ces deux logarithmes est	1.165096

Cette différeoce est le logarithme de 14 5/8.

Exemple 6. Trouver le logarithme de la fraction décimale 0,124789.

Le logarithme d'une fraction décimale peut s'obtenir en cherchant le logarithme du nombre entier qui résulte de la suppression de la virgule, c'est-à-dire de 124789, on trouve alors qu'il est 5.096176.

La fraction proposée ayant 6 décimales, on obtiendra son logarithme en retranchant 6 unités de 5.096176; mais en général, toutes les fois que le nombre à soustraire est plus grand que celui dont il faut le soustraire, on retranche le plus petit nombre du plus grand, et on place le signe − devant la différence; le nombre *négatif* qui en résulte exprime le reste cherché. Nous ôterons donc 5.096176 de 6, et nous mettrons le signe − devant le reste; le résultat − 0,903824 sera le logarithme de 0.124789.

On peut donner à ce logarithme une autre forme, en observant que

$$\log.\ 0.124789 = 5.096176 - 6 = 5 + 0.096177 - 6 = 5 - 6 + 0.096176 = -1 + 0.096176$$

résultat qui pourra s'écrire sous la forme suivante $\log.\ 0.124789 = \bar{1}.096176$.

Le signe − placé au-dessus de la caractéristique 1, sert à indiquer qu'elle est seule négative, de sorte que la partie décimale 0.096176 doit être ajoutée à − 1; elle sert aussi à indiquer le rang qu'occupe après la virgule le premier chiffre significatif de la fraction décimale correspondante.

On aurait de même $\log.\ 0.057878 = \bar{2}.762513$ et $\log.\ 0.0073576 = \bar{3}.866736$.

Enfin, les logarithmes des fractions décimales et en général des fractions proprement dites, peuvent être mis sous une forme entièrement positive, et cela en augmentant de 10 unités la caractéristique du logarithme du numérateur;

ainsi nous aurons $\log.\ 0.124789 = 15.096176 - 6 = 9.096176$

alors la caractéristique est le complément arithmétique d'une caractéristique négative.

Exemple. On demande le logarithme de la fraction $^{57}/_{959}$

$$\begin{aligned} \text{On aura } \log.\ ^{57}/_{959} &= \log.\ 57 - \log.\ 959 = 1.755875 - 2.981819 = -1.225944 \\ \text{ou bien } &= 1.755875 - 0.981819 - 2 = \bar{2}.774056 \\ \text{ou bien enfin } &= 11.755875 - 2.981819 = 8.774056 \end{aligned}$$

Etant donné un logarithme, trouver le nombre auquel il appartient.

Faisant abstraction de la caractéristique que nous supposerons positive, du logarithme proposé, on le cherchera dans la colonne marquée 0, s'il se trouve entièrement dans cette colonne, on aura les chiffres du nombre correspondant sur la même ligne et dans la colonne N.

Si la partie décimale du logarithme proposé ne se trouve pas dans la colonne marquée 0, on s'arrêtera à la partie décimale qui en approche le plus *en moins*; on suivra la ligne sur laquelle on se sera arrêté, en la parcourant de gauche à droite, et si l'on trouve sur cette ligne les décimales du logarithme donné, on suivra en montant la colonne dans laquelle on l'aura trouvé: le chiffre placé au haut de cette colonne sera le dernier chiffre significatif de ceux du nombre correspondant, dont les précédens à gauche se trouveront sur la même ligne que la partie décimale du logarithme dans la colonne marquée N.

Enfin, si la partie décimale du logarithme ne se trouve pas parmi celles de la Table, en opérant comme dans le cas précédent, on cherchera celle qui en approche le plus *en moins*, pour laquelle on prendra le nombre correspondant, ce qui donnera une partie des chiffres du nombre cherché. Pour avoir les suivans, on retranchera le logarithme sur lequel on s'est arrêté de celui qui est donné, et l'on aura un reste que l'on cherchera parmi les parties proportionnelles de la petite Table la plus prochaine; et si parmi ces parties on trouve ce reste, le chiffre qui sera à la gauche de ce nombre, sera le dernier chiffre significatif du nombre cherché. Si ce reste ne se trouve pas parmi les parties proportionnelles de la petite Table la plus prochaine, on s'arrêtera à la partie qui en approche le plus *en moins*, le chiffre à gauche sera le chiffre suivant du nombre correspondant déjà trouvé; on retranchera la partie sur laquelle on s'est arrêté du reste, ce qui donnera un second reste, à la droite duquel on mettra un zéro; on cherchera de

même ce décuple du second reste dans la petite Table des parties proportionnelles, en s'arrêtant à celle qui lui est immédiatement inférieure; le chiffre placé à la gauche de cette partie, sera le dernier chiffre significatif du nombre cherché.

D'après ce qui précède, on obtiendra les chiffres du nombre correspondant jusques et compris le dernier significatif sur la droite, il restera à déterminer celui qui doit être placé dans le rang des unités entières, c'est-à-dire à placer convenablement la virgule. Cette place dépendra de la caractéristique du logarithme donné, d'après la règle donnée ci-dessus, que le nombre a toujours autant de chiffres plus un dans le rang des entiers, que la caractéristique contient d'unités positives.

Exemple 1. Soit donné le logarithme 2.332438, on demande le nombre correspondant. Cherchant les décimales de ce logarithme dans la colonne o, on trouvera que 332438 s'y trouve entièrement, et donne pour les chiffres du nombre correspondant de la colonne N 215; la caractéristique 2 fait connaître que le nombre cherché doit avoir trois chiffres, ainsi 215 est le nombre cherché. Si au lieu de 2 le logarithme avait eu 4 pour caractéristique, cette dernière aurait fait connaître que le nombre cherché devait avoir cinq chiffres, ainsi à la droite de 215 il faudrait écrire deux zéros et 21500 serait alors le nombre cherché.

Exemple 2. On demande quel est le nombre correspondant au logarithme 1.374382

Partie décimale du logarithme donné	374382
du log. de la colonne o immédiatement infér.	372912

Sur la ligne qui commence par ce log. on trouvera le log. proposé.
La colonne qui le contient, a pour titre le chiffre 8.
Le nombre de la colonne N, placé sur la même ligne, est 236.
Ecrivant à la droite de 236 le chiffre 8, on aura le nombre 2368;
La caractéristique du logarithme proposé étant 1,
Le nombre cherché sera donc 23,68.

Exemple 3. On demande quel est le nombre correspondant au logarithme 2.816433

Partie décimale du logarithme donné	816433
de la colonne o immédiatement inférieure	816374
Premier reste	59
La petite Table de part. prop. donne 8 dixièmes pour	53
Second reste (décuplé)	60
La même petite Table donne 9 centièmes pour	59

Mais la partie 816433 avait pour nombre correspondant 6552, on aura donc 6552,89; cela posé, la caractéristique du logarithme donnée étant 2, fait connaître que le nombre cherché doit avoir trois chiffres à la gauche de la virgule; ce nombre sera donc 655,289.

Exemple 4. Quel est le nombre correspondant au logarithme 5.911512.

Faisant abstraction de la caractéristique, on a	911512
Partie décimale immédiatement inférieure	911477
Premier reste	35
La Table de part. prop. donne 6 dixièmes pour	32
Second reste (rendu dix fois plus grand)	30
Partie proportionnelle, 5 centièmes pour	27

Mais la partie décimale 911477 correspond au nombre 8156, on aura donc 8156,65; maintenant la caractéristique 5 fait connaître que le nombre cherché doit avoir 6 chiffres à la gauche de la virgule; ce nombre sera donc 815665.

Lorsque le logarithme donné est entièrement négatif, on lui ajoute assez d'unités pour que le résultat soit entièrement positif et affecté de la caractéristique 3 (cela revient à

ajouter quatre unités de plus qu'il n'y en a dans la caractéristique du logarithme négatif), on cherche, d'après ce qui précède, le nombre auquel appartient le nouveau logarithme; puis on avance la virgule d'autant de rangs vers la gauche de ce nombre, qu'on a ajouté d'unités au logarithme donné.

Exemple 5. Quelle est la fraction correspondante au log. totalement négatif – 1.578437.

Ajoutons 5 unités à – 1,578437 : la somme algébrique sera 5 – 1,578437 ou 3.421563. Cherchons le nombre 2639,75 auquel appartient le logarithme 3.421563; ensuite avançons la virgule de cinq rangs à gauche dans 2639,75, par rapport au 5 unités ajoutées au logarithme donné; le résultat 0,0263975 est la fraction demandée.

Lorsque le logarithme donné a seulement sa caractéristique négative, ajoutez-lui assez d'unités pour qu'elle devienne positive et égale à 3 (ce qui revient à supposer que la partie décimale du logarithme donné est affectée d'une caractéristique positive égale à 3); on cherche à quel nombre appartient ce nouveau logarithme, l'ayant trouvé, on avance la virgule d'autant de rangs vers la gauche de ce nombre, qu'on avait ajouté d'unités à la caractéristique.

Exemple 6. On demande la fraction à laquelle appartient le logarithme $\bar{2}.021534$.

Ce logarithme est équivalent à – 2 + 0,021534. si nous ajoutons 5 unités, le résultat sera

$$5 - 2 + 0.021534 \text{ ou } 3 + 0.021534, \text{ ou } 3.021534.$$

Cherchant le nombre auquel appartient ce dernier logarithme, on trouvera 1050,835; on avancera la virgule de cinq rangs à gauche, par rapport aux 5 unités ajoutées au logarithme donné; l'on aura enfin 0.0105o835 pour la fraction demandée.

Lorsque le logarithme donné appartient à une fraction et qu'il est entièrement positif, sa caractéristique est alors le complément arithmétique d'une caractéristique négative, qu'il sera toujours facile de rétablir pour ramener la recherche de la fraction au cas précédent.

Ainsi le logarithme d'une fraction étant de 8.774056 ce logarithme revient à $\bar{2},774056$
étant de 7.348217 il revient à $\bar{3},348217$
dont les fractions correspondantes se trouveront en opérant comme dans le cas précédent,

Remarque. Lorsqu'on cherche le logarithme d'un nombre qui ne se trouve pas dans la Table, les méthodes précédentes donnent toujours ce logarithme, à moins d'une unité du sixième ordre décimal.

Réciproquement, étant donné un logarithme qui ne se trouve pas dans la Table et dont on suppose la caractéristique ramenée à 3, si l'on cherche le nombre correspondant, on trouvera immédiatement dans la Table la partie entière de ce nombre, qui sera composé de quatre chiffres et quelquefois de cinq (jusqu'à 14400); ensuite les petites Tables de parties proportionnelles fourniront les deux premières décimales du nombre cherché; l'erreur ne pourra jamais excéder deux centièmes; de sorte qu'on aura obtenu les six premiers, à partir du premier chiffre significatif, à gauche du résultat.

Nous avons dit, page 462, que le cadre intérieur comprenait les logarithmes des nombres de degrés ou d'heures au-dessous de 4° ou 4ʰ, il fournit le moyen de convertir directement en secondes une quantité moindre que 4° ou 4ʰ et de trouver immédiatement le logarithme d'un nombre total de secondes contenu jusqu'à ces limites.

Par exemple, pour convertir en secondes 3° 52′ 57″, on cherche dans la Table, cadre intérieur, la colonne verticale, dont le titre supérieur est 3° et le nombre des dizaines de minutes 50′ se trouve au-dessous, page 46; le nombre de secondes demandé se trouve dans la colonne N à la droite duquel on ajoute les unités 7 de secondes, c'est-à-dire qu'il est 13977.

Usage de cet argument dans le calcul de l'heure de Paris correspondante à une distance lunaire vraie. Dans la Connaissance des Temps (année 1840), les distances lunaires vraies pour chaque jour où des distances peuvent être observées, y sont données pour le T. M. de Paris, de 3 heures en 3 heures en comptant 0ʰ à midi moyen et dans la colonne à droite leurs différences.

Cela posé, supposons qu'étant en mer le 8 Décembre 1840, il s'agisse de trouver l'heure de Paris T. M., correspondante à une distance vraie de Régulus de 79° 26′ 19″.

Cette distance tombe (Connaissance des Temps, page 288) entre les distances du 8 Décembre à 0^h et à 3^h, qui diffèrent de $1°\ 53'\ 57''$, et elle est plus petite que celle du 8 à 0^h de $1°\ 24'\ 26''$,

on fera la proportion $1°\ 53'\ 57'' : 1°\ 24'\ 26'' :: 3^h : x^h$

Pour calculer le terme inconnu au moyen de la Table XXVII, prenez

1° dans le titre de la page 31 le log. constant des distances lunaires	4.033424
2° dans le cadre intérieur $1°\ 24'\ 20'' + 6''$ dont le log. est	3.704665
3° pour $1°\ 53'\ 50'' + 7''$ l. c. arith. de son log.	6.165134
Somme diminuée de 10 unités	3.903223

Cherchez cette somme, page 36, et vous trouverez qu'elle répond à $2^h\ 13^m\ 22^s,44$

Par conséquent l'heure de Paris est le 8 Décembre à $2^h\ 13^m\ 22^s,44$ T. M.

Du cadre du milieu

′ ″	0° *Lune.*	0″	3″
0 0		inf. né.	000000
0 30		000000	041393
1 0		301030	322219

Les colonnes verticales de ce cadre contiennent les nombres de degrés de 30 secondes en 30 secondes depuis 0° jusqu'à 12°, et sur la droite de chaque colonne verticale, dix colonnes dont les titres sont 0″, 3″, 6″, 9″, 12″, 15″, 18″, 21″, 24″, 27″, la réunion d'un de ces nombres, avec ceux de la colonne verticale, donne de 3″ en 3″ tous les nombres depuis 0° jusqu'à 12°; ces nombres peuvent être comptés pour des heures et leurs subdivisions.

Ainsi le nombre 7° 25′ 36″ ou $7^h\ 25^m\ 36^s$ se trouve dans ce cadre en cherchant 7° 25′ 30″ dans la colonne verticale, auquel on joint le nombre 6″ contenu dans la ligne horizontale des titres des dix colonnes de la page. Quant à son logarithme il est placé sur la ligne contenant 7° 25′ 30″ et dans la colonne qui porte en titre 6″, ce logarithme est (page 37) 3.949975, dont la caractéristique doit être toujours la même que celle du logarithme du nombre correspondant, qui est ici 8912.

La colonne ayant pour titre *parties proportionnelles*, contient les quantités qu'il faut ajouter au logarithme d'un nombre contenu dans le cadre, lorsque ses secondes ne sont pas un multiple de 3. Les petites Tables donnant ces quantités pour les dixièmes de la différence constante entre deux nombres consécutifs du cadre, il faudra pour entrer dans ces petites Tables, convertir le nombre de secondes d'excédant sur le multiple inférieur de 3, en dixièmes, et cela en prenant le tiers de cet excédant.

Ainsi, si au lieu de 36″ contenu dans le nombre précédent on avait eu 38″, il resterait à ajouter au logarithme trouvé la partie proportionnelle relative à 2″; pour la trouver nous prendrons le tiers de 2″ ce qui donnera 0,66.. cela posé

Pour 7° 25′ 36″ nous avons en le log.	3.949975
0.6 la petite Table donne	29
0.07	3
Nous aurons donc pour 7° 25′ 38″ le log.	3.950007

Le principal usage de l'argument contenu dans ce cadre, consiste à trouver facilement tout ce qui est relatif aux élémens de la lune, qui sont donnés de 12^h en 12^h dans la Connaissance des Temps.

Exemple 1. La Connaissance des Temps donne 7° 10' 13",8 pour le changement en longitude de la lune en 12h on demande quel sera celui qui aura lieu en 5h 4m 29s.

12h : 5h 4m 29s :: 7° 10' 13",9 : x

Table XXVII	log. 5h 4m 27s		3.784546
pour		2s ou 0,67	48
	log. 7° 10' 12"		3.934700
pour		1.8 ou 0,6	30
	log. constent		5.841638
x	de 3° 1' 56"4		3.560962

Exemple 2. Le changement en ascension droite de la lune en 12h est de 8° 0' 53",7, on demande quel sera celui qui aura lieu en 8h 40m 19s.

12h : 8h 40m 19s :: 8° 0' 53",7 : x

	log. 8h 40m 18s		4.017284
pour		1s ou 0,33	13
	log. 8° 0' 51"		3.983040
pour		2"7 ou 0,9	41
	log. constant		5.841638
x	de 5° 47' 31"5		3.842016

Le logarithme constant est donné dans les titres des pages de la Table XXVII.

Lorsqu'il s'agit de déterminer l'heure de Paris correspondante à une longitude ou à une ascension droite de la lune, ce n'est plus le logarithme constant 5.841638, placé dans le titre de la Table XXVII, qui doit être employé, mais son complément arithmétique 4.158362 (ce dernier n'est autre que le logarithme de 12h).

Exemple 1. On suppose que 7° 0' 58" est le changement en longitude de la lune en 12h. On demande le temps qu'elle mettra pour un changement de 4° 38' 17".

7° 0' 58" : 4° 38' 17" :: 12h : yh

Pour	4° 38' 17"	log.	3.745516
	7 0 58 c. a.	log.	6.074722
	12h	log.	4.158362
	yh	log.	3.978600
Temps demandé			7h 55m 57s,6

Exemple 2. On trouve que 6° 59' 7",2 est le changement en Æ de la lune en 12h. On demande le temps correspondant à un changement de 2° 27' 50",7.

6° 59' 7",2 : 2° 27' 50",7 :: 12h : yh

Pour	2° 27' 50"7	log.	3.470836
	6 59 7.2 c. a.	log.	6.076631
	12h	log.	4.158362
	yh	log.	3.705829
Temps demandé			4h 13m 58s,8

Du cadre extérieur,

	0° *Soleil.*	0"	6"
'			
0		Inf. né.	000000
1		000000	041393
2		301030	322219

La colonne verticale de ce cadre contient les nombres de degrés de minutes en minutes, depuis 0° jusqu'à 24°, et sur la droite de chaque colonne verticale, dix colonnes dont les titres sont les nombres de secondes 0", 6", 12", 18" . . . . 54" la réunion de ces nombres avec ceux de la colonne verticale, donne de 6" en 6" tous les nombres depuis 0° jusqu'à 24°; ou peut aussi les prendre pour des heures, minutes et secondes d'heure.

Ainsi le nombre 20° 8' 42" ou 20h 8m 42s se trouve dans ce cadre (page 43), en cherchant dans la colonne verticale 20° 8' auquel on joint le nombre 42" qui se trouve sur la ligne horizontale contenant les titres des dix colonnes de la page. Quant à son logarithme, il est placé sur la ligne contenant 20° 8' et dans la colonne qui porte en titre 42"; ce logarithme est 4.082319, sa caractéristique est la même que celle du logarithme du nombre correspondant 12087.

La colonne des *parties proportionnelles* contient les quantités qu'il faut ajouter au logarithme d'un nombre contenu dans le pourtour du cadre, lorsque les secondes ne sont pas un multiple de 6".

Comme les petites Tables donnent les parties proportionnelles pour les dixièmes des différences des nombres successifs contenus dans les cadres, il faudra pour entrer dans ces petites Tables, convertir l'excédant des secondes sur un multiple de 6, en dixièmes, ce qui se fera en prenant le sixième de cet excédant.

D'où il suit que si le nombre précédent avait contenu 45″ au lieu de 42″ il resterait à ajouter au logarithme trouvé 4.082319 la partie proportionnelle relative à 3″ ; pour la trouver, prenons le sixième de 3″ et nous aurons 0,5 ; pour ces 5 dixièmes nous trouverons 18 pour la quantité à ajouter, ainsi le logarithme de 20° 8′ 45″ est 4.082319 + 18 ou 4.082337. Réciproquement, lorsqu'un excédant de logarithme est cherché dans une des petites Tables de parties proportionnelles, les dixièmes trouvés doivent être multipliés par 6 pour avoir les secondes correspondantes.

Exemple 1. Le changement diurne du soleil en longitude est de 1° 1′ 10″,7, on demande de combien il sera en 13h 14m 53s.

24h : 13h 14m 53s :: 1° 1′ 10″7 : x

Pour	13h 14m 53s	log.	3.900304
	1° 1′ 10″7	log.	2.786595
		log. constant	5.841638
	x	log.	2.528537
Changement demandé			0° 33′ 46″,2

Exemple 2. Le changement diurne du soleil en ascension droite est de 4m 26s,64. On demande la partie proportionnelle pour 9h 4m 17s.

24h : 9h 4m 17s :: 4m 26s,64 : x

Pour	9h 4m 17s	log.	3.735826
	0 4 26.64	log.	1.647774
		log. constant	5.841638
	x	log.	1.225238
Part. proportionnelle demandée			0h 1m 40s,7

TABLE XXVIII. *De la différence ascensionnelle, pour trouver l'heure du lever et du coucher d'un astre.*

La différence ascensionnelle d'un astre, est la différence entre son ascension droite et son ascension oblique, ou l'arc de l'équateur compris entre le cercle de déclinaisnn et le point de l'équateur qui se lève ou se couche en même temps que lui : son calcul s'effectue au moyen de la proportion :

Le rayon est à la tangente de la latitude du lieu, comme la tangente de la déclinaison de l'astre est au sinus de la différence ascensionnelle.

Ainsi au logarithme tangente de la latitude, ajoutez le logarithme tangente de la déclinaison, la somme, diminuée de 10, sera le logarithme sinus de la différence ascensionnelle. C'est ainsi que la Table XXVIII a été calculée ; elle contient la différence ascensionnelle, exprimée en temps, pour tous les degrés de déclinaison depuis 0° jusqu'à 32°, correspondans à tous les degrés de latitude depuis 0° jusqu'à 64°.

Lorsque l'astre dont il s'agit est le soleil, la différence ascensionnelle exprime l'intervalle de temps entre six heures du matin et l'heure du lever vrai, ou entre six heures du soir et l'heure du coucher vrai.

Pour les applications, voyez le Problème X.

TABLE XXIX. *Des amplitudes.*

Cette Table a été calculée au moyen de la proportion suivante : *Le rayon est au cosinus de la latitude du lieu, comme le sinus de l'amplitude d'un astre à l'instant de son lever ou de son coucher vrai, est au sinus de sa déclinaison* ; elle contient les amplitudes correspondantes aux déclinaisons depuis 0° jusqu'à 29° et aux latitudes comprises entre 0° et 65° inclusivement. Ces amplitudes sont toujours de meme dénomination que la déclinaison.

Exemple 1. La déclinaison du soleil étant de 13° 30′ Nord, et la latitude du lieu de 24°, on demande l'amplitude ortive correspondante.

Cherchez dans la ligne horizontale supérieure la *latitude* 24°, l'ayant trouvée (page 49), descendez verticalement jusqu'à la ligne commençant par la *déclinaison* 13° 30′ ; vous trouverez à la rencontre de ces deux lignes 14° 49′ pour *l'amplitude ortive* cherchée, qui sera Nord puisqu'elle doit être de même dénomination que la déclinaison.

Exemple 2. Le soleil, à l'instant de son coucher vrai, avait de déclinaison 15° 50′ Sud dans un lieu dont la latitude était de 35° ; on demande son amplitude occase.

La latitude du lieu et la déclinaison de l'astre n'étant point contenues dans les deux argumens de la Table, nous opérerons de la manière suivante :

Pour 34° de latitude et 15° 30′ de déclinaisun la Table donne		18° 48′
2° de latitude la différ. est de 29′; pour 1° elle sera donc	+	0 14.5
30′ de déclinaisou la différ. est de 37′; pour 20′ elle sera de	+	0 24.7
Pour 35° de latit. et 15° 50′ de déclinaison, l'amplitude sera donc de		19 27.2

Cette amplitude occase est *Sud* ou de même dénomination que la déclinaison.

TABLE XXX. *De la quantité dont l'amplitude varie pour 100′ de changement dans la hauteur de l'astre.*

En représentant par A l'amp. d'un astre à l'instant de son lever ou de son coucher vrai.
L la latitude du lieu.
$-H$ de 100′ ou d'abaissement de l'astre au-dessous de l'horizon vrai.
et par dA le changement d'amplitude correspondant à $-H$ de 100′

on trouvera $$dA = \frac{100' \text{ tang. } L}{\text{cos. } A}$$

c'est-à-dire que *le cosinus de l'amplitude ortive ou occase d'un astre est à la tangente de la latitude du lieu, comme 100′ est au changement d'amplitude exprimé en minutes.*

D'où il résulte que pour une latitude de 40° et pour une amplitude de même dénomination égale à 30° on aurait

log. 100′	2.000000
log. tang. 40°	9.923814
c. a. log. cos. 30°	0.062469
et dA de 96′,89	1.986283

C'est de cette manière que la Table XXX a été calculée.

Au moyen de cette Table on trouvera la correction à faire à l'amplitude vraie, pour obtenir l'amplitude apparente; c'est-à-dire celle qui correspond à l'instant où le bord inférieur du soleil est à l'horizon visuel ou apparent.

Pour obtenir l'abaissement de l'horizon visuel, faites une somme de la dépression de l'horizon et de la réfraction horizontale, diminuée de la parallaxe du soleil (33′ 37″), à laquelle vous ajouterez le demi-diamètre s'il s'agit du bord supérieur, ou dont vous retrancherez le demi-diamètre si c'est du bord inférieur; vous multiplirez la somme ou la différence par le nombre de la Table, correspondant à la latitude et à l'amplitude vraie, et le produit sur la droite duquel vous séparerez deux chiffres décimaux, vous donnera la correction demandée, qui, étant ajoutée ou retranchée de l'amplitude vraie, selon que la latitude et la déclinaison de l'astre sont de mêmes ou de différentes dénominations, donnera l'amplitude apparente cherchée.

Exemple. Quelle est l'amplitude apparente du soleil lorsque son bord inférieur est à l'horizon visuel, sachant que la déclinaison du soleil est de 15° 50′ Sud, la latitude du lieu de 35° Sud, l'élévation de l'œil de 24 pieds, et le demi-diamètre de l'astre de 16′ 12″.

On commencera par déterminer l'amplitude vraie au moyen de la Table XXIX; cette amplitude est de 19° 27′,2 Sud.

Pour 35° de latitude et 19° 27′ d'amplitude, la Table XXX donne 74′.

Dépression pour 24 pieds	+ 4′ 57″	Somme algébrique	22′ 22″ ou	22′ 37
Réfrac. hor. − parallaxe	+ 33 37			
Demi-diamètre	− 16 12			
Correction demandée		74′ × 22,37 = 16′55	ou +	16 33
		Amplitude vraie		19 27 12
		Amplitude apparente		19 43 45

TABLE XXXI. *Angle horaire d'un astre et sa hauteur à l'instant favorable pour déterminer l'heure.*

La détermination de l'heure s'obtient, comme on sait, par la résolution d'un triangle sphérique ZSP, formé par le méridien du lieu, le vertical d'un astre et son cercle de déclinaison; les sommets de ses angles sont donc situés au zénith de l'observateur, au pôle élevé et au centre de l'astre. Tant que la hauteur H n'est pas nulle et qu'elle est positive, nous observerons que ce triangle ne peut avoir qu'un angle obtus et que celui-là peut être l'un quelconque de ses angles; si la distance polaire D est plus grande que 90°, ou ce qui est de meme quand la déclinaison d est d'une dénomination contraire à celle de la latitude L, aucun des angles de ce triangle ne peut être droit; si D est égale à 90°, il peut avoir deux angles droits et ceux-là ne peuvent être que les angles Z et S; enfin, si D est plus petite que 90°, il ne peut avoir qu'un angle droit, qui sera le plus grand de ses trois angles.

Cela posé, soit dH le mouvement en hauteur, correspondant à l'instant dP, Z l'angle azimuthal de l'astre, S son angle de variation que l'on nomme aussi parallactique, on aura

$$dH = dP \sin. Z \cos. L \quad (1)$$
$$dH = dP \sin. S \sin. D \quad (2)$$
desquelles on tire $dP = \dfrac{dH}{\sin. Z \cos. L} = \dfrac{dH}{\sin. S \sin. D}$.

L'instant le plus favorable pour déterminer l'heure, étant celui où le mouvement de l'astre en hauteur est le plus rapide, ou ce qui revient au même, lorsque la valeur de dP est la plus petite possible par rapport à dH; les formules (1) et (2) font connaître que cet instant a lieu lorsque sin. Z ou sin. S est maximum, c'est-à-dire quand l'azimuth ou l'angle de variation est de 90°.

1.° Si la déclinaison et la latitude sont nulles, les angles Z et S seront droits constamment, et les formules donnent

$$dH = dP, \text{ d'ailleurs on a } \cos. P = \sin. H$$

c'est-à-dire que le changement en hauteur est uniforme, ou en d'autres mots, que l'erreur sur l'angle horaire est égale à l'erreur sur la hauteur.

2.° Si la déclinaison, de même dénomination que la latitude, est en même temps la plus petite; des deux angles Z et S il n'y aura que le premier qui pourra être droit, et à cet instant le changement en hauteur sera le plus grand qui soit possible, la formule

(1) donne alors $dH = dP \cos. L$ et par conséquent $dP = \dfrac{dH}{\cos. L}$

ces expressions apprennent d'abord que dH est plus petite que dP ou qu'à l'instant favorable, l'erreur sur l'angle horaire surpasse toujours l'erreur sur la hauteur; de plus, que dP étant indépendante de la déclinaison, pour une latitude donnée, à une valeur de dH répondra toujours une même erreur dP; et qu'enfin généralement d'après la formule (1), pour un azimuth et une latitude donnés, pour une valeur dH répondra aussi une même erreur dP.

3.° Si la déclinaison de même dénomination que la latitude, est la plus grande de ces deux quantités, l'angle S pourra être droit, et à cet instant le mouvement en hauteur sera le plus rapide, la formule (2) donne pour ce cas

$$dH = dP \sin. D \quad \text{d'où} \quad dP = \frac{dH}{\sin. D}$$

ce qui fait voir que dH est plus petite que dP, et qu'à cet instant l'erreur sur l'angle horaire surpasse aussi l'erreur sur la hauteur; de plus, que dP étant indépendante de L, pour une déclinaison donnée, à une valeur de dH répondra une même erreur dP, et qu'en général, d'après la formule (2), pour un angle de variation et une déclinaison donnés, une même erreur dP correspondra à une valeur constante de dH.

4.° Si la déclinaison est d'une dénomination contraire à la latitude, l'un ou l'autre des deux angles Z et S ne peut être droit, mais l'instant favorable sera celui où les

formules (1) et (2) donneront la plus grande valeur à dH, indiqué par la plus grande valeur de sin. H et de sin. S. Pour le déterminer, le triangle ZSP donne les équations générales :

$$\cos. Z = \frac{\cos. D - \sin. H \sin. L}{\cos. H \cos. L} \quad (3) \qquad \cos. S = \frac{\sin. L - \cos. D \sin. H}{\sin. D \cos. H} \quad (4)$$

ayant D plus grand que 90°, cos. D sera négatif. Cela posé, dans la formule (3) cos. Z est donc négatif et par conséquent l'angle Z est plus grand que 90° : cet angle aura un sinus d'autant plus grand que la valeur numérique de son cosinus sera petite, or la moindre valeur numérique de cos. Z, correspond à celle de $H = 0$ qui donne $\cos Z = \frac{\cos. D}{\cos. L}$; d'où il résulte que l'instant favorable est celui du lever et du coucher de l'astre.

La formule (4) conduit au même résultat ; en effet, les deux termes du numérateur sont positifs, ainsi la plus petite valeur de cos. S aura lieu quand $H = 0$ et devient $\cos. S = \frac{\sin. L}{\sin. D}$; et l'instant favorable sera encore celui du lever ou du coucher.

Comme la plus grande des problèmes d'astronomie nautiques dépend des relations qui existent entre les parties du triangle ZSP, nous allons ajouter quelques développemens au résumé des résultats précédens.

Ce triangle donne aussi $\quad \cos. P = \frac{\sin. H - \cos. D \sin. L}{\sin. D \cos. L} \quad (5)$

Lorsque la déclinaison de l'astre est nulle, les formules (3), (4) et (5) donnent

$$\cos. Z = - \text{tang. } H \text{ tang. } L \ (3^*) ; \quad \cos. S = \frac{\sin. L}{\cos. H} \ (4^*) ; \quad \text{et } \cos. P = \frac{\sin. H}{\cos. L} \ (5^*)$$

d'où il résulte que l'angle Z est toujours plus grand que 90°, mais que les angles S et P sont aigus.

Quand la déclinaison est moindre que la latitude du lieu et de même dénomination ; au premier vertical la formule (3) donne $\quad \sin. H = \frac{\cos. D}{\sin. L} = \frac{\sin d}{\sin. L} \quad (3^{**})$

cette valeur étant substituée dans les formules (4 et 5), on obtient

$$\cos. S = \cot. D \cot. H = \text{tang. } d \cot. H \ (4^{**}) \text{ et } \cos. P = \cot. D \cot. L = \frac{\text{tang. } d}{\text{tang. } L} \ (5^{**})$$

l'angle Z est droit et les deux angles S et P sont aigus ; la formule (3**) fait connaître la hauteur de l'astre situé au premier vertical, en donnant la proportion : *le sinus de la latitude est au sinus de la déclinaison, comme le rayon est au sinus de la hauteur ;* la formule (5**) sert à déterminer l'angle horaire de l'astre, en donnant la proportion : *la tangente de la latitude est à la tangente de la déclinaison, comme le rayon est au cosinus de l'angle horaire.*

Lorsque la déclinaison de l'astre est plus grande que la latitude et de même dénomination ; si le vertical de l'astre est perpendiculaire à son cercle de déclinaison, l'angle S est droit et la formule (4) donne

$$\sin. H = \frac{\sin. L}{\cos. D} = \frac{\sin. L}{\sin. d} \quad (4^{***})$$

la substitution de cette valeur dans les formules (3 et 5) donnera

$$\cos. Z = \frac{\text{tang. } L}{\text{tang. } H} \ (3^{***}) \quad \text{et} \quad \cos. P = \text{tang. } L \text{ tang. } D = \frac{\text{tang. } L}{\text{tang. } d} \ (5^{***})$$

les deux angles Z et P seront aigus ; de la formule (4***) on déduit que pour avoir la hauteur de l'astre quand son vertical est perpendiculaire au cercle de déclinaison, on a la proportion : *le sinus de la declinaison est au sinus de la latitude, comme le rayon est au sinus de la hauteur* et que l'angle horaire correspondant sera donné par la proportion : *la tangente de la déclinaison est à la tangente de la latitude, comme le rayon est au cosinus de l'angle horaire.*

La Table XXXI a été construite au moyen d'une partie des formules précédentes, pour les déclinaisons comprises entre 0° et 24° et pour toutes les latitudes qui ne surpassent pas 50°; son exactitude est suffisante pour faire connaître l'instant favorable pour déterminer l'heure du lieu par la hauteur observée d'un astre, pour satisfaire aux cas qui demanderaient plus de précision, ou ceux dans lesquels les déclinaisons surpasseraient la limite de la Table, il faudra recourir aux formules données.

Exemple 1. La latitude du lieu étant de 28° Nord et la déclinaison du soleil de 12° boréale; on demande l'instant le plus convenable pour observer le soleil, afin d'en conclure l'heure et quelle sera la hauteur vraie de cet astre.

Pour 12° de déclin et 28° de lat. la Table donne

Pour angle horaire	$4^h\ 26^m$
Pour hauteur	26° 17'

D'où il résulte que l'observation doit être faite, lorsque l'angle horaire du soleil sera de $4^h\ 26^m$, c'est-à-dire à $12^h - 4^h\ 26^m = 7^h\ 34^m$ du matin, ou à $4^h\ 26^m$ du soir. A l'un ou à l'autre de ces instans la hauteur sera de 26° 17'.

La déclinaison étant plus petite que la latitude, les heures trouvées sont celles du passage du soleil au premier vertical.

Exemple 2. Etant par 6° de latitude Sud et la déclinaison du soleil de 22° Sud, on demande l'instant favorable à l'observation de la hauteur afin d'en conclure l'heure et quelle hauteur aura le soleil.

Pour 22° de déclinaison et 6° de latitude

La Table donne pour angle horaire	$5^h\ 0^m$
pour hauteur	16° 12'

Ainsi, à l'instant favorable pour l'observation de la hauteur, l'angle horaire sera de $5^h\ 0^m$, c'est-à-dire qu'il sera $12^h - 5^h = 7^h$ du matin, ou 5^h du soir. A ces instans la hauteur du soleil sera de 16° 12'.

Comme la déclinaison est plus grande que la latitude, les heures trouvées sont celles où le vertical de l'astre est perpendiculaire à son cercle de déclinaison.

Lorsque l'astre est une étoile, une planète, ou la lune; ajoutez l'angle horaire donné par la Table XXXI à l'ascension droite de l'astre exprimée en temps, la somme (diminuée de 24 heures, si elle surpasse cette quantité), vous donnera l'ascension droite du méridien, c'est-à-dire le temps sidéral du lieu.

Prenez dans la *Connaissance des Temps*, partie solaire, le temps sidéral pour le midi du jour proposé (ce temps n'est autre que l'ascension droite moyenne du soleil), que vous retrancherez de l'ascension droite du méridien (après avoir augmenté celle-ci de 24 heures, s'il est nécessaire), le reste sera le T. M. approché du lieu, suffisamment exact pour se disposer aux observations des hauteurs.

On peut aussi, par le Problème VII, déterminer l'heure vraie ou moyenne du passage de l'astre au méridien du lieu, puis en retrancher l'angle horaire trouvé, si l'on veut observer l'astre à l'Est, ou lui ajouter cet angle si l'on veut l'observer à l'Ouest, alors on aura l'instant approché favorable aux observations de la hauteur.

Remarque. L'équation générale (5), dans l'hypothèse de l'angle horaire $P = 90°$ ou 6^h, donne $\sin. H = \cos. D \sin. L = \sin. d \sin. L.$

Cette formule réduit les équations (3 et 4) à

$$\cos. Z = \frac{\text{tang. } H}{\text{tang. } L} = \text{tang. } H \cot. L \quad \text{et} \quad \cos. S = \text{tang. } H \,\text{tang. } D = \text{tang. } H \cot. d$$

d'où il résulte que pour cette valeur de P, 1.° La hauteur ne sera positive qu'autant que la déclinaison de l'astre sera de même dénomination que la latitude: 2.° Que la hauteur étant positive, les angles Z et S seront toujours plus petits que 90°.

Nous terminerons par les formules qui expriment l'erreur sur l'angle horaire, provenant des erreurs sur la latitude et sur la distance polaire.

$$dP = \frac{dL}{\cos. L \text{ tang. } Z} = \frac{dL \cos. Z}{\sin. D \sin. S} \quad \text{et} \quad dP = -\frac{dD}{\sin. D \text{ tang. } S} = -\frac{dD \cos. S}{\cos. L \sin. Z}$$

TABLE XXXII. *Changement en hauteur pendant la dernière minute qui précède, et la première minute qui suit le passage au méridien.*

La différence a entre la hauteur méridienne du soleil et la hauteur du même astre, correspondante à un angle horaire P d'une minute de temps, est exprimée par la formule

$$x = \frac{2 \sin.^2 \frac{1}{2} P}{\sin. 1''} \cdot \frac{\cos. d \cos. L}{\sin. (L - d)}$$

dans laquelle d représente la déclinaison de l'astre et L la latitude du lieu.

C'est sur cette formule que la Table XXXII a été calculée, elle sert à trouver la latitude d'un lieu par plusieurs hauteurs du soleil prises à une petite distance du méridien.

Exemple 1. Quelle est la diffécence entre la hanteue du soleil une minute avent son passage au meridien, et sa hanteur méridienne, sachant que la latitude est de 14° 46' Nord et la déclinaison de l'estre de 4° 37' 15'' Bur.

Pour 4° de décl. et 14° de latit. la Table donne		11''o
Part. prop. de 1''2 pour 37',2 de déclin.	+	0.7
Part. prop. de 1.1 pour 46' de latit.	−	0.8
Diffétence demandée *somme algébrique*		10.9

Exemple 2. Quelle est la différence entre la hanteue du soleil à son passage au méridien et sa hauteur ubservée une minute après, sachant que la lotitude est de 3° 45' Sud et la déclinaison de 4° 6' Nord.

Pour 4° de déclin. et 3° de letit. la Table dunne		16''o
Part. prop. de 2''o pour 6' de déclin.	−	0.2
Part. prop. de 2.0 pour 45' de latit.	−	1.5
Diffécence eherchée, *somme algébrique*		14.3

TABLE XXXIII. *Multiplicateur pour l'usage de la Table précédente.*

Les nombres conteuus dans cette Table ne sont que les quarrés des nombres de minutes contenues dans son argument, elle sert, comme la Table précédente, à résoudre le Probleme XXI.

Exemple 1. Quel est le multiplicatene correspondant à 7m 28s d'intervalle entre le passage du suleil ou méridien et l'instant de sa hantene observée.

Pour 7m 28s la Table dunne		55,8
Le nombre 55,8 est le quarré de	7m 28s	
ou plus exactement de	7,47	

Exemple 2. On demande le multiplicateur curresponpondant à 11m 54s, intervalle de temps écoulé entre une hauteur ubservée et le passage au méridien.

Pour 11m 54s la Table donne		141,6
Le nombre 141,6 est le quaré de	11m 54s	
on plus exactement de	11,9	

TABLE XXXIV. *Du changement de hauteur des astres, pendant une minute de temps.*

Cette Table sert à réduire les hauteurs du soleil, de la lunè, d'une étoile ou d'une planète, observées avant ou après les distances lunaires, à celles qu'on aurait obtenues si elles avaient été prises à l'instant de la distance moyenne observée.

Pour la construire, on s'est servi de la formule $dH = 15' \cos. L \sin. Z$ dans laquelle dH exprime le changement en hauteur dans une minute de temps ou 15 minutes de degré, L représente la latitude du lieu et Z l'azimuth de l'astre ou le complément de son amplitude.

Exemple 1. Etant sitné pac 52° 25' de latitnde Nurd, on a ubservé des hauteurs du suleil dont la muyenne était de 12° 50' 10'' à 8h 4m 25s du matin, un demande quelle doit étee sa hantenr à 8h 13m 49s, e'est-à-diee 9m 24s plus tard, sachant que l'amplitnde de l'estre ou de son vertical était de 27° 56'.

Pour 27° d'emp. et 52° de lotit. la Table dunne			8'	14''
Part. prop. de − 5'' pone 56' d'amplit.	−			4.7
Part. prop. de − 11'' pour 25' de latit.	−			4.6
Changement en bauteue dans 1m			8	4.7
Pour 9m on enra		1°	12	42.3
Pour 0 15s			2	1.2
Pouc 0 9			1	12.7
Pour 9 24	+	1	15	56.2
Hauteur observée		12	50	10.0
Hauteur demendée		14	6	6.2

Exemple 2. Etant situé par 48° 38' de lotitnde Sud, on e ubservé des hautenrs de lune dunt la muyenne étoit de 54° 16' 12'' à 8h 8m 36s, un demande quelle duit être sa bauteur à 8h 13m 49m, sachent que sun emplitnde était de 73° 18' et qoe cet estre eveit déjà passé eu méridien.

Pour 73° d'amp. et 48° de latit. la Table donne			2'	56''
Part. prop. de − 10'' pone 18' d'amplit.	−			3.0
Part. prop. de − 3 pour 38' de latit,	−			1.9
Changement en hauteur dans 1m			2	51.1
Puur 5m un enra			14	15.5
Puur 0 12s			0	34.2
Pour 0 1			0	2.8
Puur 5 13 après le passage	−		14	52.5
Hanteuc observée		54°	16	12.0
Hauteur demandée		54	1	19.5

La Table XXXIV peut servir à résoudre la question inverse, c'est-à-dire à déterminer l'erreur sur l'angle horaire provenant d'une erreur sur la hauteur.

Exemple 1. Nous avons eu, page 164, que l'erreur sur la hauteur était de $-10' \, 3'',3$; la latitude du lieu de $9^\circ \, 10' \, 25''$; l'azimuth de $84^\circ \, 32' \, 47''$, ce qui revient à $5^\circ \, 27' \, 13''$ d'amplitude ; on demande l'erreur sur l'angle horaire.

Pour 5° d'ampl. et et 9° de lat. la Table donne	14'	45''50
Part. prop. de $-2''$ et 27',2 d'amplit.	$-$	0.91
Part. prop. de -4.5 pour 10',4 de latit.	$-$	0.78
Changement en hauteur dans 1m	14	43.81

Le quatrième de la proportion

$$14' \, 43''.81 : 10' \, 3'',3 :: 1^m : x = -40^s,9$$

donnera l'erreur demandée.

Exemple 2. Etant situé par $37^\circ \, 52'$ de latitude, on a déterminé l'heure du lieu par une hauteur du soleil, trop grande de $6' \, 28''$; l'amplitude de cet astre était de $22^\circ \, 17'$, on demande quelle doit être l'erreur sur l'angle horaire.

Pour 22° d'ampl. et 37° de lat. la Table donne	11'	6''00
Part. prop. de -5 pour 17' d'amplit.	$-$	1.42
Part. prop. de -8 pour 52' de latit.	$-$	6.93
Changement en hauteur dans 1m	10	57.65

Nous aurons la proportion

$$10' \, 57''.65 : 6' \, 28'' :: 1^m : x = 35^s,4$$

l'erreur demandée est de $35^s,4$

TABLES XXXV *et* XXXVI. *Equation des hauteurs correspondantes.*

On appelle *hauteurs correspondantes*, deux hauteurs égales du même astre, observées de l'un et de l'autre côté du méridien, pour en conclure l'instant précis du passage de cet astre au méridien.

Soit PZH le méridien du lieu (*fig.* 50), P le pôle élevé, Z le zénith, HQ l'horizon, SnS' le parallele que décrit l'astre dans son mouvement diurne ; on a par observation la distance de l'astre au zénith $ZS = ZS'$; la distance polaire n'ayant pas varié, on a $PS = PS'$; PZ étant commun aux deux triangles PZS, PZS' ; ils auront leurs trois côtés égaux et par conséquent leurs trois angles égaux. Ainsi quand on a deux distances égales au zénith, on a deux angles horaires égaux.

Le méridien PZ coupe également l'angle polaire SPS' et les arcs de l'équateur et des parallèles ; d'où il suit qu'en supposant à la montre un mouvement uniforme, la demi-somme des heures marquées aux instans des hauteurs égales, donnera l'heure de la montre à l'instant du passage de l'astre au méridien.

Supposons maintenant que la distance polaire ait varié dans l'intervalle, en désignant par P l'angle horaire du matin, et par $P \pm dP$ l'angle horaire du soir, lorsque l'astre est descendu à la même hauteur. La demi-somme p de ces deux angles horaires sera

$$p = \tfrac{1}{2} (P + P \pm dP) = P \pm \tfrac{1}{2} dP \qquad \text{donc} \quad P = p \mp \tfrac{1}{2} dP.$$

Pour déterminer dP, nous observerons que dans le cas des hauteurs correspondantes la distance polaire D' et l'angle horaire P' du soir, diffèrent très-peu de la distance polaire D et de l'angle horaire P du matin, et que si la différence entre D et D' exprimée par dD, tend à augmenter ou à diminuer l'angle horaire du soir, cette différence sera toujours l'un des côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle $S'S''m$ ou $S'oS'''$, qui peut être regardé comme rectiligne, dont l'autre côté sera l'arc du parallèle à l'équateur, et l'hypothénuse l'arc d'almicantarat correspondant à dP.

Ainsi lorsque l'astre s'approche du pôle élevé, c'est-à-dire que $D' = D - dD$, l'on aura sans avoir égard à l'angle horaire du soir plus grand ou plus petit que celui du matin,

$$S'm : KI :: \sin. PS' : 1, \quad \text{ou} \quad S'm : dP :: \sin. D : 1 \qquad (1)$$

mais dans le triangle $S'mS''$ l'on a

$$mS'' : S'm :: 1 : \cot. S''S'm \text{ ou } \cot. PS'Z = \cot. S', \text{ ou } dD : S'm :: 1 : \cot. S' \quad (2)$$

en multipliant les proportions (1) et (2) par ordre, on aura

$$dD : dP :: \sin. D : \cot. S'$$

d'où on tire, en observant que dD est négative

$$dP = -\frac{dD}{\sin. D} \cdot \cot. S$$

qui n'est autre que l'une des formules que nous avons donnée page 474.

Si l'on avait supposé que l'astre se soit éloigné du pôle élevé, c'est-à-dire que $D' = D + dD$

on aurait trouvé $dP = \frac{dD}{\sin. D} \cot. S$

on a donc généralement $dP = \mp \frac{dD}{\sin. D} \cot. S$ (3)

La correction dP aura le signe de dD quand l'angle S sera aigu, ce qui arrivera toutes les fois que la distance polaire sera plus grande que le complément de la latitude du lieu, l'angle P ou l'angle Z est égal ou plus grand que 90°.

La correction aura un signe contraire à celui de dD, quand l'angle S' sera obtus, cette circonstance aura lieu, lorsque la distance polaire sera plus petite que le complément de la hauteur et celui de la latitude.

Enfin, la correction dP sera nulle quel que soit le signe de dD, quand l'angle S' sera droit, ce qui peut arriver soit quand la distance polaire et le complément de la latitude sont tous deux de 90°, ou bien quand la distance polaire sera plus petite que le complément de la latitude, et que l'instant de la hauteur sera celui qui est le plus favorable pour déterminer l'heure.

Pour effectuer la correction dP, il ne nous reste plus qu'à substituer, dans son expression, au lieu de cot. S' sa valeur en fonction de quantités connues, telles que L et P (P n'est connue que par une approximation suffisante); pour y parvenir, abaissons du sommet de l'angle Z l'arc de grand cercle Zx perpendiculaire sur le côté PS', alors on aura dans le triangle PZS'

$$\cot. S' : \cot. P :: \sin. S'x : \sin. Px :: \sin. (PS' - Px) : \sin. Px$$
$$:: \sin. (D - Px) : \sin. Px :: \sin. D \cos. Px - \cos. D \sin. Px : \sin. Px$$
$$:: \sin. D \cot. Px - \cos. D : 1$$

d'où
$$\cot. S' = \cot. P (\sin. D \cot. Px - \cos. D)$$
$$= \cot. P \sin. D \cot. Px - \cot. P \cos. D \quad (4)$$

mais dans le triangle PZx l'on a

$$1 : \cos. P :: \cot. Px : \cot. PZ :: \cot. Px : \tang. L$$

donc $\cot. Px = \frac{\tang. L}{\cos. P}$

substituant cette valeur dans l'équation (4), l'on aura

$$\cot. S' = \frac{\cot. P \sin. D \tang. L}{\cos. P} - \cot. P \cos. D$$
$$= \frac{\sin. D \tang. L}{\sin. P} - \frac{\cos. D}{\tang. P}$$

mettant cette valeur dans celle de dP (3) on aura enfin

$$dP = \mp dD \left(\frac{\tang. L}{\sin. P} - \frac{\cos. D}{\sin D \tang. P}\right) = \mp dD \left(\frac{\tang. L}{\sin. P} - \frac{\cot. D}{\tang. P}\right)$$

dont la moitié étant exprimée en secondes de temps donne

$$\frac{dP}{30} = \mp \frac{dD}{30} \left(\frac{\tang. L}{\sin. P} - \frac{\cot. D}{\tang. P}\right) \quad (5)$$

La Table XXXV est composée de deux parties, la première donne $\frac{dD}{30 \sin. P}$, et la seconde $\frac{dD \cot. D}{30 \tang. P}$; naturellement elle devrait avoir pour argumens la déclinaison du soleil et l'angle P ou le demi-intervalle de temps écoulé entre les deux observations, mais pour la facilité du calcul on a préféré prendre la longitude du soleil et l'intervalle entier. Cette Table n'est que pour le soleil, parce que c'est l'astre que l'on a souvent occasion d'observer; pour un autre astre il faudra avoir recours à la formule (5).

Cela posé, pour avoir l'équation des hauteurs correspondantes, on entrera dans la première et dans la seconde partie de la Table avec la longitude du soleil exprimée en signes, degrés et décimales de degré, et l'intervalle écoulé entre les observations ; au logarithme du nombre donné par la première partie, l'on ajoutera le logarithme tangente de la latitude du lieu et la somme sera le logarithme de la première partie de l'équation : cette partie de l'équation sera additive ou soustractive, suivant que le signe de la colonne dans laquelle elle aura été prise sera additif ou soustractif, et que la latitude sera Nord, mais cette partie de l'équation devra être employée en sens contraire du signe de la colonne, toutes les fois que la latitude sera Sud.

La seconde partie de l'équation que donnera la seconde partie de la Table, sera toujours additive ou soustractive, si le signe de la colonne est + ou −, quelle que soit la dénomination de la latitude.

Dans cette règle des signes, on suppose que si la déclinaison est de même dénomination que la latitude, elle est toujours plus petite que cette dernière ; ce qui est le cas le plus ordinaire; dans le cas contraire, il faudrait suivre la règle donnée dans la même démonstration.

Dans la pratique il arrivera généralement que la longitude du soleil sera comprise entre deux des longitudes de la Table, qui se succèdent de 5° en 5°, et que l'intervalle de temps sera compris entre deux des intervalles qui y sont donnés de 20ᵐ en 20ᵐ; dans ces circonstances les parties proportionnelles à calculer se trouveront à vue, au moyen de la Table XXXVI.

Pour la longitude. Prenez d'abord les nombres N et n de la première et de la seconde partie correspondants à la longitude L et à l'intervalle t qui précèdent immédiatement, les arguments pour lesquels vous avez à calculer, ensuite les différences dN et dn de ces nombres à ceux de la longitude qui suit, que vous affecterez du signe + ou du signe − selon que N et n vont en augmentant ou en diminuant, et enfin la différence dL de la première longitude à celle qui est employée ; cela posé, les parties proportionnelles relatives à dL pourraient se trouver par les proportions :

$$5^\circ : dL :: dN : x \quad \text{et} \quad 5^\circ : dL :: dn : x'$$

mais au lieu de calculer directement x et x', cherchez dans la colonne 5°, argument supérieur de la Table XXXVI, la différence dN, l'ayant trouvée suivez horizontalement de droite à gauche la ligne contenant dN, jusqu'à la colonne ayant pour titre supérieur dL, cela vous donnera x de même signe que dN. Opérez de la même manière pour avoir x' qui sera de même signe que dn : les sommes de N et x et de n et x' vous donneront les nombres N' et n' relatifs à la longitude donnée.

Pour l'intervalle. Suivez une marche analogue, c'est-à-dire, qu'en représentant par dN' et dn' les différences relatives à 20ᵐ et par dt la différence de l'intervalle qui précède à celui qui entre dans le calcul, on aurait les proportions :

$$20^m : dt :: dN' : y \quad \text{et} \quad 20^m : dt :: dn' : y'$$

Cherchez dans la colonne 20ᵐ, argument inférieur, les différences dN' et dn', puis suivez de droite à gauche jusqu'à la colonne ayant pour titre inférieur dt, vous obtiendrez y et y' qui seront de mêmes signes que dN' et dn' et qui étant ajoutés algébriquement à N' et n', vous donneront les parties cherchées.

Application. La longitude du soleil étant de 9ˢ 14° 45′ et l'intervalle de 8ʰ 54ᵐ, trouver les nombres de la première et de la seconde partie de la Table XXXV.

Pour $L = 9^s\ 10^\circ$ et $t = 8^h\ 40^m$ la Table XXXV donne	N de	3″66	n de	0″66
Différence pour 5° de longitude ou	dN +	1.78	dn	+ 0.36
Table XXXVI pour $dL = 4^\circ\ 45'$ et dN ainsi que dn	x de	+ 1.69	x' de	+ 0.34
Ainsi on aura pour 9ˢ 14° 45′ et 8ʰ 40ᵐ	N' de	5.35	n' de	1.00
Différence pour 20ᵐ Table XXXV ou	dN'	+ 0.07	dn'	− 0.05
Table XXXVI pour $dt = 14^m$ et dN' ainsi que dn'	y de	+ 0.05	y'	− 0.03
Parties demandées	Première	5.40	seconde	0.97

Exemple 1. La latitude d'un lieu étant de 48° 23' Nord, la longitude du soleil de $0^s\ 22^\circ$ et l'intervalle de temps écoulé entre les observations de 6 heures ; on demande l'équation des hauteurs correspondantes.

		1re Partie.	2e Partie.
Pour $0^s\ 20^\circ$ et 6^h on a		− 15″70	+ 1″53
Part. prop. pour 2°		+ 0.21	0.12
		− 15.49	+ 1.65
Première partie 15″,49	log.	1.190051	
Latitude 48° 23'	l. tang.	10.051410	
1re partie de l'équat.	log.	1.241461	− 17.44
Équation demandée	*somme algébrique*		− 15.79

Exemple 2. La latitude d'un lieu étant de 50° Sud, la longitude du soleil de $5^s\ 13^\circ,25$ et l'intervalle de temps de $7^h\ 55^m$; on demande l'équation des hauteurs correspondantes.

		1re Partie.	2e Partie.
Pour $5^s\ 10^\circ$ et $7^h\ 40^m$ on a		− 16″64	− 1″23
Part. prop. pour 3°,55		− 0.33	+ 0.20
Part. prop. pour 15^m		− 0.20	+ 0.05
		− 17.17	− 0.98
1re Partie 17″,17	log.	1.234770	
Latitude 50°	l. tang.	10.076186	
1re Part. de l'équat.	log.	1.310956	− 20.46
Équation demandée			− 21.44

La Table XXXV ne donne l'équation que pour le midi déterminé par des hauteurs correspondantes du soleil ; mais on peut en calculer de générales qui puissent servir à tous les astres qui ont un mouvement en déclinaison, non seulement pour leur passage supérieur au méridien, mais encore pour leur passage inférieur. Une des plus remarquables, est celle qui a été donnée par M. de Zach, dans sa correspondance astronomique ; le principe sur lequel elle repose ainsi que son usage sont d'une grande simplicité.

Si nous représentons par dD' le mouvement diurne de la distance polaire, nous aurons la proportion

$$24^h : 2P^h :: dD' : dD \text{ qui donnera } dD = \frac{2P^h.\,dD'}{24^h}$$

mettant cette expression de dD dans la formule (5) elle deviendra

$$\frac{dP^s}{30} = \mp \frac{2P^h.\,dD'}{30.\,24^h}\left(\frac{\text{tang. } L}{\text{sin. } P} - \frac{\text{cot. } D}{\text{tang. } P}\right) = \mp \frac{P^h}{360 \text{ sin. } P}.dD' \text{ tang. } L \pm \frac{P^h}{360 \text{ tang. } P}.dD' \text{ cot. } D$$

qui, en représentant les fractions par A et B pourra s'écrire

$$\frac{dP^s}{30} = \mp A\ dD' \text{ tang. } L \pm B\ dD' \text{ cot. } D \qquad (6)$$

C'est pour cette formule que la Table suivante a été calculée, elle a pour argument P^h c'est-à-dire la moitié de l'intervalle écoulé entre les observations et donne les logarithmes correspondants de A et de B ; d'abord construite seulement pour les douzièmes d'heure ou de 5^m en 5^m, elle l'a été de nouveau de minute en minute et communiquée par M. Nell de Bréauté, connu par l'intérêt éclairé, attentif et généreux qu'il porte à la science.

La formule sur laquelle cette Table a été formée étant une modification de celle qui a servi à la Table XXX, demande aussi une modification de la règle donnée page 271.

1. Observez plusieurs hauteurs successives de l'astre, qui croissent ou décroissent en progression arithmétique comme de 20 en 20' plus ou moins, suivant que le mouvement en hauteur sera plus ou moins rapide (pour obtenir la plus grande exactitude, il faut prendre ces hauteurs près de l'instant favorable pour déterminer l'heure, page 158), et faites marquer l'heure, la minute et la seconde de chaque observation : après le passage de l'astre au méridien, faites toutes les mêmes opérations dans un ordre inverse, à mesure que l'astre reviendra aux mêmes hauteurs où vous l'aurez observé avant le passage. Faites une somme de toutes les heures marquées par la montre, ainsi que celle des hauteurs prises du premier côté, et divisez l'une et l'autre par le nombre des observations, vous obtiendrez l'heure moyenne et la hauteur moyenne. Effectuez les mêmes opérations pour le second côté du méridien, vous obtiendrez une heure moyenne que vous augmenterez de 12^h, si la montre a marqué ce nombre dans l'intervalle des observations. La demi-différence des deux heures moyennes donnera, avec une approximation suffisante, le demi-intervalle t de temps écoulé entre les hauteurs moyennes, et leur demi-somme sera l'heure approchée de la montre à l'instant du passage du centre de l'astre au demi-méridien supérieur ou inférieur.

EQUATION du Méridien, par des hauteurs correspondantes.

	Ih		IIh		IIIh		IVh		Vh		
M.	L. A.	L. B.	L. A.	L. B.	L. A.	L. B.	L. A.	L. B.	L. A.	L. B.	M.
0	8.0307	8.0156	8.0458	7.9833	8.0713	7.9208	8.1083	7.8072	8.1577	7.5707	0
1	309	153	461	825	719	194	090	045	587	645	1
2	310	150	464	818	724	180	097	019	596	582	2
3	312	146	468	810	729	166	104	7.7993	605	518	3
4	314	142	471	802	734	152	111	966	615	452	4
5	316	139	474	794	740	137	119	940	625	385	5
6	8.0317	8.0135	8.0478	7.9786	8.0745	7.9123	8.1126	7.7913	8.1634	7.5316	6
7	319	131	482	778	750	108	133	885	644	246	7
8	321	127	485	770	756	093	141	857	654	175	8
9	323	123	489	761	761	078	148	828	663	101	9
10	325	119	492	753	767	063	156	799	673	027	10
11	8.0327	8.0115	8.0496	7.9745	8.0772	7.9048	8.1163	7.7770	8.1683	7.4950	11
12	329	111	500	736	778	033	171	741	693	872	12
13	331	107	504	727	783	017	178	711	703	792	13
14	333	103	507	718	789	002	186	681	713	709	14
15	335	098	511	710	795	7.8986	194	651	723	625	15
16	8.0337	8.0094	8.0515	7.9701	8.0800	7.8970	8.1201	7.7620	8.1733	7.4539	16
17	339	090	519	692	806	953	209	588	743	450	17
18	341	085	523	683	812	937	217	557	753	359	18
19	344	081	527	674	817	921	225	525	763	266	19
20	346	076	531	664	823	904	232	492	774	170	20
21	8.0348	8.0071	8.0534	7.9655	8.0829	7.8887	8.1240	7.7459	8.1784	7.4071	21
22	350	066	539	646	835	870	248	425	794	7.3970	22
23	353	061	543	636	841	853	256	391	804	866	23
24	355	056	547	626	847	835	264	357	815	758	24
25	357	051	551	617	853	818	272	322	825	647	25
26	8.0360	8.0046	8.0555	7.9607	8.0859	7.8800	8.1280	7.7287	8.1836	7.3533	26
27	362	041	559	597	865	782	288	251	846	414	27
28	365	036	563	587	871	764	297	215	857	292	28
29	367	030	568	577	877	746	305	178	867	166	29
30	370	025	572	567	883	727	313	141	878	035	30
31	8.0372	8.0020	8.0576	7.9556	8.0889	7.8709	8.1321	7.7104	8.1889	7.2899	31
32	375	014	580	546	895	691	330	065	900	758	32
33	377	008	585	535	902	672	338	026	910	612	33
34	380	004	589	525	908	651	345	7.6987	921	460	34
35	383	7.9998	593	514	914	632	355	947	932	301	35
36	8.0385	7.9992	8.0598	7.9503	8.0920	7.8613	8.1363	7.6906	8.1943	7.2135	36
37	388	987	602	492	927	593	371	865	954	1962	37
38	391	981	607	481	933	573	380	823	965	1781	38
39	393	975	612	470	940	552	389	781	976	1590	39
40	396	969	616	458	946	532	397	738	987	1390	40
41	8.0399	7.9963	8.0621	7.9447	8.0952	7.8511	8.1406	7.6694	8.1998	7.1179	41
42	402	956	625	436	959	490	415	649	8.2009	0956	42
43	405	950	630	424	966	469	423	604	020	0719	43
44	408	944	635	412	972	448	432	558	032	0468	44
45	410	937	639	400	979	426	441	512	043	0199	45
46	8.0413	7.9931	8.0644	7.9388	8.0986	7.8404	8.1450	7.6465	8.2054	6.9911	46
47	416	924	649	376	992	382	458	416	066	9601	47
48	419	918	654	364	999	360	467	367	077	9265	48
49	422	911	658	352	8.1006	337	476	317	089	8899	49
50	425	904	663	339	012	315	485	266	100	8497	50
51	8.0428	7.9898	8.0668	7.9327	8.1019	7.8291	8.1494	7.6215	8.2112	6.8051	51
52	432	891	673	314	026	268	503	163	123	7552	52
53	435	884	678	301	033	244	513	109	135	6984	53
54	438	877	683	288	040	220	522	055	147	6326	54
55	441	870	688	275	047	196	531	7.5999	159	5546	55
56	8.0444	7.9862	8.0693	7.9262	8.1054	7.8172	8.1540	7.5944	8.2171	6.4589	56
57	447	855	698	249	061	148	549	886	183	3352	57
58	451	848	703	235	068	123	559	828	195	1603	58
59	454	840	708	222	075	097	568	769	207	5.8605	59
60	458	833	713	208	083	072	577	707	219	0.0000	60

EQUATION du Méridien, par des hauteurs correspondantes.

M.	VI^h L. A.	VI^h L. B.	VII^h L. A.	VII^h L. B.	VIII^h L. A.	VIII^h L. B.	IX^h L. A.	IX^h L. B.	X^h L. A.	X^h L. B.	M.
0	8.2219	0.0000	8.3039	7.7168	8.4092	8.1082	8.5485	8.3979	8.7447	8.6823	0
1	231	5.8630	054	254	113	135	512	4025	487	874	1
2	243	6.1647	070	338	133	187	539	071	528	925	2
3	255	3424	085	422	153	240	566	117	569	976	3
4	267	4688	101	504	173	292	594	163	610	7028	4
5	279	5668	117	585	194	343	622	209	652	080	5
6	8.2292	6.6471	8.3133	7.7666	8.4214	81.395	8.5649	8.4255	8.7694	8.7132	6
7	304	7153	148	745	235	446	677	301	736	185	7
8	316	7745	164	823	255	498	706	347	778	238	8
9	329	8269	180	901	276	549	734	393	821	291	9
10	342	8738	196	977	297	599	762	439	865	344	10
11	8.2354	6.9165	8.3212	7.8053	8.4318	8.1650	8.5791	8.4485	8.7909	8.7397	11
12	367	9555	229	128	339	700	820	531	953	451	12
13	380	9915	245	202	360	750	849	576	997	505	13
14	392	7.0249	261	275	382	800	878	622	8042	560	14
15	405	0561	278	348	403	850	907	668	087	615	15
16	8.2418	7.0854	8.3294	7.8420	8.4424	8.1900	8.5937	8.4715	8.8133	8.7669	16
17	431	1130	310	491	446	950	967	761	179	725	17
18	444	1390	327	561	468	999	996	807	226	780	18
19	457	1638	344	631	490	2048	6027	853	273	836	19
20	470	1873	360	701	512	097	057	899	320	892	20
21	8.2483	7.2097	8.3377	7.8769	8.4534	8.2146	8.6087	8.4946	8.8368	8.7949	21
22	496	2312	394	837	556	195	118	992	416	8006	22
23	509	2518	411	904	578	244	149	5038	465	064	23
24	523	2715	428	971	600	292	180	085	514	122	24
25	536	2905	445	9037	623	341	211	131	564	180	25
26	8.2549	7.3088	8.3462	7.9103	8.4645	8.2389	8.6242	8.5178	8.8614	8.8238	26
27	563	265	479	168	668	437	274	224	665	297	27
28	576	435	497	232	691	485	306	271	716	356	28
29	590	601	514	296	714	533	338	318	768	416	29
30	603	760	531	360	736	581	370	364	820	477	30
31	8.2617	7.3916	8.3549	7.9423	8.4760	8.2629	8.6402	8.5411	8.8873	8.8537	31
32	630	4066	567	485	783	676	435	458	927	598	32
33	644	213	584	547	806	724	468	505	981	660	33
34	658	355	602	609	830	771	501	553	9036	722	34
35	672	494	620	670	853	819	534	600	091	785	35
36	8.2686	7.4630	8.3638	7.9731	8.4877	8.2866	8.6567	8.5647	8.9147	8.8848	36
37	700	762	656	791	901	913	601	694	204	912	37
38	714	891	674	851	925	960	635	742	261	976	38
39	728	5016	692	911	949	3007	669	790	319	9041	39
40	742	139	710	970	973	054	704	838	377	107	40
41	8.2756	7.5259	8.3729	8.0028	8.4997	8.3100	8.6738	8.5885	8.9436	8.9173	41
42	770	377	747	087	5022	147	773	933	496	239	42
43	785	493	765	145	046	194	809	982	557	307	43
44	799	606	784	202	071	240	844	6030	618	375	44
45	814	717	803	260	096	287	880	078	680	443	45
46	8.2828	7.5825	8.3821	8.0317	8.5121	8.3333	8.6916	8.6127	8.9743	8.9513	46
47	843	932	840	373	146	380	952	175	806	583	47
48	857	6037	859	429	171	426	988	224	871	653	48
49	872	140	878	485	196	473	7025	273	937	725	49
50	887	241	897	541	222	519	062	322	9.0003	797	50
51	8.2902	7.6340	8.3916	8.0596	8.5247	8.3565	8.7099	8.6371	9.0070	8.9871	51
52	917	438	936	651	273	611	137	421	138	945	52
53	932	535	955	706	299	657	174	470	208	9.0020	53
54	947	630	974	761	325	703	213	520	278	095	54
55	962	723	994	815	351	749	251	570	349	172	55
56	8.2977	7.6815	8.4013	8.0869	8.5378	8.3796	8.7290	8.6620	9.0421	9.0249	56
57	992	905	033	923	404	841	328	670	494	328	57
58	8.3008	994	053	976	431	887	368	721	569	407	58
59	023	7082	073	1029	458	933	407	772	644	488	59
60	039	168	092	081	485	[illegible]	447	823	721	569	60

2. Prenez dans la Connaissance des Temps la déclinaison d de l'astre pour l'heure T. M. de Paris correspondante à celle du passage ; prenez aussi la différence diurne dD en déclinaison, pour le soleil et lorsqu'il sagira du midi cette différence sera la moyenne des différences diurnes des deux jours entre lesquels il est compris, et lorsqu'il s'agira du minuit ce sera celle du jour proposé.

3. Pour calcnler l'équation du méridien, avec le demi-intervalle t prenez dans la Table générale 1° log. A, que vous ferez suivre du signe −, s'il s'agit du passage supérieur, et du signe + pour le passage inférieur; 2.° log. B suivi du signe +, lnrsque t est plus petit que 6 heures, et du signe − lorsqu'il est plus grand; ces deux logarithmes seront placés sur une même ligne et seront les titres de deux colonnes.

Avec la différence dD exprimée en secondes, prenez son logarithme dans la Table XXVII, que vous ferez suivre du signe + lorsque l'astre s'approche du pôle élevé, et du signe − lorsqu'il s'en éloigne, vous l'écrirez ainsi sous chacun des deux log. précédents.

Ecrivez dans la colonne log. A, le logarithme tangente de la latitude L du lieu, que vous ferez toujours suivre du signe +; et dans la colonne log. B écrivez le logarithme tangente de la déclinaison d que vous ferez suivre du signe + lorsque d est de même dénomination que L, et du signe − dans le cas contraire.

Cela posé, vous aurez deux colonnes contenant chacune trois logarithmes, et sans avoir égard aux signes dont ils sont suivis, déterminez les sommes de chacune de ces colonnes que vous diminuerez des dizaines qui pourront se trouver aux caractéristiques et que vous chercherez dans la Table XXVII, vous obtiendrez ainsi les nombres de secondes de temps des deux parties de la correction; ces numbres seront toujours du même signe que celui qui sera entré un nombre impair de fois parmi les truis logarithmes ajoutés.

Exemple 1. Etant au port Jakson le 20 Décembre, on a observé le midi vrai par des hauteurs correspondantes du soleil

La latitude L du lieu était Sud de	33° 51' 40"
La déclinaison d *australe* de	23 10 0
La différence diurne dD de 177",3 ou	0 2 57.3
Le demi-intervalle t de	5h 30m 10s

On demande la correction pour midi.

	1re Partie.		2e Partie.
Pour t l. A	8.18817 −	l. B	7.29897 +
dD l.	2.24871 −		2.24871 −
L l. tang.	9.82671 +	pour d l. tang.	9.63419 +
+ 1s,83 l.	0.26359	− 0s,15 l.	9.18187
		Première partie	+ 1s83
		Seconde partie	− 0.15
Correction demandée			+ 1.68

Exemple 2. Etant à Rio-Janeiro du 10 au 11 Août, on a observé le minuit vrai par des hauteurs correspondantes du soleil.

La latitude L du lieu était Sud de	22° 54' 52"
La déclinaison d *boréale* de	15 18 53.4
La différence diurne dD de 1065",6 ou	0 17 45.6
Le demi-intervalle t de	10h 3m 20s

On demande la correction pour minuit.

	1re Partie.		2e Partie.
Pour t l. A	8.75827 +	l. B	8.69933 −
dB l.	3.02759 +		3.02759 +
L l. tang.	9.62605 +		9.43750 −
+ 25s,82 l.	1.41191	+ 14s,60 l.	1.16442
		Première partie	+ 25s82
		Seconde partie	+ 14.60
Correction demandée			+ 40.42

Des erreurs provenant de la variation dans l'état de l'atmosphère. La réfraction astronomique changeant avec les divers états de l'atmosphère, il en résulte que deux hauteurs égales observées ne conduisent pas toujours à la même hauteur vraie, et toutes choses égales d'ailleurs, la différence augmentera avec la diminution de la hauteur observée; ainsi en représentant par dr la quantité dont la réfraction de la seconde observation surpassera la première; il en résultera sur l'angle horaire P une augmentation dP (dans le cas du midi ou du passage au demi-méridien supérieur), qui sera exprimée par l'une ou l'autre des formules

$$dP = \frac{dr}{\sin. Z \cos. L} = \frac{dr}{\sin. S \sin. D}$$

qui expriment la quantité dont le second angle horaire surpasse le premier (ce serait le contraire si la différence dr était négative), la moitié de cette quantité exprimée en temps, étant retranchée de l'heure moyenne de la pendule ou de la montre, donnera l'heure exacte qu'elle devait marquer à l'instant du passage de l'astre au méridien; correction qui est la seule à faire pour les hauteurs correspondantes d'étoiles.

Au lieu de calculer cette correction par l'une des expressions précédentes, qui exigeraient la détermination de l'angle Z ou S, nous emploierons la méthode suivante : au moyen du baromètre et du thermomètre, déterminez les états de l'atmosphère correspondants à la hauteur moyenne observée avant et après le passage au méridien, et calculez les réfractions relatives à cette hauteur, leur différence vous donnera dr; les hauteurs consécutives ayant été prises de 10′ en 10′, prenez la différence entre les heures de deux des hauteurs qui se succèdent, que vous exprimerez en secondes de temps; cela posé, prenez dans la Table suivante le logarithme correspondant à dr et ajoutez-lui le logarithme du nombre de secondes de temps que vous avez déterminé, la somme, diminuée des dizaines à la caractéristique, vous donnera le logarithme de la correction cherchée exprimée en secondes de temps.

Si la réfraction de la seconde série d'observations est plus grande que celle de la première, la correction sera *soustractive* s'il s'agit du passage au demi-méridien supérieur, et *additive* pour le passage inférieur.

Mais si la réfraction de la seconde série est plus petite que celle de la première, la correction sera *additive* pour le passage supérieur et *négative* pour le passage inférieur.

Logarithmes pour trouver la correction relative à la différence des réfractions.

dr	Logar.	*dr*	Logar.	*dr*	Logar.	*dr*	Logar.	*dr*	Logar.	*dr*	Logar.
0″5	6.6198	5″5	7.6612	10″5	7.9420	15.5	8.1112	20″5	8.2326	25″5	8.3274
1.0	6.9208	6.0	7.6990	11.0	7.9622	16.0	8.1249	21.0	8.2430	26.0	8.3358
1.5	7.0969	6.5	7.7337	11.5	7.9815	16.5	8.1383	21.5	8.2533	26.5	8.3441
2.0	7.2219	7.0	7.7659	12.0	8.0000	17.0	8.1513	22.0	8.2632	27.0	8.3522
2.5	7.3188	7.5	7.7959	12.5	8.0177	17.5	8.1639	22.5	8.2730	27.5	8.3602
3.0	7.3979	8.0	7.8239	13.0	8.0348	18.0	8.1761	23.0	8.2825	28.0	8.3680
3.5	7.4649	8.5	7.8502	13.5	8.0512	18.5	8.1880	23.5	8.2919	28.5	8.3757
4.0	7.5229	9.0	7.8751	14.0	8.0669	19.0	8.1996	24.0	8.3010	29.0	8.3832
4.5	7.5740	9.5	7.8985	14.5	8.0822	19.5	8.2109	24.5	8.3100	29.5	8.3906
5.0	7.6198	10.0	7.9208	15.0	8.0969	20.0	8.2219	25.0	8.3188	30.0	8.3979

Application. Des hauteurs correspondantes du soleil ont été prises pour déterminer l'instant du midi; la moyenne des hauteurs observées était de 8°; lors des observations du matin le baromètre marquait 760^{mm} et le thermomètre centigrade + 2°,4; le soir baromètre 755^{mm} thermomètre + 13°; on demande la correction du midi, sachant que le ☉ avait mis 1^m 15^s à s'élever de 10′.

Tabl. VI pour 760		0″0	pour 755	− 2″6				
VII	+ 2°,4	+ 11.4	+ 13°	− 4.4				
		+ 11.4		− 7.0	Différence	− 18″5	l.	8,1880
Temps que le ☉ a mis à s'élever de 10^m,			1^m 25^s		ou	85^s	l.	1.9294
Correction à ajouter ou					+	1^{s}31	l.	0,1174

Dans cet exemple la hauteur vraie du soir était plus grande que celle du matin, son angle horaire était plus petit que celui du matin, par conséquent la correction est à ajouter. Si l'exemple avait été donné pour trouver l'intant du minuit, la correction serait à retrancher.

TABLE XXXVII. *Déclinaison du soleil.*

L'élément astronomique le plus utile au marin, est la déclinaison du soleil; nous l'avons donnée pour chaque jour à midi vrai au méridien de Paris, calculée en degrés, minutes, et dixièmes de minutes,

pour les années 1829 1830 1831 1832.

Chaque année occupe une page divisée en deux parties; la partie supérieure pour les six premiers mois, et l'inférieure pour les six derniers mois. Lorsque la déclinaison est *australe* ou *Sud*, elle est désignée par la lettre A, et lorsqu'elle est *boréale* ou *Nord*, par la lettre B; d'ailleurs on sait que la déclinaison du soleil est boréale depuis l'instant de l'équinoxe du printems, dans notre hémisphère, jusqu'à l'équinoxe d'automne, et qu'elle est australe depuis l'équinoxe d'automne jusqu'à celui du printemps; de plus, que la déclinaison du soleil va en augmentant depuis l'instant d'un équinoxe jusqu'à celui du solstice suivant, et qu'au contraire la déclinaison va en diminuant depuis un solstice jusqu'à l'équinoxe suivant.

Pour étendre l'usage de cette Table aux années qui suivent respectivement chacune d'elles de quatre en quatre ans, c'est-à-dire,

des années	1829	1830	1831	1832
aux années	1833	1834	1835	1836
	1837	1838	1839	1840
	1841	1842	1843	1844
	1845	1846	1847	1848
	1849	1850	1851	1852

on a donné des Tables de corrections pour ces années, exprimées en minutes et dixièmes, de 6 en 6 jours, qui sont placées a droite des pages, et dont les titres des colonnes font connaître les années pour lesquelles les corrections sont données, en observant que, quand elles doivent être retranchées de la déclinaison contenue dans la partie à gauche des pages, ces corrections sont précédées du signe −; mais, lorsque ces corrections doivent être ajoutées à la déclinaison, elles sont précédées du signe +.

D'où il résulte que cette Table ne donnera immédiatement la déclinaison, pour le midi vrai au méridien de Paris, qu'autant qu'il ne s'agira que de l'une des quatre années 1829, 1830, 1831 et 1832; et qu'on ne l'obtiendra pour les années suivantes, jusques et compris 1852, qu'au moyen de la déclinaison de l'une de ces quatre années, à laquelle on fera toujours une correction tirée de la partie à droite de chaque page.

Exemple 1. Trouver la déclinaison du soleil pour le midi vrai de Paris le 13 Mars 1849. Cherchez parmi les quatre pages de la Table, celle qui contient l'année 1849, pour titre de l'une des colonnes de corrections, vous trouverez que c'est celle qui contient la déclinaison pour 1829.

La page de 1829 donne, pour le 13 Mars		2° 54'.3 A
Correction pour 1849, − 3',5, ou à retrancher		3.5
Déclinaison demandée	*différence*	2 50.8 A

Exemple 2. Trouver la déclinaison du soleil pour le 1 Juillet 1846, à midi vrai de Paris.

La page de 1830 donne, pour le 1 Juillet		23° 8'.9 B
Correction pour 1846, + 2',8 ou à ajouter		2.8
Déclinaison demandée	*somme*	23 11.7 B

Pour trouver pour un instant quelconque la déclinaison du soleil, convertissez la longitude du lieu en temps, et déterminez l'heure astronomique T. V. de Paris correspondante à l'heure du lieu. Prenez dans la Table XXXVII la déclinaison du soleil pour le midi qui précède l'heure de Paris correspondante à l'instant proposé; prenez-la aussi pour le midi qui suit, en y faisant la correction relative aux années, la différence de ces deux déclinaisons, ou leur somme, si les deux déclinaisons ne sont pas de même dénomination, vous donnera le mouvement diurne du soleil en déclinaison. Cherchez la partie proportionnelle du changement en déclinaison, pour l'heure astronomique T. V. de Paris qui a été déterminée, que vous ajouterez à la déclinaison du premier midi, si les déclinaisons vont en augmentant, ou que vous lui retrancherez si elles vont en diminuant; la somme ou la différence sera la déclinaison cherchée. Lorsque les déclinaisons des deux midis sont de dénominations contraires, prenez la différence entre la déclinaison du midi qui précède et la partie proportionnelle calculée; si la partie proportionnelle est la plus petite de ces deux quantités, cette différence donnera la déclinaison cherchée de même dénomination que celle du premier midi; mais si la partie proportionnelle est la plus grande, cette différence donnera la déclinaison demandée d'une dénomination contraire.

TABLE XXXVIII. *Angle horaire.*

Cette Table contient les logarithmes sinus verses de tous les angles horaires exprimés en temps, c'est-à-dire que si on représente par P un angle horaire quelconque, cette Table donnera le logarithme de 2 sin.² ½ P; elle sert principalement à déterminer l'angle horaire d'un astre, connaissant sa hauteur; et pour le soleil, à trouver directement l'heure du lieu, ainsi que nous l'avons indiqué dans la remarque 4, page 164. Son argument, exprimé en heures, minutes et secondes, se prend dans la partie supérieure et dans la première colonne à gauche, depuis 0^h jusqu'à 12^h, et se prend dans la partie inférieure et dans la première colonne à droite, depuis 12^h jusqu'à 24^h.

TABLES XXXIX, XL et XLI. *Pour calculer la hauteur d'un astre.*

La détermination des longitudes, par les distances lunaires, conduit à des calculs assez longs, toutes les fois que les hauteurs des deux astres n'ont point été observées. C'est pour abréger ces calculs, et faire disparaître l'un des obstacles qui s'oppose à ce que la méthode des distances lunaires soit pratiquée aussi souvent qu'elle peut l'être, que nous avons donné ces Tables.

Nous savons que le calcul de la hauteur d'un astre dépend de la connaissance de la latitude du lieu, de l'angle horaire de l'astre et de sa déclinaison. La Table XXXVIII donnera le logarithme de l'angle, et les Tables XXXIX, XL et XLI, donneront les logarithmes et les nombres qui sont relatifs à la latitude, à la déclinaison et à la hauteur.

La Table XXXIX a deux arguments, la déclinaison de l'astre, placée au haut ou au bas de chaque page, et la latitude du lieu contenue dans la première colonne à gauche. Cette Table contient des logarithmes auxquels il faudra ajouter la caractéristique 9, et elle a été construite de manière à ce que les parties proportionnelles correspondantes aux minutes des deux arguments, soient toujours additives.

La Table XL, contenant les parties proportionnelles de la Table précédente, a aussi deux arguments, l'un d'eux placé au haut et au bas de chaque page, sont les minutes de la latitude ou de la déclinaison; l'autre, situé dans la première colonne à gauche, donne les degrés de ces deux quantités; ce dernier argument évite la peine de prendre la différence qui existe entre deux logarithmes consécutifs de la Table XXXIX. Comme ces parties proportionnelles ne sont données que de deux en deux minutes, pour avoir celle de la minute intermédiaire, on la prendra dans la première colonne à droite.

Exemple 1. Trouver le logarithme correspondant à 50° 10' de latitude, et à 18° 26' de déclinaison.

Table XXXIX	pour 50° de lat. et 18° de décl.	9.77454
XL	pour 50° et 10'	767
XLI	pour 18° et 26	144
Logarithme demandé	*somme*	9.78365

Exemple 2. La latitude étant de 8° 52' et la déclinaison de 29° 16', trouver le logarithme correspondant.

Table XXXIX	pour 8° de lat. et 29° de décl.	9.93215
XL	pour 8° et 52'	15
	pour 29° et 16'	315
Logarithme demandé	*somme*	9.93545

Exemple 3. Pour 47° de latitude et 24' de déclinaison, trouver le logarithme.

Table XXXIX	pour 47° de lat. et 24° de décl.	9.78279
XL	pour 47° et 0'	827
XL	pour 24° et 0	345
Logarithme demandé	*somme*	9.79451

Exemple 4. Pour 5° 23' de latitude et 0° 39' de déclinaison, trouver le logarithme.

Table XXXIX	pour 5° de lat. et 0° de décl.	9.99754
XL	pour 5° et 23'	45
	pour 0° et 39'	3
Logarithme demandé	*somme*	9.99802

La Table XLI contient les nombres et leurs logarithmes pour tous les degrés, depuis 0 jusqu'à 90; les minutes contenues dans la première colonne à gauche, se rapportent aux degrés qui sont placés au haut des pages; les minutes de la première colonne à droite, se rapportent aux degrés marqués au bas des pages.

La règle qui sert à calculer la hauteur d'un astre au moyen de ces Tables, a été donnée page 175; elle est suivie de plusieurs applications.

TABLES XLII *et* XLIII. *Conversion de la hauteur vraie de la lune et du second astre (dans la méthode des distances lunaires), en hauteur apparente.*

La Table XLII donne la correction *soustractive* à faire à la hauteur vraie de la lune, pour obtenir sa hauteur apparente, et la Table XLIII donne la correction *additive* à faire à la hauteur vraie du second astre de la méthode des distances lunaires, pour avoir sa hauteur apparente.

Lorsque la méthode de réduction employée, donne *directement* la distance vraie des deux astres, il faudra déterminer leurs hauteurs apparentes par la règle donnée dans la remarque 3, page 170; mais si cette méthode de réduction ne donne *seulement* que la correction à faire à la distance apparente pour en déduire la distance vraie, par exemple, la première méthode que nous avons donnée page 219; la recherche des hauteurs apparentes se fera avec plus de facilité par les Tables XLII et XLIII, qui d'ailleurs sont d'une simplicité telle qu'il n'est pas nécessaire d'en donner des explications.

TABLE XLIV. *Distances lunaires*; *et* TABLES XLV, XLVI, XLVII, XLVIII *et* XLIX.

Cette Table est la première de celles qui, dans la méthode des distances, sert à trouver la correction à faire à la distance apparente des deux astres pour obtenir leur distance vraie; elle donne les nombres *A* et *B* en minutes et millièmes pour toutes les hauteurs apparentes des deux astres; cette Table est suffisamment étendue pour obtenir ces nombres à vue.

Pour la hauteur de la lune, on prendra le nombre de la colonne	*A*
du soleil, celui de la colonne	*B*
de l'étoile, celui de la colonne	*A*
de la planète, celui de la colonne	*A*, diminué

du nombre des millièmes de minutes correspondant à la parallaxe horizontale de cette planète. Ce nombre de millièmes est donné dans la Table XLV.

Exemple. Supposons que la hauteur apparente

de la lune, soit de	23° 58'	on trouvera le nombre	*A* de	2.378
du soleil,	20 44		*B*	2.576
de l'étoile,	11 51		*A*	4.622
de la planète,	17 56		*A*	3.121
Table XLV, en supposant que la parall. horis. de la planète soit de 33"			−	0.550
Pour la planète,		nombre	*A*	2.571

Les nombres *A* et *B* ont été calculés sur les réfractions moyennes publiées par le Bureau des Longitudes; pour les corriger des effets de la température et du poids de l'atmosphère qui ont lieu au moment de l'observation, calculez par les Tables VI et VII les corrections *soustractives* ou *additives* à faire aux réfractions moyennes, correspondantes aux hauteurs des deux astres, les ayant trouvées, vous entrerez dans la Table XLVIII avec la hauteur de l'astre prise dans la première colonne à gauche et la correction prise dans la ligne horizontale supérieure, à la rencontre des lignes commençant par ces deux quantités (hauteur et correction), vous trouverez un nombre de millièmes qui sera de même signe que la correction, et que vous ajouterez algébriquement aux nombres *A* et *B*.

Exemple 1. Supposons que la hauteur de la lune soit de 44°, que la correction donnée par les Tables VI et VII soit de + 10', la hauteur du soleil de 36° 15' et la correc. de + 15". On demande les nomb. *A* et *B* corrigés.

Table XLIV	pour 44°	nombre *A*	1.397
XLVIII	pour 44° et + 10"	correct. +	0.232
		Nombre *A* corrigé	1.629
Table XLIV	pour 36° 15'	nombre *B*	1.494
XLVIII	pour 36° 15' et + 15	corr. +	0.303
		Nombre *B* corrigé	1.797

Exemple 2. Supposons que la hauteur de la lune soit de 60°, que la correction donnée par les Tables VI et VII soit de − 17", la hauteur de la planète soit de 28° 11' et la correct. de − 22". On demande les nomb. *A* corrigés.

Table XLIV	pour 60°	nombre *A*	1.120
XLVIII	pour 60° et − 17"	correct. −	0.566
		Nombre *A* corrigé	0.554
Table XLIV	pour 28° 11'	nombre *A*	2.050
XLVIII	pour 28° 11' et − 22"	corr. −	0.416
		Nombre *A* corrigé	1.634

La Table XLVI donne un nombre C de millièmes de minutes, toujours *additif* dans le calcul de la réduction et correspondant aux diverses valeurs de la différence entre la hauteur apparente de la lune et sa hauteur vraie, ou ce qui est de même, correspondant à la parallaxe de la lune moins la réfraction, quantité qui, d'après la Table XXVI ou XLII, est toujours comprise entre 2′ et 56′.

La Table XLVII donne un nombre D de millièmes de minutes, toujours *soustractif* dans le calcul des distances lunaires et correspondant à la hauteur de l'étoile * ou du soleil ⊙.

S'il s'agissait d'une planète, prenez le nombre D dans la colonne * de cette Table, puis diminuez-le du nombre de millièmes de minutes correspondant à la hauteur de la planète et à sa parallaxe horizontale. Ces millièmes sont contenus dans la seconde partie à droite de la Table XLVII, la hauteur se prend dans la première colonne à gauche, et la parallaxe horizontale dans la ligne horizontale supérieure.

Exemple. La hauteur apparente de Vénus est de 26° et sa parallaxe de 30″. On demande le nombre D.

Table XLVII,	pour 26° de hauteur, colonne *		0′966
	pour 26° de hauteur et 30″ de parallaxe	−	0.219
	Nombre D demandé		0.747

Pour corriger le nombre D de la différence entre la réfraction moyenne (qui suppose une pression atmosphérique exprimée par 760ᵐᵐ au baromètre et par + 10° centigrades au thermomètre), et la réfraction correspondante à l'état de l'atmosphère au moment de l'observation, calculez par les Tables VI et VII, la différence *soustractive* ou *additive* de la réfraction moyenne, relative à la hauteur de l'astre, puis vous *diminuerez* ou vous *augmenterez* le nombre D de la Table XLVII, du nombre de millièmes de minutes correspondant à cette différence, prise dans la ligne horizontale supérieure de la Table XLIX et à la hauteur de l'astre placé dans la première colonne à gauche de cette Table.

Exemple 1. La hauteur apparente d'une étoile est de 17°, et la correction de la réfraction moyenne donnée par les Table VI et VII de + 10″. On demande le nombre D corrigé.

Table XLVII	pour 17° de haut. colonne *	D		0′959
XLIX	pour 17° et + 10″		+	0.053
	Nombre D corrigé			1.012

Exemple 2. La hauteur apparente du soleil est de 26°, et la correction de la réfraction moyenne donnée par les Tables VI et VII de − 21″. On demande le nombre D corrigé.

Table XLVII	pour 26° de haut. colonne ⊙	D		0′902
XLIX	pour 26° et − 21″		−	0.170
	Nombre D corrigé			0.732

Exemple 3. La hauteur apparente d'une planète est de 54°, sa parallaxe horizontale de 14″, et la correction de la réfraction de + 9″. On demande le nomb. D corrigé.

Table XLVII	pour 54° de haut. colonne *	D		0′971
	pour 54° et 14″ de parall.		−	0.188
XLIX	pour 54° et + 9″		+	0.207
	Nombre D corrigé			0.990

Exemple 4. La hauteur apparente d'une planète est de 36° 25′, sa parallaxe horizontale de 23″ et la correc. de la réfract. de − 19″. On demande le nombre D corrigé.

Table XLVII	pour 36° 25′ de haut. colonne *	D		0′969
	pour 36° 25′ et 23″ de parall.		−	0.226
Table XLIX	pour 36° 25′ et − 19″		−	0.232
	Nombre D corrigé			0.511

TABLE L. *Distances lunaires.*

Cette Table, *très-usuelle*, a d'abord été calculée pour donner les valeurs de p en minutes et millièmes, lorsque p est de la forme.

$$m \sin. n \quad \text{et} \quad m \cos. n$$

de ces expressions il en résulte qu'elle peut aussi donner les valeurs de m correspondantes

$$\text{à} \quad \frac{p}{\sin. n} \quad \text{et à} \quad \frac{p}{\cos. n}$$

Pour trouver la valeur de p, le nombre m est donné en minutes seulement dans la première colonne à gauche de chaque page, ayant pour titre *argument* : pour sin. n le nombre de degrés se prend dans la partie supérieure avec les minutes qui se trouvent de 3 en 3, et pour cos. n, le nombre de degrés et de minutes de 3′ en 3′ sont placés dans la partie inférieure. Lorsque m contient des centièmes ou des millièmes de minutes,

pour avoir la partie correspondante de p, il faut prendre l'argument m contenu dans la première colonne pour des centièmes, millièmes, mais alors les nombres p donnés par la Table doivent être rendus 100 fois ou 1000 fois plus petits.

Lorsque p est donné et qu'il faut déterminer m ; pour sin. n on cherche le nombre de degrés et de minutes de n dans la partie supérieure de la Table, puis descendre verticalement jusqu'au nombre p, alors le nombre m se trouve sur la même ligne horizontale dans la colonne de l'argument; mais pour cos. n, c'est au bas des pages que le nombre de degrés et de minutes doivent être pris.

Dans le calcul des distances lunaires, cette Table sert à trouver les quantités

$$H, \ E, \ G, \ K \ \text{et} \ y.$$

Pour obtenir H, les arguments sont les minutes et décimales de F, et la hauteur apparente de la lune, que nous représenterons par a.

F se prend dans la première colonne à gauche,
a dans la partie supérieure de la Table.

Pour trouver E, les arg. sont les minutes et décimales de B, et la haut. vr. de la lune a'

B se prend dans la première colonne à gauche,
a' dans la partie supérieure de la Table.

Pour avoir G, les arguments sont les minutes et décimales de F, et la hauteur apparente b du second astre.

F se prend dans la première colonne à gauche,
b dans la partie supérieure de la Table.

Pour trouver K, les arguments sont les minutes et décimales de I, et la distance apparente d des deux astres.

F se prend dans la première colonne à gauche,
d dans la partie inférieure de la Table.

Pour se procurer y, les arguments sont les minutes et décimales de la *som. algébr.*, et la distance apparente d des deux astres.

som. algébr. se prend dans l'intérieur de la Table,
d dans la partie supérieure.

D'où il résulte que ce n'est que dans la recherche de K que le nombre de degrés de l'argument se prend au bas de la page, et que ce n'est que pour se procurer y que le nombre des minutes et décimales de l'argument se prend dans l'intérieur de la Table.

Exemple 1. La valeur de F ast de 53',587 et eella da a de 21° 30', on demande le nombre H.

Pour 21° 30' arg. sop. et	53'	on a	19' 425
et	0.58		0.2126
et	0.007		0.0026
	53.587	Nombre H	19.640

Exemple 2. Lorsqua F est da 52',849 et la hauteur appareote a de 32° 12', oo demaode le nombre H.

Pour 32° 12' arg. sup. et	52'	on a	27' 709
at	0.8		0.4263
et	0.049		0.0261
	52.849	Nombre H	28.161

Exemple 3. La valeur de B est 0',918, celle de a' de 23° 22', on demande le nombre E.

Pour 23° 22' arg. sop. et	0' 9	on a	0' 3569
	0.018		0.0071
	0.918	Nombra E	0.364

Exemple 4. Lorsqoe B est de 1',327 et la hauteur vraie de la luoe ou a' de 32° 56', on demande K.

Povr 32° 56' arg. sup. et	1' 3	on a	0' 7068
	0.027		0.0147
	1.327	Nombre E	0.721

Exemple 5. La valeor de F est de 53'978, eella de b de 20° 44', on demande le nombre G.

Pour 20° 44' arg. sup. at	53'	oo a	18' 763
	0.9		0.3187
	0.06		0.0212
	0.018		0.0064
	53.978	G	19.109

Exemple 6. Lorsque F est de 51',892 et la haoteur appareote b da 24° 48', oo demande G.

Pour 24° 48' arg. sup. et	51' 0	on a	21' 392
	0.8		0.3356
	0.06		0.0252
	0.032		0.0134
	51.892	Nombre G	21.766

Exemple 7. On suppose que l soit de 21',519 et que la distance apparente d soit de 59° 59', on demande le nombre K.

Pour 59° 59' arg. infér. et	21'	on a	10' 505
	0.51		0.2551
	0.009		0.0045
	21.519	K	10.765

Exemple 8. La valeur de l est de 36',596, celle de la distance apparente d de 103° 29', on demande le nombre K.

Pour 103° 29' arg. infér. et	36'	on a	8' 394
	0.59		0.1376
	0.006		0.0012
	36.596	Nombre K	8.533

Exemple 9. La somme algébrique est de 19',956, la distance apparente d de 86° 12', on demande y. L'argument se prend dans l'intérieur de la Table.

Pour 86° 12' arg. sup. 19' 956 arg. intér. y 20' 000

Exemple 10. La somme algébrique est de 7',786, la distance apparente d de 59° 54', on demande y. L'argument se prend dans l'intérieur de la Table.

Pour 59° 54' arg. sup. et 7',786 arg. inter. y 9' 000

Exemple 11. La somme algébrique est de 18',853 et la distance de 81° 15', on demande y.

Pour 81° 15' arg. sup. et	18.778 inter.	y	19' 000
	0.069		0.070
	0.006		0.006
	18.853	y	19.076

Exemple 12. La somme algébrique est de 40',896 et la distance de 96° 46', on demande y.

Pour 96° 46' arg. sup. et	40' 716 inter.	y	41' 000
	0.178		0.180
	0.002		0.002
	40.896	y	41.182

Nous allons donner succinctement les démonstrations des dix méthodes de réduction des distances lunaires, comprises dans les pages 219... 229. La première fera connaître les emplois des quantités E ; G ; H ; etc., calculées par la Table L.

Les effets de la réfraction et de la parallaxe ne se produisant que dans les plans verticaux des deux astres, il en résultera que le triangle Zsl, fig. 51, dont les sommets de ses angles sont placés au zénith Z du lieu et aux centres apparents s et l des deux astres, aura l'angle Z de commun avec le triangle ZSL dont les sommets de ses angles sont situés au même zénith Z et aux centres vrais S et L des mêmes astres.

Pour la lune,	
Représentons sa hauteur apparente Hl par	a
sa hauteur vraie HL par $a + c =$	a'
Pour le second astre,	
sa hauteur apparente Os par	b
sa hauteur vraie OS par $b - c' =$	b'
la somme des haut. appar. $a + b$ par	H
leur différence $a - b$ par	h
la somme des haut. vraies $a' + b'$ par	H'
leur différence $a' - b'$ par	h'
la distance apparente sl par	d
vraie SL par $d + y =$	x
et la distance Ls par	d'

Première méthode, page 219. Le triangle LSs donnera

$$\cos.(d+y) = \cos. s \sin. c' \sin. d' + \cos. c' \cos. d' = \cos. s \sin. c' \sin. d' + \cos. d' - 2 \sin.^2 \tfrac{1}{2} c' \cos. d'$$

Pour éliminer l'angle s, on aura recours au triangle ZsL dans lequel son angle s est le supplément du premier, il donne

$$\cos. s = -\frac{\sin. a' - \sin. b \cos. d'}{\cos. b \sin. d'}$$

La substitution donnera

$$\cos.(d+y) = -\frac{\sin. a' - \sin. b \cos. d'}{\cos. b} \sin. c' + \cos. d' - 2 \sin.^2 \tfrac{1}{2} c' \cos. d'$$

$$= \cos. d' - \frac{\sin. c'}{\cos. b} \sin. a' + \left(\frac{\sin. c'}{\cos. b} \sin. b - 2 \sin.^2 \tfrac{1}{2} c'\right) \cos. d' \qquad (1)$$

En opérant d'une manière analogue sur le triangle LIs, on trouvera

$$\cos. d = \cos. d' - \frac{\sin. c}{\cos. a} \sin. b + \left(\frac{\sin. c}{\cos. a} \sin. a + 2 \sin.^2 \tfrac{1}{2} c\right) \cos. d \qquad (2)$$

Retranchant (1) de (2), en remarquant que

$$1^\circ \quad \cos. d - \cos. (d + y) = 2 \sin. \tfrac{1}{2} y \sin. (d + \tfrac{1}{2} y) = \sin. y \sin. (d + \tfrac{1}{2} y)$$

$$2^\circ \quad \cos. d' = \cos. d - (\cos. d - \cos. d') = \cos. d - \sin. (d - d') \sin. \tfrac{1}{2}(d + d')$$

Nous obtiendrons pour reste

$$\sin. y \sin. (d + \tfrac{1}{2} y) = \frac{\sin. c'}{\cos b} \sin. a' - \frac{\sin. c}{\cos. a} \sin. b + \left(\frac{\sin. c}{\cos. a} \sin. a + 2 \sin.^2 \tfrac{1}{2} c - \frac{\sin. c'}{\cos. b} \sin. b + 2 \sin.^2 \tfrac{1}{2} c'\right) \cos. d$$

$$+ \sin. (d - d') \sin. \tfrac{1}{2} (d + d') \left(\frac{\sin. c'}{\cos. b} \sin. b - 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} c'\right)$$

qui, pour abréger, tout en donnant y, pourra s'écrire

$$\sin. y = \frac{E - G + (H + C - D) \cos. d}{\sin. (d + \tfrac{1}{2} y)} + X = \frac{E - G + I \cos. d}{\sin. (d + \tfrac{1}{2} y)} + X$$

$$= \frac{E - G + K}{\sin. (d + \tfrac{1}{2} y)} + X = \frac{\text{som. algébr.}}{\sin. (d + \tfrac{1}{2} y)} + X$$

C'est sur cette formule rigoureuse, très-facile à mettre en Tables, que repose la *première méthode*, et dans laquelle on a négligé le terme X, parce que le maximum de sa valeur ne surpasse pas une seconde.

Pour s'en convaincre il suffit de remarquer

1° que dans le triangle LIs, on a $d - d' < c$ 2° que dans le triangle LSs, $d' < d + y + c'$
ou $d + d' < 2d + y + c'$ et par conséquent $\tfrac{1}{2}(d + d') < d + \tfrac{1}{2} y + \tfrac{1}{2} c'$
3° que $D < 1'$

ainsi le terme X n'atteindra jamais

$$\frac{\sin. c \sin. ((d + \tfrac{1}{2} y) + \tfrac{1}{2} c') \times 1'}{\sin. (d + \tfrac{1}{2} y)} = \sin. 56' (1 + \cot. (d + \tfrac{1}{2} y) \sin. 5') \times 1'$$

le maximum de c étant de 55′ et celui de c' de 10′ (voy. Tab. XLII et XLIII); de plus, la plus grande valeur de cot. $(d + \tfrac{1}{2} y)$ correspond à la plus petite des distances lunaires, qui est d'environ 20°; nous aurons donc, après la substitution des valeurs numériques,

$$0.01628 (1 + 2,74748 \times 0,00145) \times 1' = 0'',98.$$

Il est donc démontré que la suppression du terme X abrège la méthode sans altérer l'exactitude de son résultat.

Avant de passer aux démonstrations des méthodes suivantes, nous allons donner quelques formules qui serviront d'introduction.

Du triangle ZSL on tire $\cos. x = \cos. Z \cos. a' \cos. b' + \sin. a' \sin. b' \qquad (3)$

Pour éliminer cos. Z, nous observerons que le triangle Zsl donne

$$\cos. Z = 2 \cos.^2 \tfrac{1}{2} Z - 1 = \frac{\cos. d - \sin. a \sin. b}{\cos. a \cos. b} = \frac{\cos. (a + b) + \cos. d}{\cos. a \cos. b} - 1$$

$$\text{et } \cos. Z = 1 - 2 \sin.^2 \tfrac{1}{2} Z = 1 - \frac{\sin. a \sin. b - \cos. d}{\cos. a \cos. b} = 1 - \frac{\cos. (a - b) - \cos. d}{\cos. a \cos. b}$$

Substituant successivement ces valeurs de cos. Z dans l'équation (3), nous aurons

$$\cos. x = \left(\frac{\cos. (a + b) + \cos. d}{\cos. a \cos. b} - 1\right) \cos. a' \cos. b' + \sin. a' \sin. b'$$

$$= (\cos. (a + b) + \cos. d) \frac{\cos. a' \cos. b'}{\cos. a \cos. b} - \cos. a' \cos. b' + \sin. a' \sin. b'$$

$$= (\cos. H + \cos. d) \frac{\cos. a' \cos. b'}{\cos. a \cos. b} - \cos. (a' + b') \qquad (4)$$

$$\text{et } \cos. x = \left(1 - \frac{\cos. (a - b) - \cos. d}{\cos. a \cos. b}\right) \cos. a' \cos. b' + \sin. a' \sin. b'$$

$$= \cos. a' \cos. b' - (\cos. (a - b) - \cos. d) \frac{\cos. a' \cos. b'}{\cos. a \cos. b} + \sin. a' \sin. b'$$

$$= \cos. (a' - b') - (\cos. h - \cos. d) \frac{\cos. a' \cos. b'}{\cos. a \cos. b} \qquad (5)$$

(Dorénavant la fraction $\frac{\cos. a' \cos. b'}{\cos. a \cos. b}$, dont le logarithme se nomme *différences logarithmiques*, sera représentée par $d.\ l.$)

Seconde méthode, page 222. La formule (4) donne

$$1 - \cos. x = 2 \sin.^2 \tfrac{1}{2} x = 1 + \cos.(a' + b') - (\cos. H + \cos. d)\ d.\ l.$$
$$= 2 \cos.^2 \tfrac{1}{2} H' - 2 \cos. \tfrac{1}{2}(H + d) \cos. \tfrac{1}{2}(H - d)\ d.\ l.$$

divisant par 2 et représentant le dernier terme du second membre par L

$$\sin.^2 \tfrac{1}{2} x = \cos.^2 \tfrac{1}{2} H' - L = \cos.^2 \tfrac{1}{2} H' \left(1 - \frac{L}{\cos.^2 \tfrac{1}{2} H'}\right) \qquad (6)$$
$$= \cos.^2 \tfrac{1}{2} H' (1 - \sin.^2 A) = \cos.^2 \tfrac{1}{2} H' \cos.^2 A$$

et enfin $\sin. \tfrac{1}{2} x = \cos. \tfrac{1}{2} H' \cos. A$ (7)

Troisième méthode, page 224. Faisons dans l'une des formules (6) $\sin.^2 A = L$

on aura $\sin.^2 \tfrac{1}{2} x = \cos.^2 \tfrac{1}{2} H' - \sin.^2 A = \cos.(\tfrac{1}{2} H' + A) \cos.(\tfrac{1}{2} H' - A)$

d'où $\sin. \tfrac{1}{2} x = \sqrt{\cos.(\tfrac{1}{2} H' + A) \cos.(\tfrac{1}{2} H' - A)}$

Quatrième méthode, page 225. La formule (5) donne

$$1 + \cos. x = 2 \cos.^2 \tfrac{1}{2} x = 1 + \cos.(a' - b') - (\cos. h - \cos. d)\ d.\ l.$$
$$= 2 \cos.^2 \tfrac{1}{2} h' - 2 \sin. \tfrac{1}{2}(h + d) \sin. \tfrac{1}{2}(h - d)\ d.\ l.$$

ou $\cos.^2 \tfrac{1}{2} x = \cos.^2 \tfrac{1}{2} h' - \sin.^2 A = \cos.(\tfrac{1}{2} h' + A) \cos.(\tfrac{1}{2} h' - A)$

donc $\cos. \tfrac{1}{2} x = \sqrt{\cos.(\tfrac{1}{2} h' + A) \cos.(\tfrac{1}{2} h' - A)}$

Cinquième méthode, page 226. La formule (7) donne

$$\sin. \tfrac{1}{2} x = \cos. \tfrac{1}{2} H' \frac{\sin. A}{\text{tang.} A} = \cos. \tfrac{1}{2} H' \frac{\sqrt{L}}{\cos. \tfrac{1}{2} H' \text{tang.} A} = \frac{\sqrt{L}}{\text{tang.} A}$$

Sixième méthode, page 226. La formule (5) donne

$$1 - \cos. x = 2 \sin.^2 \tfrac{1}{2} x = 1 - \cos.(a' - b') + (\cos. h - \cos. d)\ d.\ l.$$
$$= 2 \sin.^2 \tfrac{1}{2} h' + 2 \sin. \tfrac{1}{2}(h + d) \sin. \tfrac{1}{2}(h - d)\ d.\ l. \qquad (8)$$

ou $\sin.^2 \tfrac{1}{2} x = \sin.^2 \tfrac{1}{2} h' + L = \sin.^2 \tfrac{1}{2} h' \left(1 + \frac{L}{\sin.^2 \tfrac{1}{2} h'}\right) = \sin.^2 \tfrac{1}{2} h' (1 - \text{tang.}^2 A)$

(mais généralement on a $\sin.^2 = \frac{\text{tang.}^2}{1 + \text{tang.}^2}$ et par conséquent $1 + \text{tang.}^2 = \frac{\text{tang.}^2}{\sin.^2}$)

on aura donc $\sin.^2 \tfrac{1}{2} x = \sin.^2 \tfrac{1}{2} h' \frac{\text{tang.}^2 A}{\sin.^2 A} = \frac{L}{\sin.^2 A}$

d'où $\sin. \tfrac{1}{2} x = \frac{\sqrt{L}}{\sin. A}$

Septième méthode, page 227. La démonstration de la seconde méthode a donné

$$1 - \cos. x = \sin. v. x = 2 \cos.^2 \tfrac{1}{2} H' - 2 \cos. \tfrac{1}{2}(H + d) \cos. \tfrac{1}{2}(H - d)\ d.\ l.$$
$$= \text{susin. v.}\ H' - N.$$

Huitième méthode, page 228. La formule (8) peut s'écrire

$$\sin. v. x = \sin. v. h' + N.$$

Neuvième méthode, page 228. De la formule (4) on tire

$$1 + \cos. x = \text{susin. v.}\ x = 1 - \cos.(a' + b') + (\cos. H + \cos. d) - (\cos. H + \cos. d)(1 - d.\ l.)$$
$$= \sin. v. H' + (\text{susin. v.}\ H + \text{susin. v.}\ d - 2) - (\text{susin. v.}\ H + \text{susin. v.}\ d - 2)\ F.$$

Dixième méthode, page 229. La formule (5) donne

$$1 - \cos. x = \sin. v. x = 1 - \cos.(a' - b') + (\cos. h - \cos. d) - (\cos. h - \cos. d)(1 - d.\ l.)$$
$$= \sin. v. h' + (\text{susin. v.}\ h + \sin. v. d - 2) - (\text{susin. v.}\ h + \sin. v. d - 2)\ F.$$

Nous avons donné dans la remarque 2 de la page 249, une méthode approximative, mais suffisamment exacte de déterminer la distance vraie dans les cas ou les sommes des quantités apparentes diffèrent peu de 180°, les principes sur lesquels repose cette méthode, sont les suivants :

Représentons par y et par A les différences entre les sommes des quantités vraies et apparentes à 180°; c'est-à-dire

Soient $x + a' + b' + y = 180°$ on aura $\cos. x = -\cos. (a' + b' + y)$

$d + a + b + A = 180°$ $\cos. d = -\cos. (a + b + A)$

ainsi $\cos. x + \cos. (a' + b') = \cos. (a' + b') - \cos. (a' + b' + y) = y \sin. (a' + b' + \frac{1}{2} y)$

et $\cos. d + \cos. (a + b) = \cos. (a + b) - \cos. (a + b + A) = A \sin. (a + b + \frac{1}{2} A)$

Substituant les valeurs de ces sommes de cosinus dans la formule (4), en observant que $\frac{1}{2} y$ peut être remplacé par $\frac{1}{2} A$, on obtiendra

$$y = A \frac{\sin. (a + b + \frac{1}{2} A)}{\sin. (a' + b' + \frac{1}{2} A)} d. l. = A \frac{\sin. B}{\sin. C} . d. l.$$

Remarque sur la première méthode qui sert à trouver la distance vraie. Comme il est d'une nécessité absolue d'exercer les élèves à de nombreux calculs d'astronomie nautique, et par conséquent à celui de la longitude par les distances lunaires, nous pensons que parmi les diverses méthodes qui peuvent être employées à la préparation des exemples, celle qui dérive de *la première* l'abrège beaucoup en donnant la réduction y' à faire à la distance vraie, pour obtenir la distance apparente, par la formule suivante :

$$y' = \frac{G - E + (D + C - H) \cos. d'}{\sin. (d' + \frac{1}{2} y')}$$

dans laquelle la distance vraie est exprimée par d'.

Règle 1. Pour l'heure T. M. de Paris correspondante à l'heure du lieu, déterminez la distance vraie des deux astres et la parallaxe horizontale de la lune, dont vous exprimerez les secondes en décimales de minute.

2. Calculez sur la règle donnée, page 175, les hauteurs vraies de la lune et du second astre, ainsi que la hauteur apparente du dernier.

3. Ecrivez les unes au-dessous des autres, la hauteur vraie du second astre, la parallaxe horizontale de la lune, sa hauteur vraie, la hauteur apparente du second astre, et la distance vraie des deux astres. Placez à la suite de la parallaxe horizontale, la différence entre la hauteur vraie de la lune et sa hauteur apparente.

4. Prenez dans la Table XLIV le nombre B ou A, et dans la Table XLVII le nombre D, toujours positif, correspondants à la hauteur vraie du second astre. Avec la hauteur vraie de la lune, prenez dans la Table XLIV le nombre A, que vous retrancherez de la parallaxe horizontale, cela vous donnera un reste F, avec lequel et cette même hauteur vous trouverez dans la Table L le nombre soustractif H. Prenez dans la Table XLVI le nombre C, toujours positif, correspondant à la différence des deux hauteurs de lune, que vous placerez au-dessous du nombre H; la somme algébrique des nombres D, C et H, vous donnera le nombre soustractif I.

5. Prenez dans la Table L un nombre E toujours soustractif, correspondant à la hauteur vraie de la lune, argument supérieur, et au nombre de la Table XLIV relatif au second astre.

Prenez dans cette même Table L le nombre G, toujours additif, correspondant à la hauteur apparente du second astre, argument supérieur, et au reste F.

Prenez toujours dans cette Table, avec la distance vraie, argument inférieur, et la somme I, le nombre K correspondant, qui sera soustractif lorsque la distance vraie sera plus petite que 90°, et qui sera positif lorsque cette distance surpassera 90°.

Déterminez la somme algébrique des nombres E, G et K, avec laquelle, prise dans l'intérieur de la Table L, et la distance vraie, argument supérieur, vous trouverez dans la première colonne la réduction y' de cette distance, qui sera de même signe que la somme employée.

Pour plus d'exactitude, cherchez de nouveau la quantité y', avec la distance vraie augmentée ou diminuée de la moitié de sa valeur déjà trouvée.

Cette nouvelle correction y', ajoutée ou retranchée de la distance vraie, vous donnera la distance apparente demandée.

Exemple 1.

Hauteur vraie ☉	5°	52'	0"		XLIV	B	8.564		XLVII	D + 0.864
Parallaxe horiz. ☾		60	55.7	ou		P	60.928	F 57.958		
Hauteur vraie ☾	18	55	0			A	− 2.970		L *arg. sup.*	H − 18.789
Paral. − réfract.	0	55	0						XLVI	C + 0.440
									somme algébrique	I − 17.485
Hauteur vraie ☾	18	55	0	et B	L *arg. sup.*	E	− 2.766			
Hauteur appar. ☉	6	0	0	F	L *sup.*	G	+ 6.063			
Distance vraie	30	23	24	I	L *inf.*	K	− 15.082			
Demi y'	−	13	0							
					somme algébr.		− 11.785	et distance vraie		*sup.* L y' − 23.300
d' − ½ y'	30	10	24	et			− 11.785			*arg. sup.* − 23.452
Distance appar.	30	23	24	− 23' 25",1		=	29° 59' 58",9			

Exemple 2.

Hauteur vraie ✶	44°	44'	0"		XLIV	A'	1.378		XLVII	D + 0.970
Parallaxe horiz. ☾		60	31	ou		P	60.517	F 59.404		
Hauteur vraie ☾	60	43	0			A	− 1.113		L *arg. sup.*	H − 51.812
Paral. − refract.	0	29	0						XLVI	C + 0.121
									somme algébrique	I − 50.721
Hauteur vraie ☾	60	43	0	et A'	L *arg. sup.*	E	− 1.202			
Hauteur appa. ✶	44	45	0	F	L *sup.*	G	+ 41.821			
Dist. vraie ou d'	70	29	0	I	L *inf.*	K	− 16.945			
Demi y'	+	13	0							
					somme algébr.		+ 23.674	et d'	L *arg. sup.*	y' + 25.117
d' + ½ y	70	42	0	et			+ 23.674		L *arg. sup.*	+ 25.804
Distance appar.	70	29	0	+ 25' 48",2		=	70° 54' 48",2			

De quelques autres usages de la Table L.

Comme cette Table donne les valeurs de p de la forme

$$p = m \sin. n = m \cos. (90^\circ - n)$$

et par suite celles de
$$m = \frac{p}{\sin. n} = \frac{p}{\cos. (90^\circ - n)}$$

elle peut être employée dans l'arpentage, à trouver deux côtés d'un triangle rectiligne rectangle, dans lequel les données sont : l'un des trois côtés et l'un des angles aigus.

1° Soient ABC un triangle rectiligne rectangle; A l'angle droit, l'angle B de 52° 42′ et l'hypothénuse a de 1248 mètres; trouver les deux côtés b et c. Le second angle aigu C sera de 37° 18′

Calcul du côté $b = a$ sin. B			Calcul du côté $c = a$ sin. C		
Argument supérieur	52° 42'		Argument supérieur	37° 18'	
a =	1248	colonne à droite	a =	1248	colonne à droite
Pour	1200	954.600	Pour	1200	727.200
	48	38.182		48	29.087
Pour	1248 b de	992.782	Pour	1248 c de	756.287

2° Soient l'angle B de 33° 7′ et le côté b de 407 mètres, ou l'angle C de 56° 53′ et le côté c de 624 mètres.

Calcul de $a = \frac{b}{\sin. B}$			ou calcul de $a = \frac{c}{\sin. C}$		
Argument supérieur	33° 7'		Argument supérieur	56° 53'	
b = 407	intér. de la Tabl.		c = 624	intervalle de la Table.	
Pour	382.5	700	Pour	586.3	700
	24.5	45		37.7	45
Pour	407.0 a de	745	Pour	624.0 a de	745

Le premier Problême de navigation, qui consiste à déterminer le chemin fait sur la ligne N. et S., ainsi que celui sur la ligne E. et O., connaissant l'angle de route et le chemin parcouru, donnant lieu aux cas précédents, peut se résoudre au moyen de la Table.

L'angle de route se prend au haut de la page pour trouver le chemin Est ou Ouest,
au bas de la page, pour avoir le chemin Nord ou Sud.

Proposons-nous de trouver le chemin N. et le chemin O. correspondants à 945 milles faits au N. O. ¼ N. 1° 30′ O. C'est-à-dire, que la direction de la route fait avec la ligne N. et S. un angle de 35° 15′.

Chemin O.			*Chemin* N.		
Argument supérieur		35° 15′	Argument inférieur		35° 15′
Pour	900	519.400	Pour	900	735.000
	45	25.972		45	36.749
Pour	945	545.372 Ouest.	Pour	945	771.749 Nord.

Cette Table donne immédiatement le nombre de milles nautiques contenus dans un degré de longitude, sur chaque parallèle à l'équateur de 3′ en 3′ de latitude; elle remplace donc avantageusement la Table XLIV; tous ces nombres remplissent la dernière ligne de chaque page et correspondent aux latitudes à prendre dans l'argument inférieur.

Quel est le nombre de milles nautiques contenus dans le degré de longitude, sur le parallèle situé par 49° 24′ de latitude?

Pour 49° 24′ argument inférieur, on trouve 39ᵐ 046.

Le Problême inverse, connaissant le nombre de milles nautiques, parcourus sur un parallèle dont la latitude est connue, trouver le changement correspondant en longitude, peut être facilement résolu.

Cherchez la latitude dans l'argument inférieur, puis dans la colonne correspondante prenez les milles parcourus, vous trouverez sur la même ligne et dans la première colonne à gauche, le changement demandé.

Quel est le changement en longitude correspondant à 58ᵐ,45 courus à l'E. sur le parallèle situé par 54° 51′ de latitude?

Colonne	54° 51′	argument inférieur	
Milles	58. 45		
Pour	34. 543	on a pour changement	60′ 00
Premier reste	23. 907		
Pour	23. 604		41.00
Second reste	0. 303		
Pour	0. 304		0.53
		Changement demandé	101.53

La parallaxe horizontale de la lune est de 58′ 25″ ou 58′,417, et sa hauteur de 46° 42′; on demande la parallaxe de hauteur.

FORMULE. Parallaxe de hauteur = parall. horiz. cos. *H*.

Cherchez les degrés de la hauteur au bas de la page, puis avec la parallaxe horizontale, prise dans la colonne *argument*, vous trouverez la quantité cherchée.

Pour 46° 42′ et	58′ 000	la Table donne	39′ 777
Pour	0.410		0.281
	0.007		0.005
Pour	58.417	Parallaxe demandée	40.063 = 40′ 3″,78

La latitude du lieu est de 48° 24′, on demande le changement en hauteur dans une minute de temps ou 15′ de degré, à l'instant du passage du soleil au premier vertical.

Formule. $dH = 15' \cos. L$

Pour 48° 24′ *arg. infér.* et 15′ la Table donne 9′,959
ou changement demandé 9′ 57″,54.

On calculerait de même la formule $dH = 15'$ cos. d; qui donne le changement en hauteur à l'instant favorable pour déterminer l'heure, dans le cas où la déclinaison d, de même dénomination que la latitude, serait plus grande.

Cherchons le changement en hauteur, à un instant quelconque du jour. Supposons la latitude du lieu de 46° 6'; l'amplitude A du soleil de 40° 9'.

Formule. $dH = 15'$ cos. L cos. A.

1° Pour	46° 9' *arg. inf.*	et	15'	la Table donne 10' 401
Pour	40° 9' *arg. inf.*	et	10.000	7.644
	. '		0.400	0.307
			0.001	0.001
Pour	40° 9'	et	10.401 la Table donne	7.952 = 7' 57" 12

Nous avons vu page 127 que cette Table réduisait facilement la hauteur vraie d'un astre, à ce qu'elle eût été, si la hauteur observée avait été prise dans un autre lieu. Nous terminerons les applications de cette Table en faisant remarquer qu'elle sert à déterminer les parties proportionnelles, par exemple pour les minutes intermédiaires, connaissant la différence relative à 1°.

Pour 1° la différence est de 49',74, on demande les parties proportionnelles relatives aux minutes. *Solutions.* Cherchez dans la dernière ligne des pages le nombre 49,74 ou celui qui en approche le plus, vous le trouverez page 165, correspondant à l'argument 60; les parties proportionnelles demandées seront tous les nombres de la colonne par 49.74.

Ainsi pour	1' vous aurez	0.829;	pour 6' vous aurez	4.974
	2'	1.658		. . . .
	3'	2.487	57'	47.255
	4'	3.316	58'	48.084
	5'	4.145	59'	48.913

Il est évident que si la différence 49.74 eût été relative à une minute, les parties proportionnelles pour les secondes eussent été les mêmes: que si cette différence eût été relative à 10', les parties proportionnelles trouvées seraient pour les différences de 10" en 10", etc.

TABLES LI *et* LII.

La Table LI donne les valeurs de m de la forme $\frac{p}{\text{sin. } n}$ et de $\frac{p}{\text{cos. } n}$; p se prend dans la ligne horizontale supérieure; et l'angle n, lorsqu'il s'agit d'un sinus, il se cherche dans la première colonne à gauche; mais lorsqu'il s'agit d'un cosinus, cet angle se prend dans la première colonne à droite.

Soient A, B, C les trois angles d'un triangle rectiligne rectangle en A; et a, b, c les côtés opposés, on aura $a = \frac{b}{\text{sin. } B} = \frac{b}{\text{cos. } C}$ et $a = \frac{c}{\text{sin. } C} = \frac{c}{\text{cos. } B}$

Soient B de 36° 20' et b de 271.8 ; C de 53° 40' et c de 369.5

Calcul de a.

Pour B de 36° 20' colonne à gauche			
ou C 53 40 à droite.			
et	200.0	on trouve	337.60
	70.0		118.15
	1.0		1.69
	0.8		1.35
Pour	271.8	on trouve a	458.79

Calcul de a.

Pour C de 53° 40' colonne à gauche.			
ou B de 36 20 à droite.			
et	300.0	on trouve	372.40
	60.0		74.48
	9.0		11.17
	0.5		0.62
Pour	369.5	a est de	458.67

La Table LII donne les valeurs de m de la forme p tang. n et de p cotang. n ; p se prend dans la ligne supérieure, et l'angle n dans la première colonne à gauche s'il s'agit d'une tangente ; mais l'angle n se cherche dans la première colonne à droite s'il s'agit d'une cotangente.

Dans le triangle précédent on a

$b = c$ tang. $B = c$ cot. C et $C = b$ tang. $C = c$ cot. B.

Soient B de 36° 20' et c de 369.5 | C de 53° 40' et b de 271.8

Calcul de b.				*Calcul de c.*			
Pour B de 36° 20' pris à gauche.				Pour C de 53° 40' colonne à gauche.			
ou C 53 40 à droite.				ou B de 36 20 à droite.			
et	300.0	on trouve	220.64	et	200.0	on trouve	271.90
	60.0		44.13		70.0		95.18
	9.0		6.62		1.0		1.36
	0.5		0.37		0.8		1.09
	369.5	b de	271.76		271.8	c de	369.53

Ces deux Tables peuvent être appliquées à des usages analogues à ceux de la Table L.

TABLE LIII. *Des logarithmes sinus, cosinus, tangentes et cotangentes.*

Cette Table est divisée en deux parties : la première contient les logarithmes des sinus et des tangentes de seconde en seconde, pour les quatre premiers degrés ; mais le sinus et la tangente d'un angle étant le cosinus et la cotangente de son complément, cette première partie donne aussi les logarithmes des cosinus et des cotangentes de l'angle compris entre 86° et 90°. Enfin, comme le sinus, le cosinus, la tangente et la cotangente d'un angle, étant le sinus, le cosinus, la tangente et la cotangente de son supplément, cette première partie donne de seconde en seconde les logarithmes des lignes trigonométriques des suppléments de ces angles.

Dans cette première partie, les nombres de degrés, leurs compléments et leurs suppléments, sont marqués hors du cadre des logarithmes en haut et en bas des pages, les minutes occupent la première et la dernière ligne, et les secondes la première et la dernière colonne de chaque page. Toutes les pages à gauche ne contiennent que les logarithmes des sinus et des cosinus, et les pages à droite que ceux des tangentes et des cotangentes.

La seconde partie contient les logarithmes des sinus, cosinus, tangentes et cotangentes de dix secondes en dix secondes, pour tous les degrés du demi-cercle, c'est-à-dire depuis 0° jusqu'à 180°. Les degrés sont placés comme dans la première partie, en haut et en bas de chaque page, les minutes contenues dans la première colonne se rapportent aux degrés qui sont placés en haut ; les minutes placées dans la dernière colonne se rapportent aux degrés qui sont marqués au bas de la page ; les dizaines de secondes sont inscrites dans la première et la dernière ligne du cadre de la page ; les logarithmes des sinus et des cosinus sont toujours dans la page à gauche, et ceux des tangentes et des cotangentes sont dans la page à droite.

Lorsque l'arc proposé est compris entre 4° et 7° (ainsi que pour son complément et son supplément), et qu'il contient des unités de secondes, on trouvera dans une colonne *diff.* les différences des logarithmes pour 10 secondes, et chaque différence se rapporte aux logarithmes situés sur la même ligne ; dans une Table de parties proportionnelles pour ces limites et servant par conséquent aux pages 264, 265, 266 et 267, ces différences sont placées dans la colonne marquée *diff.* et sur la même ligne que chaque différence, les parties proportionnelles pour 1, 2, 3, etc. jusqu'à 9 secondes ; cette Table de parties proportionnelles a été imprimée sur un feuillet sortant du livre, afin d'en faciliter les usages.

Si l'arc proposé surpasse 7° (on ne prend dans cette indication que l'argument supérieur en degrés, afin de faciliter l'explication), une colonne contient les différences des logarithmes pour 10 secondes, et les parties proportionnelles de ces différences pour les unités de secondes. Mais comme vers le commencement elles se trouvent trop

nombreuses, on a placé les petites Tables des parties proportionnelles sur deux colonnes; la petite Table à gauche sert pour les logarithmes situés dans la moitié supérieure de la hauteur de la petite Table ou pour cinq lignes de logarithmes, et la petite Table à droite pour les cinq lignes suivantes.

La largeur des pages ne permettant pas d'inscrire dans chaque colonne tous les chiffres des logarithmes, les colonnes ne contiennent seulement que les quatre ou cinq derniers, les autres sont disposés de manière à prévenir toute erreur dans la recherche d'un logarithme. La colonne marquée o″ contient vers la gauche, et ordinairement de cinq en cinq lignes, des nombres isolés de deux ou de trois chiffres, chacun séparés entre eux par un point; chaque nombre isolé est censé écrit dans la ligne sur laquelle il est placé et dans les quatre lignes suivantes, devant chacun des nombres de quatre ou de cinq chiffres qui sont dans la même colonne, de sorte que l'on a toujours six chiffres décimaux dans chaque logarithme indépendamment de la caractéristique qui, dans le nombre isolé, est à la gauche du point.

Les nombres isolés ne sont pas constants, ils augmentent ou diminuent quelquefois d'une unité; pour indiquer explicitement un tel changement, on a placé un astérique * au commencement de la ligne dans laquelle ce changement a lieu, alors on est prévenu que le nombre isolé doit être augmenté ou diminué d'une unité, selon que les logarithmes vont en augmentant ou en diminuant, pour le placer ensuite devant les derniers chiffres décimaux contenus dans les colonnes.

Il ne nous reste plus qu'à faire remarquer que si le nombre de degrés est pris au bas de la page, les minutes, comme nous l'avons déjà dit, sont placées à droite dans la dernière colonne, les dizaines de secondes dans la dernière ligne du cadre des logarithmes; mais que dans cette ligne inférieure il n'y a pas de colonne marquée o″, comme dans la ligne supérieure, et qu'elle est remplacée par celle qui est marquée 60″, ainsi les logarithmes pris dans cette colonne se rapportent à des arcs ne contenant que des degrés et des minutes seulement, et dont le nombre de ces dernières est celui du nombre correspondant de la colonne des minutes, augmenté d'une unité.

Les exemples que nous allons donner éclairciront les doutes qui pourraient encore subsister après la lecture des explications précédentes.

Exemple 1. On demande le logarithme sinus, tangente et cotangente de 1° 17′ 28″.

Dans la première partie de la Table, argument supérieur, on trouve que pour l'arc proposé on a d'adord

log. sinus 8.352804 ; log. tang. 8.352915.

Pour avoir le log. cotang. il suffit d'augmenter d'une dizaine le complément arithmétique du log. taug., ce qui donnera

log. cotang. = 10 − 8.352915 + 10 = 11.647085.

Exemple 2. On demande les logarithmes cosinus, cotangente et tangente de 90° 52′ 21″.

Première partie de la Table, argument supérieur, on aura

log. cos. 8.182626 ; log. cotang. 8.182676

prenant une dizaine, plus le complément arithmétique du logarithme cotangente, on aura

log. tang. = 10 − 8.182676 + 10 = 11.817324.

Exemple 3. On demande les logarithmes cosinus, cotangente et tangente de 88° 49′ 36″.

Première partie, argument inférieur, on aura

log. cos. 8.311268 ; log. cotang. 8.311360

augmentant d'une dizaine le complément arithmétique du logarithme cotangente, on aura

log. taug. = 10 − 8.311360 + 10 = 11.688640.

Exemple 4. On demande les logarithmes sinus, tangente et cotangente de 179° 4′ 48″.

Première partie, argument inférieur, on aura

log. sinus 8.205646 ; log. tang. 8.205702

augmentant d'une dizaine le complément arithmétique du logarithme tangente, on aura

log. cotang. = 10 − 8.205702 + 10 = 11.794298.

Exemple 5. On demande les logarithmes sinus, cosinus, tangente et cotangente de 4° 22′ 35″.

Seconde partie de la Table, argument supérieur

	log. sinus.	log. cosinus.	log. tang.	log. cotang.
Pour 4° 22′ 30″	8.882433	9.998733	8.883701	11.116299
Pour 5 la diff. donne	+ 137	− 1	+ 138	− 138
Logarithmes demandés	8.882570	9.998732	8.883839	11.116161

Pour avoir les parties proportionnelles relatives à 5″, on s'est servi de la Table contenue dans le feuillet sortant du livre.

Exemple 6. On demande le logarithme sinus, cosinus, tang. et cotang. de 85° 23′ 6″.

Seconde partie, argument inférieur.

	log. sinus.	log. cosinus.	log. tang.	log. cotang.
Pour 85° 23′ 0″	9.998589	8.905736	11.092853	8.907147
Pour 6 la diff. donne	+ 1	− 156	+ 157	− 157
Log. demandés	9.998590	8.905580	11.093010	8.906990

Pour calculer la partie proportionnelle relative à 6″, on s'est servi de la Table contenue dans le feuillet.

Exemple 7. On demande les logarithmes sinus, cosinus, tang. et cotang. de 123° 43′ 34″.

Seconde partie, argument supérieur.

	log. cosinus.	log. sinus.	log. cotang.	log. tang.
Pour 123° 43′ 30″	9.744455	9.919973	9.824482	10.175518
Pour 4	+ 13	− 6	+ 18	− 18
Log. demandés	9.744468	9.919967	9.824500	10.175500

Pour trouver la partie proportionnelle de 4″, on s'est servi de la petite Table contenue dans la colonne P. P.

Exemple 8. On demande les logarithmes sinus, cosinus, tang. et cotang. de 135° 0′ 4″.

Seconde partie, argument inférieur.

	log. sinus.	log. cosinus.	log tang.	log. cotang.
Pour 135° 0′ 10″	9.849464	9.849506	9.999958	10.000042
Pour − 6	+ 13	− 13	+ 25	− 25
Log. demandés	9.849477	9.849493	9.999983	10.000017

Au lieu de prendre d'abord pour 134° 59′ 50″ et ensuite la partie proportionnelle pour 14″, on a préféré prendre dans la Table l'arc immédiatement supérieur à l'arc donné.

Exemple 9. On demande les logarithmes sinus, cosinus, tang. et cotang. de 141° 32′ 17″.

Seconde partie, argument inférieur.

	log. sinus.	log. cosinus.	log. tang.	log. cotang.
Pour 141° 32′ 10″	9.793805	9.893762	9.900043	10.099957
Pour 7	− 19	+ 12	− 30	+ 30
Log. demandés	9.793786	9.893774	9.900013	10.099987

La partie proportionnelle de 7″ a été prise dans la petite Table colonne P. P.

Exemple 10. On demande les logarithmes sinus, cosinus, tang. et cotang. de 105° 20′ 44″.

Seconde partie, argument supérieur.

	log. sinus.	log. cosinus.	log. tang.	log. cotang.
Pour 105° 20′ 40″	9.974236	9.422625	10.561611	9.438389
Pour 4	− 2	+ 31	− 33	+ 33
Log. demandés	9.974234	9.422656	10.561578	9.438422

La méthode des parties proportionnelles ne peut plus être employée pour trouver, avec précision, les logarithmes sinus, tangentes, etc. des arcs contenant des décimales

de seconde, lorsqu'ils sont très-petits, ou lorsqu'ils diffèrent très-peu de 90° et de 180°, parce que les différences consécutives de ces logarithmes varient trop, et qu'alors la proportion n'est plus suffisamment exacte.

Pour ces divers cas, l'on obtiendra toujours la sixième décimale exacte, par le moyen suivant : au logarithme constant 4.685575, ajoutez celui de la Table XXVII correspondant au petit arc proposé ou à son supplément, si l'arc approche de 180° ; la somme de ces deux logarithmes sera celui du sinus ou de la tangente de l'arc donné ; mais si l'arc diffère ou surpasse peu 90°, au même logarithme constant ajoutez celui de la Table XXVII correspondant au complément de l'arc proposé réduit en secondes ; la somme sera celui du cosinus ou de la cotangente de l'arc donné. Ayant le logarithme tangente, son complément arithmétique, augmenté d'une dizaine à la caractéristique, donnera celui de la cotangente, et réciproquement.

Exemple 1. Trouver le logarithme sinus de 0° 0′ 29″,5, et le logarithme tangente de 179° 59′ 27″,6 dont le supplément est 0° 0′ 32″,4.

	Sinus.		Tangente.
log. constant	4.685575	log. constant	4.685575
29″,5 log.	1.469822	32″,4 log.	1.510545
log. sinus	6.155397	log. tang.	6.196120

En employant les parties proportionnelles on aurait trouvé un log. sinus trop faible de 63 unités décimales du sixième ordre ; et pour log. tang. un résultat trop faible de 49 unités du même ordre décimal.

Exemple 2. On demande le logarithme cosinus de 89° 58′ 55″,38 ; et le logarithme cotangente de 90° 1′ 11″,52. Le complément du premier arc est de 1′ 4″,62, et celui du second de 1′ 12″,52.

	Cosinus.		Cotangente.
log. constant	4.685575	log. constant	4.685575
1′ 4″,62 ou 64″,62 log.	1.810367	1′ 12″,52 ou 72″,52 log.	1.860458
log. cosinus	6.495942	log. cotang.	6.546033

Si l'on eût employé les parties proportionnelles, on aurait trouvé un logarithme cosinus qui aurait différé du précédent de 13 unités du sixième ordre décimal, et un logarithme cotangente trop faible de 11 unités du même ordre.

Des logarithmes sécantes, cosécantes, sinus verses et cosinus verses. On peut aussi, au moyen de la Table LIII, déterminer les logarithmes des sécantes, cosécantes, sinus verses et cosinus verses ; pour y parvenir, il suffit d'opérer de la manière suivante :

Au complément arithmétique du logarithme cosinus de l'arc donné, ajoutez une dizaine à la caractéristique, la somme vous donnera le logarithme de la sécante du même arc.

Au complément arithmétique du logarithme du sinus, ajoutez une dizaine à la caractéristique, la somme vous donnera le logarithme de la cosécante du même arc.

Au double du sinus de la moitié de l'arc donné, ajoutez 0.301030, la somme, diminuée d'une dizaine, vous donnera le logarithme du sinus verse du même arc.

Au double du logarithme du sinus de la moitié du complément de l'arc donné, ajoutez 0.301030 ; la somme, diminuée d'une dizaine, vous donnera le logarithme du cosinus verse du même arc.

Trouver l'angle qui correspond au logarithme donné d'une des lignes trigonométriques de cet angle.

Pour trouver l'angle ou l'arc correspondant à un logarithme sinus, cosinus, tangente et cotangente, il faut suivre une marche inverse de celle qui a été employée dans les dix exemples précédents.

Exemple 1. On demande l'arc plus petit et plus grand que 90°, correspondants au logarithme sinus 8.544924.

Dans la première partie de la Table on trouvera

les angles ou les arcs 2° 0′ 35″ et 177° 59′ 25″.

Exemple 2. On demande les arcs ayant pour logarithme cosinus 8.605215. Dans la première partie de la Table on trouvera que

ces angles ou ces arcs sont 87° 41′ 27″ et 92° 18′ 33″.

Exemple 3. On demande les angles ou les arcs ayant pour logarithme tangente 8.871775.

Seconde partie de la Table

	Arg. supér.	Arg. infér.
On a d'abord	4° 15′ 20″	175° 44′ 40″
Pour 142 la diff. 284 donne	+ 5	− 5
Arcs demandés	4 15 25	175 44 35

Exemple 4. On demande les angles ou les arcs ayant pour logarithme sinus 9.376760.

Seconde partie de la Table

	Arg. supér.		Arg. infér.
On a d'abord pour 9.376691	13° 46′ 20″	Pour 9.376777	166° 13′ 30″
Pour la différence 69	+ 8	Pour la diff. 17	+ 2
Arcs demandés	13 46 28		166 13 32

Exemple 5. On demande les arcs ayant pour logarithme cotangente 10.305260.

Seconde partie

	Arg. supér.		Arg. infér.
On a d'abord pour 10.305276	26° 20′ 30″	Pour 10.305223	153° 39′ 20″
Pour la différence 16	+ 3	Pour la diff. 37	+ 7
Arcs demandés	26 20 33		153 39 27

Exemple 6. On demande les arcs ayant pour logarithme cosinus 9.849500.

Seconde partie

	Arg. supér.		Arg. infér.
On a d'abord pour 9.849506	44° 59′ 50″	Pour 9.849506	135° 0′ 10″
Pour la différence 6	+ 3	Pour la diff. − 6	− 3
Arcs demandés	44 59 53		135 0 7

Lorsque le logarithme proposé se trouve compris entre deux logarithmes du commencement de la première partie de la Table, et qu'il s'agit d'obtenir l'arc correspondant à moins d'un dixième ou d'un centième de seconde, opérez de la manière suivante : au logarithme constant 5.314425, ajoutez le logarithme donné, la somme, diminuée d'une dizaine à la caractéristique, sera le logarithme d'un nombre de secondes que vous chercherez dans la Table XXVII ; cela posé, si c'est un sinus ou une tangente, le nombre de secondes sera l'un des arcs et son supplément sera le second arc, mais si c'est un cosinus ou une cotangente, le nombre de secondes trouvé étant ajouté à 90°, vous donnera l'un des arcs, ensuite étant retranché de 90°, vous obtiendrez le second arc.

Exemple 1. Trouver les arcs ayant pour logarithme sinus ou tangente 5.976944.

log. constant		5.314425
log. proposé		5.976944
Tab. XXVII	19″,56	1.291369

Ainsi les arcs demandés sont 0° 0′ 19″,56 et 179° 59′ 40″,44.

Exemple 2. Trouver les arcs ayant pour logarithme cosinus ou cotangente 6.380238.

log. constant		5.314425
log. proposé		6.380238
Tab. XXVII	49″,50	1.694663

Ainsi les arcs demandés sont 90° 0′ 49″,50 et 89° 59′ 10″,50.

TABLE LIV. *Pour convertir la hauteur vraie de la Lune en hauteur apparente.*

Cette Table, particulièrement en usage dans la méthode des distances lunaires, donne la quantité à retrancher de la hauteur vraie calculée du centre de la lune, pour obtenir la hauteur apparente du centre. Ses arguments sont la hauteur vraie donnée depuis 3° pour toutes les dizaines de minute et pour toutes les parallaxes horizontales de la lune, calculées pour la latitude du lieu depuis 53′ jusqu'à 62′ exclusivement : le bas des pages contient les parties proportionnelles pour les minutes de hauteur, et les dernières colonnes à droite de chaque page, les parties proportionnelles correspondantes aux secondes de la parallaxe.

Exemple 1. La hauteur vraie calculée du centre de la lune étant de 35° 40′ et sa parallaxe horizontale relative à la latitude du lieu de 58′, on demande la hauteur apparente du centre.

Cherchons 35° 40′ dans la colonne ayant pour titre *hauteur vraie :* l'ayant trouvée, nous prendrons sur la même ligne et dans la colonne 58′ de parallaxe, la quantité 46′ 13″ pour la parallaxe de hauteur, diminuée de la réfraction ; cette quantité étant retranchée de 35° 40′, nous donnera pour reste 34° 53′ 47″ pour la hauteur apparente demandée.

Exemple 2. La hauteur vraie, calculée, du centre de la lune étant de 35° 47′ et la parallaxe horizontale toujours de 58′, trouver la hauteur apparente du centre.

Cherchons comme dans l'exemple précédent, le nombre 46′ 13″ correspondant à la hauteur de 35° 40′ et à la parallaxe horizontale de 58′; cela posé, nous prendrons dans le bas de la page et à droite, vu que la hauteur s'est trouvée dans la moitié inférieure de la page, la partie proportionnelle 4″ qui convient à 7′ de hauteur : comme ces 4″ sont soustractives des quantités contenues dans cette page, nous les retrancherons de 46′ 13″, ce qui donnera pour reste 46′ 9″ ; ce reste étant retranché de la hauteur vraie 35° 47′, nous donnera 35° 0′ 51″ pour la hauteur apparente.

Exemple 3. La hauteur vraie étant de 35° 47′ et la parallaxe horizontale de 58′ 45″, trouver la hauteur apparente.

En opérant comme dans l'exemple précédent, on trouvera pour 35° 47′ de hauteur vraie et pour 58′ de parallaxe horizontale, la quantité *soustractive* 46′ 9″ ; ensuite, pour avoir la partie proportionnelle qui convient à 45″ de parallaxe, on remarquera que les parties proportionnelles, pour les secondes de parallaxe, sont comprises dans les onze dernières colonnes à droite, renfermées dans les deux lignes horizontales qui comprennent le même degré de hauteur, et pour notre exemple le 35° degré ; ces colonnes sont composées de six lignes pour chaque degré ; la première donne les parties proportionnelles depuis 0″ jusqu'à 9″, la seconde les donne depuis 10″ jusqu'à 19″ ; la troisième depuis 20″ jusqu'à 29″ et ainsi de suite : ainsi la partie proportionnelle pour 45″ se trouvera sur la ligne commençant par 40 et dans la colonne de 5″, cette partie est de 37″ qu'on ajoutera à 46′ 9″ déjà trouvées précédemment ; la somme 46′ 46″ donnera la parallaxe de hauteur, diminuée de la réfraction ; cette somme étant retranchée de la hauteur vraie 35° 47′ donnera 35° 0′ 14″ pour la hauteur apparente demandée.

Si la parallaxe horizontale réduite à la latitude du lieu, contenait des dixièmes de secondes, on obtiendrait les parties proportionnelles correspondantes, au moyen de la ligne qui les donne depuis 0″ jusqu'à 9″ ; mais alors il faudrait compter les parties trouvées pour des dixièmes de secondes.

Cette Table ne donne que la différence entre la parallaxe de hauteur et la *réfraction moyenne* correspondante, provenant de la Table V ; pour les cas qui demanderaient une plus grande précision, il faudrait calculer, au moyen des Tables VI et VII, les corrections de la réfraction moyenne relatives à l'état du baromètre et du thermomètre : ces corrections seront celles qu'il faudra faire aux résultats trouvés ci-dessus, en employant les mêmes signes que ceux qui sont indiqués dans les Tables VI et VII.

On a trouvé dans le dernier exemple 46′ 46″ pour la parallaxe de hauteur, diminuée de la réfraction moyenne ; supposons que lors de l'observation de la distance lunaire, la hauteur du thermomètre était de + 30° à l'échelle centigrade, et celle du baromètre de 726 millimètres.

Table VI	pour 37° de hauteur de la lune et 726 millimètres	-	3″5
VII	et + 30°	-	5,4
	Correction de la réfraction moyenne	-	8,9

Comme cette correction totale est précédée du signe −, nous la retrancherons de 46′ 46″, ce qui donnera 46′ 37″,1 pour la parallaxe de hauteur, diminuée de la réfraction corrigée.

TABLE LV. *Sinus verses, Cosinus verses, Susinus verses et Sucosinus verses.*

Cette Table contient les sinus verses, cosinus verses, susinus verses et sucosinus verses de minutes en minutes pour tous les degrés du demi-cercle, c'est-à-dire depuis 0° jusqu'à 180°: les degrés sont placés au haut et au bas de chaque page, les minutes contenues dans la première colonne à gauche, se rapportent aux degrés qui sont écrits dans la partie supérieure de la page; les minutes placées dans la dernière colonne à droite, se rapportent aux degrés de la partie inférieure. Les sinus verses et les susinus verses sont toujours indiqués dans la première ligne et dans la dernière du cadre de la page; les cosinus verses et les sucosinus verses, dans la seconde ligne, et dans l'avant-dernière ligne de ce cadre. Dans chaque colonne on y trouve une ou deux Tables de parties proportionnelles, qui se rapportent aux degrés contenus dans les arguments de cette colonne, pour tous les nombres de secondes depuis 1 jusqu'à 60, les nombres de secondes qui servent d'arguments pour ces parties proportionnelles, doivent toujours être pris dans la colonne des minutes placées à droite. Il reste à observer que si la colonne ne contient qu'une Table de parties proportionnelles, cette Table doit servir pour toute la colonne; que si elle en contient deux, la première Table se rapporte à la première moitié de la colonne, et la seconde Table à la seconde moitié, c'est pour cette distinction que la colonne se trouve divisée en deux parties égales par un gros trait.

Étant donné un angle ou un arc, trouver son sinus verse, son susinus verse, etc.

Exemple 1. On demande le sinus verse de 81° 18′ 25″ et le susinus verse de 98° 41′ 35″.

		Sinus verse.			Susinus verse.
Pour 81° 18′, la Table donne		0.848739	Pour 98° 41′, la Table donne		0.849027
Poor 25″, partie proportionnelle	+	120	Pour 35″, partie proportionnelle	−	168
Sinus verse demandé		0.848859	Susinus verse demandé		0.848859

Exemple 2. On demande le sinus verse de 76° 45′ 38″ et le susinus verse de 103° 14′ 22″.

		Sinus verse.			Susinus verse.
Pour 76° 45′, la Table donne		0.770800	Pour 103° 14′, la Table donoe		0.771083
Pour 38″, partie proportionnelle	+	179	Pour 22″, partie proportionnelle	−	104
Sinus verse demandé		0.770979	Susinos verse demandé		0.770979

Exemple 3. On demande le sinus verse de 169° 8′ 17″ et le susinus verse de 10° 51′ 43″.

		Sinus verse.			Susinus verse.
Pour 169° 8′, la Table donne		1.982069	Pour 10° 51′, la Table donne		1.982123
Pour 17″, partie proportionnelle	+	15	Pour 43″, partie proportionnelle	−	39
Sinus verse demandé		1.982084	Susinus verse demandé		1.982084

Exemple 4. On demande le sinus verse de 171° 52′ 28″ et le susinus verse de 8° 7′ 32″.

		Sinus verse.			Susinus verse.
Pour 171° 52′, la Table donne		1.989942	Pour 8° 7′, la Table donoe		1.989983
Pour 28″, partie proportionnelle	+	19	Pour 32″, partie proportioonelle	−	22
Sinus verse demandé		1.989961	Susinus verse demandé		1.989961

Exemple 5. On demande le cosinus verse de 49° 55′ 37″ et le cosinus verse de 130° 4′ 23″.

		Cosinus verse.			Cosinus verse.
Pour 49° 55′, la Table donne		0.234891	Pour 130° 4′, la Table doone		0.234704
Pour 37″, partie proportionnelle	−	116	Pour 23″, partie proportionnelle	+	72
Cosinus verse demandé		0.234775	Sucosinus verse demandé		0.234776

Exemple 6. On demande le sucosinus verse de 73° 57′ 2″ et le sucosinus verse de 106° 2′ 58″.

	Sucosinus verse.		Sucosinus verse.
Pour 73° 57′, la Table donne	1.961021	Pour 106° 2′, la Table donne	1.961101
Pour 2″, partie proportionnelle	+ 3	Pour 58″, partie proportionnelle	− 79
Sucosinus verse demandé	1.961024	Sucosinus verse demandé	1.961022

Etant donné le Sinus verse, le Susinus verse, etc., déterminer l'angle ou l'arc auquel il appartient.

Exemple 1. On demande l'arc correspondant au sinus verse 0.990280.

Sinus verse donné	0.990280		
Sinus verse de la Table, immédiatement inférieur	0.990110	arc correspondant	89° 26′ 0″
Différence	170	second. correspond.	35
		Arc demandé	89 26 35

Pour avoir les secondes, on a cherché dans la Table de parties proportionnelles de la colonne 89°, la différence 170, l'ayant trouvée, le nombre 35, situé sur la même ligne et dans la première colonne a gauche, a donné les secondes.

Exemple 2. On demande l'arc correspondant au susinus verse 0.990280.

Susinus verse donné	0.990280		
Susinus verse de la Table, immédiatement supérieur	0.990401	arc correspondant	90° 33′ 0″
Différence	121	second. correspond.	25
		Arc demandé	90 33 25

Exemple 3. On demande l'arc plus grand que 90°, correspondant au cosinus verse 0.636722.

Cosinus verse donné	0.636722		
Cosinus verse de la Table, immédiatement inférieur	0.636478	arc correspondant	158° 41′ 0″
Différence	244	second. correspond.	54
		Arc demandé	158 41 54

Exemple 4. On demande l'arc plus petit que 90°, correspondant au sucosinus verse 1.989302.

Susinus verse donné	1.989302		
Sucosinus verse immédiatement inférieur	1.989272	arc correspondant	81° 36′ 0″
Différence	30	second. correspond.	43
		Arc demandé	81 36 43

Du sinus et cosinus naturels. Pour avoir le sinus naturel d'un arc donné, retranchez le cosinus verse de cet arc du rayon ou 1.000000, le reste sera le sinus demandé; pour obtenir le cosinus naturel, cherchez le sinus verse de l'arc donné et retranchez-le du rayon, vous aurez pour reste le cosinus demandé.

Exemple. On demande le sinus et le cosinus de 54° 10′ 25″.

Rayon	1.000000		1.000000
Cosinus verse	0.189206	Sinus verse	0.414669
Sinus naturel	0.810794	Cosinus naturel	0.585331

Pour avoir l'arc correspondant à un sinus naturel, prenez la différence entre le rayon ou 1.000000 et le sinus naturel; cette différence sera le cosinus verse de l'arc demandé : connaissant le cosinus naturel, pour avoir l'arc auquel il répond, retranchez-le du rayon, vous aurez le sinus verse de l'arc cherché.

Exemple Un sinus naturel étant de 0.810794 et un cosinus de 585331, trouver les angles correspondants.

Rayon	1.000000		1.000000
Sinus naturel	0.810794	Cosinus naturel	0.585331
Cosinus verse	0.189206		0.414669
Angles demandés	54° 10′ 25″	et	54° 10′ 25″

TABLES LVI, LVII et LVIII. *Pour corriger la distance apparente de la Lune au Soleil ou à une Etoile ou à une Planète.*

Ces Tables sont en usage dans les méthodes *neuvième* et *dixième* données pages 228 et 229, et dont les démonstrations se trouvent page 492.

La Table LVI donne le facteur auxiliaire *F* exprimé en cent-millièmes, correspondant à

$$F = 1 - \frac{\cos. a' \cos. b'}{\cos. a \cos. b} = 1 - d.l.$$

Ses arguments sont : la hauteur apparente de la lune, donnée de degré en degré, et sa parallaxe horizontale de minute en minute. A ce facteur il faut ajouter une correction pour la hauteur du second astre ; lorsqu'elle est relative au soleil, elle se trouve au bas de chaque page de la Table ; mais lorsque cette correction est pour une planète, elle est donnée dans la Table LVIII.

La Table LVII sert à trouver immédiatement le quatrième terme d'une proportion dans laquelle le plus grand des termes est 60 ; d'où il résulte, qu'elle donnera commodément les parties proportionnelles des différences correspondantes aux degrés de hauteur de la lune et des différences relatives aux minutes de la parallaxe horizontale du même astre, arguments de la Table précédente.

Exemple 1. La hauteur apparente de la lune étant de 42°, la parallaxe horizontale de 56', et la hauteur du soleil de 7°, trouver le facteur auxiliaire *F*.

Pour 42° et 56' Tabl. LVI		0.01041
7° haut. ☉	+	3
Facteur auxiliaire ou *F*	*somme*	0.01044

Exemple 2. La hauteur apparente de la lune étant de 71°, sa parallaxe horizontale de 60', et la hauteur de l'étoile de 11°, déterminer le facteur auxiliaire *F*.

Pour 71° et 60' Table LVI		0.01596
11° haut. ✱	+	1
Facteur auxiliaire ou *F*	*somme*	0.01597

Exemple 3. La hauteur de la lune étant de 79° 24', sa parallaxe horizontale de 57' 28" et la hauteur du soleil de 36°, trouver le facteur auxiliaire *F*.

Pour 79° et 57' Table LVI		0.01573
36° haut. ☉	+	3
Pour 24' et diff. 5 Table LVII	+	2
28" et diff. 29	+	14
Facteur cherché ou *F*		0.01592

Exemple 4. Hauteur de la lune 16° 41', sa paral. hor. 54' 18" et la haut. de Vénus de 36°, sa par. hor. de 21", trouver le facteur auxiliaire *F*.

Puor 16° et 54' Table LVI		0.00387
36° h. plan. et 21" Ta. LVIII	+	6
Puur 41' et diff. 26 Table LVII	+	18
18" et diff. 8	+	2
Facteur demandé		0.00413

TABLES LIX et LX. *Accourcissement causé par la réfraction sur les demi-diamètres inclinés à l'horizon, et argument de cet accourcissement.*

Ces Tables ont été calculées pour servir à corriger la distance vraie de la lune au soleil ou de la lune à une étoile ou à une planète, de l'accourcissement des demi-diamètres de la lune et du soleil.

Sachant que la *réfraction* horizontale est à peu près égale au diamètre apparent du soleil et de la lune, il s'ensuit que nous apercevons ces astres totalement lorsqu'ils sont encore sous l'horizon, et que la figure circulaire du disque apparent du soleil ou de la lune prend une figure elliptique, non seulement à l'horizon, mais encore à divers degrés de hauteur.

Pour démontrer la règle qui sert à trouver l'accourcissement causé par la réfraction sur un demi-diamètre incliné ; soit *DCBC* le disque de la lune ou du soleil (*fig.* 52), auquel la réfraction donne la figure elliptique *DKBK* (qui diffère peu du cercle), en sorte que son demi-diamètre vertical *AC* se trouve accourci d'une quantité connue *CK* ou *n* donnée par la Table des réfractions ; pour tout autre demi-diamètre *AE*, dont l'inclinaison *I* est mesurée par l'angle *EAB*, l'accourcissement sera la quantité inconnue *FE* ou *y*.

Menons par le point F la droite HG perpendiculaire sur AB, elle formera deux triangles semblables AGF et FEH qui donneront

$AF : FG :: FH : FE$ mais $1 : \sin. I :: AF : FG$

on aura donc $1 : \sin. I :: FH : y = FH \sin. I$.

Mais dans une ellipse les ordonnées sont proportionnelles à celles du cercle construit sur le grand axe, ainsi

$AC : GH :: AK : FG$ d'où CK ou $a : FH :: AC$ ou $AE : GH$

et sans erreur sensible $:: 1 : \sin. I$ d'où $FH = a \sin. I$

nous aurons donc $y = a \sin.^2 I$ pour l'accourcissement du demi-diamètre incliné AE.

Le calcul de cette formule est très-simple ; en effet, soit

la haut. apparente du centre A de	5° 0′ 0″ dont la réf. est de	9′ 54″30
celle de C de	5 15 40 de	9 29,90
on aura a ou CK de		0 24,40

Maintenant, si nous supposons que l'angle EAB ou l'inclinaison I soit de 48°,

nous aurons $y = 24'',40 \sin.^2 48 = 13'',48$.

Malgré la simplicité de ce calcul, nous avons préféré construire la Table LIX contenant l'accourcissement y, pour les diverses valeurs de a et de I, en supposant à AC une valeur moyenne de 15′ 40″ (pour toute autre valeur il faudrait augmenter ou diminuer y proportionnellement, de sorte que si AC était de 16′ 20″, l'augmentation serait de $^4/_{47}$ ou sensiblement de $^1/_{24}$; mais pour 15′ il faudrait diminuer y de $^1/_{24}$).

Il reste à trouver le second argument I, c'est-à-dire les inclinaisons des demi-diamètres de contact dans les observations des distances lunaires.

Ces inclinaisons sont évidemment les compléments positifs ou négatifs des angles s et l (*fig.* 51) du triangle apparent Zsl qui, d'après ce qui se trouve dans les pages 489 ... 491, donnera

$$\cos. \text{ ver. } I = 2 \cos. \tfrac{1}{2} (d + a + b) \sin. \tfrac{1}{2} (d - a + b) \text{ cosec. } d \text{ séc. } b$$

$$\text{sucos. ver. } I = 2 \cos. \tfrac{1}{2} (d + a + b) \sin. \tfrac{1}{2} (d + a - b) \text{ cosec. } d \text{ séc. } a$$

C'est sur ces formules que la Table LX a été calculée, qui au lieu de donner I, donne seulement ses logarithmes cos. verses et sucos. verses.

Pour les applications nous renverrons à la règle donnée page 233.

TABLE LXI. *Des cordes, pour le rayon* 1000.

La construction des cartes et plans hydrographiques consiste à réduire les mesures prises sur le terrain, dans une proportion qui permette de les placer sur le papier que l'on destine au plan ou à la carte ; dans cette opération on a continuellement à tracer des lignes et des angles dont les mesures sont connues, ou à évaluer les longueurs des lignes et les nombres de degrés des angles déjà tracés.

La droite qui sert à mesurer toutes les lignes, prend le nom d'*échelle ;* lorsque le travail ne demande pas un grand degré de précision, et que l'on n'a point de détails minutieux à représenter, la plus simple de toutes les échelles serait un demi-mètre en buis, taillé en biseau des deux côtés de sa longueur et divisé en millimètres ; alors suivant la grandeur du terrain à figurer, on prendrait le centimètre pour représenter un mètre, ou 10 mètres, ou 100 mètres, etc. ; mais lorsqu'on n'a pas un demi-mètre ainsi divisé ou bien lorsqu'il s'agit d'obtenir les détails avec une grande exactitude, il faut se servir d'une échelle de *dixmes*, construite sur une longueur qui soit en rapport avec les dimensions du papier.

Pour construire ou pour évaluer un angle avec précision, deux moyens se présentent ; le premier c'est de faire usage d'un *rapporteur* d'un rayon suffisamment grand, muni d'une alidade mobile et d'un vernier donnant les minutes ; le second est de se servir de l'échelle de parties égales et d'une Table des *cordes*.

La Table que nous donnons, construite sur un rayon composé de 1000 parties, contient tous les arcs dont les nombres de parties contenues dans les cordes ne diffèrent entre eux que d'une unité de l'échelle, d'où il suit qu'en adoptant le mètre pour exprimer la longueur du rayon, cette Table donnera tous les arcs correspondants aux cordes dont les longueurs contiennent tous les nombres entiers de millimètres depuis 1 jusqu'à 2000.

Au point A *de la ligne* AB, *faire un angle de* 29° 12′.

Du point A, comme centre, et d'un rayon égal à 1000 parties de l'échelle, décrivez l'arc indéfini BC; prenez ensuite une ouverture de compas contenant autant de parties de l'échelle qu'il y a d'unités dans la corde de l'arc donné, c'est-à-dire 504; du point B comme centre et de cette ouverture, décrivez un arc qui coupe en C l'arc indéfini BC; tirez AC, et l'angle BAC sera égal à l'angle demandé.

Si l'angle donné était de 90°, la solution ne serait autre que celle qui consiste à élever une perpendiculaire à l'extrémité d'une ligne droite qui ne peut être prolongée.

Déterminer le nombre de degrés d'un angle tracé.

Soit l'angle BAC dont il faut connaître la mesure; du point A, comme centre, et d'une ouverture de compas égale à 1000 parties de l'échelle, décrivez l'arc BC; prenez ensuite une ouverture de compas égale à la longueur de la corde de cet arc, que vous porterez sur l'échelle pour avoir le nombre de ses parties; ayant trouvé, par exemple, 1211, vous chercherez ce nombre dans la Table des cordes, ce qui vous donnera 74° 32′ pour la mesure de l'angle donné.

TABLE LXII. *Pour trouver la latitude par l'Etoile polaire.*

Cette Table contient la correction à faire à la hauteur vraie de l'étoile polaire, pour avoir la latitude du lieu, Problème XXII, page 190. Sa construction repose sur la formule

$$dH = \cos.\ P \times D$$

dans laquelle P exprime l'angle horaire de l'astre, D sa distance polaire, et dH la différence entre la hauteur de l'astre et la hauteur du pôle, ou la latitude du lieu.

TABLE LXIII. *Des angles que chaque rhumb de vent fait avec le méridien.*

La boussole ou le compas de route, est l'instrument à l'aide duquel on dirige la route du bâtiment; il consiste en une aiguille d'acier aimantée, posée en équilibre sur un pivot, de manière à pouvoir tourner librement dans tous les sens: cette aiguille tient à un cercle sur lequel on trace trente-deux pointes qui divisent la circonférence en trente-deux parties égales, appelées rhumbs de vent ou pointes du compas. Le cercle ainsi divisé se nome *rose des vents.*

Pour plus d'exactitude, on divise chaque rhumb de vent en quarts, et quelquefois on ajoute à cette division celle des degrés. La Table LXIII sert à convertir les quarts de rhumbs de vent en degrés, et réciproquement.

Exemple 1. On a couru au N. N. O. 2° N. On demande l'angle de route.

Pour le N. N. O. la Table donne	22° 30′
2° N. à retrancher	− 2 0
Angle cherché	20 30

Exemple 2. L'angle de route étant de 55° 15′ et sa direction étant comprise entre le S. et l'E., on demande le rhumb de vent.

Direction de la route	55° 15′
Rhumb de vent le plus voisin S. E. ¼ E.	56 15
Différence au S.	1 0
Rhumb de vent cherché S. E. ¼ E. 1° S.	

TABLE LXIV. *Nombre de milles nautiques contenus dans un degré de longitude sur chaque parallèle.*

Cette Table contient en milles et centièmes, la valeur d'un degré de longitude sur tous les parallèles, de degré en degré, depuis l'équateur jusqu'au pôle: pour avoir celle qui correspond à un nombre de degrés et de minutes, on fera usage des parties proportionnelles. Nous avons dit page 494, qu'elle pouvait être remplacée avantageusement par la Table L.

TABLES LXV et LXVI. *Pour faire le point.*

Ces Tables servent à faire le point ; on en trouvera des applications dans les pages 355...359. Pour plusieurs cas on peut aussi faire usage de la Table L. Voyez p. 494.

TABLE LXVII. *Latitudes croissantes.*

Cette Table a été calculée pour la sphère, en centièmes de minutes, et pour chaque minute du quart de cercle ; c'est la plus complète qui ait été publiée : quoique dans la construction des cartes et plans hydrographiques on soit obligé de tenir compte de l'aplatissement de la terre (élément qui malgré tous les efforts faits et à faire pour sa détermination, laissera toujours de l'incertitude sur sa vraie valeur), au lieu de donner une Table des latitudes réduites d'après un choix particulier fait parmi tous les aplatissements trouvés jusqu'à ce jour et qui sont compris entre un cent quatre-vingtième et un trois cent quarantième, nous avons préféré le laisser à la disposition de nouvelles probabilités.

Pour obtenir les latitudes croissantes pour un aplatissement déterminé, diminuez la latitude sphérique de l'angle à la verticale, donné par la Table XIX et modifié d'après ce qui a été dit dans l'explication de cette Table, page 458, vous obtiendrez pour reste la latitude réduite, avec laquelle vous entrerez dans la Table LXVII, le nombre correspondant vous donnera la latitude croissante sur le sphéroïde.

Application. Construire le plan hydrographique d'un lieu situé entre les parallèles de 50 et 51 degrés de latitude, en adoptant l'aplatissement de 1/310.

Pour 50° de latitude, l'angle à la verticale, Table XIX est de	11'	18"6
51° il est de	11	14.1
		32.7
Angle moyen	11	16.3

Pour ramener cet angle à l'aplatissement de 1/310, diminuez-le de la trente-unième partie de sa valeur (page 458), c'est-à-dire de 21",8, vous aurez 10' 54",5 ou 11' pour la quantité à retrancher des latitudes sphériques de la Table LXVII, pour obtenir les latitudes réduites avec lesquelles cette Table vous donnera les latitudes croissantes demandées.

TABLE LXVIII. *Temps nécessaire à un bâtiment pour parcourir un espace donné, la vitesse étant mesurée en nœuds de 45 pieds.*

Prenez dans la première ligne horizontale supérieure de la Table le nombre de nœuds parcourus, puis descendez dans la même colonne jusqu'au nombre de toises le plus approchant de celui qu'on a à parcourir, vous trouverez sur la même ligne et dans la première ou la dernière colonne de la page, le nombre de minutes cherché. Si le nombre de toises donné différait beaucoup de celui auquel vous vous êtes arrêté, après avoir pris la différence de ces deux nombres, cherchez parmi les dix premiers nombres de la colonne des nœuds parcourus, le nombre de toises dont le dixième approche le plus de cette différence, vous trouverez sur la même ligne et dans la colonne des *minutes*, un nombre qui vous indiquera le nombre de dixièmes ou le nombre de fois 6" qu'il faudra ajouter au nombre de minutes déjà trouvé.

Exemple. On demande le temps nécessaire à un bâtiment qui file 8 nœuds et demi ou 8ⁿ,4, pour parcourir 2853 toises.

Dans la colonne 8ⁿ,4 on trouvera que le nombre 2853 toises tombe entre le nombre 2772 et 2898 ; on s'arrêtera à 2772, puis suivant de droite à gauche la ligne sur laquelle on s'est arrêté, on trouvera dans la colonne *minutes*, 22 pour le nombre de minutes : pour avoir le nombre de secondes, on prendra la différence 81 entre le nombre donné et celui sur lequel on s'est arrêté, ensuite dans la même colonne on trouvera 882, dont le dixième 88,2 approche le plus de la différence ; ce nombre correspondant à

7 minutes, fait connaître qu'il faut ajouter 7 dixièmes ou 42 secondes au nombre 22 minutes. Ainsi $22^m\ 42^s$ est le temps nécessaire à un bâtiment qui file $8^n,4$ pour parcourir 2853 toises.

On peut aussi, au moyen de cette Table, déterminer le nombre de toises qu'un bâtiment peut parcourir dans un temps donné, connaissant la vitesse de son sillage.

Exemple. On demande le nombre de toises que parcourra un bâtiment filant $7^n,6$, dans $54^m\ 36^s$.

Pour $7^n,6$ et 54^m, la Table donne		6153.0
36^s ou $0^m,6$		68.4
Nombre de toises demandé	*somme*	6221.4

TABLE LXIX. *Pour le jaugeage des vaisseaux.*

Cette Table, dont l'invention est de Borda, est assez exacte dans la pratique, pour donner une règle uniforme et générale de déterminer le jaugeage d'un bâtiment.

Suivant cette règle, on mesure la longueur depuis le trait extérieur de la râblure de l'étrave jusqu'au trait extérieur de la râblure de l'étambot, la largeur prise en dehors au plus fort du navire, enfin le creux depuis le dessus du pont supérieur jusqu'à la quille, où depuis le niveau des plats-bords, si le vaisseau n'est pas ponté, et on multiplie ces trois dimensions l'une par l'autre ; on prend la largeur du navire aux endroits qui sont à un douzième de la longueur, en partant de la rablure de l'étrave et de celle de l'étambot, et l'on prend le milieu entre ces deux largeurs mesurées vers les extrémités.

L'excès de la plus grande largeur au fort, sur cette largeur moyenne des extrémités, combiné avec la largeur au fort, fait trouver dans la Table un-diviseur qui est entre 84 et 130 : divisant par ce nombre le produit des trois dimensions, on a le nombre de tonneaux cherché.

Par exemple, pour un navire de 40 pieds de largeur au fort, si l'excès était nul, la Table donnerait 84 pour diviseur ; si l'excès était de 12 pieds, on trouverait 123 pour diviseur.

TABLES LXX, LXXI et LXXII. *Réduction des angles ; première, seconde et troisième partie.*

Pour les explications et les usages de ces Tables, nous renverrons au Problème XL, *Réduction à l'horizon*, page 384 et suivantes.

TABLES LXXIII, LXXIV, LXXV, LXXVI et LXXVII. *Pour déterminer les hauteurs à l'aide du baromètre.*

Des applications de ces Tables ont été données pages 425...428.

TABLE LXXVIII. *Des hauteurs du niveau apparent au-dessus du niveau vrai, et des abaissements causés par la réfraction, depuis la distance de 20 mètres jusqu'à celle de 16000 mètres.*

Consultez la page 402.

TABLES LXXIX et LXXX. *Réduction au méridien.*

La construction et les usages de ces Tables sont donnés dans le Problème XLI, pages 388 et suivantes.

TABLE LXXXI. *Tableau général du système planétaire.*

Ce tableau contient les principaux éléments du système solaire ; il peut fournir des renseignements que souvent il serait difficile de se procurer ailleurs.

On désigne sous le nom de *planètes*, tous les corps célestes qui sont doués d'un mouvement propre. Les uns, qui sont toujours visibles à l'œil nu, au nombre de six, dont les noms sont :

Mercure ; Vénus ; Mars ; Jupiter ; Saturne ; Uranus ;

qui, à l'exception de la première et de la dernière, sont employées dans la méthode des distances lunaires pour déterminer les longitudes terrestres.

Il y a aussi quatre autres planètes, que l'on ne peut apercevoir qu'à l'aide des lunettes ou des télescopes, et que l'on appelle, *planètes télescopiques* ; ce sont

Cérès ; Pallas ; Junon ; Vesta.

De ces dix planètes, les cinq premières sont connues de toute antiquité ; la sixième a été découverte par Herschel en 1781, et les quatre dernières l'ont été au commencement de ce siècle par MM. Piazzi, Olbers et Harding.

Puisque les planètes tournent autour du soleil des orbes elliptiques, c'est par rapport au centre de cet astre qu'il convient de rapporter la position des planètes. De là, la distinction entre les positions *géocentriques* et *héliocentriques* des planètes. Les premières sont censées observées du centre de la terre, et les secondes du centre du soleil ; au reste il est facile de passer des unes aux autres.

Des six planètes principales, deux, Mercure et Vénus, accompagnent toujours le soleil ; leurs plus grands écarts sont environ de 29° pour la première et de 48° pour la seconde, ces écarts se nomment les plus grandes *élongations*. Dans leurs mouvements autour du soleil, on les voit quelquefois passer sur le disque de cet astre, c'est pourquoi on a donné à Mercure et à Vénus le nom de *planètes inférieures*. De plus, comme ces planètes ne peuvent jamais être en opposition avec le soleil, on y distingue deux sortes de conjonctions ; les premières, appelées *conjonctions supérieures*, lorsque ces planètes ayant la même longitude que le soleil, sont au-delà de cet astre par rapport à la terre ; et les secondes *conjonctions inférieures*, lorsque ayant toujours la même longitude que le soleil, elles sont en-deçà de cet astre par rapport à la terre.

Pour les planètes Mars, Jupiter, Saturne et Uranus, comme elles font tout le tour du ciel, par rapport au soleil, elles peuvent se trouver en conjonction et en opposition. La *conjonction* a lieu lorsqu'elles ont la même longitude que le soleil, et *l'opposition*, lorsqu'elles diffèrent avec le soleil de 180° en longitude. On a donné à ces quatre planètes le nom de *planètes supérieures*, parce que dans leur mouvement synodique, ou par rapport au soleil, qui est toujours rétrograde, elles passent au-delà de cet astre par rapport à la terre.

Les planètes, vues au télescope, présentant un disque plus ou moins grand, on a pu en mesurer les diamètres apparents, et l'on a reconnu qu'ils varient entre des limites assez éloignées par rapport à leur valeur absolue (voyez le tableau), ce qui indique déjà que les distances des planètes à la terre varient considérablement. On a de plus remarqué que les plus grands diamètres apparents ont lieu dans les conjonctions inférieures, pour les planètes inférieures, et dans les oppositions pour les planètes supérieures ; et que les plus petits ont lieu dans les conjonctions supérieures, pour les premières, et dans les conjonctions pour les secondes ; il s'ensuit que les distances extrêmes des planètes à la terre ont lieu dans les conjonctions et dans les oppositions.

Des observations assidues, faites sur les planètes avec le télescope, ont fait distinguer, dans le voisinage de trois des planètes supérieures (Jupiter, Saturne et Uranus), plusieurs petits corps qui se déplacent continuellement.

On a donné à ces corps le nom de *satellites*, et l'on s'est assuré qu'ils tournent autour de chacune de ces planètes, exactement de la même manière que la lune autour de la terre. De plus, on a découvert successivement que Jupiter a quatre satellites, que Saturne en a sept et Uranus six.

Les satellites de Jupiter étant éclairés par le soleil comme les planètes, doivent être éclipsés toutes les fois qu'ils passent derrière le corps de la planète relativement au soleil, et c'est ce qui arrive toujours à chaque révolution pour les trois premiers satellites, parce que le diamètre de la planète est grand, et que les orbes des satellites ne sont inclinés sur l'écliptique que de deux ou trois degrés. Comme ces phénomènes sont instantanés pour tous les lieux de la terre, de même que les éclipses de lune, ainsi l'heure T. M. de l'observation de ces éclipses, comparée à celle qui est calculée d'avance pour le méridien de Paris, insérée dans la Connaissance des Temps, fait connaître la différence qui existe entre ce dernier méridien et celui du lieu dans lequel l'observation a été faite. Par conséquent, ces éclipses sont très-utiles pour la détermination des longitudes terrestres. Il est vrai que la pénombre, qui a lieu pour ces sortes d'éclipses, comme pour les éclipses de lune, laisse de l'incertitude sur cette détermination; mais comme les éclipses des satellites de Jupiter peuvent être observées, toutes les fois qu'elles arrivent, pendant la nuit, et qu'il y en a quelquefois six dans un même mois; en prenant une moyenne entre plusieurs résultats obtenus, on est conduit à avoir des longitudes assez exactes.

TABLE LXXXII. *Formules et valeurs numériques employées dans les calculs lunaires.*

Cette Table donne des valeurs utiles dans un grand nombre de circonstances.

TABLE LXXXIII. *Valeurs des arcs de cercle en parties du rayon, en supposant le rayon égal à l'unité.*

La valeur du rapport constant de la circonférence au rayon, est donné immédiatement par cette Table, jusqu'aux 27 premières décimales. La moitié de ce rapport se représente ordinairement par π.

D'où il résulte que le nombre π exprime encore la longueur de la circonférence dont le diamètre est égal à l'unité de longueur, ou celle de la demi-circonférence dont le rayon est pris pour *unité*.

Voici de nouveau, les valeurs de π et de son logarithme, exprimées jusqu'aux 10 premières décimales.

$$\pi = 3.1415926536 \qquad \log.\ 0.4971498727$$

au moyen desquelles on a résolu les Problêmes donnés pages 437 . . . 439.

Cette Table fait connaître que l'arc a rectifié ou dont la valeur linéaire est de

$$0.999999\ 999999\ 969\ 189\ 331\ 961\ 246$$

qui ne diffère du rayon que de

$$0.000000\ 000000\ 030\ 810\ 668\ 038\ 754$$

contient les nombres des degrés, minutes et secondes suivantes :

$$57^\circ,2957795130 81$$

$$\text{ou } 57^\circ\ 17',7467707848 = 3437',7467707848$$

$$\text{ou } 57^\circ\ 17'\ 44'',8062470 9 = 206264'',806247\ 09$$

le logarithme de ce dernier nombre est 5.3144251332

celui de $360^\circ = 1296\ 000''$ est 6.1126050015

D'après les valeurs de l'arc a, il est évident qu'on pourra presque toujours les prendre pour l'arc qui, rectifié, est équivalent au rayon. On aurait pu déterminer cet arc en divisant 180° par le nombre π.

Applications de cette Table.

Exemple 1. Déterminer, avec huit décimales, la valeur linéaire d'un arc contenant

17° 4' 17"8; 1.° lorsque le rayon = 1
2.° le rayon = 8427

Pour	17°	0'	0"0	on a	0.2967059728
	0	4	0.0		0.0011635528
	0	0	10.0		0.0000484814
	0	0	7.0		0.0000339370
			0.8		0.0000038785
Pour	17	4	17.8	on a donc	0.2979558225

Le rayon = 1, longueur de l'arc 0.29795582
Multipliant par 8427

Produit 2510.87369514

Ainsi, lorsque le rayon est de 8427
la longueur de l'arc est de 2510.8737
seulement à moins d'un dix-millièmes.

Nota. La multiplication ne pourrait se faire par logarithme, qu'autant que l'approximation ne serait pas aussi grande.

Exemple 2. Un arc est de 224° 52' 38",57, trouver sa longueur avec dix décimales.

1.° Lorsque le rayon = 1
2.° le rayon = 85158.7

Pour	210°	0'	0"00	on a	3.6651914291886
	14	0	0.00		0.2443460952?9
		50	0.00		0.014544410433
		2	0.00		0.000581776417
			35.00		0.000169684788
			3.00		0.000014544410
			0.50		0.000002424068
			0.07		0.000000339370
Pour	224	52	38.57	on a	3.924850703953

Le rayon = 1 longueur de l'arc 3.9248507040
Multipliant par 85158,7

Produit 334235,1836467248 0

Valeur demandée 334235,183647 à moins d'un millionième.

Exemple 3. La longueur d'un arc est de 5.22784567 lorsque le rayon = 1. On demande le nombre des degrés.

Arc donné	5.22784567				
Pour	4.71238898	on a	270°	0'	0"
Reste	0.51545669				
Pour	0.50614548	on a	29	0	0
Reste	0.00931121				
Pour	0.00872665	on a	0	30	0
Reste	0.00058456				
Pour	0.00058178	on a	0	2	0
Reste	0.00000278				
Pour	0.00000242	on a	0	0	0.5
Reste	0.00000036				
Pour	0.00000034	on a	0	0	0.07
Degrés demandés			299	32	0.57

Exemple 4. L'arc rectifié est de 1.58347628, le rayon étant 1; on demande le nombre des degrés.

Arc donné	1.58347628				
Pour	1.57079633	on a	90°	0'	0"
Reste	0.01267995				
Pour	0.01163553	on a	0	40	0
Reste	0.00104442				
Pour	0.00087266	on a	0	3	0
Reste	0.00017176				
Pour	0.00016968	on a	0	0	35
Reste	0.00000208				
Pour	0.00000194	on a	0	0	0.4
Reste	0.00000014				
Pour	0.00000014	on a	0	0	0.03
Nombre des degrés			90	43	35.43

Cette Table donnant la valeur linéaire de l'arc de 90° ou du quart de la circonférence, il sera facile d'en déduire celle d'un arc quelconque du système décimal, c'est-à-dire d'un arc exprimé en grades et ses subdivisions.

En effet, de ce que 90° = 100 grades, on aura

100 grades	=	1.570796 326794 896619 231321692
10 grades		0.157079 632679 489661 923132169
1 gr. ou 100'	=	0.015707 963267 948966 192313217
10'		0.001570 796326 794896 619231322
etc.		

TABLE LXXXIV. *Logarithmes des nombres premiers, depuis 2 jusqu'à 1291.*

Cette Table donne les logarithmes des nombres depuis 2 jusqu'à 1291, avec 20 décimales, par exemple :

log. 8 = 3 log. 2 ; log. 65 = log. 5 + log. 13 ; log. 91 = log. 7 + log. 13
log. 144 = 4 log. 2 + 2 log. 3 ; log. 360 = 3 log. 2 + 2 log. 3 + l. 5 ; l. 1236 = 2 l. 2 + l. 3 + l. 103.

Si le nombre donné, plus grand que 1291, peut être décomposé en facteurs plus petits que 1291, il suffira de sommer les logarithmes de ces facteurs, pour avoir celui du nombre proposé; par exemple :

$$\log. 5723 = \log. 59 + \log. 97 \,; \quad \log. 8993 = \log. 17 + 2 \log. 23.$$

Enfin, si le nombre donné contient des facteurs nombres premiers plus grands que 1291, on pourrait alors déterminer son logarithme par la formule suivante :

$$\log. (1 + x) = M \left(x + \tfrac{1}{2} x^2 + \tfrac{1}{3} x^3 - \tfrac{1}{4} x^4 + \text{etc.}\right)$$

dans laquelle

$$M = 0.434\ 294481\ 903\ 251\ 827\ 65 \quad \text{et} \quad \log. M = 9.637\ 786\ 311\ 300536\ 77817.$$

TABLE LXXXV. *Diviseurs des nombres jusqu'à 5754.*

Cette Table donne le plus petit facteur d'un nombre au-dessous de 5754, excepté les cas où ce facteur serait l'un des suivants ; 2, 3 et 5, parce que ces diviseurs se distinguent à la première inspection ; en effet, tout nombre qui finit par 0, 2, 4, 6, 8 est divisible par 2 ; il l'est par trois si la somme des chiffres qui le composent est un multiple de 3 ; enfin il est divisible par 5, s'il finit par 5 ou par 0. Tout nombre au-dessous de 5753, qui ne sera pas divisible par 2, 3 ou 5, et qui ne se trouvera pas dans la Table, sera un nombre premier.

Lorsqu'on veut avoir tous les facteurs d'un nombre, on le divise par le facteur donné par la Table, et l'on cherche de nouveau celui du quotient. Soit donné 5369, en le divisant par 7 on obtient 767, qui a le facteur 13 selon la Table. Le nouveau quotient sera 59, qui est un nombre premier, on aura donc $5369 = 7 \times 13 \times 59$.

Cherchons les diviseurs de 170430 en le divisant par 2, 3 et 5, on obtient 5681, qui a le facteur 13. Le nouveau quotient sera 437, dont 19 est diviseur. Le dernier quotient est 23, qui est un nombre premier : on aura donc $170430 = 2.3.5.13.19.23$.

Le cube de 18 étant de 5832, il s'ensuit que dans l'étendue de la Table tout nombre dont le plus petit facteur surpasse 17, n'en peut avoir que deux

TABLE LXXXVI. LUNETTE MURALE. *Principales Etoiles* Boréales *et* Australes *dont la déclinaison est presque la même.*

Nous avons déjà parlé de la lunette murale aux pages 55 et 278, et nous répéterons que la méthode de déterminer la *marche diurne* d'une montre marine ou d'une pendule, par des observations de passages d'étoiles faites avec cet instrument, ne sera la plus simple et la plus exacte qui puisse être employée, qu'autant que la lunette sera réellement *murale*, c'est-à-dire, qu'autant que l'instrument aura une position immuable pendant toute la durée des jours employés à des observations faites sur les mêmes étoiles ; ainsi il faut rejeter toute disposition de la lunette qui exigerait un déplacement momentané.

Il est nécessaire de déterminer le *champ* ou l'étendue superficielle et circulaire que la lunette embrasse, on y parvient en comptant le nombre de minutes et de secondes qu'un astre situé dans le voisinage de l'équateur met à parcourir le diamètre placé dans la direction du mouvement diurne, et de convertir ensuite ce temps en subdivisions du degré. Par exemple, si nous supposons que l'étoile δ d'Orion a mis $3^m\ 52^s$ à parcourir ce diamètre, la grandeur du *champ* de la lunette sera égal à ce nombre, converti en minutes de degré, c'est-à-dire qu'elle sera de 58′ et par conséquent la moitié de ce champ de 29′.

Passons maintenant aux moyens que donnent la Table LXXXVI pour multiplier les observations ; elle contient les étoiles des six premières grandeurs, rangées dans l'ordre de leurs déclinaisons *boréales* et *australes*, depuis 0° jusqu'à 30° ; pour chaque étoile, on y trouve le nom de la constellation dont elle fait partie, puis sa grandeur, son ascension droite exprimée en temps, et sa déclinaison. D'où il suit que si une lunette murale, renversant les objets et ayant 58′ de champ, se trouve installée de manière à ce que l'étoile de la constellation d'Orion de première grandeur, dont l'Æ droite

est de $5^h\ 46^m$ et la déclinaison boréale de $7°\ 22'$, parcourt le champ suivant le diamètre parallèle au mouvement diurne, on pourra en conclure 1.° que la déclinaison de l'étoile d'Orion étant de $7°\ 22'$ et la moitié du champ de $29'$, il arrivera que dans le mouvement apparent diurne du ciel, toutes les étoiles dont les déclinaisons seront comprises entre

$$7°\ 22' - 29' = 6°\ 53' \quad \text{et} \quad 7°\ 22' + 29' = 7°\ 51'$$

traverseront le champ de la lunette de droite à gauche, et par conséquent pourront être observées, en remarquant que celles dont la déclinaison sera moins de $7°\ 22'$ paraîtront au-dessus du diamètre, et que celle dont la déclinaison surpassera cette quantité sera vue au-dessous du même diamètre; 2.° que les passages de ces étoiles auront lieu dans le rang indiqué par leurs Æ, en commençant par la plus petite, et de plus, que les intervalles de temps entre les passages successifs seront donnés par les différences en Æ.

Dans notre exemple, ces étoiles sont au nombre de 16, que nous allons écrire telles qu'elles sont données dans la Table LXXXVI, c'est-à-dire rangées dans l'ordre de leurs déclinaisons; puis nous placerons à côté, leurs ascensions droites, écrites dans l'ordre de grandeur ainsi que les différences successives.

Ordre des Déclinaisons					et des	Æ	Diff.
1	Poissons	4	$0^h\ 54^m$	$6°\ 58'$		$0^h\ 12^m$	$0^h\ 42^m$
2	Lion.	4	11 12	6 58		0 54	1 25
3	Lion	5.6	10 52	7 1		2 19	3 27
4	Aigle.......	4.5	19 26	7 1	*	5 46	0 38
5	Hydre......	4	8 38	7 2		6 24	2 14
6	Poissons	5.6	0 12	7 15		8 38	0 50
7	Orion......	1	5 46	7 22		9 28	0 58
8	Licorne.....	5	6 24	7 27		10 26	0 26
9	Vierge......	4.5	11 37	7 29		10 52	0 20
10	Vierge......	5	11 52	7 33		11 12	0 25
11	Hercule.....	5	16 42	7 33		11 37	0 15
12	Lion........	5.6	9 28	7 35		11 52	4 50
13	Baleine.....	5	2 19	7 42		16 42	2 44
14	Pégase......	5.6	23 1	7 46		19 26	3 35
15	Pégase......	5.6	23 3	7 48		23 1	0 2
16	Lion........	5.6	10 26	7 50		23 3	

Dans la première partie du tableau précédent, la septième étoile est celle qui, dans son passage observé, parcourra le diamètre parallèle au mouvement diurne; les six étoiles qui la précèdent passeront au-dessus, et les neuf étoiles qui la suivent, paraîtront au-dessous de ce diamètre.

La seconde partie contenant les Æ et leurs différences, donne l'ordre des passages ainsi que les intervalles de temps qui s'écouleront entre eux; l'Æ $5^h\ 46^m$ précédée de * étant celle de l'étoile qui parcourra le diamètre, le passage précédent aura lieu $3^h\ 27^m$ avant, et celui qui le suivra $0^h\ 38^m$ après.

De ce qui précède, il est facile de voir tout le parti que l'on peut tirer de la Table LXXXVI.

Table LXXXVII. *Temps à ajouter à l'établissement du Port, pour trouver l'heure de la pleine mer;* et Table LXXVIII. *Heures de la pleine mer, les jours de la nouvelle et de la pleine Lune.*

Les usages de ces Tables ont été donnés aux pages 368 et 369.

Tables LXXXIX, XC, XCI et XCII.

Voyez pour les applications de ces Tables, les exemples qui ont été donnés *p.* 369 et 370.

TABLE XCIII. *Heures, Minutes et Secondes, en décimales du jour.*

Exemple 1. Trouver les décimales du jour, correspondantes à 13ʰ 25ᵐ 18ˢ.

Pour	13ʰ	0ᵐ	0ˢ	on a	0.54167
	0	25	0		0.01736
	0	0	15		0.00017
	0	0	3		0.00003
Pour	13	25	18	la Table donne	0.55923

Exemple 2. On demande la fraction décimale du jour, correspondante à 1ʰ 48ᵐ 35ˢ.

Pour	1ʰ	0ᵐ	0ˢ	on a	0.04167
	0	45	0		0.03125
	0	3	0		0.00208
	0	0	35		0.00041
Pour	1	48	35	la Table donne	0.07541

TABLE XCIV. *Pour réduire les décimales du jour en Heures, Minutes et secondes.*

Exemple 1. Trouver les heures, minutes et secondes correspondantes à la fraction du jour 0.6548.

Pour	0.6500	on a	15ʰ	36ᵐ	0
	0.0040		0	5	45.6
	0.0008		0	1	9.12
Pour	0.6548	la Table donne	15	42	54.72

Exemple 2. Trouver les heures, minutes et secondes équivalentes à la fraction de jour 0.7359.

Pour	0.7300	on a	17ʰ	31ᵐ	12ˢ
	0.0050		0	7	12
	0.0009		0	1	12.76
Pour	0.7359	la Table donne	17	39	36.76

TABLE XCV. *Correction du lieu de la Lune, trouvé par les parties proportionnelles.*

Dans le calcul des observations, il faut continuellement employer la règle des parties proportionnelles, pour réduire les éléments fournis par la *Connaissance des Temps* à un instant proposé; par exemple, lorsqu'il s'agit de déterminer la longitude de la lune pour un instant $t+C$, t étant l'époque de la Connaissance des Temps correspondante à la longitude L' qu'elle donne et qui précède immédiatement cet instant; si l'on suppose que la lune soit animée d'un mouvement dans son orbite, qui soit tel qu'elle doive parcourir des espaces égaux en longitude dans des temps égaux; il s'en suivra que si V est l'espace qu'elle a parcouru dans une unité de temps (une seconde, par exemple), elle décrira $2V$ pendant la durée de deux unités de temps, $3V$ au bout de trois unités et ainsi de suite. La lune ayant déjà parcouru uniformément un espace L' à une époque t, avant qu'un temps C soit commencé, la longitude de la lune dans cette hypothèse sera $L'+CV$ à l'instant $t+C$, c'est-à-dire sera formée de ce qu'elle était à l'époque t, augmentée de sa variation uniforme, correspondante au nombre C de secondes de temps.

Mais il est facile de s'assurer que les longitudes de la lune, données de 12ʰ en 12ʰ, ainsi que d'autres éléments astronomiques fournis par la Connaissance des Temps, ne varient pas proportionnellement au temps; d'où il résulte que cette supposition ne pourra être faite, qu'autant que les résultats à obtenir n'exigeront pas une plus grande précision. Dans le cas contraire, il faudra tirer les éléments que donne la Connaissance des Temps, par le moyen des interpolations, ou au moins corriger les éléments obtenus par les parties proportionnelles, en se bornant au cas des différences secondes. (Mouton, né à Lyon, en 1618, est le premier qui, dans un ouvrage publié en 1670, moutra l'usage des interpolations).

On parvient à trouver la correction des différences secondes, en supposant que la cause qui fait mouvoir la lune dans son orbite puisse, par sa nature, lui imprimer à chaque instant une nouvelle impulsion; si ces impulsions produisent sur sa longitude des effets constants, la lune, après l'époque t, acquerra dans une unité de temps la même vitesse qu'après toute autre époque t'.

Ainsi en représentant par V, l'espace en longitude parcouru dans l'unité de temps qui se termine à l'époque t, et par v, celui qu'elle acquiert dans chaque unité par la force

accélératrice; l'espace parcouru dans la première unité qui suit l'époque t sera $V + v$

$$
\begin{array}{ll}
\text{la seconde unité} & V + 2v \\
\text{la troisième unité} & V + 3v \\
\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots \\
\text{la } C^{e} \text{ unité} & V + Cv
\end{array}
$$

Ces espaces forment donc une progression arithmétique dont le nombre des termes est égal à celui des unités de temps contenues dans le nombre d'heures C; d'où il suit que l'espace total parcouru pendant le temps C, sera la somme des termes de cette progression, c'est-à-dire

$$CV + (C^2 + C)\, \tfrac{1}{2}\, v.$$

Ainsi la longitude de la lune à l'instant $t + C$, étant représentée par y, sera donnée par l'équation

$$y = L' + CV + (C^2 + C)\, \tfrac{1}{2}\, v\,, \qquad (1)$$

Cette équation ne nous donnera la longitude demandée qu'autant que nous y aurons substitué les valeurs de V et v, qui doivent dépendre nécessairement des longitudes données pour les époques qui précèdent et qui suivent l'instant $t + C$, ainsi pour parvenir à les déterminer, nous remarquerons que l'équation (1) doit subsister quelle que soit la valeur de C, et par conséquent qu'elle doit faire retrouver la longitude de la lune, telle que la Connaissance des Temps la donne pour le midi et le minuit de chaque jour, en y faisant successivement C égal aux nombres des heures propres à donner les époques des Tables qui précèdent et qui suivent l'instant $t + C$. Ces époques étant séparées par des intervalles égaux, que nous exprimerons par h, cela se réduira à faire dans l'équation (1)

$$
\left.\begin{array}{l}
C = -h \\
C = 0 \\
C = h \\
C = 2h
\end{array}\right\}
\begin{array}{l}
\text{Pour avoir les lon-} \\
\text{gitudes qui répondent} \\
\text{aux époques.}
\end{array}
\left\{\begin{array}{ll}
t - h, \text{ on aura} & L = L' - hV + (h^2 - h)\, \tfrac{1}{2}\, v \\
t & L' = L' \\
t + h & L'' = L' + hV + (h^2 + h)\, \tfrac{1}{2}\, v \\
t + 2h & L''' = L' + 2hV + (4h^2 + 2h)\, \tfrac{1}{2}\, v
\end{array}\right.
$$

Si nous retranchons chaque équation de celle qui la suit, nous aurons les différences premières entre L, L', L'' et L''', qui, étant exprimées par D, D', D''

$$
\begin{array}{lllll}
\text{donneront} & L' - L & = D & = hV - (h^2 - h)\, \tfrac{1}{2}\, v \\
 & L'' - L' & = D' & = hV + (h^2 + h)\, \tfrac{1}{2}\, v \\
 & L''' - L'' & = D'' & = hV + (3h^2 + h)\, \tfrac{1}{2}\, v
\end{array}
$$

Dans ces dernières équations retranchant pareillement chaque équation de celle qui la suit, nous aurons les différences secondes

$$D' - D = h^2 v$$
$$D'' - D' = h^2 v$$

Ces différences sont égales, d'après l'hypothèse de laquelle on est partie (dans la pratique, lorsque cette condition n'est pas remplie, on en prend la moyenne arithmétique); tirant de la première la valeur de v, on aura

$$v = \frac{D' - D}{h^2} \text{ ou en représentant le numérateur par } B, \quad v = \frac{B}{h^2}.$$

Pour avoir la valeur de V, il suffit de substituer celle de v dans l'une des valeurs de D, D' ou D''.

Celle de D' donnera

$$D' = hV + (h^2 + h)\, \frac{B}{2h^2}$$

de laquelle on tirera

$$V = \frac{D'}{h} - (h + 1)\, \frac{B}{2h^2} = \frac{D'}{h} - \frac{B}{2h} - \frac{B}{2h^2}$$

Mettant ces valeurs de V et v dans l'équation (1), nous aurons

$$y = L' + \frac{D'C}{h} - \frac{BC}{2h} - \frac{BC}{2h^2} + (C^2 + C)\frac{B}{2h^2} = L' + \frac{D'C}{h} - B\frac{C(h-C)}{2h^2} \quad (2)$$

L'équation (2) nous donnera donc la longitude pour un instant $t + C$ en ayant égard aux différences secondes; on voit qu'elle se compose de trois parties; 1.° de L' qui est la longitude correspondante à l'époque t; 2.° De $\frac{D'C}{h}$ qui est la simple partie proportionnelle relative à C. 3.° De $-B\frac{C(h-C)}{2h^2}$ qui est la correction relative aux différences secondes toujours d'un signe contraire à celui de B; cette correction est donnée par la Table XCV pour toutes les valeurs de B placées dans la première ligne horizontale supérieure, correspondantes aux valeurs de C dans la première et dans la dernière colonne verticale, lorsque h est égale à 12 heures.

Le calcul de la Table XCV s'effectue avec facilité; en effet, toutes les valeurs du temps C étant données de 10ᵐ en 10ᵐ jusqu'à $h = 12^h$, ou ce qui est de même pour tous les 72ᵐᵉˢ de 12ʰ, on peut remarquer que la correction $-B\frac{C(h-C)}{2h^2}$ donne d'abord successivement les valeurs numériques suivantes :

Pour $C = 1 \times 10^m$	ou	$0^h\ 10^m$ la valeur	$-B\frac{1.71}{10368}$	ou	$-B\frac{71}{10368}$
C 2.10		0 20	$-B\frac{2.70}{10368}$		$-B\frac{140}{10368}$
C 3.10		0 30	$-B\frac{3.69}{10368}$		$-B\frac{207}{10368}$
C 4.10		0 40	$-B\frac{4.68}{10368}$		$-B\frac{272}{10368}$
. . .		. . .	......		......
C = 35.10	ou	$5^h\ 50^m$ la valeur	$-B\frac{35.37}{10368}$	ou	$-B\frac{1295}{10368}$
C 36.10		6 0	$-B\frac{36.36}{10368}$		$-B\frac{1296}{10368}$

dans lesquelles les numérateurs des fractions sont des produits de deux facteurs dont les sommes numériques sont toutes égales au nombre 72, nombre de fois que 10ᵐ est contenu dans 12ʰ. Comme il en serait de même pour les valeurs de C comprises entre 6ʰ et 12ʰ; il n'est pas nécessaire de continuer la recherche des numérateurs des fractions suivantes, puisqu'ils seront les mêmes que les précédents, mais obtenus dans un ordre inverse.

Il ne nous reste plus maintenant qu'à tenir compte des diverses valeurs de B qui doivent être contenues dans la Table, c'est-à-dire, d'y faire entrer toutes les différences secondes. Pour y parvenir, on remarquera que l'expression de la correction fait connaître qu'elle est proportionnelle à la valeur de B; par conséquent il suffira de n'en calculer qu'une seule colonne correspondante à une valeur particulière de B, celle de $12' = 720''$, par exemple, puis de tirer de cette colonne toutes les autres par des divisions, des multiplications, etc.

De ce qui précède, on peut en conclure que pour obtenir la colonne relative à $B = 12' = 720''$, il suffit de chercher les produits des multiplications de 1 par 71, de 2 par 70, de 3 par 69, ... jusqu'à celui de 36 par 36, ensuite d'ajouter au logarithme de chacun d'eux, le logarithme constant 8.841637; les sommes, diminuées d'une dizaine à la caractéristique, seront les logarithmes des corrections demandées.

Exemple. Pour B de 12' ou de 720'', chercher les corrections des différences secondes pour C de 5ʰ 50ᵐ et C de 6ʰ 0ᵐ.

log. de 35.37 ou de 1295	3.112270	log. de 36.36 ou de 1296	3.112605
log. constant	8.841637		8.841637
log. des corrections	1.953907		1.954242
Corrections demandées	89''93		90''00

La colonne $12'$ ainsi calculée, les autres colonnes s'obtiendront au moyen des parties proportionnelles. Pour calculer une Table dans laquelle les valeurs de C seraient données de 5^m en 5^m jusqu'à 12^h, la colonne B de $12'$ s'obtiendrait en cherchant d'abord les produits des multiplications de 1 par 143, de 2 par 142, de 3 par 141 . . . jusqu'à celui de 72 par 72, ensuite il suffirait d'ajouter au logarithme de chacun de ces produits, le logarithme constant 8.239577, les sommes, diminuées d'une dizaine, donneraient les logarithmes des corrections pour la colonne B de $12'$; les autres colonnes se tireraient de celle-là par le moyen des parties proportionnelles.

Enfin, on trouverait que pour des valeurs de C de 3^m en 3^m jusqu'à 12^h, la colonne B de $12'$ s'obtiendrait en cherchant tous les produits des multiplications de 1 par 239, de 2 par 238, de 3 par 237 et ainsi de suite jusqu'à celui de 120 par 120; ensuite qu'en ajoutant à chacun des logarithmes de ces produits le logarithme constant 7.795880; les sommes obtenues, diminuées d'une dizaine, donneraient les logarithmes des corrections contenues dans la colonne $12'$.

Remarque. Si l'intervalle de temps entre les époques pour lesquelles la *Connaissance des Temps* donne les éléments n'était pas de 12^h, les principes précédents serviraient à calculer une Table particulière pour tout autre intervalle; mais il est facile de remarquer que la Table XCV peut la remplacer, pourvu que son argument C soit convenablement modifié; en effet, l'expression générale de la correction $-B\,\frac{C\,(h-C)}{2\,h^2}$ ayant donné une Table lorsque h était de 12^h, pour un intervalle de

$$3^h \text{ devient } -B\,\frac{C\,(\frac{1}{4}h-C)}{2.\,\frac{1}{16}h^2} \quad\text{ou réduisant}\quad -B\,\frac{4C\,(h-4C)}{2\,h^2}$$

$$6^h \qquad -B\,\frac{C\,(\frac{1}{2}h-C)}{2.\,\frac{1}{4}h^2} \quad\text{ou}\quad -B\,\frac{2\,C\,(h-2\,C)}{2\,h^2}$$

$$24^h \qquad -B\,\frac{C\,(2\,h-C)}{2.\,4\,h^2} \quad\text{ou}\quad -B\,\frac{\frac{1}{2}\,C\,(h-\frac{1}{2}C)}{2\,h^2}$$

d'où il résulte que pour faire usage de la Table XCV, lorsque l'intervalle sera de 3^h, il faudra y entrer avec $4\,C$ au lieu de C; pour un intervalle de 6^h avec $2\,C$ au lieu de C; pour un intervalle de 24^h avec $\frac{1}{2}C$ au lieu de C; et généralement avec une valeur de C exprimée par $^{12}/I$, I désignant l'intervalle entre les époques pour lesquelles la Connaissance des Temps fournit les éléments.

Voyez, pour les applications numériques, le Problème IV.

TABLE XCVI. *Correction de l'heure approchée, correspondante à la longitude ou à l'ascension droite de la Lune.*

Prenons l'équation (2) contenue dans l'explication de la Table précédente, nous aurons $y = L' + \frac{D'C}{h} - B\,\frac{C\,(h-C)}{2\,h^2}$ de laquelle on tire $\frac{D'C}{h} = y - L' + B\,\frac{C\,(h-C)}{2\,h^2}$, divisant les deux membres par $\frac{D'}{h}$, elle donnera

$$C = (y - L')\,\frac{h}{D'} + B\,\frac{C\,(h-C)}{2\,h^2}\cdot\frac{h}{D'} \qquad (3)$$

Cette formule nous donnera l'heure de Paris correspondante à la longitude, ainsi qu'à l'ascension droite de la lune : en effet, négligeant d'abord le second terme, elle deviendra

$$C = (y - L')\,\frac{h}{D'}$$

qui est la valeur approchée de C donnée par la simple partie proportionnelle relative à $y - L'$, c'est-à-dire, à la différence entre la longitude y et L', celle de la Connaissance des Temps qui la précède immédiatement.

Cela posé, avec cette valeur approchée de C, nous pouvons déterminer celle du terme négligé ou de

$$B\,\frac{C(h-C)}{2h^2}\cdot\frac{h}{D'}$$

car la Table précédente fera connaître la valeur du facteur égal à la correction des différences secondes : exprimons-le par l' ; ce second terme a donc pour expression $l'.\frac{h}{D'}$ ou le quatrième terme x^2 de la proportion

$$D' : l' :: h^2 : x^2$$

c'est ce quatrième terme qui est donné par la Table XCVI.

Voyez pour les applications numériques le Problême V.

TABLE XCVII. *Positions des Etoiles en usage dans les distances lunaires.*

Cette Table est extraite de la Connaissance des Temps. C'est sur les positions qu'elle contient, que sont fondus les calculs des distances insérées dans ces éphémérides.

TABLES XCVIII et XCIX. *Pour convertir le temps moyen en temps sidéral et réciproquement, ainsi que pour calculer le moyen mouvement du soleil en ascension droite, et l'accélération des fixes.*

Ces Tables supposent l'année équinoxiale, exprimée en jours moyens,

de $365^j\,48^m\,48^s = 365^j\,\frac{109}{450} = 365^j{,}24222\ldots.$

La durée de cette année en jours sidéraux $= 366^j\,\frac{109}{450}$

on aura donc en jours $365^j\,\frac{109}{450}$ T. M. $= 366^j\,\frac{109}{450}$ T. S.

et par conséquent en secondes $365^s\,\frac{109}{450}$ T. M. $= 366^s\,\frac{109}{450}$ T. S.

ou $6^m\,5^s\,\frac{109}{450}$ T. M. $= 6^m\,6^s\,\frac{109}{450}$ T. S.

La première colonne désignée par ⊙ ou T. M. de la Table XCVIII, est formée des produits du premier membre de la dernière equation, par les nombres 1, 2, 3... jusqu'à 240.

La troisième colonne marquée * ou T. S., est formée des produits du second membre, par les mêmes nombres, d'où il résulte que les nombres de la première colonne donnent des valeurs exprimées en T. M. ; et que les nombres correspondants de la troisième donnent ces mêmes valeurs en T. S.

La colonne, placée entre ces deux-là, dite de réduction ou marquée R, contient tous les nombres de secondes, depuis 1 jusque 240 ou 4^m, et sont les valeurs numériques des différences entre les nombres correspondants contenus dans les deux colonnes précédentes.

La Table XCIX, construite sur les mêmes principes que la précédente, sert à la compléter; elle donne à vue, dans la colonne réduction, tous les centièmes de seconde, ou ce qui est de même, les parties proportionnelles des nombres de minutes et secondes jusqu'à $6^m\,6^s$, intervalle moyen de la Table précédente.

Avant de donner quelques applications de ces Tables, nous allons rappeler les relations qui existent entre les ascensions droites et les temps.

Désignant l'ascension droite

des astres par Æ; la moyenne du ⊙ par Æ. M.; la vraie du ⊙ par Æ. V.

Les temps

sidéral, par T. S.; le moyen, par T. M; le vrai, par T. V.

L'équation du temps ou la différence entre le T. M. et le T. V. par E. T.

Nous aurons, T. S. = T. M. + Æ. M. = T. V. + Æ. V.
à l'instant du midi vrai, T. S. = Æ. V.; du midi moyen T. S. = Æ. M.

T. M. = T. S. − Æ. M. = T. V. + E. T.

T. V. = T. S. − Æ. V. = T. M. − E. T.

L'ascension droite du méridien = T. S. = T. M. + Æ. M. = T. V. + Æ. V.
à l'instant du midi vrai = T. S. = Æ. V.; du midi moyen = T. S. = Æ. M.

Le passage d'un astre au méridien

en T. M. = Æ de l'astre − Æ. M. ou − T. S. ou Æ du méridien

en T. V. = Æ de l'astre − Æ. V.

L'angle horaire d'un astre,

Pour le ☉ = T. V. s'il est à l'Ouest = 24^h − T. V. s'il est à l'Est.

Pour un autre astre = Æ du méridien ∽ Æ de l'astre.

Pour un lieu quelconque, l'ascension droite d'un astre, exprimée en temps et correspondante à l'instant de son passage au méridien, donne le T. S. de ce passage, ou ce qui est de même, l'intervalle en T. S. écoulé depuis le passage du point équinoxial du Bélier. Ainsi, pour le soleil *moyen*, son ascension droite *moyenne*, donne le T. S. à midi *moyen* et réciproquement le T. S. de son passage est égal à son Æ. M., on peut donc dire que ce serait l'heure que marquerait une pendule sidérale quand la pendule du temps moyen marquerait $0^h\ 0^m\ 0^s$; c'est aussi pourquoi, dans la Connaissance des Temps, on a donné successivement pour titre de l'une de ses colonnes Æ. M. et T. S. à midi moyen. (Le temps sidéral, comme le temps solaire, se distingue en temps *vrai* et *moyen*, mais le maximum de leur différence ne montant qu'à 2^s,3 dans une période de 18 ans, nous n'en tiendrons pas compte).

Usage. La Table XCVIII a donc deux arguments: le premier, colonne ☉, contient un intervalle de temps moyen, et à côté, dans la colonne R, la correction *additive* qu'il faut lui appliquer pour l'exprimer en temps sidéral. Le second argument, colonne *, contient un intervalle de temps sidéral; et à côté, dans la colonne R, la correction *soustractive* à lui appliquer pour l'exprimer en temps moyen.

Lorsque l'intervalle à réduire ne se trouve pas entièrement dans la Table XCVIII, on y prend la réduction R correspondante à l'intervalle immédiatement inférieur, puis avec l'excès de l'intervalle donné, pris dans la colonne ☉ ou * de la Table XCIX, on trouve dans la colonne réduction, le nombre de centièmes de seconde servant à compléter la première correction.

Exemple 1. Un intervalle de temps sidéral est de $18^h\ 47^m\ 17^s,44$; on demande de le convertir en temps moyen.

Intervalle de T. S. donné		18^h	47^m	17^s44
Tab. XCVIII pour $18^h\ 43^m\ 9^s$ col. *	−		3	4.00
XCIX 4 8	−		0	0.68
Intervalle en T. M.		18	44	12.76

Exemple 2. Un intervalle de temps moyen est de $18^h\ 44^m\ 12^s,76$; on demande de le convertir en temps sidéral.

Intervalle de T. M. donné		18^h	44^m	12^s76
Tab. XCVIII pour $18^h\ 40^m\ 5^s$ col. ☉	+		3	4.00
XCIX 4 8	+		0	0.68
Intervalle en T. S.		18	47	17.44

Exemple 3. Le 4 Janvier 1841, étant situé par 154° 8' de longitude Ouest, on demande l'heure T. M. du passage de Fomalhaut au méridien, ou ce qui est de même, convertir son Æ apparente en T. M.

T. S. le 4 à midi moyen de Paris		18^h	55^m	39^s34
Tab. XCVIII, pour la longitude O.	+		1	41.00
T. S. à midi moyen du lieu	−	18	57	20.34
Æ. apparente de Fomalhaut		22	48	20.80
T. S. depuis midi moyen		3	51	0.46
Tab. XCVIII, colonne *	−		0	37.85
T. M. du passage, le 4		3	50	22.61

Exemple 4. Le 19 Juillet 1841, étant situé par 125° 9' 30'' de longitude Est, on demande l'heure T. M. du passage d'Antarès au méridien, ou ce qui est de même, convertir son Æ apparente en T. M.

T. S. le 19 à midi moyen de Paris		7^h	48^m	24^s34
Tabl. XCVIII, pour la longitude E.	−		1	22.02
T. S. à midi moyen du lieu	−	7	47	2.32
Æ apparente d'Antarès		16	19	43.99
Intervalle T. S. depuis midi moyen		8	32	41.67
Tab. XCVIII, colonne *	−		1	23.99
T. M. demandé, le 19		8	31	17.68

Exemple 5. Le 9 Juin 1841, étant situé par 105° de longitude O., trouver l'heure T. M. du passage de Jupiter au méridien.

T. S. le 9, à midi moyen de Paris		$5^h\ 10^m\ 42^s04$	
Pour 7^h de longitude O.	+	1	8.81
T. S. à midi moyen du lieu	− 5	11	50.85
Æ approchée de Jupiter	16	53	0.00
T. S. depuis midi moyen	11	41	9.15
Réduction (colonne *)	−	1	54.87
T. M. du passage demandé	11	39	14.28

Exemple 6. Le 10 Août 1841, étant situé par 90° de longitude E., trouver l'heure T. M. du passage de Mars au méridien.

T. S. le 10, à midi moyen de Paris	9^h	15^m	8^s60
Pour 6^h de longitude E.	−	0	58.84
T. S. le 10, à midi moyen du lieu	− 9	14	9.76
Æ approchée de Mars	14	42	0.00
Intervalle depuis midi moyen	5	27	50.24
Réduction (colonne *)	−	0	53.71
Passage demandé	5	26	56.53

TABLE C. *Moyen mouvement du soleil en ascension droite, et accélération des étoiles en temps moyen.*

Cette Table contient dans l'une de ses colonnes, le changement en ascension droite moyenne du soleil pour des nombres de jours, ou ce qui est de même, les augmentations journalières du temps sidéral; l'autre colonne les accélérations des étoiles en temps moyen, ou les temps moyens correspondants aux nombres de la colonne précédente. D'où il suit que les différences entre les nombres de ces deux colonnes, ne sont autres que les réductions données par la Table XCVIII.

Parmi les usages de cette Table, nous distinguerons son emploi dans la détermination de la marche diurne d'une montre marine, par les passages observés des étoiles à la lunette murale.

TABLE CI. *Jours de l'année écoulés au premier de chaque mois, et fractions décimales correspondantes.*

CII. *Jours en décimales de l'année.*

Exemple 1. La variation annuelle étant de 517,8, on demande pour le 24 Juin exclusivement, quelle est la fraction décimale de l'année, ainsi que la partie proportionnelle correspondante.

Table CI pour le 1 Juin	151j	et	0.41370
CII	23		0.06301
Jours et fract. de l'année	174	et	0.47671
Part. prop.	517,8 × 0.47671	ou	246.84

Exemple 2. Le changement annuel en asc. dr. étant de 12,96, on demande jusques et compris le 18 Août, la fraction de l'année ainsi que la partie proportionnelle de ce changement.

Table CI pour le 1 Août	212j	et	0.58082
CII	18		0.04932
Jours et fract. de l'année	230	et	0.63014
Part. prop.	12.96 × 0.63014	ou	8.1648

TABLE CIII. *Différence de l'arc au sinus.*

La différence de l'arc au sinus est exprimée par la formule

$$a - \sin.\, a = \frac{a^3}{2.\,3} - \frac{a^5}{2.\,3.\,4.\,5} + \text{etc.}$$

$$\text{ou} \quad d.\, a = \tfrac{1}{6}\, a^3 \sin.^2 1'' - \text{etc.}$$

C'est sur cette dernière formule que la Table CIII a été construite.

TABLE CIV. *Table des latitudes des principaux lieux de la terre, de leurs longitudes ou différence des méridiens par rapport à l'observatoire de Paris, et de l'établissement des Ports dans les lieux les plus importants.*

Cette Table est le résultat des meilleures observations qui aient été faites par les astronomes et les navigateurs, dans les différentes parties du monde.

TABLES CV *et* CVI. *Différences logarithmiques* 19.99...... Pour une pression atmosphérique de 760mm et une température de + 10 grades, et *Corrections des Différences logarithmiques pour les Etoiles, le Soleil et les Planètes.*

Ces Tables servent à simplifier les calculs de plusieurs méthodes de réduction des distances apparentes lunaires à des distances vraies, dans la détermination des longitudes en mer. (C'est Dunthorne, qui dans sa méthode de réduction, publiée dans *Requisite Tables* de 1767, a le premier réduit en Tables le logarithme de la fraction dont le numérateur est le produit des cosinus des hauteurs vraies des deux astres, et le dénominateur, celui des cosinus des hauteurs apparentes, c'est-à-dire de $\frac{\cos. a' \cos. b'}{\cos. a \cos. b}$).

Les arguments de la Table CV sont : la parallaxe horizontale de la lune relative à la latitude du lieu et sa hauteur apparente du centre. La colonne du milieu de chaque page contient la parallaxe horizontale de 10 secondes en 10 secondes, et les deux premières lignes de chaque page, la hauteur apparente du centre de 10 minutes en 10 minutes; les parties proportionnelles pour les unités de secondes de parallaxe, se prennent à vue au bas des pages et sont toujours *soustractives*, en observant que les parties proportionnelles situées à gauche servent à la moitié supérieure de la page, et que celles qui sont à droite servent à la moitié inférieure; celles qui appartiennent aux minutes de la hauteur de la lune, sont données au moyen de petites Tables placées dans une colonne à droite, ayant pour titre P. P. pour la haut. et sont soustractives.

Les logarithmes de cette Table sont composés de la caractéristique qui est toujours égale à 19, et de six chiffres décimaux, dont les dixièmes et les centièmes sont toujours exprimés par le chiffre 9; les quatre chiffres décimaux suivants sont donnés dans l'intérieur de la Table, c'est-à dire que les quatre chiffres donnés dans chaque colonne doivent toujours être précédés du nombre isolé 19.99.... placé dans le titre.

Ces logarithmes ainsi trouvés, ne sont encore que relatifs à la hauteur de la lune; pour avoir égard au second astre, ils doivent être diminués d'un nombre d'unités du sixième ordre décimal, correspondant à la hauteur du soleil, de l'étoile ou de la planète; lorsqu'il s'agit du soleil ou d'une étoile, ce nombre se trouve à la droite de chaque page dans les colonnes marquées ☉ et *, mais si le second astre est une planète, il est donné dans la Table CVI.

Exemple 1. On demande la différence logarithmique, sachant que la hauteur apparente des centres de la lune est de 55° 38′, sa parallaxe horizontale relative à la latitude du lieu de 58′ 17″, et la hauteur apparente du soleil de 26°.

Poor 55° 30′ de hauteor et 58′ 10″ de parall., la Table doone			19.994128
Pour 7″ de parallaxe, oo a	− 13		
Pour 8′ de hauteur de la lone	− 10	−	32
Pour 26° de hauteur du soleil	− 9		
Différeoce logarithmique demandée			19.994096

Exemple 2. On demande la différence logarithmique correspondante à la hauteur apparente du centre de la lune de 30° 54′, sa parallaxe horizontale étant de 59′ 18″ et la hauteur de l'étoile de 6°.

Pour 30° 50′ de hauteor et 59′ 20″ de parall., la Table donoe			19.996341
Pour 8″ de parallaxe, on a	− 9		
Pour 4′ de hauteur de la lune	− 8	−	28
Pour 6° de hauteur de l'étoile	− 11		
Différence logarithmique demandée			19.996313

Exemple 3. On demande la différence logarithmique, sachant que la hauteur apparente du centre de la lune est de 37° 9', sa parallaxe horizontale de 54' 24", la hauteur de la planète de 40° et sa parallaxe horizontale étant de 26".

Pour 37° de hauteur et 54' 20 de parall., la Table donne		19.996062
Pour 4" de parallaxe, on a	− 5	
Pour 9' de hauteur de la lune	− 14	− 54
Pour 40° de haut. et 26" de paral. (T. CVI)	− 35	
Différence logarithmique demandée		19.996008

Ces différences logarithmiques, quoiqu'elles soient des fonctions des réfractions, n'ont été calculées que pour un état déterminé de l'atmosphère; nous avons choisi celui des Tables de réfractions publiées par le Bureau des Longitudes, c'est-à-dire celui pour lequel la hauteur du baromètre est de $0^m,760$ et la température de + 10° du thermomètre centigrade. Pour ramener ces différences à tout autre état, nous avons donné à la droite de chaque page, une Table des corrections; elle a pour titre, Barom. $\pm x$ et Ther. $10^g \pm y$.

Cette petite Table est composée de trois colonnes: la première contient la différence $\pm x$ entre 760 millimètres et la pression atmosphérique correspondante aux observations; la dernière la différence $\pm y$ entre 10 grades et la température; et la colonne du milieu donne les corrections correspondantes.

Dans la partie inférieure de cette Table, s'y trouve les règles au moyen desquelles on reconnaît quand ces corrections sont *additives* ou *soustractives*; on y verra que la correction (exprimée en unités décimales du sixième ordre) est toujours du même signe que x, et que celle de y est toujours d'un signe contraire.

Exemple 1. Des observations de distances lunaires ont été faites par $772^{mm},5$ au baromètre, et par $27^g,4$ au thermomètre; on demande la correction à faire à la différence logarithmique.

Pour 772,5 − 760 ou + x = 12.5 la Table donne	+ 0.000004
27,4 − 10 ou + y = 17.4	− 0.000016
Correction demandée	− 0.000012

Exemple 2. La hauteur du baromètre est de $744^{mm},4$ et celle du thermomètre de − 2 grades, on demande la correction de la différence logarithmique.

Pour 760 − 744.4 ou − x = 15,6 la Table donne	− 0.000005
10 − (− 2) ou − y = 12	+ 0.000011
Correction demandée	+ 0.000006

Exemple 3. La hauteur du baromètre étant de 735^{mm} et celle du thermomètre de 35 grades, on demande la correction de la différence logarithmique.

Pour 760 − 735 ou − x = 25, la Table donne	− 0.000008
35 − 10 ou + y = 25	− 0.000023
Correction demandée	− 0.000031

Pour la formation de la Table CV (donnant le logarithme de la fraction $\frac{\cos. a' \cos. b'}{\cos. a \cos. b}$ ou ce qui est de même la somme des deux logarithmes suivants :

$$\log. \frac{\cos. \text{haut. vr. } ☾}{\cos. \text{haut. appar.}} + \log. \frac{\cos. b'}{\cos. b}),$$

on a d'abord remarqué qu'on pouvait calculer le premier pour toutes les hauteurs apparentes de la lune de 10 en 10 minutes, et pour toutes les parallaxes horizontales du même astre de 10 secondes en 10 secondes; ensuite, que le second logarithme, qui

dépend de l'étoile ou du soleil, ou enfin d'une planète, était dans le cas d'une étoile, une quantité à peu près constante pour toutes les hauteurs au dessus de 20°, et que l'on avait sensiblement

$$\log. \frac{\cos. b'}{\cos. b} \quad 0.000122$$

(En effet, $b' = b - r$, r exprimant la réfraction ; ainsi

$$\cos. b' = \cos. (b - r) = \cos. b \cos. r + \sin. b \sin. r ;$$

mais lorsque r est relative à 20°, on a $r = 2' 39''$, son cosinus diffère peu du rayon et son sinus de la longueur de l'arc,

on aura donc $\cos. b' = \cos. b + r \sin. b$ et $\frac{\cos. b'}{\cos. b} = 1 + r \operatorname{tang.} b$.

Cela posé, comme les réfractions astronomiques sont en raison inverse des tangentes des hauteurs de plus de 10°, nous aurons, en représentant par R la réfraction à 45°,

$$r = \frac{R}{\operatorname{tang.} b}, \text{ et par conséquent } \frac{\cos. b'}{\cos. b} = 1 + \operatorname{tang.} b \times \frac{R}{\operatorname{tang.} b} = 1 + R.$$

Ainsi la valeur de $\frac{\cos. b'}{\cos. b}$ est comme nous l'avons avancé, une quantité constante).

Les logarithmes de la Table CV sont donc égaux à

$$\log. \frac{\cos. \text{haut. vr. ☾}}{\cos. \text{haut. app.}} + 0.000122.$$

Cette Table serait suffisante, si dans les distances lunaires on ne faisait usage que des étoiles ayant au moins 20° de hauteur ; pour obvier à la difficulté qu'il y aurait dans la pratique à remplir ces conditions, il a fallu calculer trois Tables de corrections ; la première, pour les étoiles n'ayant pas 20° de hauteur; la seconde pour le soleil, dont la parallaxe horizontale moyenne est d'environ 9″; et la troisième, pour les quatre planètes qui peuvent servir dans les distances lunaires, et dont les parallaxes horizontales sont comprises entre 0″ et 33″. Les deux premières Tables sont placées à la droite de chaque page, et la troisième n'est autre que la Table CVI.

Lorsque l'étoile n'a pas 20° de hauteur, alors les cosinus augmentent moins rapidement que ceux des arcs supérieurs, et le cosinus de $(b - r)$ devient plus petit par rapport à celui de b; d'où il suit qu'ayant pris $\log. \frac{\cos. b'}{\cos. b} = 0.000122$, on a donné au logarithme de cette fraction une valeur trop grande, qu'il faut ensuite diminuer; ces diminutions, calculées seulement en unités du dernier ordre, ont donné les corrections soustractives pour les hauteurs au-dessous de 20°.

Les corrections pour le soleil sont fondées sur ce que, en représentant par p la parallaxe,

$$b' = b - r + p \text{ et par conséquent } \frac{\cos. b'}{\cos. b} = \frac{\cos. (b - r + p)}{\cos. b}$$

$$\text{ou } b - r + p > b - r \text{ d'où il résulte que } \cos. (b - r + p) < \cos. (b - r)$$

ainsi, pour le soleil le logarithme de $\frac{\cos. b'}{\cos. b}$, sera plus petit que pour une étoile ayant même hauteur et par conséquent plus petit que 0.000122; les corrections relatives au soleil seront donc soustractives et plus grandes que celles des étoiles.

Les corrections relatives aux planètes (Table CVI), sont fondées sur des raisonnements analogues à ceux qui fournissent celles du soleil. Il est évident que la Table CVI peut remplacer les deux petites Tables précédentes, en y entrant, dans la colonne 0″ de parallaxe pour obtenir les corrections des étoiles, et dans la colonne 8″,8 de parallaxe pour celles du soleil.

TABLE CVII. *Mouvements de l'argument d'Aberration et de Nutation.*

L'Aberration est un changement annuel apparent dans les positions respectives des étoiles, qui consiste à nous les montrer dans des lieux un peu différents de ceux qu'ils occupent, par un effet du mouvement de la terre autour du soleil, combiné avec celui de la lumière, car sa transmission n'est point instantanée ; le temps qu'elle emploie à venir du soleil jusqu'à nous, a été trouvé de 8^m 13^s,2 et pendant ce temps la terre parcourt un arc de son orbite de 20",253.

La Nutation est un léger balancement de l'axe de la terre sur l'écliptique, il augmente et diminue alternativement de 9",6 dans l'espace de 18 ans environ. La cause de ce balancement est l'attraction de la lune sur le sphéroïde terrestre, c'est ce qui fait que sa quantité dépend de la longitude du nœud de cet astre.

La Table CVII est destinée à calculer les effets de l'aberration et de la nutation, sans être obligé de recourir aux éphémérides astronomiques.

Cette Table comprend deux pages ; la première donne l'argument de l'aberration pour le jour proposé ; il n'est autre que la longitude vraie du soleil, qui, au lieu d'y être donnée en degrés et minutes, est exprimée en dix millièmes de la circonférence.

La seconde page contient l'argument de la nutation, ou ce qui est de même, la longitude moyenne du nœud de la lune exprimée en dix millièmes.

Pour avoir l'argument de l'aberration pour un jour donné, prenez dans la première page de la Table, partie Epoques, l'argument correspondant à l'année proposée, et dans la partie contenant les mouvements, celui du jour donné ; la somme de ces deux quantités, diminuée d'une dizaine de mille, vous donnera l'argument de l'aberration, c'est-à-dire la longitude du ☉.

L'argument de la nutation s'obtiendra d'une manière analogue ; à l'argument pris parmi les époques, ajoutez le mouvement correspondant au jour donné, la somme, diminuée d'une dizaine de mille, s'il y a lieu à cette diminution, vous donnera l'argument cherché, ou la longitude moyenne du nœud de la lune.

Exemple 1. On demande les arguments de l'aberration et de la nutation pour le 12 Mars 1841.

Première page.		Seconde page.	
Pour 1841	22	Pour 1841	8896
le 12 Mars, mouvement	9750	le 12 Mars, mouvement	9896
Argument de l'aberration ou long. ☉	9772	Argument de la nutation ou long. ☊	8792

Exemple 2. Trouver les arguments de l'aberration et de la nutation pour le 1 Mars 1823.

Pour 1823	4	Pour 1823	8568
le 1 Mars	9444	le 1 Mars	9912
Argument de l'aberration ou long. ☉	9448	Argument de la nutation ou long. ☊	8480

TABLE CVIII. *Ascensions droites et Déclinaisons de 55 Etoiles principales pour le 1er Janvier 1838, ainsi que leurs arguments d'aberration et de nutation.*

TABLE CIX. ABERRATION ET NUTATION. *Logarithmes à ajouter à ceux des maxima.*

Les étoiles fixes sont des corps lumineux qui conservent toujours, à fort peu près, leurs positions respectives et restent situés de la même manière dans le ciel. Mais les positions de ces astres, par rapport à l'équateur et à l'écliptique, éprouvent diverses variations dont les trois principales sont nécessaires à déterminer.

La plus grande est celle à laquelle on a donné le nom de *Précession des équinoxes* : on nomme ainsi le mouvement rétrograde et inégal des points équinoxiaux sur l'écliptique, qui fait qu'en apparence les etoiles s'avanceut d'Orient en Occident d'environ 50",1 par an, ou de 1° 23' 30" par siècle. De ce mouvement, il en resulte une variation dans l'ascension droite et dans la déclinaison des étoiles; c'est la seule qui est considérée dans les calculs les plus usuels de l'astronomie nautique. Viennent ensuite les variations, toujours apparentes, résultantes de l'aberration de la lumière et de la nutation de l'axe de la terre.

La Table CVIII contient les ascensions droites et les déclinaisons moyennes de 55 étoiles principales pour le premier Janvier 1838, avec leurs *variations annuelles*, comprenant en un seul terme la précession et le mouvement propre, ainsi que les données nécessaires aux calculs des effets de l'aberration.

La Table CIX contient pour les longitudes du soleil et celles du nœud de la lune, les logarithmes à ajouter à ceux des *maxima* donnés par la Table précédente.

Pour obtenir la précession, déterminez la différence entre l'époque pour laquelle il faut rapporter la position de l'étoile et celle de la Table CVIII (1er Janvier 1838); lorsque cette différence contient des mois et des jours, en faisant usage des Tables CI et CII, convertissez-les en décimales pour les ajouter au nombre des années, cela vous donnera le facteur par lequel vous multiplierez les *variations annuelles*, prises avec leurs signes dans la Table CVIII, les produits seront les précessions en ascension droite et en déclinaison, relatives au nombre des années, mois et jours de la différence des deux époques. Si l'époque du calcul est postérieure à celle de la Table, ajoutez algébriquement les précessions trouvées à l'ascension droite et à la déclinaison; si au contraire elle est antérieure à 1838, retranchez algébriquement ces précessions.

Pour trouver l'aberration en ascension et en déclinaison; déterminez par la Table CVII l'argument de l'aberration pour le jour donné et écrivez-le deux fois sur la même ligne, puis, pour l'étoile proposée, prenez dans la Table CVIII les arguments d'aberration en ascension droite et en déclinaison, que vous écrirez sous celui du jour donné, obtenez les deux sommes, en les diminuant d'une dizaine de mille s'il y a lieu, que vous chercherez dans la Table CIX, vous obtiendrez leurs logarithmes avec les signes dont ils doivent être précédés. Cela posé, sous le premier de ces logarithmes écrivez le log. max. en ascension droite, et sous le second celui du max. en déclinaison, tous deux pris dans la Table CVIII, les sommes, diminuées d'une dizaine, vous donneront les logarithmes de l'aberration en ascension et en déclinaison, que vous chercherez dans la Table XXVII, les signes de ces quantités seront les mêmes que ceux de la Table CIX.

Pour trouver la nutation en ascension droite et en déclinaison, opérez comme vous l'avez fait pour avoir l'aberration, c'est-à-dire, prenez dans la Table CVII l'argument de la nutation pour le jour donné, et écrivez-le deux fois sur la même ligne, sous chacune desquelles, pour l'étoile proposée, vous écrirez l'argument de la nutation en Æ et celui de la nutation en déclinaison, tous deux pris dans la Table CVIII, déterminez les deux sommes, en les diminuant des dizaines de mille s'il y a lieu, puis cherchez-les successivement dans la Table CIX pour avoir leurs logarithmes, que vous écrirez avec leurs signes. Cela posé, sous le premier écrivez le log. max. de nutation en Æ, et sous le second le log. max. en déclinaison, ces deux derniers, pris dans la Table CVIII; les sommes, diminuées d'une dizaine, vous donneront les logarithmes des nutations demandées, que vous chercherez dans la Table XXVII, les signes des quantités trouvées seront les mêmes que ceux des logarithmes de la Table CIX.

Exemple 1. On demande les effets de la précession, de l'aberration et de la nutation en Æ et en déclin. pour α Andromède le 12 Mars 1841.

Epoque donnée	1841	12 Mars	différence, 3 ans 2 mois 12 jours.
de la T. CVIII	1838	1 Janvier	

Tab. CI et CII pour le le 12 Mars 0.1945; le facteur est 3.1945

Précession

en Ascension droite.	*en Déclinaison.*
Tab. CVIII α Androm. préc. en Æ 3ˢ0705	Précession en déclin. + 20"056
Préces. en Æ 3ˢ0705 × 3.1945 = 9.809	en déclin. + 20"056 × 3.1945 = 64.069

Aberration

en Ascension droite.		*en Déclinaison.*	
Tab. CVII 1841 22 } arg.			
12 Mars 9750 }	9772 = long. ☉		9772
Tab. CVIII α Andromède Æ	7272	déclinaison	6014
Sommes	7044		5786
Tab. CIX pour les sommes log.	− 9.9955	log.	− 9.6757
CVIII Æ log. max.	0.1528	déclin. log. max.	1.0790
Sommes	0.1483		0.7547
Tab. XXVII. Aberrat. en Æ	− 1"407	en déclin.	− 5"685

Nutation

en Ascension droite.		*en Déclinaison.*	
Tab. CVII 1841 8896 } arg.			
12 Mars 9896 }	8792 = long. ☊		8792
Tab. CVIII α Andromède Æ	5482	déclinaison	5003
Sommes	4274		3795
Tab. CIX pour les sommes log.	+ 9.6439		+ 9.8368
Tab. CVIII Æ log. max.	0.0447	déclin. log. max.	0.8415
Sommes	9.6886		0.6783
Tab. XXVII. Nutation en Æ	+ 0"488	en déclin.	+ 4"768

Exemple 2. On demande les effets de la Précession, de l'Aberration et de la Nutation, en Æ et en déclinais. pour Régulus, le 1 Mars 1823.

Epoque de la T. CVIII 1838	1 Janvier }	différence, 4 ans 10 mois	
donnée 1823	1 Mars }		
Tab. CI et CII pour 10 mois	0.8384 ; le facteur est		4.8384

Précession

en Ascension droite.		*en Déclinaison.*	
Tab. CVIII Régulus, préc. Æ	3"2219	Précession déclinaison	− 17"359
Préces. en Æ 3"2219 × 4.8384	= 15.589	en déclin. — 17"359 × 4.8384 =	− 83.990

Comme l'époque du calcul est antérieure à 1838, ces précessions doivent être employées avec des signes contraires, c'est-à-dire la précession en Æ avec le signe −, et celle en déclinaison avec le signe +.

Aberration

en Ascension droite.		*en Déclinaison.*	
Tab. CVII 1823 2 } arg.			
1 Mars 9444 }	9448 = long. ☉		9448
Tab. CVIII Régulus, arg. Æ	3396	arg. déclin.	4827
Sommes	2844		4275
Tab. CIX pour les sommes log.	+ 9.9898		+ 9.6434
CVIII Æ log. max.	0.1161	déclin. log. max.	0.8462
Sommes	0.1059		0.4896
Tab. XXVII. Aberrat. en Æ	+ 1"276	Aberrat. en déclin.	+ 3"082

Nutation

en Ascension droite.		*en Déclinaison.*	
Tab. CVII 1823 8568 } arg.			
1 Mars 9912 }	8480 = long. ☊		8480
Tab. CVIII Régulus arg. Æ	4827	arg. déclin.	1056
Sommes	3307		9536
Tab. CIX pour les sommes log.	+ 9.9416		− 9.4585
CVIII Æ log. max.	0.0478	déclin. log. max.	0.8804
Sommes	9.9894		0.3389
Tab. XXVII. Nutation en Æ	+ 0.976	Nutation en déclin.	− 2"182

Dans les exemples précédents nous n'avons pas calculé la nutation solaire, parce que cette correction étant très-petite, peut être négligée.

TABLE CX. *Heures T. M. du passage au méridien, des cinquante-cinq Etoiles de la Table CVIII, pour toute l'année.*

Pour classer les étoiles, on les a réunies par groupes qu'on a nommés *constellations*, et sur lesquels on a dessiné des figures n'ayant aucune analogie avec celles que forment les étoiles qui forment ces groupes, et par conséquent ne contenant rien qui puisse rappeler les images des objets dont ces groupes portent les noms. Ensuite, pour distinguer et dénommer les étoiles comprises dans une même constellation, indépendamment de quelques noms particuliers donnés à des étoiles remarquables, on a affecté à chacune d'elles une lettre grecque, en observant que α, première lettre de l'alphabet grec, servît à désigner l'étoile la plus brillante de la constellation, que β, seconde lettre, affectât l'étoile la plus brillante après la première, et ainsi des autres jusqu'à ω la dernière lettre; ces lettres étant épuisées, on a fait usage, toujours dans le même ordre, des lettres *a*, *b*, *c*, etc., de l'alphabet romain; enfin, lorsque la puissance des instruments employés à observer les étoiles en a augmenté le nombre, de manière à ce que les lettres de ces alphabets ne soient plus suffisantes pour les désigner, on s'est borné à les placer dans les catalogues avec un numéro d'ordre.

Le nombre des constellations va aussi en augmentant, il s'élève déjà à 108, dans lesquelles se trouvent distribuées environ 70 mille étoiles dont la position est déterminée; nous nous bornerons à n'indiquer que les principales constellations situées dans les trois zônes fictives et irrégulières dans lesquelles la sphère céleste a été divisée.

La bande de la sphère céleste dans laquelle nous voyons le soleil, la lune et les anciennes planètes, a reçu le nom de *Zodiaque;* l'écliptique partage sa largeur, qui est d'environ 18° 30′ en deux parties égales, et les 360 degrés de la circonférence de ce cercle, sont divisés en douze parties qui contiennent chacune 30° et qu'on nomme *signes du Zodiaque*, parce qu'ils servent à désigner les douze mois et les saisons. Le point de départ de ces divisions est celui où semble se trouver le soleil à l'équinoxe du printemps. Les noms donnés aux signes sont ceux des douze constellations les plus remarquables de cette partie du ciel, qui, à l'origine de l'astronomie, étaient traversés par chacun d'eux, et qui se suivent dans le ciel en sens contraire du mouvement diurne de la terre. Voici les noms de ces signes, ainsi que les époques approchées des entrées apparentes du soleil.

PRINTEMPS.		AUTOMNE.	
1. *Le Bélier*, entrée du ☉	le 21 Mars.	7. *La Balance*, entrée du ☉	le 22 Septem.
2. *Le Taureau*,	le 20 Avril.	8. *Le Scorpion*,	le 22 Octobr.
3. *Les Gémeaux*,	le 21 Mai.	9. *Le Sagitaire*,	le 22 Novem.
ÉTÉ.		HIVER.	
4. *Le Cancer*, entrée du ☉	le 21 Juin.	10. *Le Capricorne*, entr. du ☉	le 21 Décem.
5. *Le Lion*,	le 23 Juillet.	11. *Le Verseau*,	le 20 Janvier.
6. *La Vierge*,	le 23 Août.	12. *Les Poissons*,	le 19 Février.

On ne doit pas confondre les signes avec les douze constellations qui portent le même nom, les *signes* étant maintenant plus à l'Ouest d'environ 30° que la constellation correspondante. Au Printemps, le soleil entre à la fois dans le signe fictif du *Bélier* et dans la constellation des *Poissons*; aux solstices le même astre entre dans les signes du *Cancer* pour l'Eté, et du *Capricorne* pour l'Hiver, et décrit réellement les constellations des *Gémeaux* et du *Sagitaire*.

Les autres constellations les plus remarquables sont :

Vingt-une au Nord du Zodiaque.

La petite Ourse.	La Lyre.	Ophiucus.
La grande Ourse.	Le Cygne.	Le Serpent.
Le Dragon.	Cassiopée.	L'Aigle.
Céphée.	La Giraffe.	Le Dauphin.
Le Bouvier.	Persée.	Pégase.
La Couronne.	Le Cocher.	Andromède.
Hercule.	Le Lynx.	Le Triangle.

Vingt au Sud du Zodiaque.

La Baleine.	L'Hydre femelle.	L'Indien.
L'Eridan.	Le Corbeau.	La Grue.
Orion.	Le Centaure.	Le Poisson.
Le Lièvre.	La Croix.	Le Phénix.
La Colombe.	Le Loup.	L'Hydre mâle.
Le grand Chien.	Le Triangle.	La Dorade.
Le Navire.	Le Paon.	

Les étoiles de la première grandeur sont à peu près au nombre de vingt, dont six servent dans les observations des distances lunaires, elles nous offriront, dans le ciel, des points remarquables dont on peut faire usage pour connaître la sphère céleste.

Quatre au Nord du Zodiaque.

α du Cocher ou *la Chèvre.*	α de l'Aigle ou ALTAIR.
α du Bouvier ou *Arcturus.*	α de la Lyre ou *Wega.*

Six parmi les étoiles zodiacales.

α du Taureau ou ALDEBARAN.	α de la Vierge ou L'EPI.
α des Gémeaux ou *Castor.*	α du Scorpion ou ANTARÈS.
α du Lion ou Régulus.	α du Poisson A ou FOMALHAUT.

Dix au Sud du Zodiaque.

β d'Orion ou *Rigel.*	α du Navire ou *Canopus.*
α d'Orion ou *l'Epaule droite.*	β du Navire.
α du grand Chien ou *Syrius.*	β du Centaure.
α du petit Chien ou *Procyon.*	α du Centaure.
α de l'Eridan ou *Achernar.*	α de la Croix.

Les six dernières ne sont pas visibles sur l'horizon de Brest.

Les étoiles de la deuxième grandeur sont moins brillantes que les précédentes, mais elles ont encore un éclat remarquable; leur nombre s'élève à environ cinquante, parmi lesquelles deux servent aux observations des distances :

β des Gémeaux ou POLLUX. α de Pégase ou MARKAB.

Quoique les étoiles de la troisième grandeur soient moins lumineuses que les précédentes, cependant on les distingue aisément dans le ciel, surtout lorsqu'elles n'ont autour d'elles que des étoiles plus petites : leur nombre s'élève jusqu'à près de deux cents : une d'elles sert aux observations des distances :

α du BÉLIER.

Les nombres d'étoiles augmentent très-rapidement, à mesure que l'ordre de grandeur diminue, et le nombre des étoiles dont les positions sont déjà déterminées, en allant jusqu'à la septième grandeur inclusivement, monte à près de vingt mille.

Divers moyens peuvent être employés à reconnaître le ciel; ils exigent tous des cartes célestes d'un format semblable à celui des cartes marines. (*Planisphère céleste à l'usage de la marine, une feuille grand aigle, avec une instruction in-8°, Brest.*

La connaissance des neuf étoiles dont on calcule les distances à la lune, est indispensable; c'est surtout de celles-là dont on doit s'occuper. On peut parvenir à les connaître par la méthode suivante : c'est d'estimer l'heure de Paris correspondante à celle du lieu de l'observation, de prendre dans la Connaissance des Temps la distance approchée à laquelle la lune doit être de l'étoile à l'heure estimée, et de placer l'alidade de l'instrument sur cette distance; alors on pointera la lunette vers une étoile placée à l'Orient ou à l'Occident de la lune, selon que la distance approchée a été prise parmi

les distances aux étoiles orientales ou occidentales; et conservant toujours l'étoile dans le champ de la lunette, on fera tonruer l'instrument autour de l'axe optique, jusqu'à ce que son plan passe par la lune.

Si l'alidade a été mise sur une distance assez approchée de la véritable, et que l'étoile vers laquelle on a pointé soit celle dont on a pris la distance approchée, on apercevra alors les deux astres l'un près de l'autre dans le champ de la lunette; cependant comme il peut arriver que plusieurs étoiles remplissent cette condition, il faudra, pour faire cesser toute incertitude, faire attention à la remarque suivante: que l'étoile choisie étant zodiacale ou près de cette zône, doit être toujonrs placée à peu près sur la droite perpendiculaire à la ligne qui joint les pointes du croissant de la lune.

La connaissance des noms d'un certain nombre d'étoiles remarquables, peut servir à en déterminer beancoup d'autres. On tend un fil, par exemple, en le plaçant de maniere à aligner trois étoiles, dont deux sont déjà connues (il suffit que cet alignement soit approché), sur la carte on y forme le même alignement qui conduit ainsi sur l'etoile inconnue, en ayant égard à la similitude des distances. Par suite de la révolution apparente du ciel, les étoiles, tout en conservant leurs distances et leurs relations mutuelles, tonrnent avec le ciel; les lignes idéales qui les joignent en reçoivent des directions variables. Telle droite qu'on imagine passer par deux étoiles, se trouve tantôt horizontale, tantôt inclinée, tantôt verticale; ce sont surtout les étoiles situées autour du pole qui présentent ces variations d'une manière remarquable.

Parmi les divers alignements qui peuvent être formés pour reconnaître les étoiles employées dans les distances lunaires, nous indiquerons les suivants:

α Du BELIER est une étoile de la troisième grandeur, placée à l'Ouest des Pleïades, à une distance d'environ 23°; on la connaitra en tirant une ligne de ϵ de Cassiopée à γ d'Andromède, et ensnite entre les étoiles du triangle. Une autre ligne menée de δ de Persée jusqu'à β, fera connaître aussi cette étoile.

ALDÉBARAN de la constellation du Taureau, est une étoile de la première grandeur, à 35° E. de α du Bélier et 14° S. E. des Pléïades; on, si de ϵ de Cassiopée on tire une ligne par α de Persée, elle passera prolongée par Aldebaran. Cette étoile et plusieurs autres, qui sont auprès, forment par leur arrangement une espèce de V; Aldebaran est à l'extrémité d'un des jambages: ce groupe d'étoiles se nomme les Hyades.

Elle est aussi à une distance de 23° N. O. de trois étoiles en ligne droite formant le Bandrier d'Orion, et vulgairement appelées Trois-Rois.

POLLUX est l'étoile β de la constellation des Gémeaux; elle est de seconde grandeur, éloignée d'Aldébaran à l'E. N. E. de 45°; cette étoile est éloignée de α de la même constellation, d'environ 4° au N. O. En regardant l'étoile α du Cocher comme le sommet d'un triangle isocèle qui aurait la base au Sud, et dont Aldebaran serait l'angle à l'Ouest, α des Gémeaux l'étoile la plus Nord sera l'angle à l'Est, afin de ne pas prendre Castor ou α des Gémeaux pour Pollux ou β de la même constellation, on se rappellera que Pollux est la plus Sud des deux.

REGULUS ou α du Lion, est une etoile de la première grandeur, à l'E. ¼ S. E. de Pollnx, d'environ 37° 30'; elle se trouvera sur la ligne menée par δ et γ du quadrilatère de la grande Ourse. Une autre ligne menée par l'étoile polaire et α et β du quadrilatère de la grande Ourse, passera à environ 12° à l'E. de Régnlus.

L'EPI ou α de la Vierge, est une étoile brillante à l'E. S. E. de Régulus et qui en est éloignée d'environ 50°: si l'on imagine une ligne droite par l'étoile polaire et par ζ du milieu de la queue de la grande Ourse, elle passera par l'Epi, qui d'ailleurs n'a pas d'étoile brillante près de lui.

ANTARÈS ou α du Scorpion, est une étoile de la première grandeur, à l'E. S. E. de l'Epi, à une distance de 46° avec 26° de déclinaison Sud; cette étoile est remarquable par sa couleur rouge: à l'O. N. O. et S. S. E. de chaque côté, à environ 2°, est placée une étoile de la troisième ou quatrième grandeur; Antarès n'est environné d'aucune etoile brillante. La Lyre ou *Wéga*, Arcturus ou α du Bouvier, et Antarès forment un grand triangle isocèle dont Arcturus est le sommet.

α de L'AIGLE ou *Altair*. La constellation de l'Aigle se distingue par trois étoiles disposées sur une ligne droite: la plus belle des trois, qui est α, est au N. E. d'Antarès, à

environ 60° de distance ; les deux autres sont β au N. N. O. à 2°, et γ au S. S. E. à 3°. La direction de la ligne formée par ces trois étoiles va sur la Lyre.

FOMALHAUT ou α du Poisson austral, est une étoile de première grandeur au S. E. de α de l'Aigle, à 60° de distance ; cette étoile est celle qui des neuf étoiles employées dans les distances lunaires, a la plus grande déclinaison Sud.

MARKAB ou α de Pégase est une étoile de deuxième grandeur, à l'E. ¼ N. de α de l'Aigle, à 48° de distance, et à l'O. de α du Bélier, à une distance de 44° : cette étoile est remarquable par un grand quadrilatère qu'elle forme avec trois étoiles de la seconde grandeur, dont une est commune avec Andromède ; les deux autres appartiennent à la constellation de Pégase, qui peut aussi se reconnaître en prolongeant la ligne qui va des gardes π et β de la grande Ourse à la Polaire, on traverse au-delà de Cassiopée et Céphée, le quarré de Pégase ; les deux étoiles méridionales de ce quarré sont γ ou *Algénib* et α ou *Markab* ; les deux septentrionales sont β ou *Schéat*, à l'O. au-dessus de Markab, et la tete α d'Andromede (qui complète le quarré de Pégase), au-dessus d'Algénib.

De l'usage de la Table CX pour reconnaître l'état du ciel à un instant quelconque de la nuit.

Cette Table, jointe à une carte céleste, donne le moyen le plus simple et le plus commode d'apprendre à reconnaître les étoiles. Les heures T. M. données sont comptées astronomiquement d'un midi à l'autre, et quoiqu'elles ne soient qu'approchées, elles seront toujours d'une exactitude suffisante pour l'usage proposé ; de plus, on remarquera que les heures des passages contenues dans une colonne quelconque, vont en augmentant de quantités égales, aux différences en Æ des étoiles, et que ces heures étant comparées à celles qui leurs correspondent dans la colonne suivante, toutes les différences sont égales entre elles, à la quantité constante 39m,4, c'est-à-dire à l'accélération des étoiles en 10 jours, ce qui donne 3m,94 pour 1 jour.

Nous savons qu'une moitié de la sphère céleste est toujours visible sur notre horizon, mais que ce ne serait qu'autant que notre latitude serait nulle, que son mouvement diurne apparent nous ferait voir successivement la totalité de la sphère céleste ; quand notre latitude n'est pas nulle, ce mouvement ne nous fait voir que l'hémisphère céleste correspondant à celui que nous habitons, augmenté d'une zône commençant à l'équateur et se terminant au parallèle céleste de l'autre hémisphère, qui en est éloigné d'une quantité égale au complément de notre latitude ; d'où il résulte qu'une étoile ne peut passer au méridien au-dessus de notre horizon, qu'autant que sa déclinaison sera de même dénomination que notre latitude, ou bien qu'étant d'une dénomination contraire, elle sera moindre que le complément de cette latitude. Nous remarquerons aussi qu'une étoile se trouvant au méridien d'un lieu, son azimuth est connu, et que pour déterminer entièrement sa position par rapport à l'horizon, il ne reste plus qu'à trouver son élévation, ou ce qui est de même, sa hauteur méridienne.

Pour l'obtenir, 1°. si la déclinaison de l'étoile est de même dénomination que la latitude du lieu, ajoutez-la au complément de cette latitude, si la somme est plus petite que 90°, elle vous donnera la hauteur méridienne de l'étoile qui sera située vers le côté du pôle abaissé sous l'horizon ; si la somme est égale à 90°, la hauteur méridienne sera de la même quantité et l'étoile sera au zénith du lieu ; enfin, si la somme surpasse 90°, son supplément donnera la hauteur méridienne, et l'étoile sera placée du côté du pôle élevé. 2°. Si la déclinaison de l'étoile est d'une dénomination contraire à la latitude du lieu, retranchez-la du complément de cette latitude, le reste donnera la hauteur méridienne de l'étoile, qui sera située vers le pôle abaissé.

Exemple 1. Etant situé par 48° de latitude Nord (le complément est de 42°) ; on demande l'état du ciel le 9 Février à 8 heures du soir.

Dans la Table CX, cherchons dans l'argument supérieur l'époque donnée (Février, colonne 9 jours), elle nous fera connaître :

1°. Que la première étoile de cette Table (α Andromède) a passé au méridien à 2h 43m,5 et qu'à cet instant son élévation vers le Sud était de $42° + 28° 12' = 70° 12'$;

qu'à 8 heures du soir cette étoile doit se trouver à l'Ouest du méridien à une distance horaire de $8^h - 2^h\ 43^m,5$ ou de $5^h\ 16^m,5$.

2°. Que la dixième étoile (α Taureau ou ALDÉBARAN) a passé au méridien à $7^h\ 10^m,2$, avec une hauteur méridienne de 42° + 16° 11′ ou de 58° 11′ vers le Sud; que maintenant elle est à l'Ouest à une distance horaire de $8^h - 7^h\ 10^m,2$ ou de $0^h\ 49^m,8$.

3.° Que la onzième étoile de la Table (α Cocher ou *la Chèvre*) a passé au méridien à $7^h\ 48^m,3$; qu'à cet instant sa hauteur était de 42° + 45° 50′ ou de 87° 50′ vers le Sud et près du zénith; maintenant elle est à l'Ouest à une distance horaire de $8^h - 7^h\ 48^m,3$ ou de $0^h\ 11^m,7$.

4°. La treizième étoile (β Taureau) est au méridien avec une hauteur de 42° + 28° 28′ ou de 70° 28′ vers le Sud.

Toutes les étoiles qui, dans la Table, suivent la treizième jusqu'à la quarante-unième, sont à l'Est du méridien, parmi lesquelles nous ne citerons que la vingt-septième (α grande Ourse), dont le passage aura lieu à $13^h\ 37^m,2$ avec une hauteur méridienne égale au supplément de 42° + 62° 37′ ou de 104° 37′, c'est-à-dire que cette hauteur sera de 75° 23′ vers le Nord; maintenant cette étoile est à l'Est du méridien à une distance horaire de $13^h\ 37^m,2 - 8^h$ ou de $5^h\ 37^m,2$.

Exemple 2. On demande quel est l'état du ciel le 12 Octobre à 11 heures du soir, dans un lieu dont la latitude est de 46° Sud (le complément est de 44°).

L'époque donnée, 12 Octobre, ne se trouve pas immédiatement dans l'argument supérieur de la Table CX, mais il tombe entre les colonnes du 7 et du 17 Octobre, dont les heures correspondantes contenues dans ces colonnes diffèrent entre elles d'une même quantité, qui est de $39^m,3$, différence relative à dix jours d'intervalle, ce qui donnera $19^m,7$ pour la différence de 5 jours qui se trouve entre le 12 et le 17 Octobre, d'où il résulte que pour avoir les heures des passages pour le 12, il suffira d'ajouter à toutes celles de la colonne du 17 la quantité $19^m,4$; cela posé, nous trouverons :

1°. Que la première étoile (α Andromède) a passé au méridien à $10^h\ 37^m,6$ ayant une hauteur de 15° 48′ vers le Nord, et qu'à 11 heures du soir elle sera à l'Ouest du méridien à une distance horaire de $0^h\ 22^m,4$.

2°. Que la seconde étoile (γ Pégase ou *Algénib*) a passé au méridien à $10^h\ 42^m,4$ ayant une hauteur de 29° 43′ vers le Nord, et qu'à 11^h elle se trouvera à l'Ouest à une distance horaire de $0^h\ 17^m,6$.

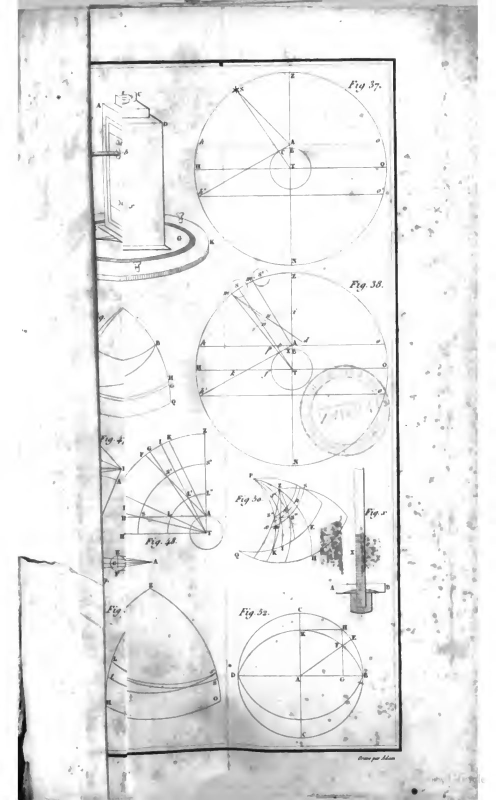
3°. Que la troisième étoile (β Baleine) passera au méridien à $11^h\ 13^m$ ayant une hauteur de 62° 53′ vers le Nord, et qu'à 11^h elle se trouve à l'Est du méridien à une distance horaire de $0^h\ 13^m$.

4°. Que la cinquième étoile (α Eridan ou *Achernar*) passera au méridien à $12^h\ 9^m,3$ ayant une hauteur égale au supplément de la somme du complément de la latitude ajouté à la déclinaison de l'étoile, c'est-à-dire de 77° 56′ vers le Sud, et qu'à 11^h du soir elle se trouvera à l'Est à une distance horaire de $1^h\ 9^m,3$.

Toutes les heures trouvées sont en temps moyen, elles peuvent être converties en temps vrai en faisant usage de l'équation du temps contenue dans la dernière ligne de chaque page; ces heures seront toujours suffisamment exactes pour le but proposé; dans les cas où il faudrait les obtenir avec plus de précision, il faudrait recourir au Problème VII.

FIN.




Fig. 37.
Fig. 38.
Fig. 4
Fig. 48.
Fig. 50.
Fig. x
Fig. 52.
Gravé par Adam

